

621.372
P-94

COMPUTER- AIDED DESIGN OF MICROWAVE CIRCUITS

K.C.Gupta

Department of Electrical Engineering
Indian Institute of Technology, Kanpur

Ramesh Garg

Department of Electrical Engineering
Indian Institute of Technology, Kanpur

Rakesh Chadha

Advanced Centre for Electronic Systems
Indian Institute of Technology, Kanpur

К.Гупта, Р.Гардж, Р.Чадха МАШИННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СВЧ УСТРОЙСТВ

Перевод с английского
С.Д.Бродецкой

Под редакцией
В.Г.Шейнкмана

Artech House, Inc.



Москва
«Радио и связь»
1987

НИИ ЭЛЕМЕНТ
РАДИО И СВЯЗИ
ФОНД

ББК 34.845

Г94

УДК 621.3.049.77 029.64.001 63 681.3

Редакция переводной литературы

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Книга индийских авторов «Машинное проектирование СВЧ устройств» охватывает широкий круг вопросов, начиная от рассмотрения методов математического описания СВЧ устройств и их моделирования, до математического анализа и оптимизации, описания конкретных алгоритмов и программ. Широкое распространение методов машинного проектирования радиоэлектронных устройств, внедрение этих методов в область проектирования СВЧ техники явились причиной появления большого количества изданий отечественных и зарубежных авторов, в той или иной мере затрагивающих названные проблемы. Очень широко все эти вопросы освещены в периодической печати. Несмотря на это, предлагаемая книга представляет существенный интерес. В ней собраны воедино материалы, разбросанные по различным источникам, по всем вопросам, относящимся к автоматизации проектирования. Достаточно сказать, что список цитируемой литературы в книге превышает 300 наименований.

Здесь не приводятся выводы ни одной из формул, не обсуждается их физический смысл. Основное внимание уделено их вычислительным характеристикам. Для каждой формулы указываются границы применимости, погрешности, пределы изменений расчетных величин.

По широте охватываемого материала и количеству представленных сведений специального характера, таких как расчетные формулы, графики, таблицы, алгоритмы, данная книга близка к справочнику.

В процессе перевода книги исправлены некоторые опечатки.

Книга предназначена для разработчиков СВЧ устройств и программистов, специализирующихся в области машинного проектирования. Книга будет полезна также студентам вузов и аспирантам соответствующих специальностей.

Гунга К., Гардж Р., Чадха Р.
194 Машинное проектирование СВЧ устройств Пер с англ. — М. Радио и связь, 1987 — 432 с.: ил.

Книга индийских авторов посвящена вопросам автоматизации проектирования интегральных схем СВЧ. В книге обобщены многочисленные материалы как по элементам СВЧ схем, так и по методам их анализа и оптимизации. Приведены расчетные формулы и характеристики различных линий передачи, сосредоточенностей в этих линиях, пассивных и активных элементов. Дана программа анализа и описано построение системы полного цикла разработки и изготовления СВЧ устройств. Дан обзор разработчиков СВЧ устройств и систем машинного проектирования.

2404000000-150
Г 048(01) 87 109-87

ББК 34.845

© 1987, Artech House, Inc.
С. Перевод на русский язык предисловия и примечания редактора перевода, дополнительный список литературы.
Издательство «Радио и связь» 1987.

ПРЕДИСЛОВИЕ

С появлением СВЧ гибридных интегральных микросхем (ГИС) машинное проектирование стало неотъемлемым этапом разработки СВЧ устройств. Процесс разработки таких устройств в последнее время существенно усложнился из-за появления большого числа разнообразных активных и пассивных СВЧ элементов, возрастания сложности новых систем и необходимости более тщательного и точного проектирования. Вопрос еще более усложняется из-за того, что возможности подстройки и регулировки ГИС СВЧ после изготовления ограничены.

Область машинного проектирования и в том числе машинного проектирования микросхем СВЧ в последние годы стремительно развивалась. Несмотря на то, что имеется ряд книг по машинному проектированию электронных цепей на низких частотах, в настоящее время нет книги, посвященной машинному проектированию СВЧ устройств. Попыткой заполнить существующий пробел является настоящая книга. Она построена таким образом, чтобы дать детальное представление об общих понятиях и технических приемах, используемых при машинном анализе и проектировании СВЧ устройств.

Любая задача машинного проектирования состоит из трех важных этапов — моделирования, анализа и оптимизации. В предлагаемой книге описываются все эти этапы применительно к проектированию устройств СВЧ. Рассматривается моделирование различных компонентов, которые входят в состав устройств СВЧ. Это линии передачи, различные неоднородности и полупроводниковые приборы. Предлагаются планарные компоненты и полупроводниковые приборы. Предлагаются способы математического описания цепей, удобные для анализа, и обсуждаются методы матричного анализа СВЧ схем. Проводится анализ чувствительности и рассматриваются различные методы оптимизации.

Книга разделена на пять частей. В гл. 1 части I описывается эволюция СВЧ техники и вводятся основные понятия машинного проектирования. В гл. 2 приводится обзор некоторых способов математического описания СВЧ цепей.

Основополагающим этапом любого процесса проектирования цепи является моделирование активных и пассивных компонентов. Вопросы моделирования рассматриваются в восьми главах, составляющих часть II книги. При разработке схем СВЧ должны быть известны точные характеристики не только компонентов входящих в состав устройства, но

и связанных с ними паразитных реактивных элементов. В предлагаемой книге семь глав посвящены описанию характеристик различных передающих структур неоднородностей, сосредоточенных элементов планарных компонентов и полупроводниковых приборов. При анализе допусков и в процессе оптимизации используется информация о чувствительности характеристик отдельных компонентов к изменению различных параметров. Одна из глав книги посвящена исследованию чувствительности передающих структур. Точные характеристики некоторых элементов (таких, как полупроводниковые приборы) могут быть получены только путем измерения S-параметров в рабочем диапазоне частот. Измерения обычно производятся автоматически с помощью специальных измерителей. В одном из разделов этой главы рассматривается шестизондовый измеритель.

Важнейшим этапом машинного проектирования является анализ цепей. Часть III посвящена различным методам анализа. Анализ СВЧ цепей обычно проводится с помощью S-матриц. Различные главы этой части посвящены расчету S-матриц полной цепи по известным S-матрицам отдельных компонентов, анализу чувствительности, анализу допусков и анализу переходных характеристик цепей. Анализ всех этих характеристик основан на решении матричных уравнений. Методика решения этих уравнений рассматривается в отдельной главе.

Для оптимизации СВЧ цепей могут использоваться различные методы. Здесь применяются как методы прямого поиска, так и градиентные методы. В трех главах части IV рассматриваются основные понятия оптимизации, однопараметрическая и многопараметрическая оптимизация. Здесь обсуждаются следующие методы оптимизации: метод поиска по образцу, метод Розенброка, симплексный метод, метод Ньютонна — Рафсона, метод Дэвидсона — Флетчера — Пауэлла и метод наименьших квадратов целевой функции.

Часть V состоит из двух глав, в которых описываются программы машинного проектирования. Описана программа анализа СВЧ устройств, разработанная в Индийском технологическом институте, Канпур. В последней главе, написанной при участии Л. Бессера, приводится обзор некоторых известных программ.

В гл. 13, 15—17 приведено несколько алгоритмов. Они записаны на языке типа Алгол. Если читатель незнаком с языком этого типа, то при первом чтении данные главы могут быть пропущены.

Предлагаемая книга написана на основании курса лекций по машинному проектированию СВЧ цепей, прочитанных для аспирантов Индийского технологического института в весеннем семестре 1978 года. Часть материалов использовалась впоследствии для курса по СВЧ цепям. Работа по машинному проектированию СВЧ интегральных микросхем, выполненная в Индийском технологическом институте, является частью проекта субсидируемого Министерством электронной промышленности, и составила основное содержание этой книги. Некоторые материалы обсуждались на семинарах, проведенных в Федеративной политехнической школе Цюрих, летом 1979 года.

Предложенная книга предназначена для разработчиков СВЧ устройств и аспирантов, специализирующихся по технике СВЧ. Эта книга

может использоваться в качестве дополнительной литературы по курсу СВЧ цепей и курсу машинного проектирования (анализу и синтезу). Часть V книги, посвященная программам машинного проектирования, может быть прочитана самостоятельно независимо от изучения остальных разделов книги. Глава 19 по микропрограммам машинного проектирования может непосредственно использоваться для анализа СВЧ устройств на полосковых и микрополосковых линиях.

Авторы выражают благодарность Л. Бессеру, внесшему вклад в написание гл. 20. За плодотворные дискуссии авторы признательны коллегам из Индийского технологического института, Канпур, и Федеративной политехнической школы, Цюрих. Они благодарны сотрудникам факультета электротехники Центра разработок электронных систем Индийского технологического института. Перепечатка рукописи была осуществлена С. М. Абрахамом, а иллюстративный материал подготовлен Р. К. Баджаи и Л. С. Вермой. Работа над рукописью финансировалась Индийским технологическим институтом.

Благодарность выражается также д-ру Х. Е. Грину и издательству Academic Press за разрешение воспользоваться табл. 5.1 из их публикации.

*К. Гупта
Рамеш Гардж
Ракеш Чадха*

Часть I

ВВЕДЕНИЕ

Глава I

СВЧ ТЕХНИКА И МАШИННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

1.1 РАЗВИТИЕ СВЧ ТЕХНИКИ

В течение долгого времени термин «СВЧ техника» являлся синонимом «волноводной техники». До тридцатых годов волновод являлся единственной линией передачи на СВЧ. Достойного внимания в этой области заслуживают работы Саусворта и других авторов [1–3] из фирмы Bell Telephone Laboratories. Вскоре выяснилась возможность использования коротких отрезков волновода в качестве излучателей и реактивных элементов. Объемные резонаторы и рупорные антенны упоминались в ранних работах Саусворта [1]. Развитие волноводной техники начиналось с попыток, с одной стороны, осуществить более эффективную передачу СВЧ энергии генератора в волноводную линию передачи и, следовательно, с разработки элементов передатчиков, и, с другой стороны, с попыток обеспечить эффективный прием СВЧ энергии в приемнике и, следовательно, с разработки элементов приемников. Это привело к разработке таких компонентов, как подвижные детекторы, частотомеры, согласованные нагрузки и др. Некоторые технические идеи, использованные в 1934 г., могли быть заимствованы из оптики, так как для СВЧ экспериментов обычно использовался оптический стэнд [4]. Фотографии оборудования того времени приведены в обзорной статье по истории развития СВЧ техники, опубликованной к пятидесятой годовщине выпуска журнала IRE Proceedings.

Существенный вклад в развитие СВЧ техники внесли законы многократных отражений от неоднородностей и связанные с ними законы объемного резонатора. Эти законы используются для согласования источника СВЧ энергии с волноводом, а также для согласования волновода с приемником, например с полупроводниковым детектором. Их используют также для достижения заданной полосы частот. В целом эти законы формулируют основы СВЧ цепей.

Одной из ключевых особенностей СВЧ устройств является необходимость эмпирических регулировок и подстроек их характеристик с помощью винтов, диафрагм (и даже вдавливаний!) в волноводах. На начальном этапе для выполнения экспериментальных работ требовалось большое мастерство. В течение достаточно долгого времени подобные экспериментальные работы с СВЧ трактом являлись практическим инструментом инженеров по СВЧ технике.

Возможно, наибольший вклад в инженерный анализ СВЧ цепей был сделан Ф. Смитом [15], который предложил диаграмму, позволяющую графически решать задачи, связанные с линиями передачи¹. Использование круговой диаграммы не только облегчает от необходимости выполнения утомительных расчетов, но также делает наглядным процесс всего расчета шаг за шагом. Немногие изобретения в области СВЧ техники явились более полезными, чем круговые диаграммы.

Скачок в развитии СВЧ техники произошел во время второй мировой войны, когда при Массачусетском технологическом институте и Колумбийском университете были созданы специальные лаборатории, занимающиеся применением СВЧ техники для проблем радиолокации. В течение этих лет было выполнено много важных разработок в области СВЧ техники, но публикации были сделаны позднее. Многие из этих разработок заслуживают упоминания. Это прибор с регулируемым падежом фазы в волноводе, разработанный Фоком [16], гибридное или мостовое соединение [17] и другой не менее важный прибор — направленный ответвитель [18]. Все эти приборы сразу же нашли практическое применение. Другим направлением развития в военное время было развитие техники фильтрации на высоких частотах, которое привело к разработке фильтров на линиях передачи. Одновременно развивались также и аналитические методы исследования СВЧ устройств. Классическое описание характеристик цепи с помощью матриц напряжений, токов, сопротивлений и проводимостей было заменено описанием, основанным на волновых параметрах передачи и отражения, что привело к использованию матриц рассеяния. Многополосные СВЧ цепи всегда проще описываются с помощью матриц рассеяния.

В то время для реализации СВЧ цепей в основном использовались два типа линий передачи: волноводы и коаксиальные линии с Т-волной. Волноводы позволяют передавать мощность высокого уровня и имеют малые потери, что обуславливает высокие добротности резонаторов. Коаксиальные линии характеризуются большей широкополосностью из-за отсутствия дисперсии. Кроме того, для коаксиальных линий проще оказывается определение полного сопротивления, что полезно при разработке компонентов. Обе линии передачи стали важными элементами СВЧ устройств.

На этой стадии развития для СВЧ техники оказалось весьма полезным применение теории двухпроводных линий передачи. Предложенная Барретом и Барнсом в 1951 г. структура [19], используемая до настоящего времени, состоит из тонкого полоскового проводника, размещенного в центре между двумя диэлектрическими пластинами, металлизированными с внешних сторон. Эта линия передачи называется полосковой. Первые полосковые линии изготавливались с помощью лезвия бритвы и клея. Вырезались тонкие металлические полоски и приклеивались к диэлектрическим платам. Как только появилась возможность нанесения медных покрытий (впервые используемых в печатных

схемах), развитие полосковой техники стало определяться достижениями точной технологии. Впервые подробный расчет цепей на полосковых линиях был опубликован в 1956 г. [10]. Исчерпывающий расчет схем на полосковых линиях приведен в [11]. Наиболее важной особенностью структуры полосковых передающих линий является то, что волновое сопротивление линии определяется шириной центрального полоскового проводника, который изготавливается фототравлением медного покрытия, нанесенного на диэлектрическую подложку. Двухмерная конфигурация цепей на полосковых линиях позволяет осуществлять внутренние соединения между различными компонентами без нарушения внешних металлических пластин. Такая конфигурация обеспечивает также гибкость при размещении входов и выходов.

Полосковые линии очень удобно использовать для изготовления ответвлений на параллельных линиях из-за возникновения связи между двумя линиями, близко расположенными друг от друга. Принцип направленного ответвителя на связанных линиях был описан Уиллером в 1952 г. [12]. Даже сегодня в подавляющем большинстве направленных ответвителей используется конфигурация полосковых линий.

В начале пятидесятых годов был предложен и другой тип передающей структуры, состоящей из единственной диэлектрической пластины, на одной стороне которой расположен полосковый проводник, а другая сторона металлизирована полностью. Линия с такой структурой называется микрополосковой. Микрополосковые линии интенсивно исследовались в пятидесятых годах, но в СВЧ технике они применялись мало из-за высоких потерь в таких линиях и из-за наличия излучения. Одной из основных причин этих недостатков является низкое значение диэлектрической постоянной используемого материала подложки (около 2,5). В процессе дальнейшего развития эти недостатки были устранены как благодаря повышению диэлектрической постоянной и уменьшению потерь в материалах, так и благодаря повышению качества производства.

Непрерывно ужесточающиеся требования по миниатюризации СВЧ аппаратуры для вооружения, бортовой и космической техники привели в шестидесятых годах к существенному повышению интереса к микрополосковым устройствам. Уиллером проведен изящный анализ микрополосковых структур, основанный на конформных преобразованиях [15, 16]. К концу шестидесятых годов были достигнуты высокие значения диэлектрической постоянной и малые потери диэлектрических материалов, улучшено качество металлических покрытий. Это привело к быстрому развитию и использованию микрополосковых линий.

Наличие планарных структур СВЧ линий передачи, подобных микрополосковой линии, быстрое развитие полупроводниковых СВЧ приборов, техники покрытия тонкими пленками и фотолитографии в конечном счете привело к разработке СВЧ интегральных микросхем [18—21]. Гибридные интегральные микросхемы (ГИС) СВЧ образованы путем переноса технологии гибридных интегральных микросхем на СВЧ диапазон. В настоящее время ГИС СВЧ состоят главным образом из пассивных компонентов и цепей в виде проводниковых покрытий, нанесенных на керамические или другие диэлектрические подложки по

¹ Круговая диаграмма была предложена в 1939 г. советским ученым А. Р. Вольпертом. Независимо от А. Р. Вольперта в том же 1939 г. аналогичная диаграмма была предложена в США Ф. Смитом. — *Прим. ред.*

определенному рисунку. На этих схемах монтируются кристаллы активных приборов или специальные бескорпусные активные приборы. В некоторых ГИС СВЧ кроме микрополосковых линий используются и другие типы линий, такие как щелевая и копланарная линии [22, 23]. Щелевая линия представляет собой щель в проводниковом слое на одной стороне диэлектрической подложки. Другая сторона подложки не металлизирована. В копланарных линиях металлизированный рисунок также нанесен на одной стороне подложки.

В последнее время появилась тенденция использования в СВЧ схемах элементов с сосредоточенными параметрами. Ранее элементы с сосредоточенными параметрами на СВЧ не могли использоваться из-за соизмеримости их размеров с длиной волны. С появлением фотолитографии и тонкопленочной технологии размеры элементов (емкостных, индуктивных и др.) могут быть настолько уменьшены, что эти элементы могут использоваться вплоть до миллиметрового диапазона [24, 25]. Для ИС СВЧ оказалось весьма удобным изготовление элементов с сосредоточенными параметрами на диэлектрических подложках, на которых одновременно размещаются полупроводниковые приборы в виде кристаллов. Предполагалось, что при использовании таких ИС стоимость СВЧ устройств уменьшится в пятьдесят раз и более [24]. Наряду с уменьшением размеров использование элементов с сосредоточенными параметрами дает и другое преимущество. Совершенные методы разработки низкочастотных цепей и их оптимизации теперь могут непосредственно использоваться в СВЧ диапазоне.

Наряду с элементами на сосредоточенных параметрах и одномерными компонентами на линиях передачи в СВЧ устройствах могут также использоваться двумерные планарные компоненты [26]. Такие компоненты совместимы с полосковыми и микрополосковыми линиями и могут использоваться при разработке СВЧ устройств наряду с другими компонентами.

Следующее поколение ИС СВЧ — это полупроводниковые интегральные микросхемы [27, 28]. В качестве полупроводниковых подложек используются высокоомные кремний, арсенид галлия и низкоомный кремний со слоем двуокиси кремния. Трудности возникли, во-первых, из-за необходимости использовать различные полупроводниковые приборы СВЧ, которые не могут быть изготовлены по единой технологии, и, во-вторых, из-за необходимости наличия подложки большой площади с распределенными элементами (секциями передающих линий), выполняющими функции пассивных элементов. Ключом к созданию полупроводниковых интегральных микросхем является использование арсенида галлия [29]. Полевые транзисторы с барьером Шотки на Ga As [30], вероятно, будут играть основную роль в аналоговых усилителях тиггерцевой полосы частот и в быстродействующих цифровых интегральных микросхемах.

Достоинства ИС СВЧ (гибридных или полупроводниковых) в основном те же, что и у интегральных микросхем низких частот [31]. К ним относятся: а) более высокая надежность, б) меньший объем и масса и в) возможность снижения стоимости при изготовлении большого числа стандартных ИС. Развитие ИС СВЧ, как и в случае интегральных

микросхем низких частот, приведет к расширению существующих областей сбыта и к появлению множества новых возможностей применения, включая и невоенные.

Использование ИС СВЧ связано с некоторыми трудностями [31]. Во-первых, когда ИС СВЧ еще не имели широкого распространения, разработчики СВЧ устройств могли осуществлять их настройку и регулировку для оптимизации характеристик после изготовления (например, пайки). Интегральные схемы СВЧ, особенно если они должны иметь высокую надежность, лишены этих подстроечных элементов. Поэтому ИС устройства должны разрабатываться более точно, а используемые полупроводниковые приборы должны иметь стабильные характеристики. Отсюда следует необходимость машинного проектирования, моделирования и оптимизации [32, 33].

МАШИННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Классическая схема процесса разработки СВЧ устройств изображена на рис. 1. Разработка начинается с анализа технических требований и выбора первоначальной конфигурации цепи. Первоначальная конфигурация выбирается на основании имеющихся исходных данных и предшествующего опыта. Для определения различных параметров этой цепи используются процедуры анализа и синтеза. Затем разрабатывается предварительный лабораторный макет и измеряются его характеристики. Измеренные характеристики сравниваются с заданными техническими требованиями, если заданные требования не выполняются, то макет дорабатывается. Доработка может включать регулировку, настройку и подстройку макета. Затем вновь проводятся измерения, результаты которых сравниваются с заданными требованиями. Последовательный процесс разработки, измерений и сравнения результатов с заданными требованиями повторяется до тех пор, пока не будут достигнуты желаемые характеристики. Иногда заданные технические требования противоречат практически достижимым характеристикам схемы. Окончательная конфигурация воспроизводится при изготовлении опытного образца.

Описанный процесс разработки СВЧ устройств занимает достаточно много времени. В настоящее время он намного усложняется по следующим причинам.

1) увеличение сложности современных систем требует более тщательного и точного проектирования приборов и устройств. Следовательно, чрезвычайно возрастает значение исследования влияния допусков в проектируемых устройствах,

2) в настоящее время для выполнения заданных функций существует множество разнообразных активных и пассивных компонентов. Если разработка представляет собой процесс повторяющихся экспериментов, то выбор подходящего прибора или типа передающей структуры становится затруднительным,

3) в устройства, изготовленные по технологии ИС СВЧ, очень трудно вводить какие бы то ни было изменения.

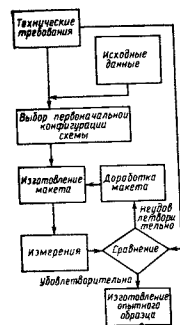


Рис. 11 Схема процесса разработки СВЧ устройств

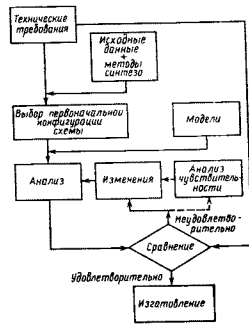


Рис. 12 Схема процесса автоматизированного проектирования СВЧ устройств

В таких случаях используется метод машинного проектирования. В строгом смысле слова машинным проектированием можно назвать любой процесс проектирования, в котором в качестве рабочего инструмента используется ЭВМ. Однако обычно машинным проектированием называют тогда, когда обычный процесс проектирования без использования ЭВМ в качестве рабочего инструмента становится или невозможным, или существенно более сложным, дорогостоящим и занимающим большее время, менее надежным и менее точным, обеспечивающим худшее качество изделий.

Типичная схема процесса машинного проектирования показана на рис. 12. Как и раньше, исходными данными для разработки являются технические требования. Используя различные методы синтеза и исходные данные (иногда заранее записанные в память машины), можно определить первоначальную конфигурацию цепи. Характеристики этой первоначальной цепи рассчитываются с помощью пакета машинных средств анализа. Для анализа необходимы числовые модели различных компонентов (пассивных и активных). Они вызываются из специальной библиотеки подпрограмм. Характеристики устройства, полученные в результате анализа, сравниваются с заданными техническими требованиями. Если полученные результаты не соответствуют указанным требованиям, то параметры устройства изменяются по определенной системе. Это является основным шагом оптимизации. Некоторые методы оптимизации включают в себя анализ чувствитель-

ности характеристик устройства к изменению его параметров. Последовательность операций, включающих анализ цепи, сравнение с заданными характеристиками и изменение параметров, выполняется повторно до тех пор, пока не будут удовлетворены заданные технические требования или пока не будут достигнуты оптимальные характеристики. Затем изготавливается макет и проводится его экспериментальное исследование. Если процесс моделирования и (или) анализа не был достаточно точным, то на этом этапе могут потребоваться некоторые изменения. Однако можно ожидать, что эти изменения окажутся незначительными. Целью метода машинного проектирования является уменьшение, насколько это возможно, числа повторных экспериментальных исследований.

Как уже было сказано, процесс машинного проектирования состоит из трех важных этапов

- 1) моделирование,
- 2) анализ,
- 3) оптимизация.

Моделирование представляет собой математическое описание различных активных и пассивных компонентов, позволяющее получить числовую модель, которая может управляться машиной. Для машинного проектирования СВЧ цепей должны быть разработаны модели большого числа активных и пассивных компонентов. В качестве активных компонентов используются полупроводниковые приборы: биполярные транзисторы и полевые транзисторы с затвором Шоттки, точечные диоды и диоды Шоттки, варакторы и $p-i-n$ -диоды, а также диоды Ганна и лавинно-пролетные диоды. Пассивными элементами СВЧ цепей служат отрезки линий передачи различной структуры, компоненты с сосредоточенными параметрами, диэлектрические резонаторы, невязанные устройства и планарные (двумерные) элементы. В качестве линий передачи могут использоваться коаксиальные линии, волноводы, полосковые, микрополосковые, копланарные, щелевые линии или комбинации этих линий. Для полного описания характеристик этих линий передачи необходимо не только знать такие параметры, как волновое сопротивление и фазовая скорость, но и моделировать их паразитные реактивные параметры, обусловленные геометрическими неоднородностями. Для их описания используются S -параметры [34].

Трудности моделирования ограничивают использование техники автоматизированного проектирования на СВЧ. Детальное моделирование активных приборов [35, 36], как и численное моделирование пассивных СВЧ элементов [37], является весьма сложной задачей, занимающей значительное время. Поэтому возникает необходимость упрощения эквивалентных схем и получения выражений в замкнутой форме, точность которых достаточна для проектирования. Эти выражения для микрополосковых, щелевых и копланарных линий, а также для неоднородностей в микрополосковых линиях содержатся в книге [23]. Иногда становится необходимым измерять S -параметры некоторых приборов или компонентов, чтобы использовать эти эмпирические «модели» в программах машинного проектирования. Для таких измерений очень удобны автоматические измерители [38, 39] с системой компенса-

цин погрешностей Разработанная недавно методика [40, 41], основанная на измерении уровней сигналов в шести точках, упрощает измерительную аппаратуру

В процессе анализа определяются номинальные характеристики исследуемой конфигурации цепи для данного набора входных параметров Машинный анализ [42] является, по-видимому, наиболее развитым и широко используемым этапом машинного проектирования Анализ СВЧ цепей включает в себя расчет S -параметров полной схемы на основе заданных значений S -параметров ее компонентов Очень часто СВЧ схемы могут быть представлены в виде каскадного соединения четырехполюсников В этих случаях матрица, описывающая полную схему, может быть получена перемножением матриц $ABCD$ (или матриц передачи) составляющих ее четырехполюсников [32]. Для более сложных топологий используются методы соединений многополюсников [42] Согласно этим методам необходимо осуществлять обращение матриц, которое эффективно выполняется с использованием методов разреженных матриц [43]

Другой задачей анализа является расчет чувствительности Он заключается в расчете влияния изменения параметров устройства на его характеристики [44] Результаты этого расчета используются для двух целей: для анализа допусков и для оптимизации, основанной на градиентных методах

Повторяющийся процесс изменений параметров цепи, осуществляемый для достижения заданной цели (т. е. совпадения ее характеристик с заданными требованиями), называется оптимизацией Методы оптимизации, развитые для других областей применений [45], могут также использоваться при проектировании СВЧ устройств Эти методы можно разбить на две группы: градиентные и прямого поиска [46] В градиентных методах изменение набора параметров, необходимое для перемещения в направлении к оптимальному решению, осуществляется на основе использования информации о производных от функций характеристик цепи (зависящих от ее параметров) Эти производные (или градиенты) получают с помощью анализа чувствительности цепи, выполняемого на каждом шаге В противоположность этому, в методах прямого поиска не используется информация о градиенте и оптимизация выполняется по определенной системе При проектировании СВЧ цепей более популярными являются методы прямого поиска [32, 47], так как градиентные методы связаны с дополнительными вычислениями при анализе чувствительности Однако в некоторых последних работах, посвященных градиентным методам оптимизации [48, 49], эти методы считаются лучшими и применяются при машинном проектировании СВЧ цепей [50]

13 ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ, ОСВЕЩЕННЫЕ В КНИГЕ

Материалы, вошедшие в книгу, разделены на двадцать глав

В гл. 2 рассматриваются три способа математического описания характеристик компонентов и цепей на СВЧ $ABCD$ -параметры и матрицы передачи (T -матрицы) применяются только для описания четы-

рехполюсных компонентов (или цепей) Так как четырехполюсные компоненты в СВЧ устройствах встречаются очень часто, эти способы описания схем детально исследуются Очень удобны при измерениях и описании характеристик компонентов СВЧ матрицы рассеяния Они применяются также в общем случае описания $2n$ -полюсных цепей В этой главе рассматриваются также свойства S -матриц и их связь с другими способами математического описания цепей В приложениях к данной главе приведены $ABCD$ -, S - и T -матрицы для некоторых компонентов, широко используемых в устройствах СВЧ

Следующие восемь глав (гл. 3–10) посвящены различным аспектам, связанным с моделированием СВЧ элементов В гл. 3 приводятся характеристики линий передачи различных типов Рассматриваются коаксиальные линии, волноводы и другие типы линий передачи, используемые в ИС СВЧ Рассматриваются также связанные полосковые и микрополосковые линии Приводятся выражения в замкнутой форме, описывающие различные характеристики линий Указаны точность и область применения этих выражений

Анализ чувствительности линий передачи различных структур рассматривается в гл. 4 Значение чувствительности используется при анализе допусков и в процессе оптимизации градиентными методами Формулы чувствительности выведены из соответствующих выражений характеристик линий передачи, представленных в гл. 3 По этим формулам рассчитываются наилучшие значения изменений волнового сопротивления и фазовой скорости, соответствующие обычным значениям допусков на изготовление и на параметры материалов Для связанных линий, выполняющих функции направленных ответвителей, приводятся формулы изменения коэффициента связи и входного сопротивления

В гл. 5 и 6 приводятся характеристики неоднородностей различных типов в различных линиях передачи В гл. 5 рассматриваются неоднородности в коаксиальных линиях и прямоугольных волноводах В коаксиальных линиях это емкостный зазор, скачок диаметров, окна и штыри В прямоугольных волноводах это штыри, полосы, диафрагмы, скачки, повороты под прямым углом, T -соединения, круглые и эллиптические отверстия Приведены эквивалентные схемы неоднородностей и математические выражения в замкнутой форме элементов этих схем

В гл. 6 описываются неоднородности в полосковых и микрополосковых линиях Такими неоднородностями являются разомкнутый конец, разрыв в полосковом проводнике, скачок по ширине полоскового проводника, поворот под прямым углом, T -соединение, круглое отверстие (в полосковой линии), паз (в микрополосковых линиях) и крестообразное соединение (в микрополосковых устройствах) Для различных элементов эквивалентных схем приводятся математические выражения в замкнутой форме

В гл. 7 приводится информация о проектировании элементов с сосредоточенными параметрами, используемых в ИС СВЧ Рассматриваются резисторы, индуктивные элементы различных типов (проволочные, полосковые и спиральные), конденсаторы (многослойные и штырьные) Так как имеющиеся расчетные формулы являются приближенными, то

для точного моделирования элементов с сосредоточенными параметрами необходимо проведение измерений. Описывается методика таких измерений.

Наряду с элементами с сосредоточенными параметрами и линиями передачи в ИС СВЧ используются двумерные планарные компоненты. Эти компоненты могут рассматриваться как обобщение компонентов на полосковых и микрополосковых линиях на случай, когда их размеры становятся сравнимыми с длиной волны. Различные методы анализа и проектирования таких компонентов рассматриваются в гл. 8. К ним относится метод функций Грина для компонентов, имеющих некоторые правильные формы, методы сегментации и десегментации для компонентов, форма которых может быть получена комбинацией элементов простых форм, и численный метод для компонентов произвольной формы. Для этих компонентов рассматриваются способы пропорционального изменения их размеров при изменении частоты или волнового сопротивления.

Темой гл. 9 является моделирование полупроводниковых приборов СВЧ. Рассматриваются диоды Шотки и точечные диоды, варакторы и $p-i-n$ -диоды, биполярные транзисторы и полевые транзисторы с затвором Шотки, диоды Ганна и лавинно-пролетные диоды (ЛПД). Для этих приборов обсуждаются эквивалентные схемы, содержащие элементы с сосредоточенными параметрами. Учитывается влияние паразитных параметров корпуса. Приводятся типовые значения параметров для элементов эквивалентных схем. Приводятся также приближенные выражения в замкнутой форме для параметров элементов эквивалентных схем некоторых приборов. Для биполярных транзисторов и полевых транзисторов с затвором Шотки даны эквивалентные схемы для случая малого сигнала. Характеристики ЛПД приводятся для случаев как малого, так и большого сигнала. Для диода Ганна представлена нелинейная эквивалентная схема на сосредоточенных элементах. Модели справедливы для всех режимов работы.

Для обеспечения возможности моделирования схем и элементов, точные характеристики которых неизвестны или значения параметров которых изменяются в широких пределах (как, например, у полупроводниковых приборов), необходимо измерить их характеристики. В гл. 10 рассматривается используемая для этого аппаратура. Приводятся краткие описания измерителя комплексных коэффициентов передачи и отражений, автоматического измерителя и измерителя, основанного на измерении уровней СВЧ сигнала в шести точках. Обсуждаются вопросы измерения S -параметров. Описывается методика определения собственных характеристик компонентов по измерениям реального корпуса прибора через вспомогательные переходники. Рассматриваются методы коррекции погрешности измерений.

Следующий, пятый раздел посвящен методам анализа цепей. В гл. 11 описывается расчет параметров схем. Показано, что анализ цепей упрощается при использовании свойств симметрии. Обсуждаются методы анализа при каскадном и произвольном соединении четырехполюсников. Подробно описываются общие методы анализа, применимые к про-

извольному соединению многополюсников. Описываются также методы сегментации и десегментации, используемые для анализа двумерных планарных компонентов.

Глава 12 посвящена анализу чувствительности СВЧ цепей. Даны два метода расчета чувствительности цепей: малых приращений и присоединенных схем. Подробно рассматривается метод присоединенных схем. Для этого случая вводится теорема Теллгена в волновых переменных и используется присоединенная схема. Также приведен расчет чувствительности в случае, когда для анализа используется метод под-хем. Эти методы позволяют рассчитать чувствительность характеристик цепи, если известны чувствительности параметров отдельных компонентов. Для этой цели приведены производные от S -параметров для обычно используемых компонентов. При больших изменениях параметров цепи формулы чувствительности несколько изменяются. Эти формулы приводятся в разд. 12.5.

В гл. 13 содержится анализ допусков в наихудшем случае и статистический анализ допусков. Метод анализа используется также для расчета наихудшего случая векторных эксплуатационных параметров. Обсуждается алгоритм, который может быть использован в этом случае. При статистическом анализе обычно используется метод моментов и метод Монте-Карло.

Анализ СВЧ цепей во временной области рассматривается в гл. 14. Приводится анализ переходных процессов в линиях передачи. Для устройств, содержащих как отрезки линий передачи, так и элементы с сосредоточенными параметрами, обсуждаются три метода анализа. К ним относятся метод преобразования Лапласа, метод сопровождающих схем и метод переменных состояний. По методу преобразования Лапласа переходная характеристика суммарной схемы рассчитывается из переходных характеристик матриц проводимостей компонентов, составляющих рассматриваемую схему. Метод сопровождающих схем основан на аппроксимации дифференциальных уравнений соответствующими разностными уравнениями.

Глава 15 посвящена матричным операциям, которые используются в машинном анализе схем. Рассматриваются метод Гаусса, LU -факторизация и операции над разреженными матрицами.

Методы оптимизации, используемые в процессе машинного проектирования схем, рассматриваются в гл. 16–18. В гл. 16 описываются основные принципы оптимизации, приводится определение целевой функции, рассматриваются имеющиеся ограничения и одномерные методы поиска.

В гл. 17 описываются оптимизация методами прямого поиска. К ним относятся метод поиска по образцу, метод Розенбрука, метод сопряженных направлений Пауэлла и симплексный метод.

Темой гл. 18 является рассмотрение методов оптимизации, основанных на использовании информации о градиенте. Рассматриваются метод наискорейшего спуска, обобщенный метод Ньютона — Рафсона и метод Флетчера — Пауэлла. Рассматривается также метод оптимизации целевой функции наименьших квадратов.

В двух последних главах книги описаны некоторые программы машинного проектирования. В гл. 19 представлена программа анализа устройств схем на полосковых и микрополосковых линиях. В гл. 20 приведен обзор известных пакетов программ машинного проектирования СВЧ цепей.

Глава 2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СВЧ ЦЕПЕЙ

Устройство СВЧ в обобщенном виде можно представить многополюсником, как показано на рис. 2.1. Такой многополюсник состоит обычно из нескольких компонентов, соединенных определенным образом между собой с помощью отрезков линий передачи (или волноводов). Такие схемы могут описываться напряжениями и токами на входах устройств. На низких частотах для этой цели используются матрицы сопротивлений, матрицы проводимостей или классические матрицы передачи [1]. На СВЧ напряжения и токи заменяются нормированными волновыми переменными и здесь широко используются матрицы рассеяния [2—5].

Большинство СВЧ компонентов имеют один вход и один выход, т. е. являются четырехполюсниками. Многие СВЧ схемы могут быть представлены в виде каскадного соединения таких четырехполюсников. Анализ таких схем особенно удобен, если составляющие четырехполюсники описываются *ABCD*-параметрами [3]. Использование матриц рассеяния для исследования каскадного соединения четырехполюсников неудобно. Однако существует и другой способ математического описания цепей, использующий волновые параметры и позволяющий легко анализировать каскадное соединение четырехполюсников. Этот способ основан на использовании матриц передачи. В этой главе рассматриваются три упомянутых способа математического описания схем.

Кроме этих трех способов при разработке СВЧ устройств иногда оказывается удобным использовать обычные матрицы сопротивлений и проводимостей. В двумерных планарных цепях, рассматриваемых в гл. 8, размер элемента в третьем измерении предполагается намного меньшим длины волны, и напряжения удобно выражать через поле *E* вдоль этого направления. Полное сопротивление функции Грина, которое определяет напряжение в произвольной точке через ток в некоторой другой точке, служит для определения *Z*-матрицы. Использование *Y*-матриц удобно в тех случаях, когда устройства или некоторые их входы соединяются параллельно. Применимы *Y*-мат-



Рис. 2.1 Обобщенная схема многополюсника с *N* входами

рицы также при анализе во временной области, который проводится в гл. 14. Соотношения, преобразующие *Z*- и *Y*-матрицы в матрицы рассеяния и обратно, приведены в разд. 2.2.

1. *ABCD*-ПАРАМЕТРЫ

Для четырехполюсника, показанного на рис. 2.2а, *ABCD*-параметры определяются как

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Заметим, что вытекающий из четырехполюсника ток i_2 при каскадном соединении является втекающим током i_1 для следующего четырехполюсника. Каскадное соединение четырехполюсников с обозначениями втекающих и вытекающих токов показано на рис. 2.2б. Если имеется два четырехполюсника *A* и *B*, соединенных каскадно, как показано на рис. 2.3, то

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_a \\ C & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_{2a} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1b} \\ i_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Объединяя (2.2) и (2.3), получаем

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

где матрица $[ABCD]_N$ является произведением матриц *ABCD* соединяемых четырехполюсников. Обобщая эту формулу на случай каскадного соединения *N* четырехполюсников, получаем следующее выражение для результирующей матрицы

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_2 \dots \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_N \quad (2.5)$$

Таким образом, схема, представляющая собой длинную цепочку элементов, исследуется достаточно просто. Для получения *ABCD*-матрицы всей схемы необходимо перемножить *ABCD*-матрицы отдельных элементов. Этот метод исследования является эффективным средством анализа схем, которые могут быть представлены каскадным соединением

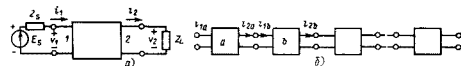


Рис. 2.2 Четырехполюсная схема (а) и цепь каскадно соединенных четырехполюсников (б)

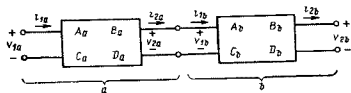


Рис. 23 Каскадное соединение двух четырехполюсников

четырёхполюсников. Анализ схем, состоящих из каскадно соединённых четырёхполюсников, подробно рассматривается в гл. 11.

Из $ABCD$ -матрицы могут быть найдены различные характеристики схем. Исходя из рисунка 2.2а можно получить следующие формулы.

$$Z_{вх} = (AZ_n + B)/(CZ_n + D), \quad (2.6)$$

где сопротивление нагрузки $Z_n = v_2/i_2$.

$$\text{Выходное сопротивление} \\ Z_{вых} = (DZ_n + B)/(CZ_n + A), \quad (2.7)$$

где внутреннее сопротивление источника $Z_n = (E_n - v_1)/i_1$.

Коэффициент передачи по напряжению (от источника к выходу четырёхполюсника)

$$v_2/E_n = Z_n/(AZ_n + B + CZ_n Z_n + DZ_n) \quad (2.8)$$

Коэффициент отражения по напряжению от входа четырёхполюсника

$$\Gamma_{вх} = (Z_{вх} - Z_n)/(Z_{вх} + Z_n) \quad (2.9)$$

Коэффициент отражения по напряжению от выхода четырёхполюсника

$$\Gamma_{вых} = (Z_{вых} - Z_n)/(Z_{вых} + Z_n) \quad (2.10)$$

Для некоторых типовых элементов матрицы $ABCD$ приведены в конце данной главы (в приложении 2.1). Эти параметры для различных схем были получены с помощью законов Кирхгофа и (или) уравнений линий передачи.

Матрицы $ABCD$ обладают следующими свойствами

- 1) для взаимных четырёхполюсников $AD - BC = 1$,
 - 2) для симметричных четырёхполюсников (которые остаются неизменными при замене входных зажимов на выходе и обратно) $A = D$.
- Нормированная $ABCD$ -матрица. Определённые здесь $ABCD$ -параметры могут быть пронормированы путём деления параметра B и умножения параметра C на нормирующее сопротивление Z_0 . Нормированная $ABCD$ -матрица записывается в виде

$$\{ABCD\}_n = \begin{bmatrix} A & B/Z_0 \\ C Z_0 & D \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Заметим, что в выражении (2.11) все четыре параметра безразмерны. Часто нормирующим сопротивлением Z_0 является волновое сопротивление линий передачи, подсоединённых к четырёхполюснику. Рас-

смотрим для примера отрезок линии передачи длиной l с волновым сопротивлением Z_0 , включённый между двумя линиями с волновым сопротивлением Z_0 . Нормированная $ABCD$ -матрица такого отрезка записывается в виде

$$\{ABCD\}_n = \begin{bmatrix} \cos \beta l & j \frac{Z_0}{\gamma} \sin \beta l \\ j \frac{Z_0}{\gamma} \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Полная нормированная $ABCD$ -матрица каскадного соединения нескольких элементов может быть найдена перемножением их нормированных $ABCD$ -матриц. Нормирующее сопротивление Z_0 должно быть выбрано одинаковым для всех элементов.

2.2 ПАРАМЕТРЫ РАССЕЯНИЯ

2.2.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

На СВЧ использование $ABCD$ -параметров не очень удобно. Основным преимуществом $ABCD$ -параметров является простой способ определения матрицы полной схемы при каскадном соединении компонентов. Однако это преимущество не сохраняется при соединении компонентов с тремя или более парами полюсов. Более общим методом анализа СВЧ схем является метод, основанный на использовании матриц рассеяния.

Матрица рассеяния определяет взаимосвязь между переменными a_n (пропорциональными выходящим волнам на n -й паре полюсов) и b_n (пропорциональными входящим волнам на n -й паре полюсов)

$$a_n = v_n^+ / \sqrt{Z_{0n}}, \quad (2.13)$$

$$b_n = v_n^- / \sqrt{Z_{0n}}, \quad (2.14)$$

где v_n^+ и v_n^- — напряжения, соответствующие входящим и выходящим волнам в линии передачи (или волноводе), соединённом с n -й парой полюсов, Z_{0n} — волновое сопротивление линии (или волновода). Для расчёта коэффициентов матрицы рассеяния не требуется знание величин v_n^+ и v_n^- . Соотношения между b_n и a_n для четырёхполюсников могут быть записаны в виде

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2, \quad (2.15)$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \quad (2.16)$$

В общем случае для схемы с n парами полюсов имеем

$$\mathbf{b} = \mathbf{S} \mathbf{a}, \quad (2.17)$$

где $\mathbf{S}$ — матрица размером $n \times n$ (для четырёхполюсника эта матрица имеет размер 2×2), называемая матрицей рассеяния схемы.

Средняя мощность на входе l может быть найдена из (2.13) и (2.14). Для этого v_n и i_n на основании теории линий передачи запишем в следующем виде:

$$v_n = v_n^+ + v_n^- = \overline{Z_{0n}}(a_n + b_n), \quad (2.18)$$

$$i_n = \frac{1}{Z_{0n}}(v_n^+ - v_n^-) = \frac{1}{\sqrt{Z_{0n}}}(a_n - b_n) \quad (2.19)$$

Мощность на входе l определяется формулой

$$W_n = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(v_n i_n^*) = \frac{1}{2}(a_n a_n^* - b_n b_n^*) \quad (2.20)$$

Отсюда видно, что мощность W_n равна разности мощностей падающей (1/2 $a_n a_n^*$) и отраженной (1/2 $b_n b_n^*$) волн на входе l .

Достоинства математического описания цепей с помощью S-матрицы. Первое достоинство такого описания цепей заключается в простой возможности измерений S-параметров. Рассмотренные ранее $ABCD$ -параметры на СВЧ трудно измерять. На низких частотах эти измерения проводятся путем измерения напряжения и (или) тока на одном из входов при разомкнутом или короткозамкнутом втором входе. На СВЧ чрезвычайно трудно реализовать идеальную разомкнутую нагрузку и также трудно точно установить местоположение короткого замыкания. В противоположность этому S-параметры четырехполюсников измеряются при подключении к одному или другому входу нормирующего сопротивления Z_0 (обычно 50 Ом). Обычно измеряемые на СВЧ величины, такие как коэффициенты отражения и коэффициенты передачи, непосредственно выражаются через параметры рассеяния.

Другое важное достоинство использования S-матриц состоит в следующем: S-параметры определяются на основе распространяющейся волны, в отличие от токов или напряжений волновые переменные не изменяются по амплитуде при движении вдоль линии без потерь. Это позволяет измерять S-параметры исследуемого устройства на некотором расстоянии от его физического местоположения. Влияние вспомогательной линии с малыми потерями может быть учтено изменением измеренного значения фазы. Это эквивалентно сдвигу плоскости отсчета. В противоположность этому $ABCD$ -параметры, как и Z - или Y -параметры, изменяются при движении вдоль линии не только по фазе, но и по амплитуде.

Приведем некоторые важнейшие свойства S-матрицы

1) для взаимных цепей S-матрица симметрична, т. е.

$$S = S^t, \quad (2.21)$$

где индекс t означает транспонирование матрицы

2) для пассивных цепей без потерь

$$\sum_{n=1}^N |S_{ln}|^2 = \sum_{n=1}^N S_{ln} S_{ln}^* = 1 \quad (2.22)$$

для всех $l = 1, 2, \dots, N$. Уравнение (2.22) является прямым следствием закона сохранения энергии пассивных цепей без потерь,

3) в пассивных цепях без потерь

$$\sum_{n=1}^N S_{ns} S_{nr}^* = 0 \quad (\text{для всех } s, r = 1, 2, \dots, N, s \neq r) \quad (2.23)$$

Условия (2.22) и (2.23) ограничивают число независимых элементов в матрице рассеяния размером $N \times N$ до $N(N+1)/2$. Матрица, удовлетворяющая этим двум условиям, называется унитарной. На языке матричных операций эти условия имеют вид

$$A^* = [A]^{-1} \quad (2.24)$$

Это уравнение означает, что в случае пассивной цепи без потерь комплексно сопряженная матрица рассеяния является обратной транспонированной исходной матрицы.

Примеры матриц рассеяния. Примеры S-матриц некоторых наиболее распространенных четырехполюсников приведены в приложении 2.1. Там же приведены $ABCD$ - и T -параметры этих компонентов. S-матрица линии передачи без потерь (приложение 2.1, строка 1) может использоваться для нахождения S-матрицы исследуемой цепи в тех случаях, когда плоскость отсчета какого-либо из ее входов сдвинута из-за подключения к этому входу линии передачи (или волновода). Можно показать, что если к j -му входу подключения добавочная линия длиной l , то каждый из коэффициентов S_{ij} или S_{ji} (т. е. элементы матрицы, имеющие индекс j) должен быть умножен на коэффициент $e^{-j\beta l}$, а коэффициент S_{ji} должен умножаться на множитель $e^{+j\beta l}$.

2.2. СВЯЗЬ S-МАТРИЦ С ДРУГИМИ МАТРИЦАМИ

Связь между S-матрицей и $ABCD$ -матрицей. Рассмотренные ранее S-параметры неудобны при анализе каскадно соединенных цепей. В таких случаях S-параметры желательно преобразовать в $ABCD$ -параметры. Для такого преобразования могут использоваться следующие уравнения

Уравнения перехода от S-матрицы к $ABCD$ -матрице.

$$A = (1 + S_{11} - S_{22} - \Delta S) / \overline{Z_{01}} \overline{Z_{02}} (2S_{21}), \quad (2.25)$$

$$B = (1 + S_{11} + S_{22} + \Delta S) / \overline{Z_{01}} \overline{Z_{02}} (2S_{21}), \quad (2.26)$$

$$C = (1 - S_{11} - S_{22} + \Delta S) / (2S_{21} \sqrt{Z_{01}} \overline{Z_{02}}), \quad (2.27)$$

$$D = (1 - S_{11} - S_{22} - \Delta S) / \overline{Z_{02}} \overline{Z_{01}} (2S_{21}), \quad (2.28)$$

где Z_{01} и Z_{02} — нормирующие сопротивления для S-параметров на входах 1 и 2 соответственно, а

$$\Delta S = (S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}) \quad (2.29)$$

Заметим, что если $S_{21} = 0$, то $ABCD$ -параметры становятся неопределенными. Параметр S_{21} представляет собой коэффициент прямой передачи и в СВЧ цепях он редко бывает равным нулю.

Уравнения перехода от $ABCD$ -матрицы к S -матрице.

$$S_{11} = \frac{AZ_{02} + B - CZ_{01}Z_{02} - DZ_{01}}{AZ_{02} + B + CZ_{01}Z_{02} + DZ_{01}}, \quad (2.30)$$

$$S_{12} = \frac{2(AD - BC) \sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{AZ_{02} + B + CZ_{01}Z_{02} + DZ_{01}}, \quad (2.31)$$

$$S_{21} = \frac{2 \sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{AZ_{02} + B + CZ_{01}Z_{02} + DZ_{01}}, \quad (2.32)$$

$$S_{22} = \frac{-AZ_{02} + B - CZ_{01}Z_{02} + DZ_{01}}{AZ_{02} + B + CZ_{01}Z_{02} + DZ_{01}} \quad (2.33)$$

Для взаимных цепей член $(AD - BC)$ в формуле (2.31) равен единице и, следовательно, S_{12} становится равным S_{21} .

Соотношение между S -матрицей и Y - и Z -матрицами. Если напряжения и токи (направленные внутрь) обозначить векторами v и i соответственно, матрицы проводимости и сопротивления определяются выражениями

$$i = Yv, \quad v = Zi, \quad (2.34)$$

где

$$Z = Y^{-1} \quad (2.35)$$

Входные напряжения и токи связаны с волновыми переменными a_n и b_n формулами (2.18) и (2.19) соответственно. Отсюда могут быть найдены соотношения между S -матрицами [6].

Уравнения перехода от S -матрицы к Z -матрице. S -матрица может быть найдена из Z -матрицы с помощью следующего соотношения

$$S = \sqrt{V_0} (Z - Z_0) (Z + Z_0)^{-1} \sqrt{V_0}, \quad (2.36)$$

где Z_0 , $\sqrt{V_0}$ и $\sqrt{V_0}$ — диагональные матрицы с элементами диагоналей $Z_{01}, Z_{02}, \dots, Z_{0N}$, $\sqrt{V_{01}}, \sqrt{V_{02}}, \dots, \sqrt{V_{0N}}$, $1/\sqrt{Z_{01}}, 1/\sqrt{Z_{02}}, \dots, 1/\sqrt{Z_{0N}}$ соответственно, $Z_{01}, Z_{02}, \dots, Z_{0N}$ представляют собой нормирующие сопротивления различных входов схемы.

Уравнения перехода от Y -матрицы к S -матрице. Для преобразования Y -матрицы в S -матрицу используется соотношение [6]

$$S = \sqrt{V_0} (Y_0 - Y) (Y_0 + Y)^{-1} \sqrt{V_0}, \quad (2.37)$$

где Y_0 — диагональная матрица нормирующих проводимостей различных входов с элементами диагонали, равными $1/Z_{01}, 1/Z_{02}, \dots, 1/Z_{0N}$.

Из этих соотношений нетрудно получить выражения Z - и Y -матриц через S -матрицу

$$Z = \sqrt{V_0} (I + S) (I - S)^{-1} \sqrt{V_0}, \quad (2.38)$$

$$Y = \sqrt{V_0} (I - S) (I + S)^{-1} \sqrt{V_0}. \quad (2.39)$$

где I — единичная матрица.

2.3 МАТРИЦЫ ПЕРЕДАЧИ

Рассмотренная ранее матрица рассеяния неудобна для анализа цепей, состоящих из каскадно соединенных четырехполюсников. Как же говорилось, в этих случаях S -матрица может быть преобразована в $ABCD$ -матрицу. Возможен и другой путь анализа каскадных схем,

при котором используется новый набор параметров рассеяния (на основе волновых переменных) со свойствами, аналогичными свойствам $ABCD$ -матриц относительно умножения матриц при каскадировании элементов. Неудобство каскадирования при использовании S -матриц является результатом того, что не все переменные на входе являются независимыми. Действительно, переменные b_1 и b_2 зависят от независимых переменных a_1 и a_2 . Если параметры рассеяния расположить аналогично $ABCD$ -параметрам, чтобы на входе I все параметры были независимыми переменными (a_1 и b_1), а выходные волны были независимыми (a_2 и b_2), то полученный набор параметров будет обладать свойствами, аналогичными свойствам набора $ABCD$ -параметров. Таким путем для четырехполюсников определен новый набор параметров, называемых параметрами передачи, или T -параметрами [6, 7]

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Определенные таким путем T -параметры связаны с S -параметрами следующими соотношениями

$$T_{11} = (-S_{11}S_{22} + S_{12}S_{21})/S_{21}, \quad (2.41)$$

$$T_{12} = S_{11}S_{21}, \quad (2.42)$$

$$T_{21} = -S_{22}/S_{21}, \quad (2.43)$$

$$T_{22} = 1/S_{21} \quad (2.44)$$

Как и в случае $ABCD$ -параметров, T -параметры становятся неопределенными, если коэффициент прямой передачи $S_{21} = 0$.

Значения T -параметров для различных четырехполюсников могут быть получены по формулам (2.41) — (2.44). Для каскадных цепей T -параметры полной схемы получают перемножением T -матриц отдельных компонентов схемы. Матрица рассеяния полной схемы может быть найдена из T -матрицы по следующим формулам

$$S_{11} = T_{12}/T_{22}, \quad (2.45)$$

$$S_{12} = T_{11} - (T_{12}T_{21}/T_{22}), \quad (2.46)$$

$$S_{21} = 1/T_{22}, \quad (2.47)$$

$$S_{22} = -T_{21}/T_{22} \quad (2.48)$$

Для того чтобы можно было осуществить преобразование T -матрицы в S -матрицу, параметр T_{22} не должен быть равным нулю.

T -параметры взаимных четырехполюсников удовлетворяют соотношению

$$T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21} = 1, \quad (2.49)$$

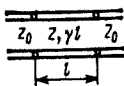
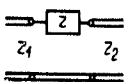
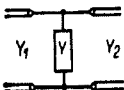
которое аналогично соотношению $AD - BC = 1$ для $ABCD$ -параметров. Если цепь со стороны входа и выхода идентична, то $S_{12} = S_{22}$, что приводит к формуле

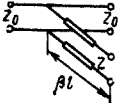
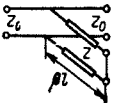
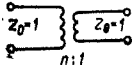
$$T_{21} = -T_{12}. \quad (2.50)$$

Преобразование матриц рассеяния в T -матрицы более предпочтительно, чем в $ABCD$ -матрицы по следующим причинам. Вычислительные затраты при преобразовании S -матриц в T -матрицы оказываются несколько меньшими, чем при преобразовании S -матриц в $ABCD$ -матрицы. Кроме того, T -параметры определяются через волновые переменные, нормированные относительно волновых сопротивлений входов точно так же, как и S -параметры. Это облегчает переход от одного типа описания схемы к другому.

T -параметры легко получить из S -параметров или непосредственно из уравнений для линий передачи и законов Кирхгофа. Для некоторых компонентов T -матрицы приведены в приложении 2.1.

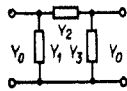
Рассмотренные в этой главе три типа математического описания СВЧ схем используются в процессе машинного анализа и проектирования СВЧ устройств, описанных в последующих главах.

Элемент	ABCD-матрица	S-матрица	T-матрица
1. Отрезок линии передачи 	$\begin{bmatrix} \text{Ch} & Z_0 \text{Sh} \\ \frac{\text{Sh}}{Z_0} & \text{Ch} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} (Z^2 - Z_0^2) \text{Sh} & 2ZZ_0 \\ 2Z Z_0 & (Z^2 - Z_0^2) \text{Sh} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \text{Ch} - \frac{Z^2 + Z_0^2}{2ZZ_0} \text{Sh} & \frac{Z^2 - Z_0^2}{2ZZ_0} \text{Sh} \\ -\frac{Z^2 - Z_0^2}{2ZZ_0} \text{Sh} & \text{Ch} + \frac{Z^2 + Z_0^2}{2ZZ_0} \text{Sh} \end{bmatrix},$
где $\text{Sh} = \text{sh } \gamma l$; $\text{Ch} = \text{ch } \gamma l$; $D_s = 2Z Z_0 \text{Ch} + (Z^2 + Z_0^2) \text{Sh}$			
2. Последовательное сопротивление 	$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} Z + Z_2 - Z_1 & 2\sqrt{Z_1 Z_2} \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} & Z + Z_1 - Z_2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_t} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 - Z & Z_2 - Z_1 + Z \\ Z_2 - Z_1 - Z & Z_1 + Z_2 - Z \end{bmatrix},$
где $D_s = Z + Z_1 + Z_2$; $D_t = 2\sqrt{Z_1 Z_2}$			
3. Параллельная проводимость 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} Y_1 - Y_2 - Y & 2\sqrt{Y_1 Y_2} \\ 2\sqrt{Y_1 Y_2} & Y_2 - Y_1 - Y \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_t} \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 - Y & Y_1 - Y_2 - Y \\ Y_1 - Y_2 + Y & Y_1 + Y_2 + Y \end{bmatrix},$
где $D_s = Y + Y_1 + Y_2$; $D_t = 2\sqrt{Y_1 Y_2}$			

Элемент	ABCD-матрица	S-матрица	T-матрица
4. Разомкнутый шлейф, параллельно включенный в линию 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{jZT} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} -1 & D_s - 1 \\ D_s - 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 - \frac{Z_0}{2Z} T & -j \frac{Z_0}{2Z} T \\ j \frac{Z_0}{2Z} T & 1 + j \frac{Z_0}{2Z} T \end{bmatrix},$
	где $T = \tan \beta l$; $D_s = 1 + 2jZT/Z_0$		
5. Короткозамкнутый шлейф, параллельно включенный в линию 	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{jT}{Z} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} 1 & D_s + 1 \\ D_s + 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 + j \frac{Z_0}{2ZT} & j \frac{Z_0}{2ZT} \\ -j \frac{Z_0}{2ZT} & 1 - j \frac{Z_0}{2ZT} \end{bmatrix},$
	где $T = \tan \beta l$; $D_s = -1 + 2jZ/(Z_0 T)$		
6. Идеальный трансформатор 	$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n^2 + 1} \begin{bmatrix} n^2 - 1 & 2n \\ 2n & 1 - n^2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2n} \begin{bmatrix} n^2 + 1 & n^2 - 1 \\ n^2 - 1 & n^2 + 1 \end{bmatrix}$

Элемент	ABCD-матрица не норм	S-матрица норм	T-матрица норм
---------	--------------------------------	--------------------------	--------------------------

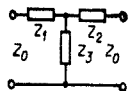
7. П-образная схема



$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_2}{Y_3} & \frac{1}{Y_3} \\ \frac{D}{Y_3} & 1 + \frac{Y_1}{Y_3} \end{bmatrix} \quad \frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} Y_0^2 - P Y_0 - D & 2 Y_0 Y_3 \\ 2 Y_0 Y_3 & Y_0^2 + P Y_0 - D \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2 Y_0 Y_3} \begin{bmatrix} -Y_0^2 + Q Y_0 - D & Y_0^2 - P Y_0 - D \\ -Y_0^2 - P Y_0 + D & Y_0^2 + Q Y_0 + D \end{bmatrix},$$

где $D_s = Y_0^2 + Q Y_0 + D$; $D = Y_1 Y_2 + Y_2 Y_3 + Y_3 Y_1$; $Q = Y_1 + Y_2 + 2 Y_3$; $P = Y_1 - Y_2$

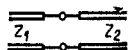
8. T-образная схема



$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & \frac{D}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix} \quad \frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} -Z_0^2 + P Z_0 + D & 2 Z_0 Z_3 \\ 2 Z_0 Z_3 & -Z_0^2 - P Z_0 + D \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2 Z_0 Z_3} \begin{bmatrix} -Z_0^2 + Q Z_0 - D & -Z_0^2 + P Z_0 + D \\ Z_0^2 + P Z_0 - D & Z_0^2 + Q Z_0 + D \end{bmatrix},$$

где $D_s = Z_0^2 + Q Z_0 + D$; $D = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1$; $Q = Z_1 + Z_2 + 2 Z_3$; $P = Z_1 - Z_2$

9. Скачок волнового сопротивления



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{D_s} \begin{bmatrix} Z_2 - Z_1 & 2 \sqrt{Z_1 Z_2} \\ 2 \sqrt{Z_1 Z_2} & Z_1 - Z_2 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{D_t} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix},$$

где $D_s = Z_1 + Z_2$; $D_t = 2 \sqrt{Z_1 Z_2}$

10. Атенкуатор на α децибел



$$\begin{bmatrix} \frac{A+B}{2} & Z_0 \left(\frac{A-B}{2} \right) \\ \frac{A-B}{2 Z_0} & \frac{A+B}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & B \\ B & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix},$$

где $A = 10^{\alpha/20}$; $B = 1/A$

Часть II

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СВЧ УСТРОЙСТВ

Глава 3 ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В диапазоне СВЧ используется большое количество разнообразных линий передачи. К ним относятся коаксиальные [1], полосковые [2—8], микрополосковые [9], щелевые [9], копланарные [9], связанные полосковые [2] и связанные микрополосковые линии [9]. Эти линии передачи применяются наиболее часто. Их поперечные сечения показаны на рис. 3.1. Полуволновые, четвертьволновые и 1/8-волновые отрезки этих линий являются основными элементами большинства СВЧ устройств. Линии передачи характеризуются волновым сопротивлением и постоянной распространения (т. е. фазовой скоростью и постоянной затухания), которые определяются физическими параметрами структуры (как, например, геометрия поперечного сечения) и свойствами используемых диэлектрических и проводящих материалов.

В настоящей главе приведены приближенные формулы, пригодные для расчета линий передачи этих типов. Максимальная погрешность используемых приближений составляет 2...5 %. При моделировании СВЧ устройств эти погрешности расчетных формул могут учитываться точно так же, как и погрешности, возникающие из-за неточности изготовления. Тем не менее более точно рассчитать значения параметров можно с помощью численных методов анализа, рекомендации по которым также приводятся.

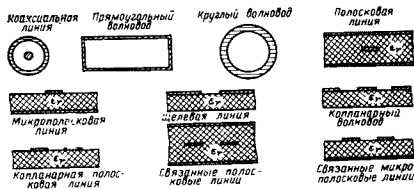


Рис. 3.1. Линии передачи, наиболее широко используемые в СВЧ устройствах



Рис. 3.2. Линии передачи, используемые в СВЧ устройствах менее широко

Кроме рассматриваемых в этой главе линий передачи имеются и другие типы линий, применяемые менее широко. К ним относятся микрополосковая линия с подвешенной подложкой [10—11], перевернутая микрополосковая линия [12], диэлектрический волновод [16], «плавниковая» линия [14], H-образный волновод [15] и полосковый диэлектрический волновод [13]. Поперечные сечения этих типов линий показаны на рис. 3.2, а их характеристики приведены в цитируемой литературе.

3.1. КОАКСИАЛЬНЫЕ ЛИНИИ

Основным типом волны, распространяющейся в коаксиальной линии, показанной на рис. 3.3а, является поперечная электромагнитная Т-волна. Для любых не имеющих потерь линий с Т-волной волновое сопротивление и фазовая скорость определяются выражениями

$$Z_0 = V \sqrt{L/C}, \quad (3.1)$$

$$v_\phi = 1/\sqrt{LC}, \quad (3.2)$$

где L и C — погонные значения индуктивности и емкости линии (на единицу длины). Используя формулы (3.1) и (3.2), можно выразить волновое сопротивление Z_0 через фазовую скорость и погонную емкость:

$$Z_0 = 1/(v_\phi C). \quad (3.3)$$

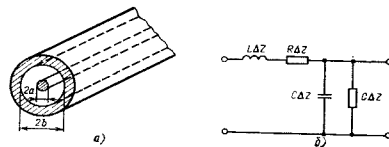


Рис. 3.3. Коаксиальная линия (а) и эквивалентная схема отрезка линии длиной Δz (б)

Если линия однородно заполнена диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r , то

$$v_0 = c/\sqrt{\epsilon_r}, \quad (3.4)$$

где c — скорость распространения электромагнитной волны в свободном пространстве. В тех случаях, когда диэлектрик не заполняет линию полностью, соотношение (3.4) может быть записано в виде

$$v_0 = c/\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}, \quad (3.5)$$

где $\epsilon_{\text{эф}}$ — эффективная диэлектрическая проницаемость, связанная с емкостью линии выражением

$$\epsilon_{\text{эф}} = C/C_0, \quad (3.6)$$

где C_0 — погонная емкость линии, в которой диэлектриком является воздух.

Понятие эффективной диэлектрической проницаемости может применяться во всех случаях частично заполненных структур, в которых распространяется Т-волна (или близкая к Т-волне). Это понятие используется в микрополосных линиях и копланарных линиях, рассматриваемых далее. Для таких линий можно записать

$$Z_0 = \sqrt{C_0/C} Z_0^*, \quad (3.7)$$

$$\beta = \beta_0 \sqrt{C/C_0}, \quad (3.8)$$

где Z_0^* и β_0 — соответственно волновое сопротивление и фазовая постоянная для линий, в которых диэлектриком служит воздух.

Если учитывать потери, то для Т-волны применимы соотношения

$$Z_0 = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)}, \quad (3.9)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}, \quad (3.10)$$

где R и G — погонные значения (на единицу длины) последовательного сопротивления и параллельной проводимости линии передачи.

Параметры R , L , G , C являются компонентами эквивалентной схемы отрезка линии передачи, показанной на рис. 3.3б. В выражениях (3.9), (3.10) γ — постоянная распространения (α — постоянная затухания, β — фазовая постоянная) и ω — угловая частота. Если потери пренебрежимо малы, то уравнения (3.9), (3.10) совпадают с (3.1) и (3.2) соответственно.

Параметры Z_0 и γ коаксиальной линии [1]. Погонные значения емкости и индуктивности коаксиальной линии могут быть получены из анализа статического поля:

$$C = 2\pi\epsilon/\ln(b/a), \quad (3.11)$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a), \quad (3.12)$$

где ϵ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; b — внутренний радиус внешнего проводника; a — радиус внутреннего проводника.

Используя (3.11), волновое сопротивление линии с малыми потерями можно записать в виде

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \ln(b/a), \quad (3.13)$$

где $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ — волновое сопротивление среды заполнения. Для воздушного диэлектрика имеем

$$Z_0 = 60 \ln(b/a), \quad (3.14)$$

где Z_0 — в омах.

Полное значение последовательного сопротивления рассчитывается по формуле

$$R = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right), \quad (3.15)$$

где R_s — поверхностное сопротивление проводника.

Погонная проводимость может быть рассчитана по формуле

$$G = 2\pi\sigma/\ln(b/a) = 2\pi\sigma\epsilon_r \lg \delta/\ln(b/a), \quad (3.16)$$

где σ — проводимость, а $\lg \delta$ — тангенс угла потерь диэлектрика. Коэффициенты затухания (Нп/м), определяемые значениями R и G , могут быть рассчитаны по следующим формулам: в проводниках

$$\alpha_{\text{пр}} = R/(2Z_0), \quad (3.17)$$

в диэлектрике

$$\alpha_d = GZ_0/2 = \sigma\eta/2 = \pi \sqrt{\epsilon_r} \lg \delta/\lambda_0, \quad (3.18)$$

Суммарное затухание, выраженное в децибелах на метр, составляет 8,686 ($\alpha_{\text{пр}} + \alpha_d$).

Как видно из формулы (3.15), значение R и, следовательно, затухание уменьшаются с возрастанием b и a . Увеличение этих размеров ограничивается возможностью возникновения волн высших типов. С этой точки зрения наиболее опасной является низший тип Н-волны — волна типа H_{01} . Критическая длина для волны этого типа определяется формулой

$$\lambda_{\text{кр}} \approx 2\pi \left(\frac{b+a}{2} \right), \quad (3.19)$$

т. е. рез происходит при длине волны, приблизительно равной длине средней окружности.

3.2. ВОЛНОВОДЫ [1]

Широкое применение находят волноводы прямоугольного и круглого поперечного сечений. В данном разделе рассматриваются эти волноводы.

Геометрия прямоугольного волновода и используемая система координат показаны на рис. 34а. В результате решения волнового уравнения при соответствующих граничных условиях можно получить [1]

$$\gamma = \sqrt{k_{кр}^2 - k^2} = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}, \quad (3 20)$$

где γ — постоянная распространения; $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$ — волновое число для диэлектрика, занимающего безграничное пространство; v — фазовая скорость в диэлектрике. Критическое значение волнового числа $k_{кр}$ и критическая частота $f_{кр}$ определяются соотношением

$$(k_{кр})_{m,n} = 2\pi (f_{кр})_{m,n} \sqrt{\mu\epsilon} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (3 21)$$

где m и n определяют тип волны $H_{m,n}$ или $E_{m,n}$.

Из (3 20) видно, что для $f > f_{кр}$ постоянная распространения является чисто мнимой величиной ($\gamma = j\beta$). Фазовая скорость v и длина волны в волноводе λ_w рассчитываются по значению β .

Волна, распространяющаяся в волноводе, не является Т-волной, и поэтому волновое сопротивление не может быть определено однозначно. Для таких структур волновое сопротивление Z_0 может быть определено одним из способов — путем использования отношения напряжения к току или значения передаваемой мощности при заданном напряжении (или токе)

$$Z_0(v, i) \sim \frac{v}{i}, \text{ или } Z_0(W, i) = \frac{2W}{i i^*}, \text{ или } Z_0(W, v) = \frac{vv^*}{2W} \quad (3 22)$$

Для линий с Т-волной все эти определения идентичны, но для волноводов они приводят к трем различным значениям волнового сопротивления. Все эти значения волнового сопротивления могут быть выражены через удельное волновое сопротивление Z_z , определяемое отноше-

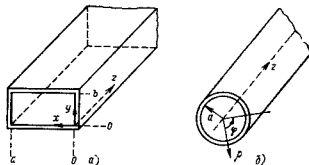


Рис. 34 Прямоугольный (а) и круглый (б) волноводы

нием поперечных составляющих электрического и магнитного полей. Удельное волновое сопротивление для Н-волны определяется формулой

$$Z_z(H) = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (\omega_{кр}/\omega)^2}}, \quad (3 23)$$

для Е-волны

$$Z_z(E) = \beta/(\omega\epsilon) = \eta \sqrt{1 - (\omega_{кр}/\omega)^2} \quad (3 24)$$

Волновое сопротивление для основного типа Н-волны в прямоугольном волноводе рассчитывается далее. В формулах (3.22) v — максимальное напряжение между нижней и верхней стенками волновода, i — суммарный продольный ток в широкой стенке. Все три значения, определяемые формулами (3 22), могут быть выражены через удельное волновое сопротивление

$$Z_0(v, i) = Z_z \pi b / (2a), \quad (3 25)$$

$$Z_0(W, i) = Z_z \pi^2 b / (8a), \quad (3 26)$$

$$Z_0(W, v) = Z_z 2b/a \quad (3 27)$$

Затухание в волноводе определяется главным образом неидеальностью проводников стенок волновода. Для волн различных типов затухание волновода (дБ/м) может быть рассчитано по следующим формулам:

$$(\alpha_{np})_{H_{m0}} = \frac{8,686 R_s}{b\eta \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}} \left[1 + \frac{2b}{a} (f_{кр}/f)^2 \right] \quad (3 28)$$

$$(\alpha_{np})_{H_{mn}} = \frac{1,737 R_s}{b\eta \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}} \left\{ (1 + b/a) (f_{кр}/f)^2 + [1 - (f_{кр}/f)^2] \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} m^2 + n^2 \right) / \left(\frac{b^2 m^2}{a^2} + n^2 \right) \right] \right\}, \quad (n \neq 0) \quad (3 29)$$

$$(\alpha_{np})_{E_{mn}} = \frac{1,737 R_s}{b\eta \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}} \{ j m^2 (b/a)^3 + n^2 / [m^2 (b/a)^2 + n^2] \} \quad (3 30)$$

3.2.2 КРУГЛЫЕ ВОЛНОВОДЫ

Постоянная распространения и волновое сопротивление волноводов с круглым поперечным сечением (рис. 3 4б) также определяются формулами (3 20), (3 23) и (3 24) соответственно. Критическая частота $f_{кр}$ может быть рассчитана по значению критического волнового числа $k_{кр}$, которое для Е-волны определяется формулой

$$(k_{кр})_{n,1} = p_n / a, \quad (3 31)$$

где $p_{n,1}$ — 1-й нуль функции $J_n(x)$, a — радиус волновода.

Для Н-волны имеем

$$(k_{кр})_{n,1} = p'_n / a, \quad (3 32)$$

где $p'_{n,1}$ — 1-й нуль функции $J'_n(x)$.

Затухание (дБ/м), вызванное конечной проводимостью стенок волновода, определяется следующими соотношениями
Для волны Е-типа

$$\alpha_{n,l} = 8,686 \frac{R_s}{a\eta} \frac{1}{\sqrt{1-(f_{kp}/f)^2}} \quad (3.33)$$

Для волн Н-типа

$$\alpha_{n,l} = 8,686 \frac{R_s}{a\eta} \frac{1}{\sqrt{1-(f_{kp}/f)^2}} \left\{ (f_{kp}/f)^2 + \frac{n^2}{(\rho_n^+)^2 - n^2} \right\} \quad (3.34)$$

3.3. ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ [4—6]

Симметричная полосковая линия, показанная на рис. 3.5а, является одной из наиболее часто используемых линий передачи СВЧ диапазона. Основным типом волны симметричной полосковой линии является Т-волна. Все ее конструктивные параметры могут быть полностью определены на основе электростатического анализа

Анализ симметричной полосковой линии существенно упрощается, если толщину центрального полоскового проводника t считать пренебрежимо малой. Кон [4] методом конформных отображений получил выражения для емкости симметричной полосковой линии с нулевой толщиной центрального полоскового проводника ($t = 0$). Эти результаты использованы для получения формулы волнового сопротивления, Ом,

$$Z_0 \sqrt{\epsilon_r} = 30\pi \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (3.35)$$

где $k = th (\pi W / (2b))$; K — полный эллиптический интеграл первого рода, K' — дополнительная функция, определяемая уравнением

$$K'(k) = K(k'), \quad k' = \sqrt{1-k^2} \quad (3.36)$$

Если использовать аппроксимацию для отношения K/K' вида

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \left[\frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}} \right) \right]^{-1} \quad \text{для } 0 \leq k \leq 0,7, \quad (3.37)$$

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \left[\frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} \right) \right]^{-1} \quad \text{для } 0,7 < k < 1, \quad (3.38)$$

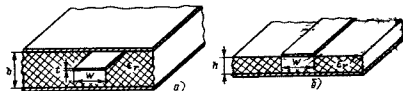


Рис. 3.5 Полосковая (а) и микрополосковая (б) линии

для волнового сопротивления может быть получено простое выражение. Погрешность этой аппроксимации составляет $8 \cdot 10^{-6}$. Эти формулы позволяют рассчитать практически точное значение волнового сопротивления Z_0 .

Симметричные полосковые линии с полосковым проводником конечной толщины рассматривались многими авторами [2,5—7]. Наиболее точными являются приближенные формулы, приведенные в работе [7]:

$$Z_0 \sqrt{\epsilon_r} = 30 \ln \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \frac{b-t}{W'} \left[\frac{8}{\pi} \frac{b-t}{W'} + \sqrt{\left(\frac{8}{\pi} \frac{b-t}{W'} \right)^2 + 6,27} \right] \right\} \quad (3.39)$$

и

$$\frac{W'}{b-t} = \frac{W}{b-t} + \frac{\Delta W}{b-t} \quad (3.40)$$

$$\frac{\Delta W}{b-t} = \frac{x}{\pi(1-x)} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{x}{2-x} \right)^2 + \left(\frac{0,0796x}{W'/b+1,1x} \right)^m \right] \right\} \quad (3.41a)$$

$$m = 2 \left[1 + \frac{2}{3} \frac{x}{1-x} \right]^{-1}, \quad x = t/b \quad (3.41b)$$

Для $W'/(b-t) < 10$ погрешность расчета по формулам (3.39) — (3.41) составляет не более 0,5 %.

Уравнения для полосковых линий. Для расчета, конструирования и оптимизации устройств на симметричных полосковых линиях необходимо получить уравнения, позволяющие определить ширину полоски W для заданного значения волнового сопротивления линии с параметрами b , ϵ_r и t . Для полоски нулевой толщины значение отношения W/b в функции Z_0 и ϵ_r можно получить из формул (3.35) и (3.36):

$$\frac{W}{b} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Arth} \sqrt{k}, \quad (3.42)$$

и

$$k = \begin{cases} \sqrt{1 - \left[\frac{e^{\pi x} - 2}{e^{\pi x} - 2} \right]^4} & \text{для } x \geq 1, \\ \left[\frac{e^{\pi x} - 2}{e^{\pi x} - 2} \right]^2 & \text{для } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

при $x = Z_0 \sqrt{\epsilon_r} / (30\pi)$

При $t \neq 0$ уравнения для W/b можно получить из формулы (3.39) [6]:

$$\frac{W}{b} = \frac{W_0}{b} - \frac{\Delta W}{b},$$

где

$$\frac{W_0}{b} = \frac{8(1-x)}{\pi} \frac{\sqrt{e^A + 0.568}}{e^A - 1}, \quad A = \frac{Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}{30\lambda}, \quad (3.43)$$

$$\frac{\Delta W}{b} = \frac{x}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{x}{2-x} \right)^2 + \left(\frac{0.0796x}{W_0 b - 0.26x} \right)^m \right] \right\} \quad (3.44)$$

Величины x и m определены в (3.41б)

Потери в полосковых линиях. Суммарные потери полосковой линии, определяющиеся коэффициентом затухания α , как и для других типов линий передачи, могут быть разделены на две составляющие — потери в проводниках и в диэлектрике

$$\alpha = \alpha_{\text{пр}} + \alpha_d \quad (3.45)$$

Потери в проводниках определяются возрастанiem индуктивности, обусловленным проникновением магнитного поля в проводник [17]. Для полосковой линии эти потери (дБ/м) могут быть рассчитаны по формуле [3]

$$\alpha_{\text{пр}} = \frac{0.0231 R_s \sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} \left[\frac{\partial Z_0}{\partial b} - \frac{\partial Z_0}{\partial W} - \frac{\partial Z_0}{\partial t} \right], \quad (3.46)$$

где $R_s = \sqrt{\pi/\mu_0 \rho}$ — поверхностное сопротивление проводника, Ом/□; ρ — удельное сопротивление проводника

Используя выражения (3.39) — (3.42) для Z_0 , получаем

$$\alpha_{\text{пр}} = \frac{0.0231 R_s \sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} \frac{\partial Z_0}{\partial W} \left\{ 1 - \frac{2W}{b-t} - \frac{1}{\pi} \left[\frac{3x}{2-x} + \ln \frac{x}{2-x} \right] \right\}. \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial Z_0}{\partial W} = \frac{30e^{-A}}{W \sqrt{\epsilon_r}} \left[\frac{3.135}{Q} - \left(\frac{8}{b-t} \right)^2 (1+Q) \right] \quad (3.48)$$

$$Q = \sqrt{1 + 6.27 \left(\frac{\pi}{8} \frac{W}{b-t} \right)^2} \quad (3.49)$$

Здесь $\alpha_{\text{пр}}$ в дБ/м

Как видно из формулы (3.47), потери в проводниках для заданного значения волнового сопротивления Z_0 возрастают пропорционально квадратному корню из значения частоты (в соответствии с частотной зависимостью R_s).

Потери (дБ/м) в диэлектрике полосковой линии (или любой другой линии с Т-волной) определяются формулой [3]

$$\alpha_d = 27.3 \sqrt{\epsilon_r} \operatorname{tg} \delta / \lambda_0, \quad (3.50)$$

где $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла потерь в диэлектрике.

Из уравнения (3.50) видно, что потери в диэлектрике прямо пропорциональны частоте и $\operatorname{tg} \delta$. На СВЧ потери в диэлектрике, как правило, малы по сравнению с потерями в проводниках. Однако в миллиметровом диапазоне потери в диэлектрике становятся сравнимыми с потерями

в проводниках, так как потери в диэлектрике с ростом частоты возрастают по линейному закону, в то время как потери в проводниках пропорциональны квадратному корню из частоты.

Максимальная рабочая частота в полосковой линии ограничена возможностью возбуждения волны Н-типа [8]. Для широких линий критическая частота (ГГц) Н-волны низшего типа определяется формулой

$$f_{\text{кр}} = \frac{15}{h \sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{(W/b + \pi/4)} \quad (3.51)$$

где W и b выражены в сантиметрах.

Отсюда видно, что критическая частота $f_{\text{кр}}$ уменьшается при увеличении расстояния между заземленными пластинами или увеличении диэлектрической постоянной.

4.1 МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ [9, 18]

Конфигурация микрополосковой линии показана на рис. 3.56. В отличие от симметричной полосковой линии микрополосковая линия является неоднородной линией передачи, так как не все силовые линии поля между полосковым проводником и заземленной пластиной проходят через подложку. Поэтому волна, распространяющаяся вдоль микрополоскового проводника, является не чисто Т-волной. Она является квази-Т волной. Ее фазовая скорость в микрополосковой линии определяется формулой (3.5). Отметим, что эффективная диэлектрическая постоянная $\epsilon_{\text{эф}}$ меньше диэлектрической постоянной подложки, так как эффективная диэлектрическая постоянная учитывает поле вне подложки. Известные численные методы расчета характеристик микрополосковых линий связаны с большим объемом вычислений. Для осуществления оптимизации при проектировании микрополосковых устройств необходимы выражения в замкнутой форме. В этом разделе приводится полный набор уравнений для расчета микрополосковых линий, который включает в себя выражения в замкнутой форме для расчета волнового сопротивления и эффективной диэлектрической постоянной для линии как с бесконечно тонким полосковым проводником ($t = 0$), так и с полосковым проводником конечной толщины ($t \neq 0$). Выражения приведены для линий без потерь и с потерями.

Волновое сопротивление и эффективная диэлектрическая постоянная. Выражения для волнового сопротивления Z_0 и эффективной диэлектрической постоянной $\epsilon_{\text{эф}}$ получены в замкнутой форме в работах [10, 19—21]. Здесь приведем выражения из работ [10, 19]

$$\left\{ \frac{\eta}{2\pi \sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}} \ln \left(\frac{8h}{W} + 0.25 \frac{W}{h} \right) \right. \text{ для } (W/h \leq 1), \quad (3.52a)$$

$$\left. \frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}} \left[\frac{W}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{W}{h} + 1.444 \right) \right]^{-1} \right\} \text{ для } (W/h \geq 1), \quad (3.52b)$$

где $\eta = 120\pi$ Ом;

$$\epsilon_{r0} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} (1 + 10h/W)^{-1/2}. \quad (3.52в)$$

Максимальная относительная погрешность расчета величин ϵ_{r0} и Z_0 по этим формулам не превышает 2%. Выражения для отношения W/h в зависимости от Z_0 и ϵ_r имеют вид для $A > 1,52$

$$W/h = \frac{8 \exp(A)}{\exp(2A) - 2}, \quad (3.53а)$$

для $A < 1,52$

$$W/h = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0,39 - \frac{0,61}{\epsilon_r} \right] \right\}, \quad (3.53б)$$

где

$$A = \frac{Z_0}{60} \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2} \right)^{1/2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0,23 + \frac{0,11}{\epsilon_r} \right),$$

$$B = \frac{60\pi^2}{Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$

Эти выражения также обеспечивают точность лучше 2%. В [20] приведены новые выражения в замкнутой форме, которые справедливы во всем диапазоне величин W/h , но обеспечивают меньшую точность расчета.

Приведенные здесь результаты получены для случая пренебрежимо малой толщины полоскового проводника. Однако практически конечная толщина полоски t влияет на характеристики. Тем не менее, если $t/h \leq 0,005$, теоретические значения, полученные для $t/h = 0$, превосходно совпадают с экспериментальными результатами.

Влияние толщины полоскового проводника. Имеется много выражений для расчета волнового сопротивления Z_0 и эффективной диэлектрической постоянной ϵ_{r0} , которые учитывают влияние толщины полосок. Простые и точные формулы для расчета значений Z_0 и ϵ_{r0} в микрополосковых линиях с полосковым проводником конечной толщины приведены в [22]:

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{r0}}} \ln \left(\frac{8h}{W_0} + 0,25 \frac{W_0}{h} \right) & \text{для } W/h < 1, \\ \frac{376,7}{\sqrt{\epsilon_{r0}}} \left[\frac{W_0}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left(\frac{W_0}{h} + 1,444 \right) \right]^{-1} & \text{для } W/h \geq 1, \end{cases} \quad (3.54а)$$

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{r0}}} \ln \left(\frac{8h}{W_0} + 0,25 \frac{W_0}{h} \right) & \text{для } W/h < 1, \\ \frac{376,7}{\sqrt{\epsilon_{r0}}} \left[\frac{W_0}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left(\frac{W_0}{h} + 1,444 \right) \right]^{-1} & \text{для } W/h \geq 1, \end{cases} \quad (3.54б)$$

и

$$\frac{W_0}{h} = \frac{W}{h} + \frac{\Delta W}{h}$$

$$\frac{\Delta W}{h} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{25}{h} \frac{t}{h} \left(1 - \ln \frac{4\pi W}{t} \right) & \text{для } W/h \leq 1/2\pi, \\ \frac{1}{\pi} \frac{25}{h} \frac{t}{h} \left(1 + \ln \frac{2h}{t} \right) & \text{для } W/h \geq 1/2\pi, \end{cases} \quad (3.55а)$$

$$\frac{\Delta W}{h} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{25}{h} \frac{t}{h} \left(1 - \ln \frac{4\pi W}{t} \right) & \text{для } W/h \leq 1/2\pi, \\ \frac{1}{\pi} \frac{25}{h} \frac{t}{h} \left(1 + \ln \frac{2h}{t} \right) & \text{для } W/h \geq 1/2\pi, \end{cases} \quad (3.55б)$$

$$\epsilon_{r0} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} F(W/h) - Q, \quad (3.56)$$

$$Q = \frac{\epsilon_r - 1}{4,6} \frac{t}{h} \frac{1}{\sqrt{W/h}}, \quad F(W/h) = (1 + 10h/W)^{-1/2} \quad (3.57)$$

Влияние дисперсии. Влияние частоты на эффективную диэлектрическую постоянную ϵ_{r0} (дисперсия) полностью описывается дисперсионной моделью, рассмотренной в работах [23, 24]. Влияние частоты на волновое сопротивление Z_0 рассматривалось различными авторами [25].

Результаты работы [25] для $Z_0(f)$ и работы [24] $\epsilon_{r0}(f)$ могут быть представлены в виде

$$Z_0(f) = Z_{0T} - \frac{Z_{0T} - Z_0}{1 + G(f/f_p)^2}, \quad (3.58)$$

$$\epsilon_{r0}(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{rT}}{1 + G(f/f_p)^2}, \quad (3.59)$$

где

$$G = \left[\frac{Z_0 - 5}{60} \right]^{1/2} + 0,004 Z_0, \quad (3.60)$$

$$f_p = 0,3976 Z_0 / h \quad (3.61)$$

В этих уравнениях f_p измеряется в гигагерцах, h — в миллиметрах, Z_0 — в омах, а Z_{0T} — волновое сопротивление полосковой линии шириной W и высотой $2h$. Величины Z_0 и ϵ_r — это квазистатистические величины, полученные ранее. В работе [26] сделан обзор различных численных методов, учитывающих частотную зависимость параметров микрополосковых линий. Опубликована также работа об аналитических методах учета дисперсии микрополосковых линий, в которой приведены выражения для ϵ_{r0} , через частотные зависимости емкостных и индуктивных параметров линии [27].

Потери. Выражения для суммарных потерь в замкнутой форме приведены в [28]. Формула потерь в проводниках α_{np} (дБ/м), полученная при использовании (3.54), может быть записана в виде

$$\alpha = \begin{cases} 1,384 \frac{R_s}{h Z_0} \frac{32 - (W_0/h)^2}{32 + (W_0/h)^2}, & (W/h < 1) \\ 6,1 \cdot 10^{-8} A \frac{R_s Z_0 \epsilon_{r0}}{h} \left\{ \frac{W_0}{h} + \frac{0,667 W_0/h}{W_0/h + 1,444} \right\}, & (W/h \geq 1), \end{cases} \quad (3.62а)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1,384 \frac{R_s}{h Z_0} \frac{32 - (W_0/h)^2}{32 + (W_0/h)^2}, & (W/h < 1) \\ 6,1 \cdot 10^{-8} A \frac{R_s Z_0 \epsilon_{r0}}{h} \left\{ \frac{W_0}{h} + \frac{0,667 W_0/h}{W_0/h + 1,444} \right\}, & (W/h \geq 1), \end{cases} \quad (3.62б)$$

где W_0/h определяется из (3 55),

$$A \approx 1 + \frac{h}{W_0} \left(1 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2B}{t} \right), \quad (3 63)$$

$$R_s = 1 / \pi f \mu_0 \rho; \quad (3 64)$$

$$B = \begin{cases} h & \text{для } (W/h \geq \frac{1}{2\pi}), \\ 2\pi W & \text{для } (W/h \leq \frac{1}{2\pi}) \end{cases}$$

ρ — удельное сопротивление полоскового проводника

Потери в диэлектрике α_d (дБ/м) определяются формулой

$$\alpha_d = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_r - 1}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{\lg d}{\lambda_0} \quad (3 65)$$

где $\lg d$ — тангенс угла потерь диэлектрика. Потери в диэлектрике обычно существенно меньше потерь в проводниках

3.5. ЩЕЛЕВАЯ ЛИНИЯ [9]

Щелевая линия (рис. 3.6) применяется в устройствах, где требуется обеспечить большое волновое сопротивление линии передачи, включение последовательных шлейфов и короткозамыкающих элементов, а также в интегральных микросхемах совместно с микрополосковыми линиями. В щелевой линии распространяется волна Н-типа. Известные методы анализа, описанные в литературе, не позволяют получить выражения в замкнутой форме для длины волны и волнового сопротивления щелевой линии. Это существенно затрудняет анализ и конструирование устройств, особенно при автоматизированном проектировании.

Выражения в замкнутой форме для волнового сопротивления и длины волны в щелевой линии может быть найдено путем аппроксимации соответствующих кривых, полученных численным расчетом по методу, изложенному в [29]. Здесь приведены выражения, полученные аппроксимацией кривых, найденных Коном [30]. Погрешность этих формул не превышает 2% для следующих значений параметров

$$\begin{aligned} 9,7 &< \epsilon_r \leq 20, \\ 0,02 &< W/h \leq 1,0, \\ 0,01 &< h/\lambda_0 \leq (h/\lambda_0)_{кр}. \end{aligned}$$

где $(h/\lambda_0)_{кр}$ — есть отношение h/λ_0 , соответствующее критической частоте для

поверхностной волны щелевой линии типа H_{10} . Это отношение определяется формулой

$$(h/\lambda_0)_{кр} = 0,25/\sqrt{\epsilon_r - 1} \quad (3 66)$$

Значение параметров щелевой линии показано на рис. 3.6. Приведем расчетные формулы

Для $0,02 \leq W/h \leq 0,2$

$$\lambda_s/\lambda_0 = 0,923 - 0,195 \ln \epsilon_r + 0,2W/h - (0,126W/h + 0,02) \times \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2), \quad (3 67)$$

$$\begin{aligned} Z_{0s} = & 72,62 - 15,283 \ln \epsilon_r + 50 \frac{(W/h - 0,02)(W/h - 0,1)}{W/h} + \\ & + \ln(W/h \cdot 10^2) [19,23 - 3,693 \ln \epsilon_r] - [0,139 \ln \epsilon_r - 0,11 + \\ & + W/h (0,465 \ln \epsilon_r + 1,44)] (11,4 - 2,636 \ln \epsilon_r - h/\lambda_0 \cdot 10^2) \end{aligned} \quad (3 68)$$

Для $0,2 \leq W/h \leq 1,0$

$$\begin{aligned} \lambda_s/\lambda_0 = & 0,987 - 0,21 \ln \epsilon_r + W/h (0,111 - 0,0022\epsilon_r) - \\ & - (0,053 + 0,041 W/h - 0,0014\epsilon_r) \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2), \end{aligned} \quad (3 69)$$

$$\begin{aligned} Z_{0s} = & 113,19 - 23,257 \ln \epsilon_r + 1,25 W/h (114,59 - \\ & - 22,531 \ln \epsilon_r) + 20(W/h - 0,2)(1 - W/h) - \\ & - [0,15 + 0,11 \ln \epsilon_r + W/h (-0,79 + 0,899 \ln \epsilon_r)] \times \\ & \times \{ [10,25 - 2,171 \ln \epsilon_r + W/h (2,1 - 0,617 \ln \epsilon_r) - \\ & - h/\lambda_0 \cdot 10^2] \} \end{aligned} \quad (3 70)$$

При фиксированном значении диэлектрической постоянной подложки могут быть получены более точные формулы длины волны в щелевой линии. Приведем выражения для двух значений диэлектрической постоянной 9,7 и 20,0. Погрешность этих выражений не превышает 1% [31].

1. Для $\epsilon_r = 9,7$, $0,01 \leq h/\lambda_0 \leq (h/\lambda_0)_{кр}$

a) $0,02 \leq W/h \leq 0,1$

$$\begin{aligned} \lambda_s/\lambda_0 = & - (0,126W/h + 0,025) \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2) + \\ & + 0,283W/h + 0,485, \end{aligned} \quad (3 71a)$$

b) $0,1 \leq W/h \leq 1,0$

$$\begin{aligned} \lambda_s/\lambda_0 = & - (0,045W/h + 0,033) \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2) + \\ & + 0,104W/h - 0,507 \end{aligned} \quad (3 71b)$$

2. Для $\epsilon_r = 20$, $0,01 \leq h/\lambda_0 \leq (h/\lambda_0)_{кр}$

a) $0,02 \leq W/h \leq 0,1$

$$\lambda_s/\lambda_0 = - (0,117W/h + 0,02) \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2) + 0,2W/h + 0,345, \quad (3 72a)$$

b) $0,1 \leq W/h \leq 1,0$

$$\begin{aligned} \lambda_s/\lambda_0 = & - (0,041W/h + 0,031) \ln(h/\lambda_0 \cdot 10^2) + \\ & + 0,075W/h - 0,362 \end{aligned} \quad (3 72b)$$

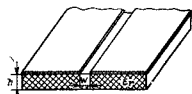


Рис. 3.6 Щелевая линия

3.6. КОПЛАНАРНЫЕ ЛИНИИ [9]

Копланарные волноводы находят широкое применение в интегральных СВЧ схемах. Использование копланарных волноводов в СВЧ устройствах повышает гибкость конструирования, упрощает исполнение при реализации некоторых функций устройств. Конфигурация копланарного волновода (КПВ) показана на рис. 3.7а. Кроме копланарного волновода имеется еще одна важная конфигурация, показанная на рис. 3.7б. Эта конфигурация называется копланарной полосковой линией (КПЛ). Обе конфигурации относятся к категории «копланарных линий», в которых все проводники расположены в одной плоскости (т.е. на одной стороне диэлектрической подложки). Важным до-

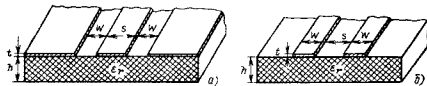


Рис. 3.7 Копланарный волновод (а) и копланарная полосковая линия (б)

стоинством линий этих типов является возможность существенно более простого монтажа пассивных и активных компонентов последовательно или параллельно с линией. При этом нет необходимости в высверливании отверстий или изготовлении пазов в подложке.

Анализ копланарных волноводов и копланарных полосковых линий осуществляется квазистатистическим и волновым методами. В работе [32] выполнен квазистатистический анализ для этих линий передачи с помощью конформных преобразований в предположении, что толщина диэлектрика подложки настолько велика, что ее можно считать бесконечной.

В работах [33, 34] проведен анализ КПВ на подложке бесконечной толщины с использованием квазистатистического приближения. В работе [35] вариационными методами исследована КПЛ. Исследована также частотная зависимость фазовой скорости и волнового сопротивления КПВ и КПЛ.

Все материалы, представленные в данном разделе, основаны на квазистатистическом анализе. Дисперсионные свойства копланарных линий, исследованные в работе [11], аналогичны дисперсионным свойствам микрополосковых линий. Дисперсия копланарных линий на подложках с низкой диэлектрической постоянной незначительна [11]. Эти результаты показывают, что квази-Т-анализ может использоваться до частот трехсантиметрового диапазона волн.

Волновое сопротивление и эффективная диэлектрическая постоянная. Для диэлектрика конечной толщины результаты квазистатистического анализа, полученные в работе [32], могут быть преобразованы следующим образом:

$$Z_{\text{опл}} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{рр}}}} \frac{K'(k)}{K(k)}, \quad (3.73)$$

$$k = s(s + 2W_s) \quad (3.74)$$

Выражение для эффективной диэлектрической постоянной в замкнутой форме, полученное в [9] путем аппроксимации численных результатов из работы [133], имеет вид

$$\epsilon_{\text{рр}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left[\lg \left[0,775 \ln(h/W) + 1,75 + \right] + \frac{kW}{h} \left[0,04 - 0,7k + 0,01(1 - 0,1\epsilon_r)(0,25 + k) \right] \right] \quad (3.75)$$

Точность этого выражения по сравнению с результатами работы [133] не хуже 1,5 % для $\epsilon_r \geq 9$, $h/W \geq 1$ и $0 \leq k \leq 0,7$.

Для КПЛ волновое сопротивление может быть рассчитано по формуле [9]

$$Z_{\text{опл}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{рр}}}} \frac{K(k)}{K'(k)}, \quad (3.76)$$

где $\epsilon_{\text{рр}}$ также рассчитывается по формуле (3.75), в которой в этом случае W_s — ширина полосковых проводников, а s — расстояние между ними. Величины, рассчитанные по приведенным здесь формулам, хорошо совпадают с известными результатами.

Влияние толщин полосковых проводников. Приведенные формулы получены в предположении бесконечно малых толщин полосковых проводников и заземленных пластин. Но практически металлизированный слой имеет конечную толщину t , которая влияет на характеристики. Влияние толщин полосковых проводников на волновое сопротивление копланарных линий может учитываться введением эффективных значений ширины полосок и зазоров. Это аналогично эффекту возрастания ширины микрополосковой линии, рассмотренному в [22]. Для КПВ можно записать [9]

$$s_s = s + \Delta, \quad (3.77)$$

$$W_s = W - \Delta, \quad (3.78)$$

где Δ может быть найдено (практически для любых значений s/h) по формуле

$$\Delta \approx (1,25t/\pi) [1 + \ln(4\pi s/t)] \quad (3.79)$$

Волновое сопротивление может быть рассчитано по формуле

$$Z_{\text{опл}} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{рр}}}} \frac{K'(k_s)}{K(k_s)}, \quad (3.80)$$

где k_s — эффективное значение отношения [9]:

$$k_s = s_s/(s_s + 2W_s) \approx k + (1 - k^2) \Delta/2W, \quad (3.81)$$

а ϵ'_{rs} — эффективная диэлектрическая постоянная для КПВ с полосками толщиной t . Выражение для ϵ'_{rs} может быть получено добавлением в формулу емкости КПВ члена $A\epsilon_0\epsilon_r t/W$, учитывающего возрастание емкости, которое возникает из-за влияния толщин металлических полосок. Величина A определяется эмпирически из условия совпадения расчетных значений ϵ'_{rs} с численными значениями величин, приведенными в [36] для $\epsilon_r = 20$ и $t/W \leq 0,1$. Заметим, что при $A=2,8$ выражение для ϵ'_{rs} дает приемлемую точность (лучше 3 %). Это значение A достаточно близко к значению $A=2$, которое получается при расчете по обычной формуле емкости плоского конденсатора. Окончательно выражение для ϵ'_{rs} может быть записано в виде

$$\epsilon'_{rs} = \epsilon_r - \frac{0,7(\epsilon_{rs}-1)t/W}{[K(k)K'(k)] + 0,7t/W} \quad (3 82)$$

В копланарной полосковой линии влияние толщин полосок на $Z_{\text{полд}}$ и ϵ'_{rs} аналогично влиянию в КПВ и выражения в замкнутой форме могут быть представлены в виде

$$Z_{\text{полд}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon'_{rs}}} \frac{K(k_0)}{K'(k_0)} \quad (3 83)$$

где

$$k_0 = s_d/(s_d + 2W_s) \approx k - (1 - k^2) \Delta/2W, \quad (3 84)$$

$$\Delta = (1,25t/\pi) [1 + \ln(4\pi W/t)] \quad (3 85)$$

Эффективная диэлектрическая постоянная для КПЛ может быть рассчитана аналогично

$$\epsilon'_{rs} = \epsilon_r - \frac{1,4(\epsilon_{rs}-1)t/s}{[K(k)K'(k)] + 1,4t/s} \quad (3 86)$$

Потери. При квазистатистическом приближении для оценки активных потерь можно использовать формулу, учитывающую возрастание индуктивности [17]. Тогда для затухания (дБ/м) КПВ получим

$$\alpha_{\text{пр}}^{\text{кв}} = 0,023 \frac{R_s}{Z_{\text{полд}}} \left[\frac{\partial Z_{\text{полд}}^{\text{кв}}}{\partial W} - \frac{\partial Z_{\text{полд}}^{\text{кв}}}{\partial s} - \frac{\partial \epsilon'_{rs}}{\partial t} \right] \quad (3 87)$$

где индекс «кв» означает принадлежность параметра копланарному волноводу. После подстановки в (3 87) выражений для частных производных получим окончательное выражение для потерь в проводниках (дБ/м)

$$\alpha_{\text{пр}}^{\text{кв}} = 4,88 \cdot 10^{-4} R_s \epsilon_r Z_{\text{полд}} \frac{P'}{W\pi} \left(1 + \frac{s}{W} \right) \times \left[\frac{\frac{1,25}{\pi} \ln \frac{4\pi s}{t} + 1 + \frac{1,25t}{\pi s}}{\left[2 + \frac{s}{W} - \frac{1,25t}{\pi W} \left(1 + \ln \frac{4\pi s}{t} \right) \right]^2} \right] \quad (3 88)$$

$$P' = \begin{cases} \frac{k}{(1-k')(k')^{3/2}} \left[\frac{K(k)}{K'(k)} \right]^2 & \text{для } 0 < k < 0,707, \\ \frac{1}{(1-k)\sqrt{k}} & \text{для } 0,707 \leq k \leq 1,0 \end{cases} \quad (3 89)$$

Выражение для постоянной затухания (дБ/м), определяемой потерями в диэлектрике в КПВ, как и в микрополосковых линиях, может быть записано в виде

$$\alpha_d = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon'_{rs}}} \frac{\epsilon_{rs}-1}{\epsilon_r-1} \frac{\lg 6}{\lambda_n} \quad (3 90)$$

в этом случае ϵ'_{rs} определяется формулой (3 75).

Для копланарной полосковой линии выражение для потерь в проводниках (дБ/м) принимает вид

$$\alpha_{\text{пр}}^{\text{кв}} = 17,34 \frac{R_s}{Z_{\text{полд}}} \frac{P'}{\pi s} \left(1 + \frac{W}{s} \right) \times \left[\frac{\frac{1,25}{\pi} \ln \frac{4\pi W}{t} + 1 + \frac{1,25t}{\pi W}}{\left[1 + 2 \frac{W}{s} + \frac{1,25t}{\pi s} \left(1 + \ln \frac{4\pi W}{t} \right) \right]^2} \right] \quad (3 91)$$

где P' определяется формулой (3 89). Потери в диэлектрике КПЛ, так же как и в диэлектрике КПВ, определяются выражением (3 90).

3.7 СВЯЗАННЫЕ ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Во многих компонентах на симметричных полосковых линиях используется связь между параллельными полосковыми проводниками. Конфигурация связанных параллельных полосковых линий показана на рис. 3 8. Основной областью применения связанных параллельных полосковых линий являются направленные ответвители, линии задержки, фильтры и др.

Для связанных полосковых линий нулевой толщины ($t=0$) точные формулы для расчета волнового сопротивления при четном и нечетном видах возбуждения найдены с помощью конформных преобразований [37]. Эти формулы имеют вид

$$Z_{0e} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{K(k'_e)}{K(k_e)} \quad (3 92a)$$

$$Z_{0o} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{K(k'_o)}{K(k_o)} \quad (3 92b)$$



Рис. 3 8 Связанные полосковые линии

где Z_{oe} и Z_{oo} — волновые сопротивления четного и нечетного видов возбуждения соответственно. Отношения $K(k')/K(k)$ определяются формулами (3 37) и (3 38), а

$$k_e = \operatorname{th} \left(\frac{\pi}{2} \frac{W}{b} \right) \operatorname{th} \left(\frac{\pi}{2} \frac{W+s}{b} \right), \quad k'_e = V \sqrt{1 - k_e^2}, \quad (9 93a)$$

$$k_o = \operatorname{th} \left(\frac{\pi}{2} \frac{W}{b} \right) \operatorname{cth} \left(\frac{\pi}{2} \frac{W+s}{b} \right), \quad k'_o = V \sqrt{1 - k_o^2}, \quad (3 93b)$$

Синтез. Для синтеза связанных полосковых линий могут быть использованы следующие формулы, полученные из (3 92) и приближенного выражения для отношения $K(k')/K(k)$

$$\frac{W}{b} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Arth} \sqrt{k_o k_e}, \quad (3 94)$$

$$\frac{s}{b} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Arth} \left[\frac{1 - k_o}{1 - k_e} \sqrt{\frac{k_e}{k_o}} \right] \quad (3.95)$$

где

$$k_{eo} = \sqrt{1 - \left(\frac{e^{\pi x} - 2}{e^{\pi x} + 2} \right)^2} \quad \text{для } 1 \leq x \leq \infty, \quad (3 96a)$$

$$k_{eo} = \left[\frac{e^{\pi/x} - 2}{e^{\pi/x} + 2} \right]^2 \quad \text{для } 0 \leq x \leq 1; \quad (3 96b)$$

$x = Z_{oe} \sqrt{\epsilon_r}/(30\lambda)$ или $Z_{oo} \sqrt{\epsilon_r}/(30\lambda)$ для четного и нечетного видов возбуждения соответственно

Влияние толщин полосковых проводников. Приведем приближенные выражения в замкнутой форме для Z_{oe} и Z_{oo} , учитывающие конечную толщину полосковых проводников. Эти формулы имеют наибольшую точность при $t/b < 0,1$ и $W/b \geq 0,35$ [37]

$$Z_{oe} = \frac{30\lambda (b-t)}{V \epsilon_r \left\{ W + \frac{b C_f}{2\pi} A_e \right\}}, \quad (3 97a)$$

$$Z_{oo} = \frac{30\lambda (b-t)}{V \epsilon_r \left\{ W + \frac{b C_f}{2\pi} A_o \right\}}, \quad (3 97b)$$

где

$$A_e = 1 + \frac{\ln(1 + \operatorname{th} \theta)}{\ln 2}; \quad (3 98a)$$

$$A_o = 1 + \frac{\ln(1 + \operatorname{cth} \theta)}{\ln 2}, \quad (3 98b)$$

$$\theta = \pi s/(2b); \quad (3 98b)$$

$$C_f(t/b) = 2 \ln \left(\frac{2b-t}{b-t} \right) - \frac{t}{b} \ln \left[\frac{t(2b-t)}{(b-t)^2} \right] \quad (3.98r)$$

Потери. Суммарные потери в связанных полосковых линиях могут быть разделены на потери в диэлектрике α_d и потери в проводниках α_p . Коэффициенты потерь (дБ/м) в диэлектрике и проводниках определяются формулами

$$\alpha'_d = \alpha_d = 27,3 \sqrt{\epsilon_r} \operatorname{tg} \delta / \lambda_0, \quad (3 99)$$

$$\alpha'_{np} = \frac{0,0231 R_s V \epsilon_r}{30\lambda (b-t)} \left\{ 60\pi + Z_{oe} \right\} \epsilon_r \left[1 - \frac{A_e}{\pi} \left(\ln \frac{2b-t}{b-t} + \frac{1}{2} \ln \frac{t(2b-t)}{(b-t)^2} \right) + C_f \frac{(1+s/b)}{4 \ln 2} \frac{\operatorname{sch}^2 \theta}{1 + \operatorname{th} \theta} \right], \quad (3 100a)$$

$$\alpha'_{np} = \frac{0,0231 R_s V \epsilon_r}{30\lambda (b-t)} \left\{ 60\pi + Z_{oo} \right\} \epsilon_r \left[1 - \frac{A_o}{\pi} \left(\ln \frac{2b-t}{b-t} + \frac{1}{2} \frac{t(2b-t)}{(b-t)^2} \right) - C_f \frac{(1+s/b)}{4 \ln 2} \frac{\operatorname{csch}^2 \theta}{1 + \operatorname{cth} \theta} \right] \quad (3 100b)$$

3 8 СВЯЗАННЫЕ МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ [38, 39]

Связанные микрополосковые линии используются для выполнения различных функций. Они используются в качестве направленных ответвителей, фильтров, элементов согласования комплексных сопротивлений, линий задержки. Множество работ посвящено анализу, конструированию и применению связанных микрополосковых линий. В них используются квазистатический и волновой методы анализа.

Свойства связанных линий определяются значениями собственных и взаимных индуктивностей и емкостей. При квази-Т-приближении собственная индуктивность с помощью несложных соотношений может быть выражена через собственную емкость. Кроме того, известно, что для большинства практических устройств на связанных микрополосковых линиях взаимные индуктивность и емкость взаимосвязаны и нет необходимости отдельно определять взаимную индуктивность и емкость. Следовательно, для связанных микрополосковых линий определяются только емкостные параметры. Эти емкости могут быть выражены через значения, соответствующие четному и нечетному типам возбуждения.

Емкости при четном и нечетном возбуждении. Геометрия связанных микрополосковых линий показана на рис 3 9. На этом же рисунке показано представление полной емкости линии в виде емкости плоского конденсатора и двух краевых емкостей с каждой стороны полоски. Краевые емкости при четном возбуждении могут быть получены из краевой емкости несвязанных микрополосковых линий. Краевые емкости при нечетном возбуждении определяются на основании эквивалентности геометрии связанных полосковых линий и копланарных полосковых линий. Используя эти краевые емкости, суммарные емкости при четном и нечетном возбуждении можно записать в виде

$$C_e = C_p + C_f + C_r, \quad (3 101)$$

$$C_o = C_p + C_f + C_{ga} + C_{gd}, \quad (3 102)$$

где

$$C_p = \epsilon_0 \epsilon_r W/h, \quad (3.103)$$

C_f, C'_f, C_{ga} и C_{ga} — различные краевые емкости, C_f — краевая емкость микрополосковой линии шириной W/h , с волновым сопротивлением Z_0 и эффективной диэлектрической постоянной ϵ_{rs} . Эта емкость может быть рассчитана по формуле

$$2G_f = \sqrt{\epsilon_{rs}} / c Z_0 - C_p, \quad (3.104)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с

Выражение для емкости C'_f получено эмпирически из условия совпадения значения емкости при четном возбуждении с численными результатами

$$C'_f = \frac{C_f}{1 + A (h/s) \operatorname{th} (10s/h)} \sqrt{\epsilon_r / \epsilon_{rs}}, \quad (3.105)$$

где

$$A = \exp [-0,1 \exp (2,33 - 2,53 W/h)] \quad (3.106)$$

Емкость C_{ga} — составляющая, определяемая краевым полем в щели в свободном пространстве при нечетном возбуждении. Она может быть найдена из эквивалентной геометрии копланарной полосковой линии

$$C_{ga} = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)}; \quad k = \frac{s/h}{s/h + 2W/h}, \quad k' = \sqrt{1 - k^2}, \quad (3.107)$$

где отношение полной эллиптической функции $K(k)$ к дополнительной функции $K(k')$ определяется формулами (3.37) и (3.38)

Емкость C_{ga} , определяемая краевым полем в щели внутри диэлектрика при нечетном возбуждении, может быть найдена путем изменения

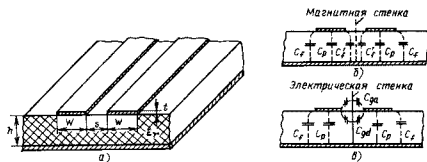


Рис. 3.9 Связанные микрополосковые линии (а) и условное изображение емкостей при четном (б) и нечетном (в) возбуждениях

соответствующего выражения для емкости связанных полосковых линий:

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \left[\operatorname{cth} \left(\frac{\pi s}{4h} \right) \right] + 0,65 C_f \left[\frac{0,02}{s/h} \sqrt{\epsilon_r} - 1 - \epsilon_r^{-2} \right]. \quad (3.108)$$

Волновое сопротивление и эффективная диэлектрическая постоянная. Волновое сопротивление и эффективные диэлектрические постоянные при четном и нечетном возбуждениях могут быть найдены из соответствующих значений емкости по следующим формулам.

$$Z_{0i} = \left[c \sqrt{C_i C_i^*} \right]^{-1}, \quad (3.109)$$

$$\epsilon_{rs}^* = C_i / C_i^*, \quad (3.110)$$

где индекс i заменяет индексы e или o для четного и нечетного видов возбуждения соответственно, а C_i^* — значение емкости в случае, если диэлектриком является воздух

Расчеты показывают, что погрешность определения емкости при четном возбуждении находится в пределах 3 % для $\epsilon_r \geq 1$. Точность расчета емкости при нечетном возбуждении возрастает с ростом значения ϵ_r . Тем не менее использование приведенного выражения емкости для расчета волнового сопротивления как при четном, так и при нечетном возбуждении приводит к погрешности расчета менее 3 % для $0,2 \leq W/h \leq 2, 0,05 \leq s/h \leq 2$ и $\epsilon_r \geq 1$

Влияние толщины полосковых проводников. Если полосковые проводники имеют конечную толщину t , емкости могут быть рассчитаны с использованием понятия эффективной ширины, введенной в работе [22] для одиночной линии. Приведем выражения для эффективной ширины W_t , полученные в работе [40] путем соответствующего преобразования выражения для одиночной микрополосковой линии. Эти выражения действительны для $s \geq 2t$:

$$\frac{W_t^e}{h} = \frac{W}{h} + \frac{\Delta W}{h} [1 - 0,5 \exp (-0,69 \Delta W / \Delta t)], \quad (3.111)$$

$$\frac{W_t^o}{h} = \frac{W}{h} + \frac{\Delta t}{h}, \quad (3.112)$$

где

$$\frac{\Delta t}{h} = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{t/h}{s/h}, \quad (3.113)$$

ΔW — приращение ширины полоски одиночной микрополосковой линии, обусловленное влиянием толщины полоски t , которое определяется формулой (3.55).

При конечной толщине полосок емкости как при четном, так и при нечетном возбуждении выше, чем при полосках нулевой толщины. Следовательно, в этом случае волновые сопротивления как при четном, так и при нечетном возбуждении уменьшаются. Уменьшение волнового сопротивления при нечетном возбуждении составляет около 2 % для $t/h = 0,0047$ и $\epsilon_r = 9,6$. При четном возбуждении уменьше-

ние волнового сопротивления незначительно. Относительное увеличение емкостей C_o^0 и C_e^0 при возрастании толщины полосок больше, чем относительное увеличение емкостей C_o и C_e , следовательно, эффективные диэлектрические постоянные $\epsilon_{rs}^0(f)$ $\epsilon_{rs}^e(f)$ с увеличением толщины полосок уменьшаются. Причем относительное уменьшение эффективной диэлектрической постоянной ϵ_{rs}^0 больше относительного уменьшения постоянной ϵ_{rs}^e из-за наличия добавочной емкости щели с воздухом в качестве диэлектрика, равной $2 \epsilon_0 t/s$.

Дисперсия. Дисперсионные свойства связанных микрополосковых линий хорошо описываются численными методами [19—22]. Полуэмпирические выражения, приведенные в работах [41, 42], описывающие дисперсию эффективной диэлектрической постоянной, очень похожи. Широко распространение получили замкнутые выражения, полученные в работе [41]. Они могут быть записаны в виде

$$\epsilon_{rs}^i(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{rs}^i}{1 + (f/f_p)^2 G}, \quad (3.114)$$

где

$$G = \begin{cases} 0,6 + 0,018 Z_{0o} & \text{для нечетного возбуждения,} \\ 0,6 + 0,0045 Z_{0e} & \text{для четного возбуждения.} \end{cases} \quad (3.115)$$

$$f_p = \begin{cases} 0,7952 Z_{0o}/h & \text{для нечетного возбуждения,} \\ 0,1988 Z_{0e}/h & \text{для четного возбуждения.} \end{cases} \quad (3.116)$$

Здесь f_p выражено в гигагерцах, а h — в миллиметрах. Легко видеть, что дисперсионные свойства волнового сопротивления также могут быть описаны уравнением, аналогичным (3.114). Оно приводится ниже

$$Z_{0i}(f) = Z_{0i}^s - \frac{Z_{0i}^s - Z_{0i}}{1 - (f/f_p)^2 G}. \quad (3.117)$$

где G и f_p определяются выражениями (3.115) и (3.116) соответственно, Z_{0i} — квазистатическое значение волнового сопротивления связанных микрополосковых линий, Z_{0i}^s — волновое сопротивление соответствующих связанных полосковых линий с такими же значениями s и W , как в связанных микрополосковых линиях, и расстоянием между заземленными пластинами, равным $2h$. Значение Z_{0i}^s равно удвоенному значению, полученному по формулам (3.92).

Потери. В связанных микрополосковых линиях постоянные затухания, вызванные активными потерями, для четного и нечетного типов возбуждения могут быть найдены по приращению индуктивности.

Из конфигурации связанных линий получаем следующие выражения для коэффициента затухания (дБ/м) при нечетном возбуждении:

$$\alpha_{np}^o = \frac{8,686 R_s}{240 \pi Z_{0o}} \cdot \frac{2}{h} \cdot \frac{1}{c (C_e^0)^2} \left[\frac{\partial C_e^0}{\partial (W/h)} \left(1 + \delta \frac{W}{2h} \right) - \frac{\partial C_o^0}{\partial (s/h)} \left(1 - \delta \frac{s}{2h} \right) + \frac{\partial C_e^0}{\partial (t/h)} \left(1 + \delta \frac{t}{2h} \right) \right], \quad (3.118a)$$

Аналогично при четном возбуждении коэффициент затухания (дБ/м)

$$\alpha_{np}^e = \frac{8,686 R_s}{240 \pi Z_{0e}} \cdot \frac{2}{h} \cdot \frac{1}{c (C_e^e)^2} \left[\frac{\partial C_e^e}{\partial (W/h)} \left(1 + \delta \frac{W}{2h} \right) - \frac{\partial C_e^e}{\partial (s/h)} \left(1 - \delta \frac{s}{2h} \right) + \frac{\partial C_e^e}{\partial (t/h)} \left(1 + \delta \frac{t}{2h} \right) \right], \quad (3.118b)$$

где $\delta = 1$ и 2 соответственно для затухания только в полосковых проводниках и для затухания в полосковых проводниках и заземленной пластине, $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, C_o^0 и C_e^0 — емкости соответственно для нечетного и четного типов возбуждения линий в случае, если диэлектриком между полосками конечной толщины служит воздух; R_s — сопротивление металлизированного слоя.

Затухание (дБ/м), вызванное потерями в диэлектрике α_d , определяется как

$$\alpha_d^e = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_{rs}^e}} \cdot \frac{\epsilon_{rs}^e - 1}{\epsilon_r - 1} \frac{\lg \delta}{\lambda_0}, \quad (3.119a)$$

$$\alpha_d^o = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_{rs}^o}} \cdot \frac{\epsilon_{rs}^o - 1}{\epsilon_r - 1} \frac{\lg \delta}{\lambda_0}, \quad (3.119b)$$

где $\lg \delta$ — тангенс угла потерь диэлектрической подложки, а λ_0 — длина волны в свободном пространстве.

Расчет потерь особенно важен при конструировании фильтров и ответвителей. Приближенно вносимые потери устройств на связанных линиях с волновым сопротивлением входов 50Ω могут быть определены как среднее значение между потерями при четном и нечетном типах возбуждения.

Метод синтеза. Метод синтеза связанных микрополосковых линий рассматривался в работе [43]. В соответствии с этим методом первым шагом синтеза является расчет ширины полосок одиночных линий, соответствующих волновым сопротивлениям $Z_{0o}/2$ и $Z_{0e}/2$. Из-за ограничений использования формул для волнового сопротивления одиночной

микрополосковой линии при малых значениях W/h полученные результаты оказываются очень неточными, так как значения W/h и s/h малы. В работе [44] показано, что использование лучших формул синтеза одиночной микрополосковой линии позволяет уменьшить погрешность до значений, меньших 3 % для $\epsilon_r = 9,6, 0,1 \leq W/h \leq 2$ и $0,05 \leq s/h \leq 1$ [44].

Значения W/h и s/h для связанных микрополосковых линий могут быть получены из совместного решения следующих уравнений

$$\left(\frac{W}{h}\right)_{se} - \frac{2}{\pi} \operatorname{Arch} \left(\frac{2H - G + 1}{G + 1} \right), \quad (3.120)$$

$$\left(\frac{W}{h}\right)_{so} - \frac{2}{\pi} \operatorname{Arch} \left(\frac{2H - G - 1}{G - 1} \right) + \frac{8}{\pi(\epsilon_r + 2)} \operatorname{Arch} \left(1 + 2 \frac{W/h}{s/h} \right) \quad \text{для } \epsilon_r \leq 6, \quad (3.121a)$$

$$\left(\frac{W}{h}\right)_{so} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Arch} \left(\frac{2H - G - 1}{G - 1} \right) + \frac{1}{\pi} \operatorname{Arch} \left(1 + 2 \frac{W/h}{s/h} \right) \quad \text{для } \epsilon_r \geq 6. \quad (3.121b)$$

где

$$G = \operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} \frac{s}{h} \right], \quad (3.122)$$

$$H = \operatorname{ch} \left[\pi \frac{W}{h} + \frac{\pi}{2} \frac{s}{h} \right] \quad (3.123)$$

$\left(\frac{W}{h}\right)_{se}, \left(\frac{W}{h}\right)_{so}$ — отношения, соответствующие волновым сопротивлениям $Z_{0e}/2$ и $Z_{0o}/2$ для одиночной линии, они могут быть получены из формул синтеза (3.53).

Приближенное совместное решение уравнений (3.120) и (3.121) может быть получено, если пренебречь вторым членом в (3.121). Затем значение s/h может быть найдено по формуле

$$\frac{s}{h} = \frac{2}{\pi} \operatorname{Arch} \left[\frac{\operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{W}{h} \right)_{so} \right] + \operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{W}{h} \right)_{se} \right] - 2}{\operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{W}{h} \right)_{so} \right] - \operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{W}{h} \right)_{se} \right]} \right], \quad (3.124)$$

где

$$\left(\frac{W}{h}\right)_{so} = 0,78 \left(\frac{W}{h}\right)_{so} + 0,1 \left(\frac{W}{h}\right)_{se} \quad (3.125)$$

Значение s/h , полученное из (3.124), может быть использовано как начальное в процессе оптимизации при решении уравнений (3.120) и (3.121).

Характеристики различных линий передачи, рассмотренных в этом разделе, необходимы для моделирования секций на этих линиях, используемых в различных СВЧ устройствах.

Глава 4

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

4.1 ВВЕДЕНИЕ

В гл. 3 исследованы характеристики различных линий передачи. Кроме этого, необходимо определить влияние изменения параметров характеристик линий передачи, используемых в различных устройствах. Анализ, позволяющий определить это влияние, называется анализом чувствительности.

4.1.1 ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Чувствительность функции F к параметру x определяется как

$$S_x^F = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta x} \frac{F}{x} \quad (4.1a)$$

или

$$S_x^F = \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial (\ln F)}{\partial (\ln x)} \quad (4.1b)$$

В соответствии с этими формулами чувствительность S_x^F можно определить отношением относительного приращения функции F к относительному приращению параметра x при условии, что эти приращения достаточно малы (стремятся к нулю). В литературе S_x^F иногда называется нормированной чувствительностью в отличие от ненормированной чувствительности, которая определяется просто как частная производная $\partial F / \partial x$. Если F есть функция некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, то эти параметры могут быть представлены вектором, а вектор градиента F определяется столбцом, состоящим из различных производных $\partial F / \partial x_1, \partial F / \partial x_2, \dots, \partial F / \partial x_n$.

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} \\ \frac{\partial F}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Вектор ∇F — эквивалентная ненормированная чувствительность, определенная выше.

4.1.2 ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

При разработке устройств чувствительность (или градиент) оценивается в основном в двух случаях: при анализе допустимых отклонений в процессе оптимизации. Анализ допустимых отклонений может применяться на определении чувствительности, а информация о градиенте необходима при осуществлении ряда методов оптимизации.

Анализ допустимых отклонений. Необходимость анализа допустимых отклонений физических параметров СВЧ устройств и параметров материалов вызвана ограниченными возможностями технологии изготовления и (или) погрешностями измерения. Отклонения этих параметров от номинальных значений приведут к ухудшению технических характеристик разработанного устройства. В процессе анализа необходимо установить значения допустимых отклонений, при которых характеристики устройства удовлетворяли бы заданным требованиям. С другой стороны, могут быть установлены необходимые требования к технологии для успешного изготовления разработанного устройства. Анализ чувствительности является лучшим способом исследования возможности компромисса между техническими характеристиками устройства и допустимыми отклонениями его физических параметров. Наряду с отклонениями параметров следует учитывать, что модели некоторых компонентов, на которых строится конструкция, могут быть приближенными. Погрешности в значениях параметров модели могут иметь тот же порядок, что и допуски на физические параметры. С этими погрешностями модели можно поступать точно так же, как и с допустимыми отклонениями [1]. Ухудшение характеристик устройств, обусловленное допусками на различные конструктивные параметры, будет рассматриваться в гл. 13. В настоящей главе определяются отклонения характеристик линий передачи, возникающие из-за неточности их изготовления и разброса параметров материала.

Использование расчета чувствительности при оптимизации. Некоторые методы оптимизации характеристик схем рассматриваются в гл. 16—18. В обычных алгоритмах оптимизации значения конструктивных параметров изменяются до тех пор, пока достигается минимум «ошибки» или «целевой функции». Градиент функции используется для определения необходимого изменения значений параметров на $(j+1)$ -й итерации, увеличение (или уменьшение) которых по сравнению с j -й итерацией зависит от градиента.

Градиенты характеристик линий передачи могут быть получены из чувствительности, рассматриваемой в настоящем разделе.

4.13 АНАЛИЗ ДОПУСКОВ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Отрезки линий передачи являются основными элементами при построении СВЧ устройств. Поэтому весьма важно исследовать чувствительность линий передачи к изменению конструктивных параметров. С помощью анализа чувствительности исследуются отклонения характеристик линий передачи в наихудшем случае.

Формулы для изменения характеристик линий передачи выводятся далее. Находится также изменение волнового сопротивления ΔZ в функции коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВ) стыка исследуемой линии с линией, имеющей точные размеры. Приводится также изменение фазовой скорости v в линии передачи.

Изменение характеристик линии передачи. Изменение волнового сопротивления линии передачи ΔZ согласно формуле (4.1а) связано

с допустимым отклонением ΔB параметра B соотношением

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \frac{\Delta B}{B} S_{B_n}^Z. \quad (4.3)$$

Здесь Z_0 — волновое сопротивление при $\Delta B = 0$. Если волновое сопротивление является функцией нескольких независимых переменных, где $n = 1, 2, \dots, N$, то суммарное изменение Z_0 может быть записано в виде

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \sum_{n=1}^N \frac{\Delta B_n}{B_n} S_{B_n}^Z. \quad (4.4)$$

Наличие отклонений ΔB_n приводит к увеличению значения ΔZ . Максимальное значение ΔZ в наихудшем случае может быть найдено из соотношения

$$\frac{(\Delta Z)_{\max}}{Z_0} = \pm \sum_{n=1}^N \left| \frac{\Delta B_n}{B_n} S_{B_n}^Z \right|. \quad (4.5a)$$

Аналогично максимальное изменение фазовой скорости $(\Delta v)_{\max}$ можно написать как

$$\frac{(\Delta v)_{\max}}{v} = \pm \sum_{n=1}^N \left| \frac{\Delta B_n}{B_n} S_{B_n}^v \right|. \quad (4.5b)$$

Уравнения (4.5) позволяют определить максимальные изменения Z_0 и v в функции допустимых отклонений.

Противоположная задача — определение требований к технологиям изготовления для обеспечения допустимых изменений характеристик линии передачи — рассматривается далее.

Определение требуемой точности изготовления. Допустимое отклонение параметра B_m при изготовлении ΔB_m , при котором значение ΔZ не выходит из заданных пределов, может быть найдено из следующего уравнения

$$\left| S_{B_m}^Z \right| \left| \frac{\Delta B_m}{B_m} \right| = \left| \frac{\Delta Z}{Z_0} \right| - \sum_{n=1, n \neq m}^N \left| \frac{\Delta B_n}{B_n} S_{B_n}^Z \right|. \quad (4.6)$$

Уравнение (4.6) справедливо, когда его правая часть положительна. В противном случае требуемое значение ΔZ не может быть обеспечено для данного значения ΔB_m . Аналогично для требуемого значения Δv значение ΔB_m может быть найдено из уравнения

$$\left| S_{B_m}^v \right| \left| \frac{\Delta B_m}{B_m} \right| = \left| \frac{\Delta v}{v} \right| - \sum_{n=1, n \neq m}^N \left| \frac{\Delta B_n}{B_n} S_{B_n}^v \right|. \quad (4.7)$$

Если должны выполняться оба критерия (и по ΔZ , и по Δv), то должно быть выбрано минимальное из двух значений ΔB_m .

Приведенный анализ устанавливает связь между точностью изготовления и техническими характеристиками. Могут быть также установлены требования к технологии изготовления для получения заданных технических характеристик линий передачи.

Приведенные здесь формулы имеют общий характер и применимы к любым типам линий передачи. Далее будут представлены подробные расчеты для коаксиальной линии, прямоугольного волновода, плосковой линии, микрополосковой линии, копланарных линий, связанных полосковых и микрополосковых линий.

Оценка чувствительности. Так как чувствительность определяется частными производными Z_0 и v по соответствующим параметрам, то формула чувствительности может быть получена, если известны выражения для Z_0 и v в замкнутой форме. Для этой цели используются выражения в замкнутой форме для линий передачи, приведенные в гл. 3. Если допуск на изготовление меньше погрешности используемых выражений в замкнутой форме, то для повышения точности могут применяться численные методы определения параметров линий передачи. В планарных линиях передачи, используемых в интегральных схемах СВЧ, чувствительность характеристик линии передачи к изменению толщины металлизированного слоя, как правило, невелика. Поэтому в разд 4.4—4.6 этой чувствительностью пренебрегают.

4.2 КОАКСИАЛЬНЫЕ ЛИНИИ

Выражение для чувствительности коаксиальной линии может быть получено из формулы волнового сопротивления (3.13) и определения чувствительности (4.1)

$$S_{Z_0}^{\Delta Z} = - S_{b^2}^{\Delta b} = - 60 (Z_0 \downarrow \epsilon_r) \quad (4.8)$$

(здесь Z_0 — в омах),

$$S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} = S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} = - 0.5 \quad (4.9)$$

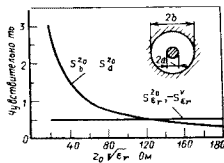


Рис. 4.1. Чувствительность волнового сопротивления и фазовой скорости коаксиальной линии

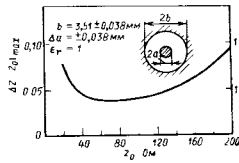


Рис. 4.2. Максимальное изменение волнового сопротивления коаксиальной линии, вызванное влиянием допусков изготовления ($a = 1.45$ мм)

ис. 4.3. Требуемая точность изготовления внутреннего проводника коаксиальной линии, необходимая для обеспечения заданных технических характеристик ($KCBH = 1.05$; $b = 3.51 \pm 0.038$ мм $a = 1.45$ мм; $\epsilon_r = 1$)

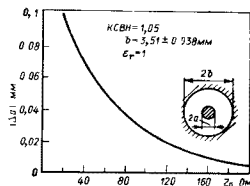


График чувствительности приведен на рис. 4.1. Эта кривая и уравнение (4.5) использованы для построения графика максимального изменения волнового сопротивления, который приведен на рис. 4.2. Эта кривая характеризует также изменение КСВН от сдвига рассматриваемой линии, имеющей отклонение, с идеальной линией (без отклонений) в наихудшем случае. Эти отклонения пропорциональны ΔZ_0 . Допуск (или точность при изготовлении) на размер a (или b) для допустимого значения ΔZ и другие допуски могут быть найдены из формулы (4.6). График требуемой точности изготовления для типичного случая приведен на рис. 4.3

4.3 ВОЛНОВОДЫ

Прямоугольные волноводы. Для прямоугольных волноводов на более употребительными параметрами являются фазовая постоянная β и критическая частота $f_{кр}$, определяемые формулами (3.20) и (3.21) соответственно. Чувствительность этих характеристик по отношению к параметрам a и b и ϵ_r определяется следующими формулами:

$$S_{f_{кр}}^{\Delta f_{кр}} = - \left(\frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r} V_e} \cdot \frac{\pi \lambda}{a} \right)^2 - 1 \cdot S_{f_{кр}}^{\Delta \epsilon_r} \quad (4.10)$$

$$S_{b_{кр}}^{\Delta b_{кр}} = - \left(\frac{c}{2\pi \epsilon_r V_e} \cdot \frac{\pi \lambda}{b} \right)^2 - 1 \cdot S_{b_{кр}}^{\Delta \epsilon_r} \quad (4.11)$$

$$S_{f_{кр}}^{\Delta \epsilon_r} = - 0.5 \quad (4.12)$$

$$S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} = \left(\frac{\pi \lambda}{\beta a} \right)^2 = S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} \quad (4.13)$$

$$S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} = \left(\frac{\pi \lambda}{\beta b} \right)^2 \quad (4.14)$$

$$S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} = \frac{a^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}{2\beta^2} - \frac{1 + S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r} + S_{\epsilon_r}^{\Delta \epsilon_r}}{2} \quad (4.15)$$

Для волны H_{10} в волновде трехсантиметрового диапазона ($a = 22.9$ мм, $b = 10.16$ мм) $S_{f_{кр}}^{\Delta f_{кр}} = 0$ а $S_{b_{кр}}^{\Delta b_{кр}} = -1$. Графики чувствительности относительно размера a в функции частоты приведены на рис. 4.4. При анализе схем иногда оказываются необходимыми и дру

не менее употребительные характеристики прямоугольного волновода, например волновое сопротивление. Формула для чувствительности сопротивления имеет вид

$$S_{\epsilon}^Z(\eta) = \frac{1}{x} S_{\epsilon}^{\eta} (\eta \text{ есть } a, b \text{ или } \epsilon) \quad (1.16)$$

$$S_{\epsilon}^Z(\epsilon) = S_{\epsilon}^{\eta} (\eta \text{ есть } a \text{ или } b) \quad (1.17)$$

$$S_{\epsilon}^Z(\epsilon) = S_{\epsilon}^{\eta} = 1 \quad (1.18)$$

Зависимости, описываемые формулами (1.16) и (1.17), также представлены в виде графиков на рис. 4.4.

Волновое сопротивление прямоугольного волновода не может быть определено однозначно, так как распространяющаяся в нем волна не является волной Т-типа. Однако все три значения волнового сопротивления для волны H_{10} , определяемые формулами (3.25)–(3.27), характеризуются одинаковыми зависимостями от параметров a и b . Следовательно, волновое сопротивление для волны H_{10} может быть записано в виде

$$Z = \eta \frac{ab}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} \quad (1.19)$$

где постоянная K зависит от выбранного определения волнового сопротивления. Эта формула может быть использована для определения выражения чувствительности. Выполнив необходимые преобразования, получим

$$S_{\epsilon}^Z = 1 \quad (1.20a)$$

$$S_{\epsilon}^Z = -\frac{1}{2} \left| \frac{\lambda_0}{2a} \right|^2 \quad (1.20b)$$

График чувствительности, рассчитанный по формуле (1.20b) для волновода трехсантиметрового диапазона, приведен на рис. 4.4.

Круглый волновод. Характеристики круглого волновода определяются выражениями (3.31)–(3.34) и е

$$f_{k1} = \frac{c}{2a} A \quad (1.21)$$

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon - (A/a)^2} \quad (1.22)$$

где $A = 3.1416$ м/с.

$A = \rho_{H1}$ или ρ_{H1} для Е и Н волн соответственно

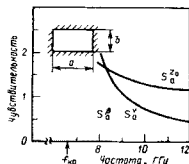


Рис. 4.4. Чувствительность величин Z_{01} , β и η для прямоугольного волновода с волной типа H_{10} ($a=22,9$ мм, $b=11,16$ мм и $\epsilon_r=1$)

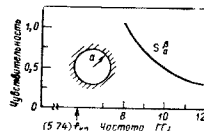


Рис. 4.5. Чувствительность фазовой постоянной волны H_{11} в круглом волноводе ($a=16,33$ мм, $\epsilon_r=1$)

Используя эти формулы, найдем соответствующие значения чувствительностей, которые оказываются одинаковыми для волн Н и Е-типов

$$S_{\epsilon}^{\eta} = -1 \quad (1.23)$$

$$S^{\beta} = (A/(\beta a))^2 \quad (1.24)$$

Выражения чувствительностей волнового сопротивления совпадают с соответствующими выражениями для прямоугольного волновода. График чувствительности величины β определяемый для волн H_{11} , выражением (1.24) приведен на рис. 4.5

4. ПОЛОСКОВЫЕ И МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

4.1 ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Характеристики полосковых линий определяются формулами (3.39)–(3.41). Из этих формул могут быть получены выражения чувствительностей

$$S_{\epsilon}^Z = \frac{W}{Z_0} \frac{\partial Z_0}{\partial W} \quad (1.25)$$

$$S_{\epsilon}^Z = \frac{b}{W} \left[\frac{W}{b} - \frac{2}{\pi} \frac{a}{2-x} \right] S_{\epsilon}^Z \quad (1.26)$$

$$S_{\epsilon}^Z = \frac{1}{W} \left[\frac{W}{b} - \frac{1}{\pi} \left[\frac{x}{2-x} - \ln \frac{x}{2-x} \right] \right] S_{\epsilon}^Z \quad (1.27)$$

$$S_{\epsilon}^Z = -0,5 \pm S_{\epsilon}^{\epsilon} \quad (1.28)$$

где $\partial Z_0 / \partial W$ определяется формулой (3.48) $x = t/b$

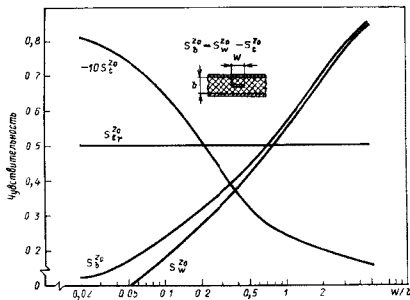


Рис. 4.6 Чувствительность волнового сопротивления полосковой линии ($\epsilon_r = 2,55$, $b = 3,17$ мм, $t = 0,036$ мм) [3]

Графики чувствительностей, рассчитанных по (4.25) - (4.28), приведены на рис. 4.6. Как видно из рисунка, для больших значений волновых сопротивлений линии ($W < b$) волновое сопротивление Z_0 более чувствительно к отклонению диэлектрической постоянной, чем к отклонению размеров W или b . Отклонения размеров W и b играют большую роль при низких значениях волновых сопротивлений линий. Влияние отклонений на изменение КСВН и волнового сопротивления линии можно оценить по графику на рис. 4.7, построенному для случая $\Delta W = 0,0762$ мм, $\Delta b = 0,254$ мм, $\Delta t = 0,00355$ мм и $\Delta \epsilon_r = 0,2$. По графикам, приведенным на рис. 4.8 можно определить требования к

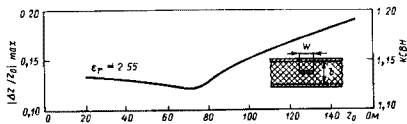
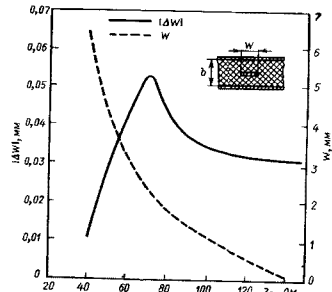


Рис. 4.7 Максимальное изменение волнового сопротивления полосковой линии, вызванное отклонением размеров ($\Delta W = 0,0762$ мм, $\Delta b = 0,254$ мм, $\Delta t = 0,00355$ мм; $\Delta \epsilon_r = 0,2$) [3]

Рис. 4.8 Требуемая точность изготовления ширины головок полосковой линии (ΔW), необходимая для обеспечения КСВН $\leq 1,1$ ($\epsilon_r = 2,55 \pm 0,2$, $\Delta b = 0,254$ мм, $\Delta t = 0,00355$ мм) [3]



технологии изготовления, обеспечивающей необходимый допуск на ширину линии W для получения КСВН $\leq 1,1$. Значения остальных допусков приведены на рисунке

4.2 МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Для микрополосковых линий величины Z_0 и ϵ_{rp} определяются формулами (3.54) - (3.57). Формулы чувствительности для $t = 0$ имеют вид [3]

$$S_{Z_0}^{\epsilon_r} = -S_{Z_0}^{\epsilon_{rp}} \left[\frac{1}{Z_0 \sqrt{\epsilon_{rp}}} \frac{60 (8h/W - W/4h)}{(8h/W + W/4h)} + A \text{ для } W/h \leq 1 \quad (4.29a) \right. \\ \left. \frac{Z_0 \sqrt{\epsilon_{rp}}}{120\pi} \left[\frac{W}{h} + 0,44 \frac{h}{W} + \frac{6h}{W} \left(1 - \frac{h}{W} \right)^2 \right] + A \right. \\ \left. \text{для } W/h \geq 1 \right] \quad (4.29b)$$

где

$$A = 1,25 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_{rp}} \frac{h/W}{(1 + 10h/W)^3}^2$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_0} = -\frac{\epsilon_r}{4\epsilon_{rp}} [1 + (1 + 10h/W)^{-1/2}] \quad (4.30)$$

$$S_{\epsilon_{rp}}^{Z_0} = -2S_{\epsilon_r}^{Z_0} \quad (4.31)$$

$$S_{W/h}^{Z_0} = -S_{h/W}^{\epsilon_{rp}} = 2A \quad (4.32)$$

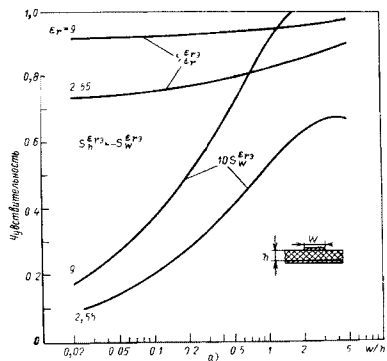


Рис. 4.9а Чувствительность волнового сопротивления мкр полоски к ϵ_r ($\epsilon_r = 9,7$, $h = 0,635$ мм; $\epsilon_r = 2,55$; $h = 1,588$ мм) [2]

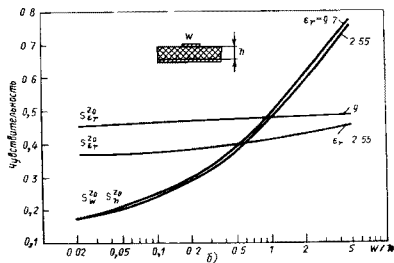


Рис. 4.9б Чувствительность эффективной диэлектрической постоянной микрополосковой линии ($\epsilon_r = 9,7$; $h = 0,635$ мм; $\epsilon_r = 2,55$; $h = 1,588$ мм) [2]

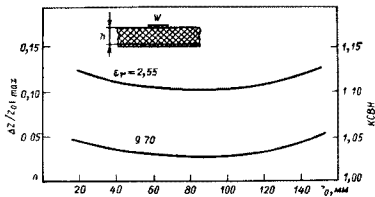


Рис. 4.10. Влияние допусков изготовления на волновое сопротивление линии ($h = 0,535 \pm 0,0254$ мм, $\epsilon_r = 9,7 \pm 0,20$ и $\Delta W = \pm 0,00254$ мм; $h = 1,587 \pm 0,127$ мм; $\epsilon_r = 2,55 \pm 0,20$ и $\Delta W = 0,0762$ мм) [2]

Кривые чувствительности волнового сопротивления и эффективной диэлектрической постоянной, построенные по (4.30) — (4.32) приведены на рис. 4.9а и 4.9б соответственно. Как видно из рис. 4.9а, кривые чувствительностей волнового сопротивления микрополосковой линии аналогичны соответствующим кривым для полосковых линий. Из кривых чувствительностей эффективной диэлектрической постоянной

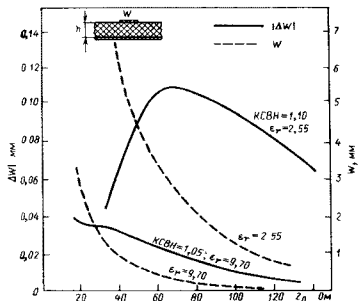


Рис. 4.11. Требуемая точность изготовления ширины полоски микрополосковой линии для обеспечения заданных значений КСВН (КСВН = 1,05, $\epsilon_r = 9,70 \pm 0,20$ и $h = 0,635 \pm 0,0254$ мм; КСВН = 1,10, $\epsilon_r = 2,55 \pm 0,20$ и $h = 1,587 \pm 0,127$ мм) [2]

ной (рис. 4.9б) замечаем, что величина $\epsilon_{r,0}$ более чувствительна к отклонению диэлектрической постоянной. Это согласуется с физическими представлениями. Влияние допусков на волновое сопротивление передающей линии показано на рис. 4.10, а на рис. 4.11 приведены графики необходимой точности изготовления ΔW для получения требуемого значения КСВН при заданных значениях остальных допусков.

4.5 ЩЕЛЕВЫЕ И КОПЛАНАРНЫЕ ЛИНИИ

4.5.1 ЩЕЛЕВЫЕ ЛИНИИ

Характеристики щелевой линии описываются выражениями (3.67) — (3.70). Формулы чувствительности для них имеют вид [4]

1) для $0.02 \leq W/h \leq 0.2$

$$S_{W_{os}}^{Z_{os}} = \frac{50}{Z_{os}} \left\{ 2 \frac{W}{h} - 0.12 - \frac{(W/h - 0.02)(W/h - 0.1)}{W/h} \right\} + 0.0086(44.28 - 8.50 \ln \epsilon_r) - \frac{W}{Z_{os}} (0.4647 \ln \epsilon_r + 1.44) \quad (4.33)$$

$$S_h^{Z_{os}} = S_{W_{os}}^{Z_{os}} + \frac{h}{Z_{os}} \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial Z_{os}}{\partial (h/\lambda_0)} \quad (4.34)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{os}}{\partial (h/\lambda_0)} &= 200 \left(11.4 - 2.637 \ln \epsilon_r - \frac{h}{\lambda_0} 10^3 \right) \times \\ &\times [0.139 \ln \epsilon_r - 0.11 + (0.4647 \ln \epsilon_r + 1.44) W/h], \\ S_{F_r}^{Z_{os}} &= \frac{0.434 \epsilon_r}{Z_{os}} \{ 35.19 + 8.50 \ln (W/h) 10^3 + (0.32 + \\ &+ 1.07 W/h) (11.4 - 2.637 \ln \epsilon_r - h/\lambda_0 10^3)^2 - 12.14 (11.4 - \\ &- 2.637 \ln \epsilon_r - h/\lambda_0 10^3) [0.139 \ln \epsilon_r - 0.11 + \\ &+ (0.4647 \ln \epsilon_r + 1.44) W/h] \} \quad (4.35) \end{aligned}$$

$$S_{W/h}^{F_r} = 2 S_{W/h}^{Z_{os}} - \frac{2W/h}{\epsilon_{r,0}} [0.2 - 0.126 \ln (h/\lambda_0 10^3)] \quad (4.36)$$

$$S_h^{F_r} = S_{W/h}^{F_r} + \frac{0.8686}{\epsilon_{r,0}} (0.29 W/h + 0.047) \quad (4.37)$$

$$S_{\epsilon_r}^{F_r} = 0.389 / \epsilon_{r,0} \quad (4.38)$$

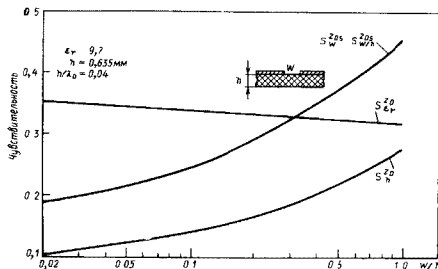


Рис. 4.12 Кривые чувствительности волнового сопротивления щелевой линии [2]

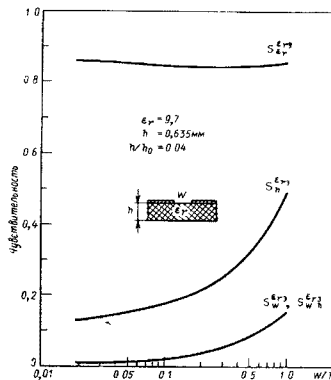


Рис. 4.13 Кривые чувствительности эффективной диэлектрической постоянной щелевой линии [2]

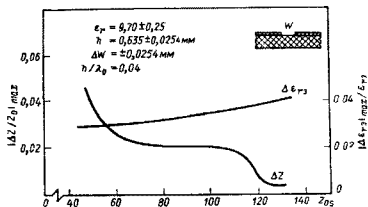


Рис 4.14 Влияние допусков на волновое сопротивление эффективную диэлектрическую постоянную щелевой линии [2]

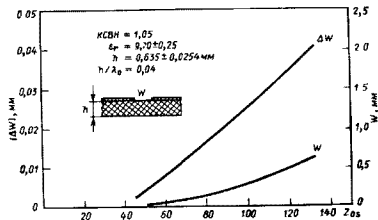


Рис 4.15 Требуемая точность изготовления ширины щели в функции Z_{0s} [2]

2) для $0,2 \leq W/h < 1,0$

$$Z_{0s} = \frac{W}{Z_{0s}} \{1,25 (114,59 - 22,53 \ln \epsilon_r) + 24 - 40 W/h -$$

$$- [10,25 - 2,17 \ln \epsilon_r + (2,1 - 0,617 \ln \epsilon_r) W/h -$$

$$- h/\lambda_0 \cdot 10^4] \{0,9 \ln \epsilon_r - 0,79\} \{10,25 - 2,17 \ln \epsilon_r + (2,1$$

$$- 0,617 \ln \epsilon_r) W/h - h/\lambda_0 \cdot 10^4\} + 2 (2,1 - 0,617 \ln \epsilon_r) \{0,15$$

$$+ 0,1 \ln \epsilon_r + (0,9 \ln \epsilon_r - 0,79) W/h\} \quad (4.39)$$

$$S_{0s} = S_{0s}^* + \frac{h/\lambda_0}{Z_{0s}} \frac{\partial Z_{0s}}{\partial (h/\lambda_0)} \quad (4.40)$$

176

$$\frac{\partial Z_{0s}}{\partial (h/\lambda_0)} = 200 [10,25 - 2,17 \ln \epsilon_r + (2,1 - 0,617 \ln \epsilon_r) W/h -$$

$$- h/\lambda_0 \cdot 10^4] \{0,15 + 0,1 \ln \epsilon_r + (0,9 \ln \epsilon_r - 0,79) W/h\}$$

$$S_{0s}^* = \frac{0,4343}{Z_{0s}} \{53,55 + 64,85 W/h + (0,23 +$$

$$+ 2,07 W/h) [10,25 - 2,17 \ln \epsilon_r + (2,1 - 0,617 \ln \epsilon_r) W/h -$$

$$- h/\lambda_0 \cdot 10^4] - 2 (5 + 1,42 W/h) \{0,15 + 0,1 \ln \epsilon_r +$$

$$+ (0,9 \ln \epsilon_r - 0,79) W/h\} \{10,25 - 2,17 \ln \epsilon_r + (2,1$$

$$- 0,617 \ln \epsilon_r) W/h - h/\lambda_0 \cdot 10^4\} \quad (4.41)$$

$$S_{0r}^* = -\frac{2W/h}{\epsilon_{r0}} [0,111 - 0,0022 \epsilon_r - 0,041 \ln (\eta/\lambda_0 \cdot 10^4)] \quad (4.42)$$

$$S_{0r}^* = -S_{0r}^* + \frac{10,8686}{\epsilon_{r3}} (0,121 + 0,094 W/h - 0,0032 \epsilon_r) \quad (4.43)$$

$$S_{0r}^* = \frac{2}{\epsilon} \{0,21 + 0,0022 \epsilon_r W/h - 0,0014 \epsilon_r \ln (h/\lambda_0 \cdot 10^4)\} \quad (4.44)$$

Графики чувствительностей, построенные по формулам (4.33) — (4.44), приведены на рис. 4.12–4.13. Кривые изменения волнового сопротивления и $|\Delta W|$ приведены на рис. 4.14, 4.15 соответственно

4.5.2 КОПЛАНАРНЫЕ ЛИНИИ

Выражения чувствительностей для копланарного волновода и копланарной линии могут быть получены из формул (3.73) — (3.76). Эти выражения приведены здесь для случая $t = 0$:

$$S_{0s}^{Z_{0s}} = -S_{0s}^{Z_{0s}} = \frac{60P}{Z_{0s}^2} \frac{W}{s} k^2 \quad (4.45a)$$

где

$$k = s/(s + 2W),$$

$$P = \begin{cases} \frac{k}{(1 - \sqrt{1 - k^2})(1 - k^2)^{3/4}} & \text{для } 0 \leq k \leq 0,707 \\ \frac{1}{(1 - k)\sqrt{k}} \left(\frac{K'}{K}\right)^2 & \text{для } 0,707 \leq k \leq 1,0 \end{cases} \quad (4.45b)$$

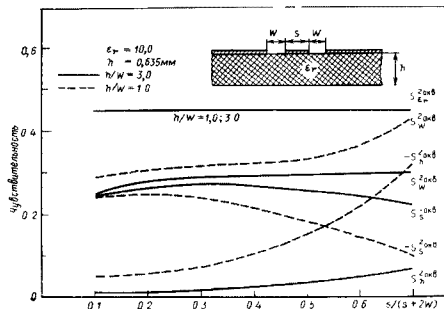


Рис. 4.16 Коэффициенты чувствительности волнового сопротивления копланарного волновода [4]

Чувствительности относительно h и ϵ_r , т. е. $S_{h, \epsilon_r}^{Z_{0kl}}$ и $S_{h, \epsilon_r}^{Z_{0h}}$, равны нулю, так как характеристики копланарного волновода с воздушным диэлектриком не зависят от h и ϵ_r . Чувствительности ϵ_r относительно различных параметров определяются как

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0h}} = \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ k^2 \frac{W}{h} \left[1.465 \frac{W}{s} - 0.647 \right. \right. \\ \left. \left. + (0.0013 + 0.0015 \frac{W}{s}) \right] \right\} \quad (4.45)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0s}} = \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ k^2 \frac{W}{s} \left[0.085 - 0.0005\epsilon_r \right. \right. \\ \left. \left. - k[2.8 - 0.04(1 - 0.1\epsilon_r)] \right] \right\} \quad (4.46)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{00}} = -S_{\epsilon_r}^{Z_{0h}} - S_{\epsilon_r}^{Z_{0s}} \quad (4.47)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0h}} = \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \text{th} \left[0.775 \ln \left(\frac{h}{W} \right) - 1.75 \right] - \right. \\ \left. + \frac{kW}{h} [0.04 - 0.7k + 0.01(1 - 0.1\epsilon_r)(0.25 + \right. \right. \\ \left. \left. + k)] - 0.001 \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{kW}{h} (0.25 + k) \right\} \quad (4.48)$$

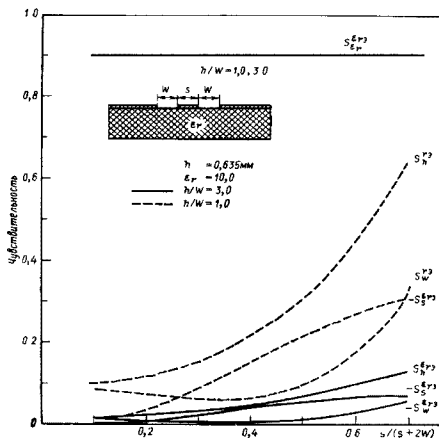


Рис. 4.17 Кривые чувствительности эффективной диэлектрической постоянной копланарного волновода [4]

Графики чувствительностей, построенные по (4.45) и (4.46), представлены соответственно на рис. 4.16 и 4.17. На рис. 4.18 приведены графики изменения волнового сопротивления для указанных там значений допусков. На этом же рисунке приведены графики изменения величины $(\Delta \epsilon_r)_{\max}/\epsilon_r$. Следует заметить, что значение ΔZ сравнимо с соответствующими значениями для микрополосковой (рис. 4.10) и щелевой (рис. 4.14) линий, в то время как результаты $\Delta \epsilon_r/\epsilon_r$ несколько хуже.

Для копланарных полосковых линий чувствительность волнового сопротивления при воздушном диэлектрике Z_{0kl}^0 относительно параметров s и W определяется формулами

$$S_{s, W}^{Z_{0kl}^0} = S_{s, W}^{Z_{0kl}} \frac{120k(1-k)P}{Z_{0kl}^0} \quad (4.49)$$

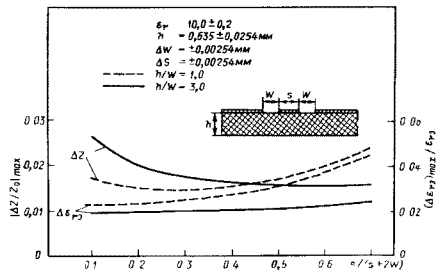


Рис. 4.18. Влияние допусков на волновое сопротивление эффективную диэлектрическую постоянную копланарного волновода [4]

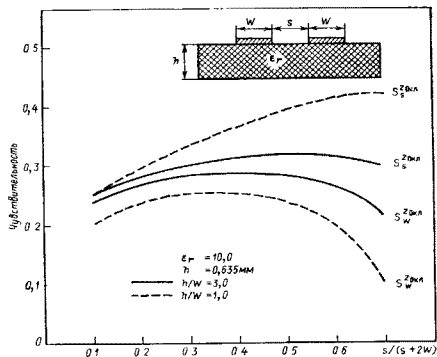


Рис. 4.19. Кривые чувствительностей волнового сопротивления копланарной полосковой линии [4]

где

$$P = P \left[\frac{\Lambda}{K} \right]^2 \quad (4.476)$$

а P определено ранее в (4.456).

Здесь как и для копланарного волновода, чувствительность относительно параметров h и ϵ_r равна нулю. Выражения для чувствительностей ϵ_r относительно различных параметров (W , s , h и ϵ_r) совпадают с аналогичными выражениями для копланарных волноводов, так как формулы для ϵ_r в обоих случаях одинаковы. График чувствительности волнового сопротивления копланарной полосковой линии относительно W и s приведен на рис. 4.19. Заметим, что величина Z_{0n} менее чувствительна к изменению W чем к изменению s .

4.6. СВЯЗАННЫЕ ПОЛОСКОВЫЕ И МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

4.6.1. СВЯЗАННЫЕ ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Характеристики связанных полосковых линий описываются формулами (3.97), (3.98). Выражения чувствительностей имеют вид

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0i}} = \frac{Z_{0i} \sqrt{\epsilon_r}}{30\pi} \frac{W}{b-t} \quad (4.48)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0e}} = \frac{b}{h-t} \left[1 - \frac{Z_{0e} \sqrt{\epsilon_r}}{30\pi} \left[\frac{A}{t} \ln \left(\frac{2b-t}{t} \right) + \frac{hC_f}{2\pi} \frac{\partial A_f}{\partial t} \right] \right] \quad (4.49)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0i}} = - \frac{Z_{0i} \sqrt{\epsilon_r}}{30\pi} \frac{h}{b-t} \frac{\epsilon_r}{2\pi} \frac{\partial A_f}{\partial s} \quad (4.50)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0e}} = \frac{t}{t-t} \left[-1 + \frac{Z_{0e} \sqrt{\epsilon_r}}{60\pi^2} \ln \left| \frac{2tb-t^2}{(b-t)^2} \right| \right] \quad (4.51)$$

$$S_{\epsilon_r}^{Z_{0r}} = -0.5 \quad (4.52)$$

где индекс «i» заменяет индексы «e» или «o» для четного и нечетного типов возбуждения соответственно. Величины A и C_f определяются формулой (3.98) а

$$\frac{\partial A_{e,o}}{\partial b} = - \frac{s}{b} \frac{\partial A_{e,o}}{\partial s} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial A_e}{\partial s} = \frac{\pi}{2b \ln 2} \frac{\operatorname{sch}^2 \frac{\pi s}{2b}}{1 + \operatorname{th} \frac{\pi s}{2b}} \quad (4.54a)$$

$$\frac{\partial A_o}{\partial s} = - \frac{\pi}{2b \ln 2} \frac{\operatorname{csch}^2 \frac{\pi s}{2b}}{1 + \operatorname{cth} \frac{\pi s}{2b}} \quad (4.54b)$$

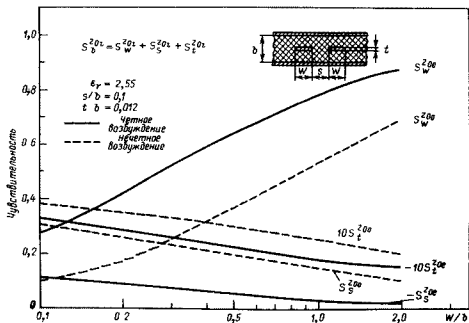


Рис. 4.20. Кривые чувствительностей волновых сопротивлений связанных по боковым линиям для четного и нечетного возбуждений

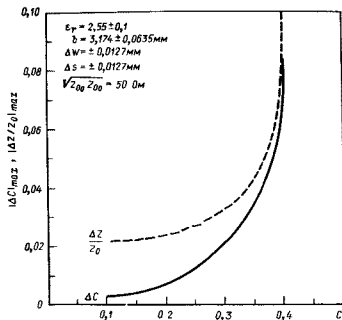


Рис. 4.21. Влияние допусков на коэффициент связи и волновое сопротивление 50-омных связанных полосковых линий

Чувствительности для четных и нечетных видов возбуждения могут быть использованы для определения изменений характеристик связанных линий, вызванных влиянием допусков изготовления. Этими характеристиками являются коэффициент связи, направленность, входные потери, волновое сопротивление и др. Здесь будем рассматривать влияние допусков изготовления на коэффициент связи C и волновое сопротивление Z_0 .

Изменение коэффициентов связи. Максимальное изменение коэффициента связи определяется формулой

$$\frac{\Delta C_{\max}}{C} = \left| \frac{\Delta W}{W} S_w^C \right| + \left| \frac{\Delta b}{b} S_b^C \right| + \left| \frac{\Delta s}{s} S_s^C \right| + \left| \frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r} S_{\epsilon_r}^C \right| \quad (4.55)$$

где

$$C = (Z_{0e} - Z_{0o}) / (Z_{0e} + Z_{0o})$$

$$S_x^C = \frac{1 - C^2}{2C} [S_x^{Z_{0e}} - S_x^{Z_{0o}}]$$

Здесь вместо x можно поставить любые из параметров W , h , s или ϵ_r .

Изменение волнового сопротивления. Максимальное изменение волнового сопротивления связанных линий Z_0 , определяемое как $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$, может быть найдено по формуле

$$\frac{\Delta Z_0 / \max}{Z_0} = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta W}{W} (S_w^{Z_{0e}} + S_w^{Z_{0o}}) \right| + \left| \frac{\Delta b}{b} (S_b^{Z_{0e}} + S_b^{Z_{0o}}) \right| + \left| \frac{\Delta s}{s} (S_s^{Z_{0e}} + S_s^{Z_{0o}}) \right| + \left| \frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r} (S_{\epsilon_r}^{Z_{0e}} + S_{\epsilon_r}^{Z_{0o}}) \right| \quad (4.56)$$

Кривые чувствительностей волновых сопротивлений при четном и нечетном возбуждениях представлены на рис. 4.20, максимальные изменения коэффициента связи и волнового сопротивления для заданных допусков изготовления — на рис. 4.21

4.6.2 СВЯЗАННЫЕ МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Волновое сопротивление и эффективная диэлектрическая постоянная рассчитываются по формулам (3.101) — (3.110). Используя эти формулы и определение чувствительности, получим следующие выражения для различных чувствительностей:

$$S_{x_j}^{Z_{0i}} = -0.5 \left[\frac{x_j}{C_i} \frac{\partial C_i}{\partial x_j} + \frac{x_j}{C_i^n} \frac{\partial C_i^n}{\partial x_j} \right] = -0.5 \left[\frac{x_j/h}{C_i} \frac{\partial C_i}{\partial (x_j/h)} + \frac{x_j/h}{C_i^n} \frac{\partial C_i^n}{\partial (x_j/h)} \right] \quad (4.57)$$

$$S_{x_j}^{\epsilon_i} = \frac{x_j}{C_i} \frac{\partial C_i}{\partial x_j} - \frac{x_j}{C_i^n} \frac{\partial C_i^n}{\partial x_j} \quad (4.58)$$

где индекс «i» заменяет индексы «e» или «o» для четного и нечетного типов возбуждения соответственно; вместо x_j подставляется любой из параметров W или s а C^* — емкость в случае если диэлектриком служит воздух.

Получим

$$S_{e_r}^{Z_{0i}} = 0,5 \frac{e_r}{C} \frac{\partial C}{\partial e_r} \quad (4.59)$$

$$S_{e_r}^{Z_{0o}} = 2S_{e_r}^{Z_{0i}} \quad (4.60)$$

Для четного возбуждения различные производные определяются формулами

$$2 \frac{\partial C_e}{\partial (W/h)} = e_0 e_r (1 - P) - \frac{1+P}{cZ_0^2} \left[\frac{e_{rs}}{Z_0^2} \frac{\partial Z_0^2}{\partial (W/h)} - \frac{\partial e_{rs}}{\partial (W/h)} \right] \quad (4.61)$$

$$0,1265AP^2 Q \frac{\text{th}(10s/h)}{s/h} \exp(2,33 - 2,53W/h) \quad (4.61)$$

$$2 \frac{\partial C_e}{\partial (s/h)} = \frac{Af^2 Q}{s/h} \left[\frac{\text{th}(10s/h)}{s/h} - 10 \text{sch}^2(10s/h) \right] \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial C_e}{\partial e_r} = e_0 \frac{W}{h} \frac{1}{2} \frac{P}{2cZ_0^2} \frac{\partial e_{rs}}{\partial e_r} \quad (4.63)$$

где

$$P = [1 + A(h/s) \text{th}(10s/h)]^{-1}$$

$$Q = e_{rs}/(cZ_0^2) - e_0 e_r W/h;$$

$$A = \exp[-0,1 \exp(2,33 - 2,53W/h)]$$

$$\frac{\partial Z_0^2}{\partial (W/h)} = \begin{cases} -\frac{1}{W/h} \frac{60(8h/W - 0,25W/h)}{8(h/W + 0,25W/h)} & \text{для } (W/h \leq 1) \\ \frac{(Z_0^2)^2}{120\pi(W/h)} \left[\frac{W}{h} + 0,44 \frac{h}{W} + \frac{6h}{W} \left(1 - \frac{h}{W}\right)^2 \right] & \text{для } (W/h \geq 1) \end{cases} \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial e_{rs}}{\partial (W/h)} = \frac{2,5(e_r - 1)}{(W/h)^2 (1 + 10h/W)^{3/2}} \quad (4.65)$$

$$S_{s_i}^{Z_{0i}} = -[S_{W/h}^{Z_{0i}} + S_{s/h}^{Z_{0i}}] \quad (4.66)$$

Выражение производной для C^* получим подстановкой $e_r = 1$ в приведенные здесь уравнения производных

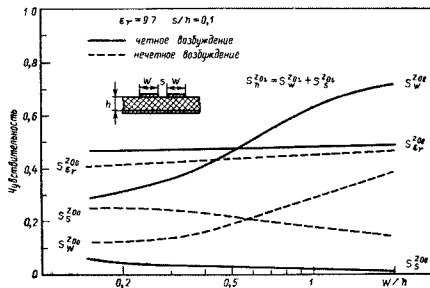


Рис. 4.22. Кривые чувствительностей волновых сопротивлений связанных микрополосковых линий при четном и нечетном возбуждениях

Для нечетного возбуждения различные производные определяются формулами

$$\frac{\partial C_o}{\partial (W/h)} = \frac{e_0 e_r}{2} \left\{ 1 - 0,65 \left[\frac{0,02}{s/h} \left(\sqrt{e_r} + 1 - \frac{1}{e_r^2} \right) \right] + \frac{\partial C_{oa}}{\partial (W/h)} + \frac{1}{2cZ_0^2} \left\{ 1 + 0,65 \left[\frac{0,02}{s/h} \left(\sqrt{e_r} + 1 - \frac{1}{e_r^2} \right) \right] \right\} \right\} \times \left[\frac{\partial e_{rs}}{\partial (W/h)} - \frac{e_{rs}}{Z_0^2} \frac{\partial Z_0^2}{\partial (W/h)} \right] \quad (4.67)$$

Графики чувствительности волновых сопротивлений при четном и нечетном типах возбуждения приведены на рис. 4.22. Максимальные изменения коэффициента связи и волнового сопротивления находятся

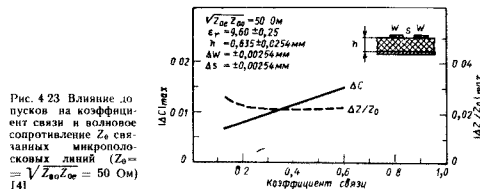


Рис. 4.23. Влияние допусков на коэффициент связи и волновое сопротивление Z_0 связанных микрополосковых линий ($Z_{0e} = \sqrt{Z_{0o} Z_{0e}} = 50 \text{ Ом}$)

так же, как и для связанных полосковых линий в соответствии с формулами (4.56) и (4.55). Графики этих максимальных изменений приведены на рис. 4.23.

Итак, в настоящей главе получены выражения для чувствительности волновых сопротивлений и фазовых скоростей для различных типов линий передачи. Этот анализ вместе с анализом чувствительности схем, рассматриваемым в гл. 12, используется для исследования допустимых отклонений и при оптимизации СВЧ устройств.

Глава 5

НЕОДНОРОДНОСТИ В КОАКСИАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ И ВОЛНОВОДАХ

5.1 ВВЕДЕНИЕ

Отрезки однородных линий передачи, рассмотренных в гл. 3, входят в состав СВЧ устройств как основные конструктивные элементы. Однако этим отрезкам обязательно сопутствуют неоднородности того или иного типа. Типичными неоднородностями являются

- 1) ступенчатые изменения размеров (используемые для изменения уровней волнового сопротивления),
- 2) повороты (на прямой угол и другие),
- 3) Т-соединения;
- 4) короткозамкнутые и разомкнутые линии и др.

Реактивные сопротивления, связанные с этими неоднородностями, могут быть названы паразитными, так как они не вводятся намеренно. В хорошо сконструированных устройствах эти реактивные сопротивления пытаются снизить или компенсировать. С другой стороны, имеются реактивные неоднородности, которые вводятся специально для достижения определенных функций устройства. Примерами таких неоднородностей являются:

- 1) диафрагма в коаксиальной линии,
- 2) индуктивный или емкостный штырь в волноводе;
- 3) разрыв в центральном проводнике полосковой линии и др.

Для полного понимания принципа работы СВЧ устройств необходимо знать характеристики входящих в них неоднородностей. Поскольку размеры неоднородностей обычно намного меньше длины волны, то эти неоднородности могут быть представлены эквивалентными схемами на сосредоточенных элементах. Во многих случаях, когда продольные размеры неоднородностей очень малы, их эквивалентные схемы состоят только из одного реактивного сопротивления, расположенного в точке неоднородности и соединенного параллельно или последовательно с линией. Если же неоднородность в продольном направлении имеет большую протяженность, то эквивалентная схема обычно представляется четырехполюсником Π - или T -типа.

Для более полного описания неоднородностей необходимы частотные зависимости коэффициентов матрицы рассеяния этих неоднород-

ностей. Метод такого анализа для некоторых типов неоднородностей имеется [1].

Неоднородности сопутствуют всем типам линий передачи. Неоднородности в коаксиальных линиях и волноводах рассматривались в ранней литературе по СВЧ [2]. Однако для проектирования СВЧ интегральных микросхем необходимы точные характеристики неоднородностей. Это объясняется тем, что микрополосковые устройства не позволяют производить простыми средствами регулировку или настройку после изготовления. Если использовать для регулировки специальные приспособления, то теряются основные преимущества, полученные от применения технологии СВЧ интегральных микросхем — компактность и воспроизводимость. Поэтому последние годы неоднородности в микрополосковых и полосковых линиях широко изучались [1]. Эти неоднородности рассматриваются в гл. 6.

В наиболее однородных линиях передачи, используемых в СВЧ устройствах, поля полностью описываются единственным типом распространяющейся волны. В противном случае этому для полного описания поля вблизи неоднородности в добавление к распространяющейся волне, как правило, требуется бесконечное число нераспространяющихся типов волн. Однако нераспространяющиеся типы волн высоких порядков сосредоточены в малой окрестности в непосредственной близости от неоднородности. Следовательно неоднородность поля может рассматриваться как локальная.

В этой главе рассматриваются эквивалентные схемы сосредоточенных неоднородностей различных типов в коаксиальных линиях и прямых волноводах. Даются ссылки на обоснование ряда моделей эквивалентных схем. Представлены приближенные выражения в замкнутой форме и приведены типовые значения элементов моделей. Указываются погрешности этих приближенных выражений по сравнению с численными результатами точного теоретического анализа.

5.2 НЕОДНОРОДНОСТИ В КОАКСИАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ

В литературе рассмотрены различные типы неоднородностей в коаксиальных линиях [2]. К ним относятся емкостный зазор, скачок диаметра, емкостная щель, Т-соединение, небольшое эллиптическое или круглое отверстие, щель связи между двумя коаксиальными линиями, разветвление коаксиальных линий и др. Конфигурации и эквивалентные схемы некоторых неоднородностей приведены на рис. 5.1. Полные сведения об этих неоднородностях обобщены в следующих подразделах. Матрицы рассеяния для этих неоднородностей можно получить, используя результаты Приложения 2.

5.2.1 ЕМКОСТНЫЙ ЗАЗОР В КОАКСИАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ

Зазор в центральном проводнике коаксиальной линии, показанный на рис. 5.1а, представляется в основном последовательной емкостью в линии. Этот тип неоднородности широко используется в СВЧ полосковых фильтрах и для блокировки по постоянному току.

Если ширина зазора мала по сравнению с длиной волны, то эта неоднородность может исследоваться на основе электростатики, а эквивалентная схема неоднородности зазора может быть представлена, как показано на рис. 5.1а. Для анализа представим эквивалентную схему, как показано на рис. 5.2. Последовательная и параллельная емкости определяются на основе расчета трех емкостей: суммарной емкости длинной линии, замкнутой в плоскости сечения АА, разомкнутой в по-

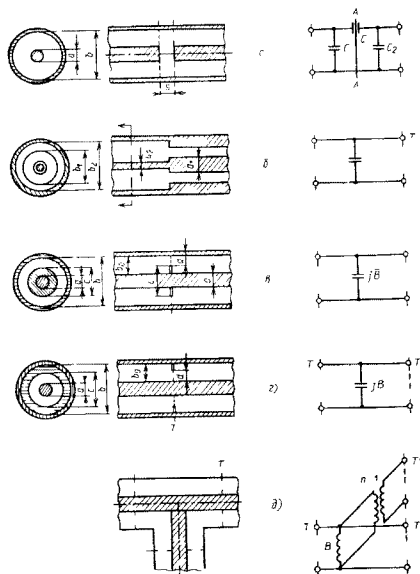


Рис. 5.1 Неоднородности в коаксиальной линии и их эквивалентные схемы: а — емкостный зазор, б — скачок диаметров; в — шайба на внешнем проводнике, г — шайба на внутреннем проводнике, д — Т-соединение

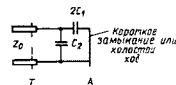


Рис. 5.2 Эквивалентная схема для анализа неоднородности в виде емкостного зазора

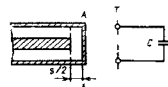


Рис. 5.3 Коаксиальная линия, замкнутая в плоскости АА, и ее эквивалентная схема

скости этого сечения и при отсутствии неоднородности. Отрезок должен быть достаточно длинным, чтобы гарантировалось затухание волн нераспространяющихся типов, возникающих на неоднородности. Это условие выполняется, если длина линии равна диаметру внешнего проводника или больше него. Численные результаты для различных ширин зазора и различных отношений диаметров приведены в табл. 5.1 [3].

Значения емкостей C_1 и C_2 , приведенные в табл. 5.1, могут также использоваться для определения емкости разомкнутого конца линии для конструкции, показанной на рис. 5.3. Емкость разомкнутого конца

Таблица 5.1 Последовательная (C_1) и параллельная (C_2) емкости эквивалентной схемы зазора в центральном проводнике коаксиальной линии при разных отношениях диаметров (b/a) [3]

$\frac{b}{a}$	C					
	При отношениях диаметров b/a					
	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
0,05	0,367	0,0354	0,275	0,0143	0,188	0,0082
0,075	0,238	0,0486	0,183	0,0206	0,127	0,0120
0,10	0,173	0,0598	0,136	0,0265	0,0960	0,0156
0,15	0,106	0,0767	0,0858	0,0366	0,0623	0,0221
0,20	0,0718	0,0890	0,0598	0,0450	0,0443	0,0277
0,25	0,0516	0,0985	0,0436	0,0520	0,0328	0,0327
0,30	0,0383	0,106	0,0328	0,0579	0,0249	0,0369

Окончание табл. 5.1

$\frac{b}{a}$	C_2					
	При отношениях диаметров b/a					
	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
0,05	0,138	0,0061	0,0702	0,0039	0,0316	0,0026
0,075	0,0946	0,0089	0,0498	0,0057	0,0231	0,0038
0,10	0,0719	0,0116	0,0384	0,0074	0,0183	0,0050
0,15	0,0474	0,0166	0,0259	0,0105	0,0127	0,0067
0,20	0,0340	0,0210	0,0188	0,0133	0,0093	0,0087
0,25	0,0254	0,0248	0,0143	0,0157	0,0070	0,0102
0,30	0,0194	0,0281	0,0109	0,0178	0,0054	0,0113

линии есть C_2 , а емкость относительно закорачивающей плоскости, расположенной на расстоянии $s/2$ от внутреннего проводника C , определяется как $(2 C_1 + C_2)$. Выражение для емкости C в замкнутой форме записывается в виде [3]

$$C = \frac{\pi a^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{2s} + 2a\epsilon_0 \epsilon_r \ln \left\{ \frac{b-a}{s} \right\}. \quad (5.1)$$

Уравнение (5.1) имеет силу при следующих ограничениях.

$$\lambda_0 \gg (b-a) \gg s \quad (5.2)$$

Для небольших зазоров ($s/a < 0.1$) точность уравнения (5.1) лежит в пределах 5%. Для 50 омной линии погрешность не превышает 1,5%.

Разомкнутый конец коаксиальной линии, нагруженный на круглый волновод с критической частотой, меньшей рабочей частоты, обычно используется как оконечная нагрузка холостого хода. Емкость такой нагрузки рассчитана различными методами в работе [12].

5.2.2 СКАЧОК ДИАМЕТРОВ ПРОВОДНИКОВ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ

Геометрия резкого скачка внутреннего и внешнего проводников коаксиальной линии, расположенных в одном сечении линии, показана на рис. 5.1б. Это обычный тип неоднородности, встречающийся в устройствах на коаксиальных линиях. Ступенчатая неоднородность может быть представлена шунтирующей емкостью в сечении скачка, как показано на рис. 5.1б. Емкость слабо зависит от частоты, если размеры поперечного сечения линии в плоскости неоднородности малы по сравнению с длиной волны.

Расчет емкости неоднородности можно осуществлять, используя различные методы [2, 7]. В работе [8] для расчета емкости неоднородности использовался вариационный метод. Приближенное значение шунтирующей емкости C получают минимизацией следующего выражения относительно коэффициентов e_0 и e_1 [8]:

$$C = \frac{2\pi\omega\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln(b_1/a_1)} \left\{ \frac{y_{11}}{\gamma_{11}^2} \langle E_0, \varphi_1 \rangle^2 + \frac{y_{21}}{\gamma_{21}^2} \langle E_0, \varphi_1 \rangle^2 + \dots + \frac{y_{1n}}{\gamma_{1n}^2} \langle L_0, \varphi_n \rangle^2 + \frac{y_{2n}}{\gamma_{2n}^2} \langle L_0, \varphi_n \rangle^2 \right\} / \langle E_0, \varphi_0 \rangle^2, \quad (5.3)$$

где y_{1n} , y_{2n} — проводимости для H -волны n -го порядка в области 1 и 2 соответственно, γ_{1n} и γ_{2n} — постоянные распространения волны H -типа, φ_n и φ_n — функции, соответствующие H -волне, φ_0 — функция T -волны в области 1; E_0 — радиальная составляющая электрического поля вблизи неоднородности, приблизительно равная

$$E_0 = e_0 \varphi_0 + e_1 \varphi_1$$

при предположении, что критическая частота первой L -волны определена для области 2. Коэффициенты e_0 и e_1 лежат в пределах между нулем и единицей. Скобки $\langle \rangle$ означают скалярные произведения по всей области между внутренним и внешним проводниками.

Результаты, полученные при использовании приведенных здесь приближений, очень хорошо согласуются с результатами, полученными в [7].

Исследована также неоднородность в виде скачка радиуса одного из проводников коаксиальной линии. В [2] приведены выражения в замкнутой форме для параллельной реактивной проводимости, обусловленной этой неоднородностью.

5.2.3 ЕМКОСТНЫЕ ДИАФРАГМЫ В КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ

Емкостные диафрагмы образуются уменьшением ширины зазора между внутренним и внешним проводниками коаксиальной линии. Ширина зазора может быть уменьшена установкой круглой металлической шайбы на внутренний или внешний проводник коаксиальной линии.

Шайба на внутреннем проводнике. Конфигурация этой неоднородности показана на рис. 5.1в. Ее эквивалентная схема может быть представлена параллельной реактивной проводимостью в сечении шайбы. Выражения в замкнутой форме для нормированной реактивной проводимости B , полученные в [2], имеют вид

$$\bar{B} = \frac{2b_0}{\lambda_0} A_1 \left[4 \ln(\csc \theta) + \frac{4A \cos^2 \theta}{1 + A \sin^2 \theta} + \left(\frac{b_0}{a_0} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \theta) \cos^2 \theta + A_2 \right] \quad (5.4)$$

где

$$2b_0 - b - a, \quad 0 < \theta < \pi d / (2b_0), \quad 2d - b - c,$$

$$A = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{2b_0}{\lambda_0} \right)^2 \right]^{-1} - 1,$$

$$A_1 = \frac{c}{2b_0} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \left[\frac{2d}{c \ln(b/c)} \right]^2,$$

$$A_2 = \frac{\pi^2}{\gamma_1 \sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{\lambda_{01}} \right)^2}} \frac{J_0^2(p)}{J_1^2(p b/a)} \times$$

$$\times \left[\frac{J_0(p) N_0(p c/a) - N_0(p) J_0(p c/a)}{(b/c) - 1} \right]^2 -$$

$$- \left(\frac{\sin 2\theta}{\theta} \right)^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{\lambda_0} \right)^2}$$

Таблица 5.2 Значения параметра $\rho(b/a-1)$, используемого при моделировании емкостных диафрагм в коаксиальных линиях

b/a	$\rho(b/a-1)$	b/a	$\rho(b/a-1)$	b/a	$\rho(b/a-1)$	b/a	$\rho(b/a-1)$
1.0	3.142	1.3	3.139	1.6	3.133	2.0	3.110
1.1	3.141	1.4	3.137	1.8	3.128	3.0	3.097
1.2	3.140	1.5	3.135	2.0	3.123	4.0	3.073

Постоянная γ_2 для волны E_{01} определяется из формулы

$$\rho = \frac{\lambda \gamma_1}{b/a - 1}$$

Значение ρ получают из табл. 5.2 для заданных значений отношения b/a .

Выражение (5.4) для B/Y_0 получено вариационным методом, в котором первая E -волна высшего порядка описывается строго, а все другие волны высших порядков — приближенно. Уравнение (5.4) действительно для $\lambda_0 \gamma_1 > (b-a)$. Погрешность расчета по этому уравнению составляет несколько процентов для $b/a < 5$ и для λ_0 не слишком близкой к критической длине первой волны высшего порядка.

Шайба на внешнем проводнике. Конфигурация неоднородности и ее эквивалентная схема показаны на рис. 5.1з. Здесь также применимо уравнение (5.4). В этом случае $2d = c - a$, а постоянные A_1 и A_2 определяются формулами [2]

$$A_1 = \frac{a}{c} \frac{1}{\frac{b}{a} - 1} \left[\frac{\frac{c}{a} - 1}{\ln \frac{c}{a}} \right]^2$$

$$A_2 = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2 \sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{\gamma_1 \lambda_1} \right)^2}} \frac{2b_0 \epsilon}{1 - \frac{J_0^2(q)}{J_0^2(qa/b)}} \times$$

$$\times \left[\frac{J_0(q) N_0 \left(\frac{qc}{b} \right) - N_0(q) J_0 \left(q \frac{c}{b} \right)}{1 - (ac)} \right]$$

$$- \left(\frac{\sin 2\theta}{\theta} \right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2b_0}{\lambda_1} \right)^2}$$

где

$$q = \frac{\pi \gamma}{1 - a'/b} \frac{b}{a} \rho$$

Эквивалентная схема в виде реактивной проводимости законна в тех же областях параметров, что и в предыдущем случае.

5.2.4 Т-СОЕДИНЕНИЕ ИЛИ ШТЫРЬ В КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ

Конфигурация Т-соединения и его эквивалентная схема показаны на рис. 5.1д. Ответвленная линия может рассматриваться как схема, соединенная параллельно с основной линией. Имеются экспериментальные результаты для некоторого набора параметров для $\lambda_0 = 10$ см [6].

Другие типы неоднородностей в коаксиальной линии встречаются менее часто: отверстие связи между двумя коаксиальными линиями; разветвление коаксиальной линии; небольшое эллиптическое или круглое отверстие во внешнем проводнике; коаксиальная линия, излучающая в полубесконечное пространство; коаксиальная линия с бесконечным центральным проводником и др. Эти неоднородности рассмотрены в работе [2].

5.3 НЕОДНОРОДНОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ

В литературе исследованы характеристики некоторых типов неоднородностей в прямоугольных волноводах. К ним относятся: штыри, металлические полоски, диафрагмы, окна, ступеньки поворотов, Т-соединения, отверстия и др. На рис. 5.4—5.10 показаны конфигурации и эквивалентные схемы индуктивного штыря, емкостного штыря, трех индуктивных штырей, продольной и поперечной металлических полосок, тонкого диэлектрического штыря, индуктивной и емкостной диафрагмы, емкостной металлической полоски, отверстия, ступеньки в H -или E -плоскости, поворота под прямым углом в H -или E -плоскости, Т-соединения в H -или E -плоскости, круглого окна в толстой перегородке в волноводе. Параметры эквивалентных схем этих неоднородностей, приведенные в этом разделе, получены на основе квазистатической аппроксимации. Матрицы рассеяния, соответствующие представленным эквивалентным схемам (за исключением Т-соединения) могут быть получены из Приложения 2.1.

Реактивные сопротивления неоднородностей, формулы для которых приведены далее, нормированы относительно волнового сопротивления волновода $2\eta b_0 \epsilon / (a/\lambda_0)$. Реактивные проводимости неоднородностей нормированы аналогично.

5.3.1 ШТЫРИ В ВОЛНОВОДЕ

Индуктивный штырь. Представляет собой металлический стержень, установленный поперек волновода параллельно узким стенкам и следовательно, параллельно линиям электрического поля волны типа H_{10} . Конфигурация этой неоднородности и ее эквивалентная схема показаны на рис. 5.4а. Далее рассматриваются штыри, размещенные в центре волновода, вне центра волновода, и резонансные штыри. Приведенные выражения в замкнутой форме реактивных сопротивлений получены методом согласования поля.

Штыри, расположенные вне центра волновода [9, 2]. Реактивные сопротивления могут быть записаны в виде

$$\bar{X} = \frac{z}{\lambda_1} \left(\frac{\pi D}{a} \right)^2 \left(1 - \frac{D^2}{16\lambda_1^2} \right)^{-1} \sin^2 \theta \quad (5.5)$$

$$\bar{X}_a = \bar{X}_0 + \frac{\bar{X}_b}{2} - \left(\frac{a\pi^2 D^2}{8\lambda_0^2} \right) \csc^2 \theta \left\{ \frac{1}{\lambda_0^2} + \left(\text{Sctg} \theta - 5 \right)^2 \times \right. \\ \left. \left(1 + \frac{D^2}{16\lambda_0^2} \right)^{-1} \right\} \quad (5.6)$$

где

$$\bar{X}_0 = \frac{aS}{2\lambda_0} \csc^2 \theta \quad (5.7)$$

$$S = \ln \left| \frac{4a}{\pi D} \sin \theta \right| - 2 \sin^2 \theta + 2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin^2(m\theta)}{m} \\ \times \left\{ \left| 1 - \left(\frac{2a}{m\lambda_0} \right)^2 \right|^{-1/2} - 1 \right\} \quad (5.8)$$

$$S = \frac{1}{2} \text{ctg} \theta - \sin 2\theta + \sum_{m=1}^{\infty} \sin(2m\theta) \left\{ \left| 1 - \left(\frac{2}{m\lambda_0} \right)^2 \right|^{-1/2} - 1 \right\} \quad (5.9)$$

$$\frac{a}{\lambda_0} = \left| \left(\frac{2a}{\lambda_0} \right)^2 - 1 \right|^{1/2} \quad (5.10)$$

$$\theta = \pi x_1/a \quad (5.11)$$

Используемые в этих формулах обозначения размеров x_1 , D и a показаны на рис. 5.4а. Для тонких стержней, у которых $D \ll \lambda_0$, эквивалентная схема может быть представлена одиночным элементом $\bar{X}_a$. Эквивалентная схема, приведенная на рис. 5.4а, применима для длин волны удовлетворяющих неравенству $a < \lambda_0 < 2a$. Точность расчета по выражениям (5.5) — (5.7) составляет несколько процентов если $D/a < 0,10$ и $0,2 < x_1/a < 0,8$.

Численные значения $\bar{X}_a$ и $\bar{X}_b$ приведены в [2] в виде графиков в функции D/a с параметром x_1/a для трех выбранных значений λ_0/a , равных 1,4; 1,2 и 1,1. Из этих графиков видно, что $\bar{X}_a[\lambda_0/(2a)] \propto \sin^2(\pi x_1/a)$ уменьшается с ростом отношений x_1/a и D/a . Для $x_1/a = 0,2$ и $\lambda_0/a = 1,2$ значение $\bar{X}_a[\lambda_0/(2a)] \sin^2(\pi x_1/a)$ уменьшается от 0,96 до 0,38 при возрастании D/a от 0,02 до 0,14. Реактивное сопротивление $\bar{X}_b[\lambda_0/(2a)]$ увеличивается от 0 до 0,06 при увеличении D/a от 0 до 0,25 (для $x_1/a = 0,2$).

В некоторых случаях в качестве индуктивного стержня используется плоская металлическая полоска. Эквивалентная схема для этого случая может быть получена путем установления эквивалентности между полоской шириной W и эквивалентным стержнем диаметром D . Можно показать, что эквивалентность существует при $W = 2D$. Более точный анализ для металлических полосок приводится в следующем разделе

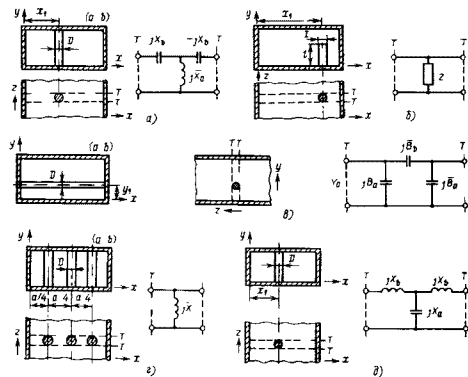


Рис. 5.4. Неоднородности в прямоугольном волноводе и их эквивалентные схемы

а — индуктивный штырь, б — резонансный стержень, в — емкостный штырь, г — индуктивный штырь с зазором, д — емкостный штырь с зазором, е — индуктивный стержень с зазором, ф — емкостный стержень с зазором.

Штыри, расположенные по центру волновода ($x_1 = a/2$) [2]. Выражения для реактивных сопротивлений в этом случае имеют вид

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{\lambda_0} \frac{(\pi D/a)^2}{1 + 2g^2 \left(S' + \frac{3}{4} \right)} \quad (5.12)$$

$$\bar{X}_a = \frac{\bar{X}_b}{2} - \frac{a}{2\lambda_0} \left[S - g^2 - \frac{5}{8} g^4 - 2g^4 (S - 2S\lambda_0^2/\lambda_1^2)^2 \right] \quad (5.13)$$

где

$$S = \ln \left| \frac{4a}{\pi D} - 2 + 2 \sum_{m=1,5}^{\infty} \frac{1}{m} \left| 1 - \left(\frac{2a}{m\lambda_0} \right)^2 \right|^{-1/2} - 1 \right| \quad (5.14a)$$

$$S' = \ln \left| \frac{4a}{\pi D} - \frac{5}{2} + \frac{11}{3} \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\lambda_0}{a} \right)^2 \right| \times \\ \sum_{m=3,5}^{\infty} m \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{m\lambda_0} \right)^2} - 1 + 2 \left(\frac{1}{m\lambda_0} \right)^2 \right\} \quad (5.14b)$$

$$g = \pi D/(2\lambda_0) \quad (5.15)$$

Длина волны в волноводе λ_w определяется формулой (5.10). Точность расчета по (5.12) — (5.15) составляет несколько процентов для $D/a < 0,2$. Эквивалентная схема для центрального штыря, показанная на рис. 5.4а, действительна для $2a/3 < \lambda_0 < 2a$.

Отношение $\bar{X}_{a\lambda_w}/(2a)$ возрастает от 0 до 0,24 при возрастании отношения D/a от 0 до 0,25 ($\lambda_0/a = 1,2$). Отношение $\bar{X}_{a\lambda_w}/(2c)$ уменьшается от 0,6 до 0,05 при возрастании D/a от 0,02 до 0,25 для $\lambda_0/a = 1,2$.

Резонансные штыри [9]. Конфигурация резонансного штыря в волноводе показана на рис. 5.4б. Анализ резонансных штырей производился вариационным методом. Предполагалось, что распределение тока соответствовало выражению

$$I(y) = I_0 \sin[k(l - x_1)] \quad (5.16)$$

которое справедливо для тонких стержней ($D \ll \lambda_0$), расположенных близко к стенке волновода. В этом случае полное сопротивление штыря в волноводе определяется формулой

$$Z = \frac{\frac{2kl - \sin(2kl)}{2D \sqrt{\eta \sigma \pi / \lambda_0}} j \left\{ \sin(2kl) \ln \left(\frac{4x_1}{D} \right) - \frac{2\pi \sqrt{\epsilon} \lambda_0 \lambda_w}{a^2 b} \right\}}{-k(2x_1 - D) [2 - \cos(2kl)]} > [1 - \cos(kl)]^2 \quad (5.17)$$

где η — волновое сопротивление среды, а σ — удельная проводимость штыря. Из этого выражения следует, что резонансная длина, соответствующая $\text{Im}(Z) = 0$, может быть приблизительно определена по формуле

$$l_1 = \frac{\lambda_0}{4} - \frac{x_1 - 0,25D}{\ln(4x_1/D)} \quad (5.18)$$

Формулы справедливы только в том случае, когда концевой емкостью штыря можно пренебречь, т. е. если величина ωCZ_0 , определяемая формулой

$$\omega CZ_0 = \frac{\pi D}{4} \frac{\ln(4x_1/D)}{\lambda_0(b-l)}$$

не превышает 0,05. Однако концевая емкость может быть нейтрализована некоторым уменьшением длины l_1 , которая в этом случае записывается в виде

$$l \sim \frac{\lambda}{4} - \frac{x_1 - D/4}{\ln(4x_1/D)} - \frac{D^2 \ln(4\epsilon_1 D)}{8(b-l)} \quad (5.19)$$

Полное сопротивление резонансного штыря Z_p становится действительным и определяется по (5.17). Соответствующие вносимые потери (дБ) составляют $20 \lg [1 + (1/2 Z_p)]$

Для резонансного штыря, расположенного вблизи центра волновода, выражения реактивного сопротивления в замкнутой форме не существует. Однако в работе [2] представлены экспериментальные результаты для реактивных сопротивлений $\bar{X}_a$ и $\bar{X}_b$ при следующих значениях параметров: $a = 22,85$ мм; $b = 10,16$ мм; $\lambda_0 = 3,4$; 3,2 и 3 см; $D = 1,587$; 3,174 и 6,348 мм и отношений l/b , изменяющихся в пределах от 0,25 до 1,0. Значение реактивного сопротивления можно также получить, устанавливая эквивалентность между стержнем и металлической полоской $D_{\text{экв}} = W/2$. Выражения для узкой поперечной металлической полоски в волноводе приведены в подразд. 5.3.2. Кроме этого, найдены значения реактивного сопротивления штыря с эллиптическим поперечным сечением. Результаты приведены в работе [2].

Емкостные штыри. Емкостным штырем в прямоугольном волноводе является металлический стержень, ось которого перпендикулярна линиям электрического поля, как показано на рис. 5.4в. Предполагается, что стержень тонкий ($D \ll b$). Выражения для элементов эквивалентной схемы, полученные вариационным методом [2], имеют вид

$$\bar{B}_a = QP^2 A \quad (5.20)$$

$$\bar{B} = \frac{A}{QP^2} \frac{QP^2}{2A_a} \quad (5.21)$$

где

$$Q = \frac{2b}{\lambda_0}, \quad P = \frac{\pi D}{2b}$$

$$1 + \frac{1}{2} P^2 Q^2 \left(\ln \frac{\csc \theta}{2P} - \frac{3}{4} \right) + P^2 Q^2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos^2 m\theta \left[\frac{1}{\sqrt{m^2 - Q^2}} - \frac{1}{m} \right] \quad (5.22)$$

$$A_2 = 1 + \frac{1}{2} P^2 Q^2 \left[\frac{1}{4} - \ln \frac{\csc \theta}{2P} \right] + \frac{1}{4} P^2 \left(\csc^2 \theta - \frac{1}{3} \right) - 2P^2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos^2 m\theta \left[m - \frac{Q^2}{2m} - \sqrt{m^2 - Q^2} \right] \quad (5.23)$$

$$\theta = \pi y_1/b \quad (5.24)$$

Точность расчета по (5.20) и (5.21) составляет несколько процентов, если $2b < \lambda_0$; $D/b < 0,1$ и $0,2 < y_1/b < 0,8$. В [9] приведены также выражения для случая размещения штыря в центре волновода.

Если $2b/\lambda_0 = 0,6$, то отношение $\bar{B}_a \lambda_w / (2b)$ возрастает от 0 до 0,195, а отношение $\bar{B}_b \lambda_w / (2b)$ от 0 до 0,22 при увеличении D/b от 0 до 0,3.

Три индуктивных штырей [9]. Установка трех индуктивных штырей в волноводе показана на рис. 5.4г. Наличие двух штырей по обе стороны от центрального штыря приводит к подавлению четных типов волн

высших порядков, возникающих из-за наличия центрального штыря. Выражение для нормированного реактивного сопротивления штыря имеет вид

$$\bar{X} = \frac{a}{2\lambda_n} \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \cos \frac{m\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{m\pi D}{2a} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[m^2 - \left(\frac{2a}{\lambda_0} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \quad (5.25)$$

Поскольку вклад в реактивное сопротивление неоднородности вносят только нечетные типы волн, то суммирование в этой формуле осуществляется по нечетным значениям m .

Диэлектрические штыри. Конструкция и эквивалентная схема диэлектрического штыря в прямоугольном волноводе показаны на рис. 5.40. Выражения для нормированных реактивных сопротивлений [2] имеют вид

$$\bar{X}_b = \frac{2a}{\lambda_n} \left(\frac{\pi D}{a} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{P} \quad (5.26)$$

$$-\bar{X}_a = \frac{1}{2} \bar{X}_b + \frac{a}{2\lambda_n} \csc^2 \theta \left[Q - S + \frac{\alpha}{4} \right] \quad (5.27)$$

где

$$P = \frac{\alpha^2 J_1(\beta)}{J_1(\alpha)} \frac{1}{\alpha J_0(\alpha) J_1(\beta) - \beta J_0(\beta) J_1(\alpha)} \quad (5.28)$$

$$Q = \frac{J_0(\beta)}{J_0(\alpha)} \frac{1}{\beta J_0(\alpha) J_1(\beta) - \alpha J_0(\beta) J_1(\alpha)} \quad (5.29)$$

$$\alpha = \frac{\pi D}{\lambda_0} \quad \beta = \frac{\pi D}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_r} \quad \theta = \pi x_1/a$$

Величина S определяется формулой (5.8). Эквивалентная схема, приведенная на рис. 5.40, действительна для значений длин волн, удовлетворяющих неравенству $a < \lambda_0 < 2a$ для штыря, расположенного в центре волновода ($x_1 = a/2$), — неравенству $2a/3 < \lambda_0 < 2a$. Точность расчета по (5.26) — (5.29) составляет несколько процентов для $D < 0.15a$ и $0.2 < x_1/a < 0.8$ при условии, что как $\bar{X}_a$, так и $\bar{X}_b$ не слишком близки к резонансным значениям. Резонансы могут возникнуть при больших значениях ϵ_r .

Для тонких диэлектрических стержней или для малых значений ϵ_r таких, что $\pi D \sqrt{\epsilon_r} \ll \lambda_0$, эквивалентная схема сокращается до одного параллельного элемента а выражение для реактивного сопротивления этого параллельного элемента принимает вид

$$\bar{X} \approx \frac{1}{\lambda_n (\epsilon_r - 1)} \left(\frac{\lambda_0}{\pi D} \right)^2 \csc^2 \theta \quad (5.30)$$

Соответствующая реактивная проводимость определяется формулой

$$\bar{B} \approx \frac{\lambda_n (\epsilon_r - 1)}{a} \left(\frac{\pi D}{\lambda_0} \right)^2 \sin^2 \theta \quad (5.31)$$

Реактивное сопротивление $\bar{X}_a$ уменьшается с возрастанием отношения D/a или значения ϵ_r и проходит через резонансное значение. Реактивное сопротивление $\bar{X}_b$ также проходит через резонансное значение. Если $D/a = 0.1$ а $\epsilon_r = 4$ то значение $\bar{X}$ составляет 3.12 а $\bar{X}_b = 0.00093$

3.2 МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ПОЛОСКИ В ВОЛНОВОДАХ

Продольные металлические полоски. Тонкие, хорошо проводящие полоски в волноводах (рис. 5.5а) находят применение в планарных схемах устанавливаемых в Е-плоскости волновода, структурах на «плавниковых» линиях, фильтрах и подстроечных элементах. Здесь будут приведены выражения для различных элементов эквивалентной схемы, полученные вариационным методом [10].

Нормированные реактивные сопротивления $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$ определяются как

$$\bar{X}_1 = -\bar{X}_2 \pm \frac{Q}{P} \quad (5.32)$$

$$\bar{X}_2 = \pm \left\{ P \left[1 + \left(\frac{Q}{P-1} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (5.33)$$

где

$$P = \bar{G} / (\bar{G}^2 + \bar{B}^2) \quad (5.34)$$

$$Q = -\bar{B} / (\bar{G}^2 + \bar{B}^2) \quad (5.35)$$

$$\bar{Y} = \bar{G} - j\bar{B} \quad \frac{1}{1+\rho} = \frac{2+L(H+A)}{2+L(H-A)} \quad (5.36)$$

$$A = [1 - e^{-\gamma_n W}] / \gamma_{10} \quad (5.37)$$

$$H = \frac{2W - 2[e^{-\gamma_{10} W} - 1] / \gamma_{10}}{1 - e^{-\gamma_n W}} \quad (5.38)$$

ρ — коэффициент отражения. Металлическая полоска может не достигать противоположной стенки волновода если $d < b$ или соприкасаться с ней, если $d = b$. Значение L различно для каждого из этих случаев 1) Случай $d < b$. В этом случае константа L определяется формулой

$$L = \frac{\left(\frac{2}{\gamma_{10}} \right)^2 (1 - \cos k_0 d)^2 [1 - e^{-\gamma_{10} W}] \sin^2 \theta}{\sum_{n=1}^{\infty} C_n + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{nm}} \quad (5.39)$$

$$C_n = \frac{2(1 - \cos k_n d)^2}{\gamma_{n0}^2} \left\{ W + \frac{1}{\gamma_{n0}} [e^{-\gamma_{n0} W} - 1] \right\} \sin^2(n\theta) \quad (5.40)$$

$$B_{nm} = \frac{4 \sin^2(n\theta)}{\gamma_{n0}^2} \left| W + \frac{1}{\gamma_{nm}} \left[e^{-\gamma_{nm} W} - 1 \right] \right| \times \\ \times \frac{k_0^2 \left\{ \cos \left[\frac{\pi \gamma}{b} (b-d) \right] - \cos(\pi \gamma + k_0 d) \right\}^2}{k_0^2 - \left(\frac{\pi \gamma}{b} \right)^2} \quad (5.41)$$

$$\gamma_{nm} = \left(\frac{\pi^2 n}{b^2} + \frac{\pi^2 \gamma^2}{a^2} - k_0^2 \right)^{1/2} \quad (5.42)$$

$$k_0 = 2\pi \lambda_0, \quad \theta = \pi x_1, \quad a \quad (5.43)$$

2. Случай $d = b$. В этом случае константа L определяется формулой

$$L = \frac{2}{\gamma_{10}^2} \left[1 - e^{-\gamma_{10} W} \right] \sin^2(n\theta) \\ \sum_{n=1}^{\infty} D \quad (5.44)$$

где

$$D_i = \frac{2}{\gamma_{n0}^2} \left| W + \frac{\gamma_{n0} W}{\gamma_n} - 1 \right| \sin^2(n\theta) \quad (5.45)$$

Подставив выражения для P и Q в формулы (5.32) и (5.33) получим четыре набора значений реактивных сопротивлений $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$. Два набора дают сопряженные значения проводимостей $\bar{Y}^*$ и поэтому должны быть отброшены. Еще один набор, для которого не выполняется условие $d\bar{X}/d\omega > 0$, отбрасывается, поскольку эквивалентная схема не содержит потерь.

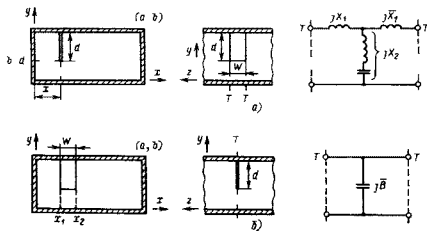


Рис. 5.5. Реактивные металлические полоски в прямоугольном волновом и их эквивалентные схемы:
а — продольная; б — узкая поперечная

В статье [10] приведены численные значения реактивных сопротивлений $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$ в функции ширины металлической полоски W для различных значений λ_0 при $d = 7,617$ мм. При возрастании значений W и λ_0 реактивное сопротивление $\bar{X}_2$ уменьшается, а реактивное сопротивление $\bar{X}_1$ увеличивается. Для волновода 3-см диапазона при $\lambda_0 = 2,5$ см и $x_1 = a/2$ $\bar{X}_2$ уменьшается от 1,4 до 0,6 при возрастании значения W от 0 до 5 мм. Реактивное сопротивление $\bar{X}_1$ в этом случае возрастает от 0 до 0,60. В случае центральной металлической полоски, не соприкасающейся с противоположной стенкой волновода, соответствующие значения $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$ изменяются от 0,70 до 0,05 и от 0 до 0,6 соответственно. Теоретические результаты для входной реактивной проводимости очень точно совпадают с экспериментальными значениями для полоски шириной 1,777 мм, установленной в волновод 3-см-диапазона. Измерения проводились в диапазоне частот 8–12 ГГц [10].

В предыдущих рассуждениях предполагалось, что металлическая полоска узкая ($W \ll \lambda_0$) и имеет бесконечно малую толщину. Распределение тока в ней описывается формулой

$$J_y(y) = \sin[k_0(y - b + d)] \quad (5.46a)$$

Более точное выражение имеет вид

$$J_y(y, z) = \sin[k_0(y - b + d)] e^{-\gamma z} \quad (5.46b)$$

Однако в 3-см диапазоне частот для $W \leq 5$ мм (т.е. $W/\lambda_0 \leq 0,2$) пренебрежение изменением тока по оси z не приводит к существенным ошибкам.

Узкие поперечные металлические полоски. Конструкция, показанная на рис. 5.5б, в работе [11] исследовалась вариационным методом. При этом предполагалось следующее распределение тока в металлической полоске:

$$J_y(y) = \sin \left(\frac{y - b + d}{2d} \pi \right) \quad (5.47)$$

Нормированная реактивная проводимость рассматриваемой неоднородности определяется формулой

$$j\bar{B} = \frac{2}{\gamma_{10}} \left[\cos \left(\frac{\pi x_1}{a} \right) - \cos \left(\frac{\pi x_2}{a} \right) \right]^2 \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{B_m b^4}{(4m^2 d^2 - b^2)^2} \right] \cos^2 \left[\frac{\pi \gamma (b-d)}{b} \right] \quad (5.48)$$

где

$$A = \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n^2 \gamma_n} \left[\cos \left(\frac{\pi \gamma x_1}{a} \right) - \cos \left(\frac{\pi \gamma x_2}{a} \right) \right]^2 \right\} \quad (5.49)$$

$$B_m = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2(k_0^2 - m^2 \pi^2 / b^2)}{k_0^2 \gamma_{nm} n^2} \left[\cos \left(\frac{\pi \gamma x_1}{a} \right) - \cos \left(\frac{\pi \gamma x_2}{a} \right) \right]^2 \right\} \quad (5.50)$$

$\gamma_{\text{пл}}$ определяется формулой (5.42). Уравнение (5.48) применимо на частотах ниже критической. Теоретические результаты хорошо совпадают с экспериментальными, полученными в 3 см-диапазоне частот для $W < 3,96$ мм и $d < 7,79$ мм [11]. Параллельная реактивная проводимость возрастает при увеличении ширины металлической полоски W и глубины ее погружения d и проходит через резонансное значение при увеличении частоты или глубины погружения. Для металлической полоски, расположенной в центре волноводов, в 3-см диапазоне частот при $d = 5,078$ мм значение реактивной проводимости $\bar{B}$ возрастает от 0,50 до 1,50 при возрастании W от 0 до 7,617 мм на частоте 11 ГГц.

5.3.3. ДИАФРАГМЫ ИЛИ ОКНА В ВОЛНОВОДАХ [9]

Индуктивная диафрагма или индуктивное окно. На рис. 5.6а показан прямоугольный волновод с диафрагмой, образованной двумя пластинами с длинами d_1 и $(a - d_2)$, расположенными вдоль линий электрического поля. Ширина окна определяется длинами пластин:

$$d = d_2 - d_1. \quad (5.51)$$

Местоположение окна можно определить следующим образом

$$x_0 = (d_1 + d_2)/2. \quad (5.52)$$

Для определения эквивалентной схемы используется метод согласования [19]. Нормированная реактивная проводимость $\bar{B}$ определяется формулой

$$\bar{B} = \frac{-\lambda_g}{a} \left\{ \frac{1}{s^2} - 1 - \frac{1}{1-s^4 \delta_2} \left[8c^2 \delta_2 + 3\delta_3 \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{[4c^2 + s^2 - 1 + s^4 \delta_2 (4c^2 + 1 - s^2)]^2}{(1-s^4 \delta_1)(1-s^4 \delta_2) - 24c^2 \delta_3 s^4} \right] \right\} \quad (5.53)$$

где
$$\delta = 1 - \left[1 - \left(\frac{2a}{m\lambda_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.54)$$

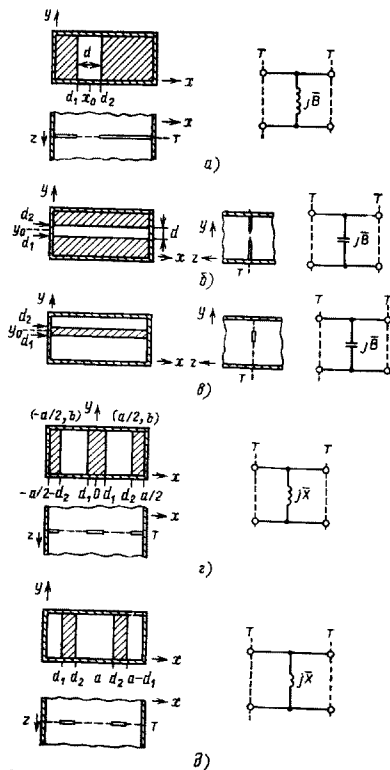
$$c = \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi d}{2a}\right) \quad (5.55)$$

$$s = \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi d}{2a}\right) \quad (5.56)$$

Если диафрагма симметричная ($x_0 = a/2$), то $c \rightarrow 0$, а $s = \sin[\pi d/(2a)]$. В этом случае выражение для $\bar{B}$ преобразуется к виду

$$\bar{B} = \frac{-\lambda_g}{a} \left\{ \frac{1}{s^2} - 1 - \frac{(1-s^2)^2}{1-\delta_3 s^4} \times \right. \\ \left. \left[3\delta_1 + 5\delta_3 \frac{[2s^2 - 1 + \delta_3 s^4 (s^2 - 2)]^2}{(1-\delta_3 s^4)(1-\delta_3 s^4) - 15s^4 \delta_1 (1-s^4 s^4)} \right] \right\}. \quad (5.57)$$

Рис. 5.6. Неоднородности в прямоугольном волноводе и их эквивалентные схемы: а — индуктивная диафрагма или окно, б — емкостная диафрагма или окно, в — емкостная металлическая полоска; г — двойное симметричное отверстие, образованное металлическими полосками и диафрагмами; д — две симметричные индуктивные металлические полоски



Приближенное значение $\bar{B}$ можно получить, полагая в уравнении (5.57) $\delta_2 = 0$. В этом случае

$$\bar{B} = \frac{\lambda_n}{l} \left| \frac{1}{q^2} - 1 \right| 3\delta_1 \frac{(1-s^2)^2}{1-\delta_1 s^4} \quad (5.58)$$

В [21] приведены графики отношения Ba/λ_n , построенные при изменении отношения d/a в пределах от 0,5 до 1 для значений $a/\lambda_n = 0,5, \dots, 1,3$. Для этих значений параметров отношение Ba/λ_n изменяется от 0,96 до 0. Влияние конечной толщины окна также исследовано в статье [2].

Емкостная диафрагма или емкостное окно. Емкостное окно обрабатывается с помощью диафрагм, края которых расположены перпендикулярно линиям электрического поля. На рис. 5.66 показана асимметричная емкостная диафрагма. Параметры окна связаны с параметрами диафрагмы следующими формулами

$$d = d_2 - d_1, \quad (5.59)$$

$$y_0 = (d_1 + d_2)/2 \quad (5.60)$$

Нормированная реактивная проводимость $\bar{B}$ эквивалентной схемы определяется формулой [9]

$$\bar{B} = \frac{4b}{\lambda_n} \left| -\ln s + \frac{2c^2 \delta_1}{1 - \delta_1 s^4} - \frac{\delta_2 [\delta_1 s^2 (2c^2 + 1 - s^2) - 1 - s^2 - 2c^2 \delta_1^2]}{(1 + \delta_1 s^2)^2 (1 + \delta_2 s^4) - 8\delta_1 s^2 c^2 (1 + \delta_1 s^4)} \right|, \quad (5.61)$$

где

$$c = \cos \left(\frac{\pi y}{b} \right) \cos \left(\frac{\pi d}{2b} \right), \quad (5.62)$$

$$s = \sin \left(\frac{\pi y_0}{b} \right) \sin \left(\frac{\pi d}{2b} \right) \quad (5.63)$$

Для симметричного окна, когда $y_0 = b/2$ имеем

$$\bar{B} = \frac{2b}{\lambda_n} \left| -2 \ln s + \frac{2c^4 \delta_2}{1 - \delta_2 s^4} + \frac{\delta_1 [\delta_2 s^4 (2c^4 + 1 - s^4) + 1 - s^4 - 2c^4 \delta_1^2]}{(1 + \delta_2 s^4)^2 (1 + \delta_1 s^2) - 8\delta_1 s^4 c^4 (1 + \delta_2 s^4)} \right| \quad (5.64)$$

где

$$s = \sin [\pi d / (2b)], \quad (5.65)$$

$$c = \cos [\pi d / (2b)], \quad (5.66)$$

$$\delta_n = \left(1 - \left(\frac{b}{n\lambda_n} \right)^2 \right)^{-1} \quad (5.67)$$

Эквивалентная схема, показанная на рис. 5.66, справедлива при $b < \lambda_n/2$ для асимметричной диафрагмы и при $b < \lambda_n$ для симметричной диафрагмы. Погрешность (5.61) возрастает на нижнем конце диа-

пазона длин волн, но не превышает 5 %. Погрешность уравнения (5.64) не превышает 5 %, если $b < \lambda_n$, и не превышает 1 %, если $b < \lambda_n/2$. Отношение Ba/λ_n может быть найдено по графикам, приведенным в [21] для значений $d/b = 0, \dots, 1$ и $b/\lambda_n = 0, \dots, 1$. Это отношение изменяется от 0,6 до 0 при изменении d/b от 0,15 до 1,0.

Влияние конечной толщины симметричного окна также исследовано в [2]. В этом случае эквивалентная схема представляет собой П-образную схему

Емкостные металлические полоски [9]. Емкостная металлическая полоска (рис. 5.6а) является эквивалентом емкостного окна.

Выражение для нормированной реактивной проводимости $\bar{B}_0$ в случае симметричной емкостной металлической полоски совпадают с выражением проводимости для симметричной диафрагмы (5.64). В этом случае d , как и ранее, означает суммарный размер отверстия, а не ширину металлической полоски, т. е. $d = d_1 + (b - d_2)$.

Для симметричной емкостной металлической полоски

$$\bar{B} = \frac{4b}{\lambda_n} \ln \left[\frac{\Theta(\beta)}{(1+s)\Theta(0)} \right] \quad (5.68)$$

где $\Theta(\beta)$ — эйзенштейновская дзета-функция Якоби. Значение отношения $\Theta(\beta)/\Theta(0)$ может быть рассчитано по формуле

$$\frac{\Theta(\beta)}{\Theta(0)} = \left[\frac{\pi}{2k'K(k)} \right]^{1/2} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (q)^{n^2} \cos \frac{n\pi\beta}{K(k)} \right\}$$

Значение β определяется из уравнения $\text{sn} \beta = c(1-s)$, где sn — эллиптическая функция Якоби. Модули полных эллиптических интегралов K и K' определяются формулами

$$k = \sqrt{\frac{4s}{(1+s)^2 - c^2}}, \quad k' = \sqrt{1 - k^2}$$

$q = \exp \left[-\pi K'(k)/K(k) \right]$. Параметры c и s определяются формулами (5.62) и (5.63) соответственно.

Комбинированная диафрагма и металлических полосок [9]. На рис. 5.6б показана симметричная индуктивная диафрагма в сочетании с центральной индуктивной металлической полоской. Эту конфигурацию можно также назвать двойным симметричным окном. Реактивное сопротивление $\bar{X}$ определяется формулой

$$\bar{X} = \frac{a}{\lambda_n} \left| 1 + \frac{K(k)}{2 \sin^2 \left(\frac{\pi d_2}{a} \right) E(k) \left\{ \cos^2 \left(\frac{\pi d_2}{a} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi d_1}{a} \right) \right\} h(k)} \right| \quad (5.69)$$

где E и K — полные эллиптические интегралы с модулем k определяемым формулой

$$k = \left[1 - \sin^2 \left(\frac{\pi d_1}{a} \right) \operatorname{csc}^2 \left(\frac{\pi d_2}{a} \right) \right]^{1/2}$$

При $d_1 = 0$ формула (5.69) преобразуется в формулу реактивного сопротивления симметричной индуктивной диафрагмы, а при $d_2 = a/2$ — одиночной центральной металлической полоски.

Две симметричные индуктивные металлические полоски (рис. 5.6б). Выражение для реактивного сопротивления может быть найдено, как в [9]

$$\bar{X} = \frac{a}{\lambda_0} \left\{ 1 + \frac{K(k)}{2 \sin^2 \left(\frac{\pi d_2}{a} \right) E(k) \left[\sin^2 \left(\frac{\pi d_2}{a} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi d_1}{a} \right) \right] K(k)} \right\} \quad (5.70)$$

где модуль k полных эллиптических интегралов E и K определяется по формуле

$$k = \sin(\pi d_1/a) \operatorname{csc}(\pi d_2/a).$$

При $d_1 = 0$ формула (5.70) преобразуется в формулу реактивного сопротивления симметричной индуктивной диафрагмы показанной на рис. 5.6а

5.3.4 СТУПЕНЬКИ В ВОЛНОВОДАХ

Ступенька в H -плоскости или скачок по ширине волновода [2] Геометрия симметричного скачка по ширине прямоугольного волновода показана на рис. 5.7а. Эта неоднородность, образующаяся на стыке двух прямоугольных волноводов, называется ступенькой или скачком в H -плоскости. В анализе предполагается, что в каждом волноводе распространяется только основной тип волны. Все высшие типы волн заглушаются. Выражения для нормированных реактивных сопротивлений неоднородности стыка со стороны волноводов большего и меньшего сечений в плоскостях T и T' соответственно определяются формулами

$$\frac{X}{Z_0} = \rho X_{11} \frac{1 + (q \lambda_0)^2}{1 + q^2 X_0 \lambda_{02}} \quad (5.71)$$

$$\frac{Z_0'}{Z_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0} \frac{\lambda_{11}}{\alpha (\lambda_{02} - \gamma)} [1 + (q X_0)^2] \quad (5.72)$$

$$l/a = \alpha X_0 \pi \quad (5.73)$$

где $\rho = 2a/\lambda_0$, $q = 2a/\lambda_0$, $\alpha = a'/a$

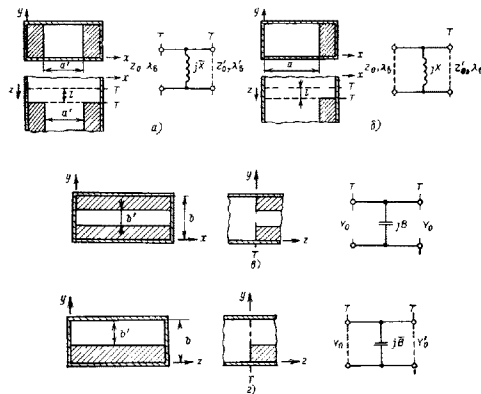


Рис. 5.7 Ступеньки прямоугольного волновода и их эквивалентные схемы а — симметричная в H -плоскости; б — несимметричная в H -плоскости; в — симметричная в E -плоскости; д — несимметричная в E -плоскости

Константы X_{11} , X_{22} и X_{12} являются элементами матрицы сопротивлений T -четырёхполюсника в общей плоскости отсчёта T и определяются формулами

$$X_{11} = \frac{4}{1 + \frac{1}{4A} [(A+1)^2 N_{11} + 2(A+1) C V_{12} + C^2 A_{22}]}$$

$$X_{12} = \frac{4}{1 + \frac{1}{4A} [(A-1)^2 A_{22} + 2(A-1) C N_{12} + C^2 A]}$$

$$X_{22} = X_{12} \cdot X_{11} \approx A - C^2 A,$$

где

$$A = \frac{(1-R_1)(1-R_2)+T}{(1+R_1)(1-R_2)-T^2} \quad R_1 = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^2$$

$$1 = \frac{(1+R_1)(1+R_2)+T^2}{(1+R_1)(1-R_2)-T^2} \quad R_2 = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{1/\alpha}$$

$$C = \frac{2T}{(1+R_1)(1-R_1)-T^2} \quad R = \frac{4\alpha}{\alpha^2} \frac{1}{R_1 R_2}$$

$$N_{11} = 9\theta \left\{ 1 - \frac{16R_1}{\pi\alpha^2} [E(\alpha) - \alpha^2 K(\alpha)] [E(\alpha) - \alpha^2 K(\alpha)] \right.$$

$$\left. - R_1^2 - \alpha^2 T^2 \right\} + \frac{12R}{\alpha^4} \{ \alpha^2 R_1^2 (Q - \theta) + 4R_2^2 (Q - \theta) \}$$

$$N_{22} = 9\theta\alpha^2 \left\{ 1 + \frac{6R_2}{\pi\alpha^2} E(\alpha) [K(\alpha) - E(\alpha)] - R_1^2 - T^2 \alpha^2 \right\} +$$

$$+ \frac{12R_2}{\alpha^4} \{ 4\alpha^2 R_1^2 (Q - \theta) + R_2^2 (Q - \theta) \}$$

$$N_{12} = 9\theta T \left\{ \alpha^2 - \frac{4E(\alpha)}{\pi} [E(\alpha) - \alpha^2 K(\alpha)] + R - \alpha^2 R_2 \right\} +$$

$$+ \frac{24\alpha}{\alpha^4} \frac{1}{R_1 R_2} \{ \alpha^2 R_1^2 (Q - \theta) + R_2^2 (Q - \theta) \}$$

$$Q = 1 - \sqrt{1-2\theta} \quad Q' = 1 - \sqrt{1-2\theta}$$

$$2\theta = \left(\frac{2a}{3\lambda_0} \right)^2, \quad 2\theta' = \left(\frac{2a'}{3\lambda_0} \right)^2 \quad \alpha = 1 - \sqrt{1-\alpha^2}$$

Функции $K(\alpha)$ и $E(\alpha)$ есть полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно.

Значения параметров эквивалентной схемы, полученные из приведенных здесь уравнений, справедливы в области $0,5 < a/\lambda_0 < 1,5$ и $2a' > \lambda_0$. В большей части этой области точность уравнений лучше 1%. На границе области при $a/\lambda_0 = 1,5$ точность ухудшается до 5%.

Несимметричный случай. Несимметричное изменение ширины волновода показано на рис. 5.7б. Выражения для Z_0/Z_0 , X/Z_0 и l/a , полученные для симметричного случая, могут использоваться и для этой конфигурации, но входящие в них константы определяются иначе

$$R_1 = \frac{1+3\alpha^2}{1-\alpha^2} G^2, \quad R_2 = \frac{3+\alpha^2}{1-\alpha^2} H^2$$

$$T = \left(\frac{4\alpha}{\alpha^2} \right)^2 GH$$

$$N_{11} = 4\theta \left[1 - \frac{8\alpha\alpha^2}{1+3\alpha^2} R_1 \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha} - \frac{16\alpha^2}{1+3\alpha^2} R - R_1^2 - \alpha^2 T^2 \right] +$$

$$+ 2 \left(\frac{32}{\alpha^4} \alpha^2 G \right)^2 \{ \alpha^4 G^2 (Q - \theta)/9 + H^2 (Q - \theta) \}$$

$$N_{22} = 4\theta \left[\alpha^2 \frac{8\alpha\alpha'^2}{3+\alpha^2} R_2 \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + \frac{16\alpha^2}{1+3\alpha^2} R_2 - \alpha^2 R_2^2 - T^2 \right] +$$

$$+ 2 \left(\frac{32}{\alpha'^4} H \right)^2 \{ \alpha'^4 G^2 (Q - \theta) + H^2 (Q - \theta) \}/9,$$

$$N_{12} = 4\theta \left[\frac{\alpha^4}{2\alpha} \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha} - R_1 - \alpha^2 R_2 \right] T +$$

$$+ \frac{2}{3} \left(\frac{32\alpha}{\alpha'^4} \right)^2 GH \{ \alpha^4 G^2 (Q - \theta) + H^2 (Q - \theta) \}$$

$$G = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{\alpha/2} H = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{1/4}$$

$$Q = 1 - \sqrt{1-2\theta}, \quad Q' = 1 - \sqrt{1-2\theta'}$$

$$2\theta = (a/\lambda_0)^2, \quad 2\theta' = (a'/\lambda_0)^2$$

Эквивалентная схема справедлива при $0,5 < a/\lambda_0 < 1,5$. Приведенные формулы, определяющие значения параметров эквивалентной схемы, имеют точность около 1% в большей части этой области. На границе области при $a/\lambda_0 = 1,0$ погрешность может достигать 5%.

Графики значений отношения $\bar{X}\lambda_0/(2a)$ в зависимости от величины α , значение которой изменяется в пределах от 0,2 до 1 при $\lambda_0/a = 1,05$ и 2, приведены в работе [2]. Эти графики дают более точные значения, чем приведенные здесь выражения, имеющие замкнутую форму. Значение отношения $\bar{X}\lambda_0/(2a)$ возрастает от 0 до 6 при возрастании α от 0,2 до 0,8 (при $\lambda_0/a = 1,05$). Отношение l/a увеличивается от 0 до $1,04 \cdot 10^{-2}$ при изменении значения α от 0 до 0,5. Вблизи $\alpha = 0,5$ кривая симметрична.

Ступенька в Е-плоскости или скачок по высоте прямоугольного волновода [2]. Для ступеньки в Е-плоскости, показанной на рис. 5.7в, значение нормированной реактивной проводимости стыка может быть найдено из следующих выражений

$$\frac{Y_0}{Y_0} = \frac{b}{b} \alpha \quad (5.74)$$

$$\frac{B}{Y} = 2\rho \left[\ln \left(\frac{1-\alpha^2}{4\alpha} \right) + \frac{\alpha^2+1}{2\alpha} \ln(r) + 2 \frac{A+A'+1}{A A' - 1} \frac{2c}{\alpha} + \left(\frac{\rho}{4} \right)^2 \left(\frac{5\alpha^2}{1-\alpha^2} - \frac{4}{3} \frac{\alpha^2 c}{A} \right)^2 r^2 \alpha^2 \right] \quad (5.75)$$

где

$$A = r^2 \alpha \frac{1+\sqrt{1-p^2}}{1-\sqrt{1-p^2}} - \frac{1+3\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$1 - r^2 \alpha \frac{1+\sqrt{1-q^2}}{1-\sqrt{1-q^2}} + \frac{3+\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$c = \left(\frac{4\alpha}{1-\alpha^2} \right)^2, \quad r = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$

$$\rho = b/\lambda_0, \quad q = b'/\lambda_0$$

Точность расчета по этим выражениям составляет около 1 %, если $b/\lambda_n < 1$. В процессе анализа предполагалось, что существуют две волны нижнего типа. Значение отношения $\sqrt{B}\lambda_n/b$ при $b/\lambda_n = 0,8$ уменьшается от 5,4 до 0 при возрастании отношения b'/b от 0,1 до 1,0.

Несимметричный случай. Конфигурация несимметричного изменения высоты волновода показана на рис. 5.7г. Эта конфигурация может быть получена путем установки электрической стенки в плоскости симметрии, как показано на рис. 5.7в. Следовательно, здесь применим тот же анализ и справедливы те же выражения, что и для симметричного случая, в которых величины b и b' должны быть заменены на $2b$ и $2b'$ соответственно. Нормированная проводимость $\bar{B}$ в функции b'/b здесь та же самая, что и в симметричном случае.

5.3.5 ПОВОРОТЫ НА ПРЯМОЙ УГОЛ ИЛИ УГОЛКОВЫЕ ВОЛНОВОДЫ

Повороты в Н-плоскости [2]. Прямоугольный поворот в Н-плоскости показан на рис. 5.8а. Параметры эквивалентной схемы, представленной на этом рисунке, определяются как

$$\bar{B}_n = \frac{1}{x} \left[A_1 - x \operatorname{ctg} \pi x + \frac{1}{1-x^2} \left(\frac{1+x^2}{1-x^2} \right) \right] \cdot 4 \quad (1) \quad A_3 \quad (5.76)$$

$$\bar{B}_n + 2\bar{B}_h = \frac{1}{x} \left[A_1 - x \operatorname{ctg} \pi x - \frac{1}{1-x^2} \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right) \right] + A_2 \quad (1) \quad A_{11} \quad (5.77)$$

где

$$x = 2a/\lambda_n; \quad A_1 = 0,3366; \quad A_2 = 0,3071$$

$$A_3 = \frac{\left[0,1801 \left(\frac{1+x^2}{4-x^2} \right) - 0,2021 \right]}{\frac{\sqrt{3-x^2}}{1 - \exp(-2\pi\sqrt{3-x^2})}} - 0,1858 - 0,1592 \left(\frac{1+x^2}{7-x^2} \right)$$

$$A_2 = \frac{\left[0,1801 \left(\frac{1+x^2}{4-x^2} \right) - 0,1669 \right]^2}{\frac{\sqrt{3-x^2}}{1 - \exp(-2\pi\sqrt{3-x^2})}} - 0,432 - 0,1592 \left(\frac{1}{7-x^2} \right)$$

$$A_3 = \begin{cases} 0,01 - 0,0095x & \text{для } 0 \leq x \leq 1, \\ -\frac{0,00416}{1,5-x} + 0,004 + 0,0019x - 0,002x^2 & \text{для } 1 \leq x \leq 1,43 \end{cases}$$

$$A_3 = -\frac{0,00416}{1,26-x} - 0,0016 + 0,0034x - 0,0026x^2 \quad \text{для } 0 \leq x \leq 1,2$$

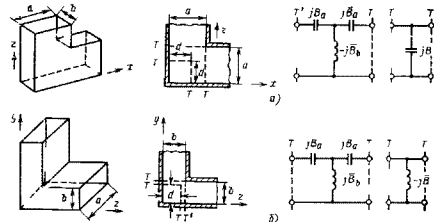


Рис. 5.8 Уголки и повороты прямоугольного волновода а — эквивалентные схемы: г — в Н-плоскости; б — в Е-плоскости

Точность этих выражений приближается к 1 %, если $0 \leq 2a/\lambda_n \leq 1,2$. На рис. 5.8а представлена и другая эквивалентная схема для поворота в Н-плоскости. Параметры эквивалентных схем — реактивная проводимость $\bar{B}$ и расстояние d — определяются формулами

$$\bar{B} = (1 - \bar{B}_n^2)/\bar{B}_n + 2\bar{B} \quad (5.78)$$

$$\frac{2\pi(a-d)}{\lambda_n} = \arccos(\bar{B} + 2\bar{B}_n) \quad (5.79)$$

где реактивные проводимости $\bar{B}$ и $\bar{B}_n$ определяются формулами (5.76) и (5.77) соответственно.

Значение отношения $2\bar{B}\lambda_n$ возрастает от 0,55 до 5,5 при увеличении значения $2a/\lambda_n$ от 0 до 1,5. Для тех же значений параметра $2a/\lambda_n$ значение отношения d/a уменьшается от 0,653 до 0,559, величины $2(\bar{B}_n + 2\bar{B}_h)/a/\lambda_n$ увеличивается от —0,92 до 0,72, а величины $(2\bar{B}_n a/\lambda_n)^{-1}$ от 1,55 до 2,7.

Повороты в Е-плоскости [2]. Конфигурация и эквивалентная схема для поворота на прямой угол в Е-плоскости показаны на рис. 5.8б. Параметры схемы определяются следующими выражениями, точность которых составляет до 1 %, если $2b/\lambda_n < 1$.

$$\bar{B} = -x \left[\frac{\operatorname{ctg} \pi x}{x} - \frac{1}{\pi x^2} - 0,169 + \frac{A e^{-\pi/2} + (A_1 - A_2) e^{-\pi} + A_3^2 (1 - 5e^{-\pi})/16}{1 - (1 + 5e^{-\pi})(A - A_2)/4} \right] \quad (5.80)$$

$$2\bar{B}_0 - \bar{B} = \frac{1}{\pi x} \left\{ 1 + \pi x \operatorname{ctg} \pi x \right\} + \pi x^2 \left\{ 0,200 + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(e^{2\pi n} - 1)} \right\} + \pi x^2 \frac{A_0 e^{-\pi/2} - (A_1 + A_2) e^{-\pi} + A_0^2 (1 - 3e^{-\pi})/16}{1 + (1 - 3e^{-\pi})(A_1 + A_2)/4} \quad (5.81)$$

где

$$x = 2b/\lambda_n, \quad A_0 = \frac{4}{\pi} \frac{e^{-\pi}}{1 - x^2}, \quad A_0 \approx A_0 \frac{8}{\operatorname{sh}(\pi)}, \quad A_1 = \frac{1}{\pi} \frac{x^2}{1 - 0,5x^2}, \quad A_2 = \frac{4}{\sqrt{1-x^2} \{ 1 - \exp(-2\pi \sqrt{1-x^2}) \}} - \frac{4}{1 - e^{-2\pi}}.$$

На рис. 5.8б показана и другая эквивалентная схема поворота в Е-плоскости. Параметры этой схемы определяются формулами

$$\bar{B} = (\bar{B}_0^2 + 1) \bar{B}_n - 2\bar{B}_0 \quad (5.82)$$

$$2\pi(b-d)/\lambda_n - \operatorname{arccrg}(2\bar{B}_n - \bar{B}_0) \quad (5.83)$$

где реактивные проводимости $\bar{B}_0$ и $\bar{B}_1$ определялись ранее выражениями (5.80) и (5.81).

Реактивная проводимость $\bar{B}_{\lambda_n}(2b)$ возрастает от 1,4 до 6,0 при возрастании $2b/\lambda_n$ от 0 до 0,78. Отношение d/b при этом уменьшается от 0,5 до 0,16, $\bar{B}_1 2\pi b/\lambda_n$ от 1,0 до 0,84, а $\bar{B}_0 \lambda_n/(2b)$ возрастает от 0,88 до 1,54.

5.3.6. Т-СОЕДИНЕНИЕ

Т-соединение в Н-плоскости [2]. Конфигурация и эквивалентная схема такого соединения показана на рис. 5.9а. Здесь приведем параметры эквивалентной схемы, полученные в предположении, что в каждом волноводе распространяется только волна основного типа. Точность этих выражений лучше 15 % если $0 < 2a/\lambda_n < 1$. Для плоскостей T_1 и T'_1 имеем

$$d = \frac{\lambda_n}{2\pi} (\operatorname{arctg} X_1) - \frac{a}{2} \quad (5.84)$$

$$d = \frac{\lambda_n}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{X_1 X_4 + X_0}{2(X_1 - X_0)} \quad (5.85)$$

$$\frac{X}{Z_0} = \frac{1}{2} \frac{4(X_2 - X_1)^2 + (X_0 + X_1 X_4)^2}{(1 - X_1^2)(4X_2 - X_0 X_4) - X_1(4 + X_1^2 - 4X_2^2 - X_1^2)} \quad (5.86)$$

$$\frac{Z_0}{Z_0} = \frac{4(X_2 - X_1)^2 + (X_0 + X_1 X_4)^2}{4(1 + X_1^2) X_1^2} \quad (5.87)$$

где

$$X_0 = X_3^2 - X_2 X_4$$

$$X_1 \approx x \left[\lambda \operatorname{ctg} \theta - 0,0103 \frac{\left(\frac{4}{\pi} \frac{1+x^2}{4-x^2} + 0,2614 \right)^2}{\sqrt{3-x^2}} - 0,0694 \right]$$

$$X_2 \approx x \left[\frac{A}{AC + B} - 0,057 + \frac{0,085}{1,62 - x^2} \right]$$

$$X_3 \approx x \left[\frac{B}{AC + B^2} \right]$$

$$X_4 + X_5 \approx x \left[\frac{B+C}{AC + B^2} \right]$$

$$A = \frac{x}{2} \operatorname{ctg} (2\theta) - 0,0322 \quad B = \frac{1}{\pi} \frac{1+x^2}{1-x^2} + 0,03246;$$

$$C = x \operatorname{ctg} \theta - 0,0195 \quad x = 2a/\lambda_n; \quad \theta = \pi a/\lambda_n$$

Точность расчета по этим уравнениям составляет 10 % для $0 < 2a/\lambda_n < 1,25$. В [2] приведены графики параметров эквивалентной схемы, точность которых приближается к 1 %. Там также приведена и другая эквивалентная схема для этой неоднородности.

Т-соединение в Е-плоскости [2]. Такое соединение под прямым углом составлено из двух волноводов равной ширины a , но различной высоты

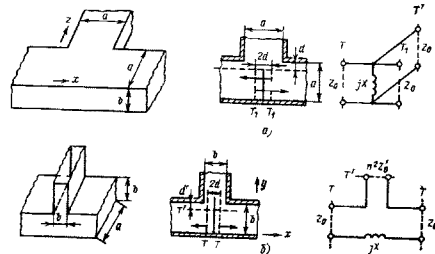


Рис. 5.9. Т-соединения в прямоугольном волноводе и их эквивалентные схемы а — в Н-плоскости, б — в Е-плоскости

ты как показано на рис. 5.96. Параметры эквивалентной схемы, приведенной на этом же рисунке, получают из следующих соотношений

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} \left(\frac{b}{2} - d \right) = \arctg A_n \quad (5.88)$$

$$\frac{2\pi d'}{\lambda_n} = \arctg \frac{A_n A_c - A_b}{A_n - A_c} \quad (5.89)$$

$$n^2 = \frac{2b}{b} \frac{(1 + A_n^2)(A_b + A_c A_c) + (A_n - A_c)^2}{(A_n - A_c)^2 + (A_b + A_c A_c)^2} \quad (5.90)$$

$$\frac{X}{2Z_0} = \frac{A_n(1 + A_c^2 + A_n^2 A_n^2) - (1 + A_n^2)(A_b + A_c A_c)}{(A_n + A_n)^2 + (A_b + A_c A_c)^2} \quad (5.91)$$

где

$$A_n = \frac{B_n}{Y} = 1 - \frac{B_c - 2B_b - 2B_c}{Y}$$

$$A_b = \frac{2b}{b} \left(\frac{B_c}{Y_0} \right)^2 = A A_c = \frac{b}{b} \frac{B_d - B_c}{Y_n}$$

$$\frac{B_n}{Y_0} \approx \frac{\pi b}{\lambda} \left[1 - \frac{\alpha}{1} + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{2b}{\lambda_n} \right)^2 (1 - 0.736\alpha) \right]$$

$$\frac{B_b}{Y_0} \approx \frac{1}{\lambda_n} \left[1 - 0.454\alpha + 0.032\alpha^2 \right], \quad \frac{B_c}{Y_0} \approx \frac{\lambda_n}{2\pi b}$$

$$\frac{B_d}{Y} \approx \frac{b}{\lambda_n} [2 - 2 \ln(4\alpha) - 2.2\alpha - 0.668\alpha^2 + 0.064\alpha^3]$$

$$2\alpha = b'/b - Y_0/Y_0$$

Приведенные уравнения справедливы при $2b < \lambda_n$ или $2b < \lambda_n$, что соответствует $b > b'$ или $b < b'$ соответственно. Точность этих выражений не хуже 10 %. Более точный численный метод расчета приведен в [2].

Графики значений d/b , d'/b , n^2 и X/λ_n (bZ_0) в функции b/b с параметром b/λ_n приведены в [2]. Из графиков видно, что для $b/\lambda_n = 0.6$, отношение d/b' увеличивается от 0 до 0.05, d'/b увеличивается от 0 до 0.2, n^2 — уменьшается от 1.0 до 0.69, а X/λ_n (bZ_0) — от 0 до —0.3 при увеличении b'/b от 0 до 0.8.

5.3.7 КРУГЛЫЕ И ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ОТВЕРСТИЯ В ВОЛНОВОДАХ [2]

Круглое отверстие в толстой перегородке. На рис. 5.10а показано круглое отверстие в толстой металлической перегородке, установленной в прямоугольном волноводе перпендикулярно направлению рас-

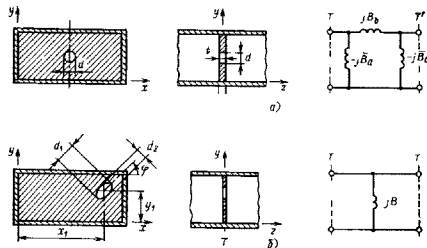


Рис. 5.10. Отверстия в прямоугольном волноводе и их эквивалентные схемы: а — круглое в толстой перегородке, б — эллиптическое в тонкой перегородке

пространства. Формулы для параметров эквивалентной схемы справедливы для области длин волн $\lambda_n > b$

$$\bar{B}_n = \frac{\bar{B}}{2} \cdot |\bar{Y}_0| \operatorname{th} \frac{\pi t}{|\lambda_n|} \quad (5.92)$$

$$\bar{B} = |\bar{Y}_0| \operatorname{csch} \frac{2\pi t}{|\lambda_n|} \quad (5.93)$$

где

$$\bar{Y}_0 = -j \frac{0.446ab\lambda_n}{d^3} \rho \left[\frac{1 - (0.853d/a)^2}{2J_1^2(\pi d/2a)} \right]^2$$

$$\bar{B} = \frac{\lambda_n}{a} \left[\frac{\pi b}{24dq^2(x)} - 1 + A_1 - (a/\lambda_n)^2 A_2 \right]$$

$$A_1 = \frac{b}{4dq^2(x)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{3\theta}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2} - \right.$$

$$\left. \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \frac{1 - 2 \cos \theta \sin^2 \frac{\theta}{2} - \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - 1 \right)^2}{15 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} \right]$$

$$A = \frac{4b^3}{a^4 q^2(x)} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{\substack{m=0, \text{ нечетн} \\ \text{(кроме } n=0, m=1)}}^{+\infty} \left[n^2 + \frac{(mb/a)^2}{1 - (2b/\lambda_n a)^2} \right]$$

$$\frac{q^2 \left(\frac{a, x_1}{b} \right)}{a^5}$$

$$\gamma = \pi d / (2a) \quad \alpha = \sqrt{n^2 - (mb/a)^2},$$

$$\sin \theta = d(\alpha a) \quad \beta = \sqrt{n^2 - (mb/a)^2};$$

$$q(x) = \frac{1}{x} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right) \quad |\lambda_n| = 1,706d/p \quad p = 1 - (1,706d/\lambda_n)^2$$

Графики зависимости реактивных сопротивлений $\bar{X}_n$ и $\bar{X}_0$ от толщины перегородки l , которая изменяется в пределах от 0 до 5,1 мм, представлены в [2]. Эти кривые построены для 3 см-диапазона волн (длина волны равна 3,2 см) для отверстия диаметром 9,52 мм. Из этих графиков видно, что для выбранных значений параметров величина $\bar{X}_0$ возрастает от 0 до 0,53, а величина $\bar{X}_n$ уменьшается от 0,44 до 0,18.

Отверстие в перегородке нулевой толщины. Эквивалентная схема центрального круглого отверстия в перегородке нулевой толщины содержит только параллельную реактивную проводимость $\bar{B}$.

Небольшое эллиптическое отверстие в перегородке нулевой толщины. Конфигурация этой неоднородности показана на рис. 5.106. Параметры эквивалентной схемы получены методом решения интегральных уравнений в предположении, что больший размер отверстия мал по сравнению с отношением λ_0/a а $a < \lambda_n < 2a$

$$\bar{B} = \frac{\lambda_0}{a} \left(\frac{a^2 b}{4\pi M} - 1 \right) \quad (5.94)$$

где

$$M = (M_1 \cos^2 \varphi + M_2 \sin^2 \varphi) \sin^2 (\pi x_1/a);$$

$$M_1 = \frac{d^3}{6} - \frac{\pi}{4} \frac{x^2}{K(\kappa) - E(\kappa)};$$

$$M_2 = \frac{d_1^2 d_2^2}{6} - \frac{\gamma}{4} \frac{x^2}{E(\kappa) - (1 - \kappa^2) K(\kappa)}$$

$K(\kappa)$ и $E(\kappa)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно. Эксцентриситет ϵ определяется формулой

$$\epsilon = \sqrt{1 - (d_2/d_1)^2}$$

В частном случае круглого отверстия, размещенного в центре $d_1 = d_2 = d$ и

$$M = \frac{d^3}{6} \sin^2 (\pi x_1/a) \quad (5.95)$$

Глава 6

НЕОДНОРОДНОСТИ В ПОЛОСКОВЫХ И МИКРОПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЯХ

Описание реактивных неоднородностей полосковых и микрополосковых линий, как и в случае коаксиальных и волноводных линий, имеет большое значение. К неоднородностям в полосковых и микрополосковых линиях можно отнести разомкнутый конец линии, разрыв, скачок по ширине, поворот линии, Т-соединение, пересечение линий (Х-соединение) и др. (рис. 6.1). На рис. 6.1 показаны элементы схем, в которых эти неоднородности могут быть использованы.

Большинство неоднородностей, представленных на рис. 6.1, является причиной возникновения «паразитных» реактивных сопротивлений. Эти реактивные неоднородности не вносятся намеренно (за исключением таких, как разрыв, отверстие и паз в полосковом проводнике). В этом отношении неоднородности в полосковых и микрополосковых линиях отличаются от неоднородностей в волноводах, рассмот-

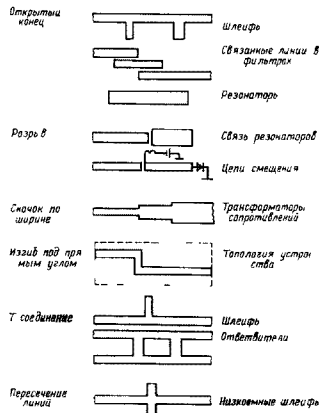


Рис. 6.1. Различные типы неоднородностей в полосковых и микрополосковых линиях и их обычное применение в СВЧ устройствах

ренных в разд. 5.3, где большинство неоднородностей вводятся специально для реализации требуемых параметров устройств

Неоднородности в полосковых и микрополосковых линиях возникают при резком изменении размеров полоскового проводника, что приводит к искажениям в распределении электрического и магнитного полей. Искажения в распределении электрического поля могут быть описаны включением эквивалентной емкости, а искажения в распределении магнитного поля — эквивалентной индуктивности. Неоднородности характеризуются этими емкостями и индуктивностями. В этой главе собраны характеристики различных наиболее важных неоднородностей, рассмотрены их эквивалентные схемы. Для элементов эквивалентных схем приводятся приближенные формулы, имеющие замкнутую форму. Указывается точность этих формул. Приводятся типовые значения параметров эквивалентных схем. Для большинства неоднородностей могут быть получены матрицы рассеяния на основании приложения 2.1. Для Т-соединения матрицы рассеяния даны в подразд. 6.1.6 и 6.2.6

В некоторых случаях встречаются неоднородности, конфигурации которых не рассмотрены в данной главе и соответствующие характеристики которых неизвестны. Кроме того иногда возникает необходимость использовать устройства с параметрами, для которых приближенные выражения, приведенные в этой главе, несправедливы (например, ϵ_r подложки, Z_0 и др.). Для того чтобы в таких случаях получить модели неоднородностей, необходимо производить измерения методами, которых рассматриваются в гл. 10.

6.1 НЕОДНОРОДНОСТИ В ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Неоднородности центрального проводника полосковой линии всесторонне изучены в работах [1—21]. Некоторые важные неоднородности рассмотрены в этой главе. Это разомкнутый конец линии, круглое отверстие в полосковом проводнике, скачок по ширине, разрыв и поворот центрального проводника, Т-соединение. Конфигурации этих неоднородностей и их эквивалентные схемы показаны на рис. 6.2. Приведены здесь приближенные выражения, полученные в [1—3], имеют замкнутую форму. В этих выражениях под реактивными сопротивлениями и реактивными проводимостями полосковых проводников понимаются нормированные значения относительно Z_0 и Y_0 соответственно. При анализе неоднородностей центральный полосковый проводник шириной W заменяется эквивалентным полосковым проводником шириной D

$$D \begin{cases} b \frac{K(k)}{K(k')} + \frac{1}{\pi} [1 - \ln(2t/b)] & \text{для } W/b \leq 0,5 \\ W + \frac{2b}{\pi} \ln 2 - \frac{t}{\pi} [1 - \ln(2t/b)] & \text{для } W/b > 0,5 \end{cases} \quad (6.14)$$

$$D \begin{cases} b \frac{K(k)}{K(k')} + \frac{1}{\pi} [1 - \ln(2t/b)] & \text{для } W/b \leq 0,5 \\ W + \frac{2b}{\pi} \ln 2 - \frac{t}{\pi} [1 - \ln(2t/b)] & \text{для } W/b > 0,5 \end{cases} \quad (6.16)$$

где $k = \tanh(\pi W/(2b))$.

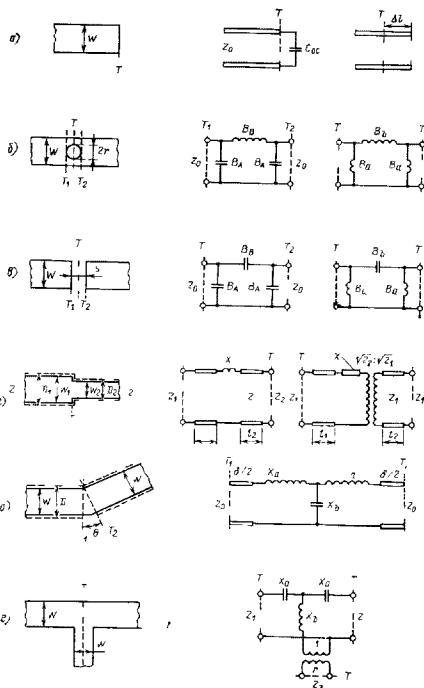


Рис. 6.2. Неоднородности в полосковой и микрополосковой линиях и их эквивалентные схемы:

а — разомкнутый конец; б — круглое отверстие; в — зазор; г — скачок по ширине; д — изгиб центрального проводника; е — Т-соединение

Эквивалентная схема разомкнутого конца полосковой линии включает в себя дополнительную емкость на конце этой линии. Емкость может быть представлена также эквивалентной линией передачи длиной Δl , как показано на рис. 6.2а. Это означает, что эффективный конец линии находится на расстоянии Δl от физического конца линии. Приращение Δl определяется формулой

$$\beta \Delta l = \arctg \left[\frac{\delta + 2\beta}{4\delta + 2\beta} \operatorname{tg}(\beta b) \right] \quad (6.2)$$

где $\delta = b(\ln 2) - \pi$; $\beta = 2\pi/\lambda$; $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon}$.

Значение Δl возрастает от 0,095 b до 0,19 b при увеличении W/b от 0,15 до 1,95. В пределе значение Δl асимптотически приближается к значению 0,22 b .

Емкость разомкнутого конца линии $C_{от}$ может быть найдена по значению $\beta \Delta l$ с помощью соотношения

$$C_{от} = \beta \Delta l / (\omega Z_0). \quad (6.3)$$

где ω — угловая частота, Z_0 — волновое сопротивление полосковой линии.

Коэффициент отражения на входе линии с разомкнутым концом может быть рассчитан по формуле

$$S_{11} = [1 - j \operatorname{tg}(\beta \Delta l) / (1 + j \operatorname{tg}(\beta \Delta l))]$$

6.1.2 КРУГЛОЕ ОТВЕРСТИЕ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПРОВОДНИКЕ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

В противоположность разомкнутому концу линии круглое отверстие в центральном проводнике не является «паразитной» неоднородностью. Отверстия используются для получения реактивных элементов фильтров или в других устройствах. Основная составляющая реактивного сопротивления круглого отверстия — это последовательная индуктивность. Сечения линии, к которым подключается эквивалентная схема круглого отверстия, показаны на рис. 6.2б. Две эквивалентные схемы круглого отверстия соответствуют различным положениям сечений. Реактивные проводимости $\bar{B}_A$ и $\bar{B}_B$ определяются формулами

$$\bar{B}_A = \frac{1 + \bar{B}_0 \operatorname{ctg}(\beta r)}{\operatorname{ctg}(\beta r) - \bar{B}_0} \quad (6.4a)$$

$$2\bar{B}_B = \frac{1 + 2\bar{B}_0 \operatorname{ctg}(\beta r)}{\operatorname{ctg}(\beta r) - 2\bar{B}_0} - \bar{B}_0 \quad (6.4b)$$

где

$$\bar{B}_0 = -\frac{3}{10\beta} \frac{\beta \pi}{r^3}, \quad \bar{B}_0 = -\frac{1}{4\beta r} \quad (6.5)$$

При использовании второй эквивалентной схемы, соответствующей центральному сечению (рис. 6.2б), все три реактивные проводимости являются индуктивными, которые определяются формулами (6.5). Как показывают расчеты с возрастанием диаметра отверстия значение реактивной проводимости $\bar{B}_0$ уменьшается, а $\bar{B}_A$ увеличивается. Обычно $\bar{B}_0$ намного больше $\bar{B}_A$. Например в 50-омной линии $\bar{B}_0 = 0,025$ а $\bar{B}_A = -10$ для $2r/W = 0,6$.

6.1.3 РАЗРЫВ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОВОДНИКА

Разрыв в центральном проводнике также вводится намеренно для обеспечения последовательной емкостной проводимости. Его эквивалентная схема представляет собой П-образную схему с тремя емкостями, как показано на рис. 6.2в. Последовательная емкость C_{12} возникает из-за наличия электрического поля в разрыве между полосковыми проводниками. Шунтирующая емкость C_1 возникает из-за неоднородности электрического поля на краях разрыва. При увеличении ширины зазора s емкость C_{12} уменьшается до нуля, а C_1 стремится к значению концевой емкости разомкнутой линии. Реактивные проводимости $\bar{B}_A$ и $\bar{B}_B$ определяются формулами

$$\bar{B}_A = \frac{1 + \bar{B}_0 \operatorname{ctg}(\beta s/2) - \frac{\omega C_1}{Y}}{\operatorname{ctg}(\beta s/2) - \bar{B}_0} \quad (6.6a)$$

$$2\bar{B}_B = \frac{1 + (2\bar{B}_0 + \bar{B}_0) \operatorname{ctg}(\beta s/2) - \bar{B}_A = \frac{2\omega C_{12}}{Y}}{\operatorname{ctg}(\beta s/2) - (2\bar{B}_0 + \bar{B}_0)} \quad (6.6b)$$

где

$$\lambda \bar{B}_0 = -2b \ln \operatorname{ch}(\pi s/(2b)) \quad (6.7a)$$

$$\lambda \bar{B}_1 = b \ln \operatorname{ch}(\pi s/(2b)) \quad (6.7b)$$

Отсюда видно, что при возрастании ширины зазора s реактивная проводимость $\bar{B}_A$ возрастает, а $\bar{B}_B$ уменьшается. Значение реактивной проводимости $\bar{B}_0$ асимптотически приближается к значению, соответствующему $s/W = 1,5$ в 50-омной линии. Для $s/W = 1$ $\bar{B}_A = 0,18$, а $\bar{B}_B = 0,007$. В этом случае также может использоваться эквивалентная схема для центрального сечения T , как показано на рис. 6.2в. Реактивные проводимости $\bar{B}_A$ и $\bar{B}_B$ определяются формулами (6.7)

6.1.4 СКАЧОК ПО ШИРИНЕ ЛИНИИ

Этот тип неоднородности образуется при соединении двух линий различной ширины и, следовательно, различных волновых сопротивлений. Эквивалентная схема, показанная на рис. 6.2з, состоит из последовательного индуктивного сопротивления и двух линий с длинами l_1 и l_2 . Длины l_1 и l_2 ($= -l_1$) отсчитываются от эффективной плоскости соединения, сдвинутой в направлении линии меньшей ширины

(т. е. высокого волнового сопротивления). В приближенных формулах, использованных в [2] I_1 и I_2 зависят только от расстояния между полосковыми проводниками и заземленным основанием платы. Параметры X , I_1 и I_2 определяются формулами

$$\frac{X}{Z_1} = \frac{2D_1}{\lambda} \ln \csc(\pi D_1/2D_1) \quad (6.8)$$

$$I_1 = -I_2 = b(\ln 2)/\pi. \quad (6.9)$$

Матрица рассеяния четырехполюсника, нагруженного на сопротивления Z_1 и Z_2 , может быть записана в виде

$$[S] = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} (Z_2 - Z_1 + jX) e^{-j\beta l} & 2j \overline{Z_1 Z_2} \\ 2j \overline{Z_1 Z_2} & (Z_1 - Z_2 + jX) e^{j\beta l} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\text{где} \quad \Delta = Z_1 + Z_2 + jX. \quad (6.11)$$

При нормировании к равным сопротивлениям нагрузок четырехполюсника его эквивалентная схема должна содержать идеальный трансформатор, как показано на рис. 6.2а.

6.1.5 ИЗГИБ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОВОДНИКА

Эквивалентная схема изгиба центрального проводника показана на рис. 6.2б. Эта схема справедлива для изгибов на произвольные углы. Формулы для реактивных сопротивлений X и X_b получены теоретически по результатам исследования изгиба в Е-плоскости параллельной пластины в центре волновода [1]. Реактивные сопротивления для изгиба под прямым углом определяются формулами

$$\lambda \bar{X}_a = D \{1,756 + 4(D/\lambda)^2\}, \quad (6.12a)$$

$$\lambda \bar{X}_b = D \{0,0725 - 0,159(\lambda/D)^2\}. \quad (6.12b)$$

Для изгиба на произвольный угол эквивалентные сопротивления определяются формулами

$$\lambda \bar{X}_a = 2D [\psi(x) - 1,9635 - 1/x], \quad (6.13a)$$

$$\bar{X}_b = -\frac{\lambda}{2\pi D} \csc(\theta/2), \quad (6.13b)$$

где θ — в градусах;

$$x = [1 - \theta/180]/2, \quad 1/2 < x < 1 \quad (6.14)$$

$\psi(x)$ — логарифмическая производная Г-функции, табулированная в [27]. Приближенное выражение для функции $\psi(x)$ может быть записано в виде [28]

$$\psi(x) = 0,5223 \ln x + 0,394 \quad (6.15)$$

Точность этого соотношения — около 3% для $1/2 < x < 1$.

Матрица рассеяния изгиба на произвольный угол может быть получена из матрицы (8) Т-четырёхполюсника, приведенного в Прило-

жении 2.1, в котором $Z_1 = Z_2 = jX_a$ и $Z_3 = jX_b$. Можно показать, что более точно сечения T_1 и T_2 , перпендикулярные двум полосковым проводникам изгиба, пересекаются в точке пересечения внутренних краев полосковых проводников эквивалентной D — не реальной ширины W . Это приводит к тому, что с обеих сторон Т-четырёхполюсника должны быть учтены дополнительные линии длиной $\delta/2$, как показано на рис. 6.2б. С учетом этих дополнительных линий все четыре коэффициента матрицы должны быть умножены на $\exp(-j\beta\delta)$, где

$$\delta = (D - W) \lg 8/2 \quad (6.16)$$

6.1.6 СОЕДИНЕНИЕ

Эквивалентная схема Т-соединения показана на рис. 6.2. Здесь в качестве элемента схемы, моделирующей неоднородность, использован трансформатор, который появляется даже в том случае, когда нормированные сопротивления основных линий выбираются одинаковыми и равными Z_1 , а сопротивление ответвленной линии — равным Z_3 . Элементы схемы X , X' и n определяются формулами

$$\frac{X_a}{Z_1} = \bar{X}_a = -\frac{D_3^2}{D_1 \lambda} (0,78 \ln)^2 \quad (6.17)$$

$$\frac{X_b}{Z_1} = \bar{X}_b = -\frac{\bar{X}_a}{2} + \frac{1}{\pi^2} \left[\frac{B_1}{2Y_1} + \frac{2D_1}{\lambda} \right] \left[\ln 2 - \frac{\pi D_1}{\epsilon D} \right] + \frac{3}{2} \left(\frac{D}{\lambda} \right) \left. \right\} \text{ для } D_3/D < 0,5 \quad (6.18a)$$

$$\frac{X_b}{Z_1} = \bar{X}_b = -\frac{\bar{X}_a}{2} + \frac{2D_1}{\lambda \pi^2} \left[\ln \frac{1,43 D_1}{D_3} + 2 \left(\frac{D}{\lambda} \right) \right] \quad (6.18b)$$

для $D_3/D > 0,5$

где

$$n = \sin(\pi D_3/\lambda)/(\pi D_3/\lambda); \quad (6.19)$$

$$\frac{B_1}{2Y_1} = \frac{2D_1}{\lambda} \left[\ln \csc \frac{\pi D_1}{2D_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{D_1}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi D_1}{2D_1} \right] \quad (6.20)$$

Если волновые сопротивления всех трех выходов нормированы к единице, необходимо изменить коэффициент трансформации. В этом случае

$$X_a = X'_a/Z_1, \quad X'_b = X_b/Z_1, \quad n' = n / \overline{Z_1 Z_3} \quad (6.21)$$

S-матрица. Если нормированные сопротивления основной линии равны Z_1 , а ответвленной линии — Z_3 , то коэффициенты матрицы рассеяния имеют вид

$$S_{11} = S_{22} = -\frac{Z_3^2 + 2X_a X_b + X_a^2 - 2j \frac{Z_1}{n^2} X_a}{(Z_1 + jX_a) \Delta} \quad (6.22)$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2Z_1 \left(\frac{\pi}{\epsilon^2} + jX_b \right)}{(Z_1 - jX) \Delta} \quad (6.23)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{32} = S_{23} = -2 \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \frac{1}{\epsilon^2} \Delta \quad (6.24)$$

$$S_{33} = \left[Z_1 - 2 \frac{Z_2}{\epsilon^2} + j(X_a + 2X_b) \right] / \Delta \quad (6.25)$$

где $\Delta = Z_1 + 2Z_2/\epsilon^2 - j(X_a + 2X_b)$

6.2 НЕОДНОРОДНОСТИ В МИКРОПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЯХ

Различные типы неоднородностей, встречающиеся в микрополосковых устройствах, показаны на рис. 6.1. Эти неоднородности хорошо изучены и детально описаны [4]. Набор выражений в замкнутой форме для некоторых важных неоднородностей приведен в [5]. Емкостные составляющие неоднородностей исследовались в работах [6—13]. Индуктивные составляющие посвящены статьи [14, 15]. Опубликованы некоторые экспериментальные результаты измерений характеристик неоднородностей [16—19]. Динамическое поведение неоднородностей изучалось в [20—22]. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов по неоднородностям приведено в [23].

В этом разделе приведены полученные в [5] выражения в замкнутой форме реактивных сопротивлений различных неоднородностей. Для получения замкнутых выражений емкостных неоднородностей использовались численные результаты, полученные в работах [7, 8]. Результаты работы [15] использовались при получении выражений индуктивных неоднородностей.

Конфигурация неоднородностей микрополосковых линий и их эквивалентные схемы совпадают с соответствующими неоднородностями в полосковых линиях, показанными на рис. 6.2. Здесь рассматриваются приближенные выражения для различных реактивных элементов, их области применимости, максимальные погрешности и численные результаты. Численные примеры приводятся для обычных значений электрической постоянной. Точность соотношений в большинстве случаев составляет около 5 %.

6.2.1 РАЗОМКНУТЫЙ КОНЕЦ ЛИНИИ

Выражение в замкнутой форме для кажущегося возрастания длины линии Δl , возникающего из-за наличия емкости разомкнутого конца линии, получено путем модификации формулы найденной Хачмер-стадом:

$$\frac{\Delta l}{h} = 0.412 \left[\frac{\epsilon_{r0} + 0.3}{\epsilon_{r0} - 0.258} \right] \left\{ \frac{W/h + 0.264}{W/h + 0.8} \right\} \quad (6.26)$$

где ϵ_{r0} — эффективная диэлектрическая постоянная. Для $W \geq 0.2$ и $2 \leq \epsilon_r \leq 50$ погрешность этой формулы составляет около 4 % [7]

Емкость разомкнутого конца линии $C_{рл}$ может быть получена по ачению $\Delta l/h$ с помощью следующего выражения

$$\frac{C_{рл}}{W} = \frac{\Delta}{l} \frac{1}{W/h} \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} \quad (6.27)$$

де c — скорость света в свободном пространстве и ϵ_{r0} — эффективная диэлектрическая постоянная, соответствующая сопротивлению Z_0 . Для 50-омной линии на диэлектрической подложке с $\epsilon_r = 9.6$ значение $C_{рл}/W = 55$ пФ/м.

Влияние дисперсии на величину Δl исследовалось в статье [25], где показано, что в миллиметровом диапазоне длин волн Δl оказывается существенно меньше значения, полученного при квазистатическом приближении. Однако для частот порядка 10 ГГц и более квазистатическое приближение дает достаточно хорошие результаты [25].

6.2.2 РАЗРЫВ МИКРОПОЛОСКОВОГО ПРОВОДНИКА

Разрыв в микрополосковых линиях, как и в устройствах на полосковых линиях, используется для обеспечения разрыва цепи по постоянному току, для получения копцевых связей в фильтрах в качестве элементов связи в резонаторах и др.

Эквивалентная схема разрыва в виде П-четырёхполюсника показана на рис. 6.2а. Сечения линии, показанные на этом рисунке, имеют тот же смысл, что и в полосковой линии, а соответствующие реактивные проводимости могут быть получены из емкостей эквивалентной схемы C_1 и C_{12} . Эти выражения имеют вид

$$C_1 = 1/2C_e \quad (6.28)$$

$$C_{12} = 1/2(C_e - 1/2C_o) \quad (6.29)$$

где C_e и C_o — параметры эквивалентной схемы разрыва микрополоскового проводника при синфазном и противозащном возбуждении соответственно. Окончательные выражения для C_e (пФ/м) и C_o (пФ/м) для $\epsilon_r = 9.6$ и $0.5 \leq W/h \leq 2$ имеют вид:

$$C_e/W = (s/W)^{m_e} \exp(K_e) \quad (6.30)$$

$$C_o/W = (s/W)^{m_o} \exp(K_o) \quad (6.31)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m_e &= \frac{W}{h} (0.267 \ln W/h - 0.3853) \\ K_e &= 4.26 - 0.631 \ln W/h \end{aligned} \right\} \text{ для } 0.1 \leq s/W \leq 1.0$$

$$m_o = 0.8675 \quad K_o = 2.043 (W/h)^{-0.12} \text{ для } 0.1 \leq s/W \leq 0.3$$

$$m_e = \frac{1.565}{(W/h)^{0.8}} - 1 \quad K_o = 1.97 - \frac{0.03}{W/h} \text{ для } 0.3 \leq s/W \leq 1.0 \quad (6.32)$$

Емкости C_e и C_o для других значений ϵ_r , лежащих в пределах $2,5 \leq \epsilon_r \leq 15$ могут быть найдены с помощью следующих соотношений:

$$C_e(\epsilon_r) = C_e(9,6) (\epsilon_r/9,6)^{0,8}, \quad (6.33a)$$

$$C_o(\epsilon_r) = C_o(9,6) (\epsilon_r/9,6)^{0,8}. \quad (6.33b)$$

Приведенные выражения для рассмотренных значений параметров обеспечивают точность до 7 %. Легко видеть, что значение емкости C_{12} для $\epsilon_r = 8,875$ и $W/h = 0,508$ мм уменьшается от 0,032 до 0,0015 при возрастании h от 0,02 до 1 мм.

6.2.3 ПАЗ В МИКРОПОЛОСКОВОМ ПРОВОДНИКЕ

Узкий паз в полосковом проводнике микрополосковой линии может быть представлен чистой последовательной индуктивностью. Конфигурация неоднородности и эквивалентная схема показаны на рис. 6.3а. Значение последовательной индуктивности L_N может быть получено из следующего приближительного выражения [26]:

$$\frac{L_N}{l} \approx 2 \left| 1 - \frac{Z_0}{Z_b} \right| \sqrt{\frac{\epsilon_{ra}}{\epsilon_{re}}}, \quad (6.34)$$

где L_N/l — в мкВб/м, ϵ_r и ϵ_r' — эффективные диэлектрические проницаемости для микрополосковых линий шириной W и $(W-b)$ соответственно, Z_b и Z_0 — соответствующие волновые сопротивления. Это выражение справедливо при $0 \leq b/W \leq 0,9$ и $a \leq h$.

6.2.1 СКАЧОК ГО ШИРИНЫ МИКРОПОЛОСКОВОГО ПРОВОДНИКА

Этот вид неоднородности возникает при соединении двух линий различной ширины, т. е. различных волновых сопротивлений. Эквивалентная схема рассматриваемой неоднородности показана на рис. 6.3б. В отличие от эквивалентной схемы, показанной на рис. 6.2г, рассматриваемая схема состоит из параллельной емкости C_1 в сечении скачка и последовательных индуктивностей L_1 и L_2 с каждой стороны. Окончательные выражения для C_1 получены подбором численных результатов [6.9]. Эти выражения приведены ниже

$$\frac{C_1}{\sqrt{W_1 W_2}} = (4,386 \ln \epsilon + 2,33) W_2/W_1 - 5,472 \ln \epsilon - 3,17 \quad (6.35a)$$

$$\text{для } \epsilon_r \leq 10 \quad 1,5 \leq W_2/W_1 \leq 3,5,$$

$$\frac{C_1}{\sqrt{W_1 W_2}} = -56,46 \ln (W_2/W_1) - 44 \quad (6.35b)$$

$$\text{для } \epsilon_r = 9,6 \quad 3,5 \leq W_2/W_1 \leq 10$$

где $C_1/\sqrt{W_1 W_2}$ — в пФ м

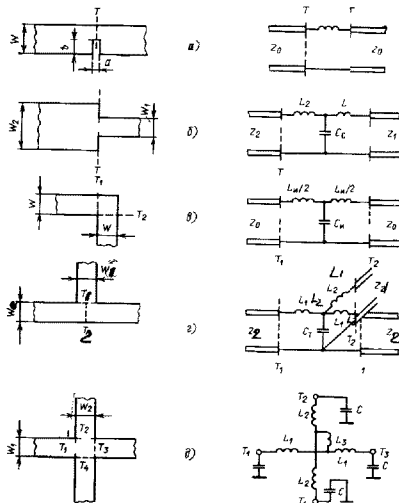


Рис. 6.3 Неоднородности микрополосковой линии и их эквивалентные схемы: а — паз, б — скачок по ширине, в — паз, г — Т-соединение, д — пересечение

Погрешность формулы (6.35а) не превышает 10 %, а формулы (6.35б) — 0,5 %.

Для того чтобы учесть влияние индуктивности рассматриваемой неоднородности, суммарную индуктивность L_e в первом приближении можно разделить на два значения L_1 и L_2 :

$$L_1 = \frac{L_{W1}}{L_{W1} + L_{W2}} L \quad (6.36a)$$

$$L_2 = \frac{L_{W2}}{L_{W1} + L_{W2}} L_e \quad (6.36b)$$

где $L_{\text{ш}}$ и $L_{\text{л}2}$ — индуктивности на единицу длины (Гн/м) микрополосковых линий с ширинами W_1 и W_2 соответственно определяемые как

$$L_{\text{ш}} = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon_r} \epsilon_r' c; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \quad (6.37)$$

Используя численные результаты [15] можно получить выражение для $L_{\text{ш}}/h$ (нГн/м):

$$\frac{L_{\text{ш}}}{h} = 40.5 \left(\frac{W_2}{W_1} - 1 \right) - 32.5713 \frac{W_2}{W_1} + 0.2 \left(\frac{W_2}{W_1} - 1 \right)^2 \quad (6.38)$$

Погрешность выражения (6.38) составляет менее 5%, если $W_2/W_1 \leq 5$ и $W_1/h = 1.0$. Расчеты показывают, что значения C_1 и $L_{\text{ш}}$ увеличиваются с увеличением отношения W_2/W_1 . Для $\epsilon_r = 9.9$ и $W_2 = 2 W_1$ отношение $C_1/(hC_{\text{ш}1}) = L_{\text{ш}}/(hL_{\text{ш}1}) = 0.5$, где $C_{\text{ш}1}$ — емкость на единицу длины микрополосковой линии шириной W_1 .

6.2.5 ИЗГИБ МИКРОПОЛОСКОВОГО ПРОВОДНИКА ПОД ПРЯМЫМ УГЛОМ

Изгиб под прямым углом обычно используется при конструктивном размещении узла на плате. Эквивалентная схема изгиба под прямым углом с одинаковыми волновыми сопротивлениями линий показана на рис. 6.3а. Шунтирующая емкость C_1 и последовательные индуктивности $L_{\text{ш}2}$ определяются формулами

$$\frac{C_1}{W} = \begin{cases} \frac{(14\epsilon_r + 12.5) W/h - (1.8\epsilon_r - 2.25)}{\sqrt{W/h}} + \frac{0.02\epsilon_r}{W/h} & \text{для } W/h \leq 1 \quad (6.39a) \\ (9.5\epsilon_r + 1.25) W/h + 5.2\epsilon_r + 7.0 & \text{для } W/h \geq 1 \quad (6.39b) \end{cases}$$

$$\frac{L_{\text{ш}}}{h} = 100 \left[4 \sqrt{W/h} - 4.21 \right] \quad (6.40)$$

где $C_1 W$ — в пФ, $L_{\text{ш}}/h$ — в нГн/м.

Точность формул (6.39) составляет 5% для $2.5 \leq \epsilon_r \leq 15$ и $0.1 \leq W/h \leq 5$. Точность формулы (6.40) при сравнении с численными результатами работы [14] около 3% для $0.5 \leq W/h \leq 2$.

Для $\epsilon_r = 9.9$ и $f = 5.0$ ГГц C_1/W возрастает от 15.0 до 200 пФ/м, если W/h возрастает от 0.1 до 2.0. Отношение $L_{\text{ш}}/(hL_{\text{ш}})$ при этом возрастает от -0.37 до +0.5.

6.2.6 Т-СОЕДИНЕНИЕ

Схемы, используемые для моделирования микрополоскового Т-соединения, отличаются от схем для полосковых линий. Эквивалентная схема микрополоскового Т-соединения показана на рис. 6.3б. Она состоит из последовательных индуктивностей L_1 в основной линии, индуктивности L_2 в ответвленной линии и емкости в сечении стыка C_T . При конструировании большое значение для правильного определения длины шлейфа имеет индуктивность $L_{\text{ш}}$. С другой стороны под ответ

вленной линии может пониматься любая из линий Т-соединения. Поэтому знание обеих индуктивностей L_1 и L_2 одинаково важно.

Выражения для параметров эквивалентной схемы Т-соединения в основном сопротивлением линии 50 Ом и $\epsilon_r = 9.9$ имеют вид

$$\sqrt{C_T W_2} = \frac{100}{\text{th}(0.0072Z_0)} + 0.64 Z_0^{0.5} - 261 \quad (6.41)$$

для $25 \leq Z_0 \leq 100$,

$$\frac{L_1}{h} = -\frac{W_2}{h} \left[\frac{W_2}{h} \left(-0.016 \frac{W_2}{h} + 0.064 \right) + \frac{0.016}{W_1 h} \right] \frac{L_{\text{ш}1}}{h} \quad (6.42a)$$

для $0.5 \leq (W_1, h, W_2/h) \leq 2.0$

$$\frac{L_2}{h} = \left[(0.12 \frac{W}{h} - 0.47) \frac{W_2}{h} + 0.195 \frac{W_1}{h} - 0.357 + \right. \\ \left. - 0.0283 \sin \left(\pi \frac{W}{h} - 0.75\pi \right) \right] L_{\text{ш}2} \quad (6.42b)$$

для $1 \leq W_1, h \leq 2, 0.5 \leq W_2/h \leq 2$,

где $C_T W_1$ — в пФ, Z_0 — волновое сопротивление шлейфа, в омах; $L_{\text{ш}}/h$ — в нГн/м; $L_{\text{ш}}$ — индуктивность на единицу длины (нГн/м) микрополосковой линии шириной W получаемая из (6.37).

Погрешность формул (6.41) и (6.42) менее 5%. Для $\epsilon_r = 9.9$ и $Z_1 = 50$ Ом отношение C_T/W_1 уменьшается от 300 до -20 мФ/м при увеличении Z_2 от 25 до 100 Ом. При увеличении W_2/h от 0.5 до 2.0 для $W_1/h = 1$ отношения $L_1/(hL_{\text{ш}1})$ и $L_2/(hL_{\text{ш}2})$ изменяются от -0.02 до -0.22 и от 0.3 до -0.85 соответственно. Элементы матрицы рассеяния соответствующей Т-соединению, определяются формулами

$$S_{11} = S_{22} = (\bar{Z}_{\text{ш}1} - 1)/(\bar{Z}_{\text{ш}1} + 1), \quad (6.43a)$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{(1 - S_{11}) \bar{X}_1 (1 + \bar{X}_2)}{(1 - \bar{X}_2) (1 + \bar{X}_1 + \bar{X}_2) \bar{X}_1 (1 + \bar{X}_1)} \quad (6.43b)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{23} = S_{32} = \frac{(1 - S_{11}) \bar{X}_2 (1 + \bar{X}_1)}{(1 - \bar{X}_2) (1 + \bar{X}_1 + \bar{X}_2) + \bar{X}_2 (1 + \bar{X}_1)} \quad (6.43b)$$

$$S_{33} = (\bar{Z}_{\text{ш}2} - 1)/(\bar{Z}_{\text{ш}2} + 1) \quad (6.43r)$$

где

$$\bar{Z}_{\text{ш}1} = \frac{(1 + \bar{X}_1) (1 + \bar{X}_2) (1 + \bar{X}_3)}{(1 + \bar{X}_1) (1 + \bar{X}_2 - \bar{X}_3 + \bar{X}_2) - (1 + \bar{X}_2) (\bar{X}_1 + \bar{X}_1)}$$

$$\bar{Z}_{\text{ш}2} = \frac{(1 + \bar{X}_1) (\bar{X}_2 + \bar{X}_3)}{1 + \bar{X}_1 + 2 (\bar{X}_2 + \bar{X}_3)}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{j\omega L_1}{Z_0}, \quad \bar{X}_2 = \frac{j\omega L_2}{Z_0}, \quad \bar{X}_3 = \frac{1}{j\omega C_T Z_0}$$

Одним из распространенных случаев применения пересечения линий является применение для реализации низкоомных шлейфов. Если ширина полоскового проводника низкоомного шлейфа достаточно велика, то возможно возбуждение волн высших типов. Для уменьшения ширины шлейфа к основной линии по обе ее стороны могут быть подключены два шлейфа, соединенные параллельно. Волновые сопротивления каждого из двух шлейфов вдвое больше волнового сопротивления эквивалентного шлейфа. Эквивалентная схема пересечения линий приведена на рис. 6.3д [15-17]. Выражения для C , L_1 и L_2 имеют вид

$$\frac{C}{W_1} = \frac{1}{4} \left\{ 37,61 \frac{W_2}{h} - 13,42 \left(\frac{W_2}{h} \right)^{1,1} - 159,38 \ln \frac{W_1}{h} + \right. \\ \left. + \left(\frac{W_2}{h} \right)^3 + 74 \frac{W_2}{h} + 130 \right\} \left(\frac{W_1}{h} \right)^{-1,3} - 60 \frac{0,5}{W_2 h} - \\ - 0,37 \frac{W_2}{h} \left(1 - \frac{W_2}{h} \right)$$

$$\text{для } \epsilon_r = 9,9, 0,3 \leq W_1/h \leq 3, 0,1 < W_2/h < 0,5 \quad (6.42)$$

$$\frac{L_1}{h} = \left\{ \left\{ 16 \div 6 \frac{W_2}{h} + 31,2 \sqrt{\frac{W_2}{h}} - 11,8 \left(\frac{W_2}{h} \right)^{1,2} \right\} \frac{W_2}{h} - \right. \\ \left. - 32 \frac{W_2}{h} + 3 \right\} \left(\frac{W_1}{h} \right)^{-1,2}$$

$$\text{для } 0,5 \leq (W_1/h, W_2/h) < 2,0 \quad (6.45a)$$

$$- \frac{L_2}{h} = 337,5 \left(1 + \frac{7}{W_1/h} \right) \frac{1}{W_2 h} - 5 \frac{W_2}{h} \ln \left\{ \frac{7}{2} \left(1,5 - \frac{W_1}{h} \right) \right\}$$

$$\text{для } 0,5 \leq (W_1/h, W_2/h) \leq 2,0 \quad (6.45b)$$

где C — в пФ/м, L — в нГн/м.

Выражение для L_2/h может быть получено из (6.45a) заменой W_1 на W_2 и наоборот. Точность формул (6.44), (6.45) лежит в пределах 5 %.

Расчеты показывают, что для $\epsilon_r = 9,9$ и $Z_1 = 50$ Ом отношения C/W_1 уменьшается от 32,5 до —22,5 пФ/м при возрастании Z_2 от 25 до 100 Ом. Отношения $L_1/(hL_{W1})$ и $L_2/(hL_{W2})$ увеличиваются от 0,2 до 0,6 и от —0,9 до —0,8 соответственно при увеличении W_2/h от 0,5 до 2,0 ($W_1/h = 1,0$).

ЭЛЕМЕНТЫ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В СВЧ УСТРОЙСТВАХ

1 ОСНОВНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ

Пассивные элементы в обычных СВЧ устройствах — это, главным образом, элементы с распределенными параметрами, в качестве которых используются отрезки линий передачи и волноводов. Это объясняется тем, что размеры дискретных сосредоточенных элементов (резисторов, катушек индуктивности и конденсаторов), используемых в электронных схемах на более низких частотах, на СВЧ становятся сравнимы с длиной волны. Однако если размеры сосредоточенных элементов уменьшить до значений, намного меньших длины волны, они также могут использоваться на СВЧ. Сосредоточенные элементы для СВЧ диапазона конструируются на основе этих соображений. С появлением фотолитографии и тонкопленочной технологии размеры элементов могут быть уменьшены настолько, что они могут быть пригодны вплоть до миллиметрового диапазона волн [1—4].

Элементы с сосредоточенными параметрами находят наибольшее применение в полупроводниковых интегральных СВЧ микросхемах и широкополосных гибридных микросхемах, где требуются минимальные размеры, например в трансформаторах волновых сопротивлений с большим коэффициентом трансформации. Трансформаторы волновых сопротивлений с отношением 20 : 1 на 6 ГГц описаны в работе [1]. Вносимые потери элементов с сосредоточенными параметрами невелики. Следовательно, приборы большой мощности, характеризующиеся очень низкими значениями входных сопротивлений, могут быть легко согласованы с большими волновыми сопротивлениями с помощью трансформаторов на элементах с сосредоточенными параметрами. Поэтому такие элементы находят применение в генераторах большой мощности усилителях и маломощных устройствах.

Построение некоторых устройств на элементах с сосредоточенными параметрами способствует улучшению их характеристик. Это относится к использованию резонансных структур с сосредоточенными параметрами. По этой причине эти элементы рекомендуются применять в таких устройствах, как генераторы на диодах Ганна, перестраиваемые варакторными диодами.

Для машинного проектирования схем, содержащих элементы с сосредоточенными параметрами, требуются полные и точные характеристики этих элементов на СВЧ. Это приводит к необходимости разработки и исследывающих математических моделей, учитывающих наличие заземленных оснований, эффекты близости, краевые поля, паразитные явления и др. В этом разделе подробно рассматриваются конструкции и характеристики таких элементов.

Аналогично СВЧ интегральным микросхемам на элементах с распределенными параметрами схемы, в которых используются элементы с сосредоточенными параметрами, изготавливаются на диэлектрической

юдложке. Однако назначением подложки в схемах на элементах с сосредоточенными параметрами является, главным образом, физическая поддержка элементов и обеспечение изоляции между ними, тогда как в СВЧ интегральных микросхемах, в которых используются элементы с распределенными параметрами, наибольшая энергия запасается или распространяется в подложке. Следовательно, требования к качеству подложки для элементов с сосредоточенными параметрами менее жесткие. Однако большинству таких элементов присуще наличие краевых полей, простирающихся в подложку, и поэтому для уменьшения потерь в диэлектрике подложка должна быть выполнена из материала с низким значением тангенса угла потерь. Если в спиральной индуктивности межвитковая емкость мала, то более предпочтительным для подложки является материал с низкой диэлектрической постоянной. В этих устройствах часто используется кварц. Если в СВЧ интегральных микросхемах применяются элементы с сосредоточенными и распределенными параметрами, то в качестве подложки обычно используются такие материалы, как окись алюминия.

С сосредоточенными параметрами при разработке устройств могут быть выполнены три основных элемента — катушки индуктивности, резисторы и конденсаторы. В последующих разделах рассматриваются конструкции этих элементов. Приводятся их эквивалентные схемы учитывающие паразитные явления. По этим эквивалентным схемам, используя Приложение 2.1, можно найти S-матрицы элементов с сосредоточенными параметрами.

7.2. КОНСТРУИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Разработка резисторов, индуктивных элементов и конденсаторов на СВЧ направлена на достижение настолько малых размеров элементов чтобы они размещались в очень коротких отрезках линий передачи с T -волной (коротких по сравнению с длиной волны). Считаем, что линия передачи имеет погонную последовательную индуктивность L , погонное сопротивление r , погонную параллельную емкость C и погонную параллельную проводимость g . Согласно теории линий передачи входное сопротивление линии передачи длиной l , нагруженной на сопротивление Z_n , определяется формулой

$$Z_{вх} = Z_0 \frac{Z_n \operatorname{ch} \gamma l + Z_0 \operatorname{sh} \gamma l}{Z_0 \operatorname{ch} \gamma l + Z_n \operatorname{sh} \gamma l} \quad (7.1)$$

где Z_0 — волновое сопротивление линии передачи определяемое по формуле

$$Z_0 = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} \quad (7.2)$$

γ — постоянная распространения

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} \quad (7.3)$$

Если $\gamma l \ll 1$ входное сопротивление может быть рассчитано по формуле

$$Z_{вх} = Z_0 (Z_n + Z_0 \gamma l) / (Z + Z \gamma l) \quad (7.4)$$

7.2.1 РЕЗИСТОРЫ И ИНДУКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Входное сопротивление короткого отрезка линии передачи, короткозамкнутой на конце, в соответствии с (7.4) определяется формулой

$$Z_{вх} = Z_0 \gamma l = (r + j\omega L) l. \quad (7.5)$$

Этот отрезок будет вести себя подобно резистору или индуктивному элементу в зависимости от соотношения между значениями r и ωL . Для того чтобы реализовать индуктивный элемент или резистор, нет необходимости иметь оба типа проводимости линии передачи. Для этой цели можно использовать одиночную металлическую полосу на диэлектрической подложке.

Сосредоточенная индуктивность может быть реализована в виде либо прямого отрезка металлической полоски или проволоки, либо круглой или прямоугольной спирали.

Прямые отрезки тонких полосковых проводников или проволоки используются для получения небольших значений индуктивностей — обычно 2...3 нГн. Спиральные индуктивные элементы характеризуются высоким значением добротности Q и могут иметь высокие значения индуктивности. Основными расчетными параметрами при конструировании индуктивных элементов являются значения индуктивности и потерь. Эти параметры определяют добротность Q . Кроме этого при конструировании индуктивных элементов будет учтено влияние заземленной пластины. Эти аспекты рассматриваются в последующих разделах.

Полосковый или ленточный индуктивный элемент. Тонкие полосковые проводники прямоугольного поперечного сечения, нанесенные на диэлектрическую подложку, часто используют для получения низких значений индуктивности. В этом случае значения r и L в формуле (7.5) определяются соответствующими значениями металлической полоски. Здесь r — погонное сопротивление, а L — погонная индуктивность линии. В работе [5] приведены формулы для r и L . Полное сопротивление R может быть рассчитано по формуле

$$R = rl = \frac{KR_s l}{\text{периметр}} = \frac{KR_s l}{2(W + t)} \quad (7.6)$$

где R_s — поверхностное сопротивление в омах на квадрат; W — ширина; t — толщина металлической ленты. Корректирующий коэффициент K учитывает заполнение током углов ленты. Величина K является функцией W/t и изменяется примерно от 1,3 до 2 при изменении отношения W/t от 1 до 100. Для $W/t = 10$ значение $K \approx 1,55$. Для других значений W/t значения K могут быть найдены из графика, приведенного в [5]. Для $5 < W/t < 100$ справедлива следующая аппроксимация

$$K = 1,4 + 0,217 \ln(W/t) \quad (7.7)$$

Индуктивность прямоугольной полоски в свободном пространстве, удаленной от других проводников и магнитных материалов определяется как [15]

$$Ll = 0.129 \cdot 10^{-9} l \left\{ \ln \frac{l}{W+l} + 1.193 + 0.2235 \frac{W+l}{l} \right\} \quad (7.8)$$

где Ll — в наногенри, а все размеры — в миллиметрах

Зависимость от частоты и влияние заземленной пластины На высоких частотах значение индуктивности уменьшается из-за скин-эффекта. Уменьшение индуктивности составляет около 4 % на частоте 1 ГГц, а с дальнейшим ростом частоты это значение остается неизменным [6]. Наличие заземленной пластины также оказывает влияние на значение индуктивности: при приближении заземленной пластины индуктивность уменьшается [6]. Это уменьшение может быть учтено с помощью корректирующего коэффициента K_g . С учетом коррекции эффективная индуктивность $L_{эфф}$ может быть записана в виде

$$L_{эфф} = K_g L_R \quad (7.9)$$

где L_R — значение индуктивности в свободном пространстве. Уменьшение индуктивности было измерено [7]. Результаты измерений могут быть записаны в замкнутой форме

$$K_g = 0.57 - 0.145 \ln(W/h) \quad (7.10)$$

где W — ширина ленты; h — ее расстояние от заземленной пластины. Ненагруженная добротность Q полоскового индуктивного элемента может быть найдена по формуле

$$Q = \omega L / R \quad (7.11)$$

Для медной полоски ($R_s = 2.61 \cdot 10^{-7} \Omega/\text{м}$) и для $W/l = 10$ имеем

$$Q = 4.81 \cdot 10^2 f^{-1/2} W L / K \quad (7.12)$$

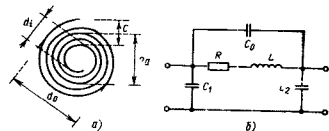
Как видно из (7.12), для индуктивностей более 1 нГн значения добротностей $Q > 100$ на частоте около 1 ГГц могут быть получены при широких полосках ($W/L < 15$). Эта формула справедлива, если толщина t существенно превышает двойную глубину скин-слоя.

Полосковые индуктивные элементы практически могут быть выполнены для значений индуктивностей не более 2 нГн. Длина индуктивного элемента при этом составляет около 2,8 мм (при $W/L = 10$). Эта длина меньше одного витка спирали диаметром 1 мм. Для больших индуктивностей необходима многovitковая спираль для которой формула (7.12) несправедлива.

Спиральные индуктивные элементы. Конфигурация плоской спиральной полосковой катушки индуктивности показана на рис. 7.1а. Формула индуктивности для спиральной катушки, содержащей n витков, может быть записана в виде [5, 8, 9]

$$L_s = 0.3939 \pi^2 a^2 \left\{ \ln \frac{8a}{c} - \frac{1}{24} \left(\frac{c}{a} \right)^2 \left(\ln \frac{8a}{c} - 3.583 \right) - \frac{1}{2} \right\} \quad (7.13)$$

Рис. 7.1 Конфигурация спиральной катушки индуктивности (а) и ее эквивалентная схема (б)



где L_s — в наногенри; $a = (d_0 + d_1)/4$ (т. е. средний радиус); $C = (d_0 - d_1)/2$; d_1 и d_0 — минимальный и максимальный диаметры (в миллиметрах) соответственно. В работе [10] приведена простая аппроксимация, которая в большей части диапазона дает численные значения индуктивности (нГн) с погрешностью, не превышающей нескольких процентов по сравнению с формулой (7.13):

$$L_s = 39.39 \pi^2 a^2 (8a + 11c) \quad (7.14)$$

где все размеры в миллиметрах. Измерения показали, что фактические значения индуктивностей отличаются не более чем на 20 % от теоретически рассчитанных значений [15].

Сопротивление спиральной катушки индуктивности может быть рассчитано как

$$R = K \pi n a R_s W \quad (7.15)$$

где K — корректирующий коэффициент, аналогичный коэффициенту K для прямой ленты и учитывающий заполнение током. Из (7.14) и (7.15) может быть найдена добротность плоской спиральной катушки

$$Q = \frac{7.877 \cdot 10^{-8} f W n a}{K' R_s (8a + 11c)} \quad (7.16)$$

где a , c и W задаются в миллиметрах. Эквивалентная схема спиральной катушки индуктивности содержит не только индуктивность. В нее входят и паразитные элементы, такие как собственная и межвитковая емкость C_0 и параллельные краевые емкости C_1 и C_2 , возникающие из-за влияния заземленной пластины [4]. Эквивалентная схема спиральной катушки индуктивности с учетом паразитных элементов показана на рис. 7.1б. Последовательное сопротивление R учитывает потери. Для спирали диаметром от 1,0 до 5 мм на подложке из окиси алюминия типичные значения паразитных элементов имеют следующие значения: $C_0 \approx 0.15$ пФ, $C_1 = 0.1$, 0.2 пФ, $C_2 = 0.05 \dots 0.1$ пФ, а добротность на частоте 4 ГГц 80...100. Эмпирическое соотношение для емкости C_0 (пФ) может быть записано в виде [4]:

$$C_0 = 0.035 d_0 + 0.06 \quad (7.17)$$

где d_0 — внешний диаметр спирали, мм

Некоторые основные положения, используемые при конструировании катушек индуктивности, могут быть сведены к следующим:

1. Лента spirali должна быть по возможности более широкой (большое значение W) и в то же время внешний диаметр (d_0) должен сохраняться небольшим. Это означает, что межвитковые расстояния должны быть предельно малыми.

2. Должно быть некоторое пространство в центре spirali катушки через которое силовые линии будут проходить насквозь, в результате чего возрастает запасенная энергия на единицу длины. Из [9] следует, что при $d_1/d_0 = 1/5$ достигается оптимальное значение добротности.

3. Поверхностное сопротивление R_s возрастает по закону $f^{1/2}$. Следовательно, добротность катушки должна возрастать по закону корня квадратного из частоты. Однако экспериментально обнаружено, что добротность возрастает только до определенной частоты, а затем быстро уменьшается [1,17]. Вероятно, это происходит из-за того, что катушка начинает излучать высокочастотную энергию. Измерения добротности показали, что при $K' = 1$ ее значение составляет до 2/3 от теоретического значения. Выбор значения $K' = 1,5$ дает разумное приближение формулы (7.16) к экспериментальным данным. Значение добротности может достигать 100.

4. Показано, что для одного и того же размера d_0 добротность круглой spirali выше, чем прямоугольной (примерно на 10 %), хотя индуктивность существенно меньше (примерно на 20 %).

5. Многовитковые катушки характеризуются высокими значениями добротности (из-за высокой индуктивности на единицу площади), но из-за наличия межвитковой емкости частота их собственного резонанса ниже. С ростом диэлектрической постоянной подложки межвитковая емкость возрастает и частота собственного резонанса уменьшается. Это приводит к возрастанию реактивного сопротивления катушки.

Проволочный индуктивный элемент. В качестве проволочного индуктивного элемента в СВЧ интегральных микросхемах используются контактная проволока, служащая для соединения с активными элементами и другими крупными компонентами. Индуктивность (нГн) провода диаметром d в свободном пространстве определяется формулой [5]

$$L_w = 0.2 l \left(\ln \frac{4l}{d} - 1 \right) \quad (7.18)$$

где l и d — в миллиметрах

Сопротивление проволоки длиной l рассчитывается по формуле

$$R = R_s l / (w d), \quad (7.19)$$

а добротность определяется как

$$Q_w = 2\pi f L_w / R \quad (7.20)$$

Сравнивая выражение (7.20) с аналогичной формулой для полосковых катушек, находим, что для значений d , совпадающих с шириной ленты W , проволочный индуктивный элемент характеризуется более высокой добротностью. Это объясняется тем, что площадь поверхности (для тока) у проволоки больше, чем у полоски.

Влияние заземленной пластины на значение индуктивности провода также исследовано [5]. Если проволока находится на расстоянии h от заземленной пластины, то индуктивность (нГн)

$$L_k = 0.2 l \left\{ \ln \frac{4h}{d} + \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{d^2}{4h^2}}}{1 - \sqrt{1 + \frac{d^2}{4h^2}}} \right] + \sqrt{1 + \frac{4h^2}{d^2}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{4h^2}} - 2 \frac{h}{l} + \frac{d}{2l} \right\} \quad (7.21)$$

где l и h — в миллиметрах

7.2.2 КОНДЕНСАТОРЫ

Конденсатором с сосредоточенными параметрами является разомкнутая линия небольшой длины (рис. 7.2а). Входное сопротивление такой линии может быть записано в виде

$$Z_{\text{вх}} = Z_0 \operatorname{cth} \gamma l \quad (7.22)$$

Если $\gamma l \ll 1$ то (7.22) может быть представлена в виде

$$Z_{\text{вх}} \approx \frac{Z_0}{\gamma l} = \frac{1}{g l + j \omega C l} = \frac{g}{\omega^2 C^2 l} + \frac{1}{j \omega C l} \quad (7.23)$$

Отсюда видно, что эквивалентная схема содержит активное сопротивление $g/(\omega^2 C^2 l)$, соединенное последовательно с конденсатором емкости $C l$. Аппроксимация второго порядка (в пренебрежении L) дает

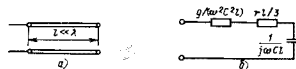
$$\frac{1}{Z_{\text{вх}}} = \frac{Z_0}{\gamma l} + \frac{Z_0 \gamma l}{3} \approx \frac{g}{\omega^2 C^2 l} + \frac{r l}{3} + \frac{1}{j \omega C l} \quad (7.24)$$

Формуле (7.24) соответствует последовательная схема с двумя резисторами и конденсатором, как показано на рис. 7.2б. Второй член определяет последовательное сопротивление, учитывающее потери проводимости. Его можно записать в виде

$$r l / 3 = 2 R_s l / (3 W) \quad (7.25)$$

где $r = 2 R_s / W$. Следует заметить, что только внутренняя сторона по верхности шириной W вносит вклад в потери проводников, а коэффициент 2 учитывает, что потери возникают на двух пластинах конденсатора. Другая составляющая сопротивления $g/(\omega^2 C^2 l)$ определяется потерями в диэлектрике и может быть рассчитана по формуле $1/(Q_d \omega C l)$.

Рис. 7.2. Разомкнутая линия, используемая в качестве конденсатора (а) и его эквивалентная схема (б)



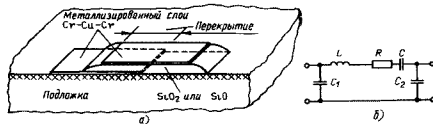


Рис. 7.3 Конфигурация плоского конденсатора (а) и его эквивалентная схема (б)

где Q_d — добротность диэлектрика, равная $\omega C_d/g$. Суммарное значение добротности может быть найдено из уравнения

$$1/Q = 1/Q_{np} + 1/Q_d \quad (7.26)$$

где добротность проводников рассчитывается по формуле

$$Q_{np} = (1/\omega C_l) (3W/2R) l \quad (7.27)$$

Добротность квадратного конденсатора ($W = l$) с медными обкладками имеющего суммарную емкость C_z (пФ) может быть рассчитана по формуле

$$Q_{1p} = 2.9 \cdot 10^4 / (f^{1/2} C_z) \quad (7.28)$$

где f — в гигагерцах

Для получения больших значений емкости на единицу площади необходимо уменьшать расстояние между двумя проводниками (верхнего и нижнего) отрезка линии передачи. С тех пор как обычные значения толщин подложек из окиси алюминия достигли примерно 0,6 мм, появилась возможность изготовления конденсаторов больших емкостей с использованием структуры металл — диэлектрик — металл на верхней стороне подложки. Конфигурация такого конденсатора показана на рис. 7.3а. Толщина диэлектрика (обычно двуокиси кремния), используемого для этой слоистой конфигурации, обычно составляет 0,5—1 мкм. Этот тип конденсатора изготавливается на диэлектрике с добротностью на $f = 1$ ГГц около 600. С ростом частоты значение добротности снижается в соответствии с формулой (7.28).

Для увеличения точности расчета емкости многослойных конденсаторов необходимо учитывать влияние краевого поля. Этот расчет приведен в статье [11]. В этой работе прямоугольный конденсатор рассматривается как линия длиной l и шириной W . Емкость рассчитывается по формуле

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r W l}{h} + 2C_{e1} + 2C_{e2} \quad (7.29)$$

где C_{e1} и C_{e2} — краевые емкости, определяемые формулами

$$C_{e1} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{v_1 Z_1 (W/h \epsilon_r)} - \frac{\epsilon_0 \epsilon_r W}{h} \right] l \quad (7.30)$$

$$C_{e2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{v_2 Z_2 (l/h \epsilon)} - \frac{\epsilon_0 \epsilon_r l}{h} \right] W \quad (7.31)$$

В этих уравнениях v_1 и v_2 — фазовые скорости, а Z_1 и Z_2 — волновые сопротивления микрополосковых линий с ширинами W и l соответственно

Для квадратного плоского конденсатора ($l = W$) $v_1 = v_2$ и $Z_1 = Z_2$. Следовательно

$$C_{e1} = C_{e2} = \frac{1}{2} \left[\frac{W}{vZ (W/h \epsilon_r)} - \frac{\epsilon_r \epsilon_0 W^2}{h} \right] \quad (7.32)$$

Для расчета емкости конденсаторов круглой формы определяется эквивалентная диэлектрическая постоянная в каком-либо направлении как для микрополосковой линии. Эта эквивалентная диэлектрическая постоянная затем используется для расчета, как и в случае однородной конфигурации. При этом предполагается, что краевое поле круглого конденсатора с большим радиусом r_0 ($r_0/h > 10$) аналогично краевому полю прямоугольного конденсатора. Это предположение дает

$$\epsilon_{\text{экив}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \pi r_0^2 + \pi r_0 h \left[\frac{1}{vZ (2r_0/h \epsilon_r)} - \frac{2\epsilon_0 \epsilon_r r_0}{h} \right]}{\pi r_0^2 + \pi r_0 h \left[\frac{1}{vZ (2r_0/h \epsilon_r - 1)} - (2\epsilon_0 \epsilon_r h) \right]} \quad (7.33)$$

где $Z (2r_0/h \epsilon_r)$ — волновое сопротивление; v — фазовая скорость для микрополосковой линии шириной $W = 2r_0$. Емкость круглого конденсатора может быть записана в виде [11]

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{\text{экив}} \pi r_0^2}{h} \left[1 + \frac{2h}{\pi r_0} \left[\ln \left(\frac{\pi r_0}{2h} \right) + 1.7726 \right] \right] \quad (7.34)$$

Эквивалентная схема плоского конденсатора показана на рис. 7.3б. Здесь R — потери конденсатора. Паразитными элементами являются последовательная индуктивность L и краевые емкости на корпус C_1 и C_2 [4]. Типичное значение последовательной индуктивности для номинальных размеров $1 \times 0,5$ мм (перекрытие 0,25 мм) составляет 0,5 нГн. Значения краевых емкостей C_1 и C_2 лежат в пределах от 0,05 до 0,2 пФ.

Имеется и другая конфигурация сосредоточенных конденсаторов малыми значениями емкостей (рис. 7.4а) — встречно-штыревая. В таком конденсаторе оба проводника расположены на одной верхней стороне диэлектрической подложки. Конденсаторы этого типа, если они входят в состав микрополоскового узла, изготавливаются в едином технологическом цикле с этим узлом, и никаких дополнительных операций для их изготовления не требуется.

Анализ конденсатора на встречных штырях описан в статье [12]. Емкость между двумя штырями такой структуры для случая бесконеч

но удаленной заземленной пластины может быть найдена по формуле емкости для нечетного типа возбуждения связанных микрополосковых линий. Если влиянием заземленной пластины пренебречь нельзя, то необходимо учитывать также вклад четного типа возбуждения. Для рис. 7.4а имеем [12]

$$C = l(\epsilon_r + 1) \{ (N-3) A_1 + A_2 \} \quad \text{формула } C = l(\epsilon_r + 1) \quad (7.35)$$

где C — в пикофарадах N — число штырей; $A_1 = 0,0886$ пФ/см $A_2 = 0,0993$ пФ/см для бесконечной толщины подложки или отсутствия заземленной плоскости; l — в сантиметрах

Добротность встречно штыревого конденсатора определяется как

$$Q_C = 1/(\omega CR_{\text{вкл}}) \quad (7.36)$$

где

$$R_{\text{вкл}} = \frac{4}{3} \frac{l}{\pi N} R_x \quad (7.37)$$

а x — ширина ячейки, как показано на рис. 7.4а

Как и для конденсатора многослойной структуры добротность определяется потерями в диэлектрике и в проводниках. Добротность конденсатора емкостью 2,83 пФ ($N = 40$, $l = 1,137$ мм, $x = 0,0508$ мм), изготовленного на подложке из окиси алюминия (чистота 99,5 %) толщиной 0,609 мм по результатам измерений составляет 677 на частоте 1,92 ГГц [12].

Так как линия передачи имеет индуктивный характер то встречно штыревые конденсаторы являются многорезонансными устройствами. Изменение емкости при изменении частоты зависит от отношения W/l . Оптимальное значение отношения W/l , при котором изменение емкости с частотой минимально, может быть найдено численно. Так например для $W/l = 1,66$ и $N = 24$, значение емкости постоянно до частоты 3 ГГц.

Встречно-штыревой конденсатор имеет добротность того же порядка что и многослойный конденсатор и изготавливается непосредственно на подложке из окиси алюминия без использования дополнительных

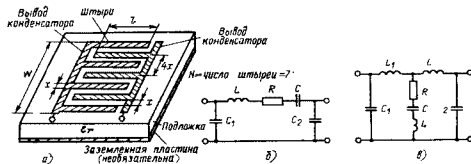


Рис. 7.4. Конфигурация конденсатора на встречных штырях (а) и эквивалентные схемы при его последовательном (б) и параллельном (в) включении

диэлектрических материалов. На частотах до 3 ГГц могут быть получены емкости от 0,1 до 10 пФ. Для получения больших значений емкостей необходимо использовать многослойные конденсаторы. Встречно-штыревые конденсаторы занимают большую площадь, чем многослойные. Так, например, конденсатор на встречных штырях емкостью 12 пФ имеет размеры $12,7 \times 1,78$ мм, тогда как многослойный конденсатор той же емкости с диэлектриком из SiO_2 толщиной 1 мкм имеет размеры $0,559 \times 0,559$ мм. Тем не менее для малых значений емкостей конденсаторы этого типа предпочтительнее, так как здесь используется только один металлизированный слой.

Эквивалентная схема встречно-штыревого конденсатора с учетом «паразитных» элементов показана на рис. 7.4 б, в [4]. Последовательному включению конденсатора соответствует эквивалентная схема на рис. 7.4 б, параллельному — на рис. 7.4 в.

Используя комбинации элементов с сосредоточенными индуктивностью и емкостью, можно получить резонаторы с сосредоточенными параметрами. Если используются встречно-штыревые конденсаторы то резонатор изготавливается в едином технологическом цикле. Возможны как последовательные, так и параллельные резонаторы, которые используются в устройствах фильтрации [13–14]. Конфигурации резонаторов показаны на рис. 7.5. В [14] показано, что в диапазоне частот от 5 до 10 ГГц может быть изготовлен параллельный резонатор с сосредоточенными параметрами с одновитковой катушкой индуктивности, активное сопротивление которой составляет около 1 Ом и менее. Это соответствует значению добротности между 10 и 90.

Значения индуктивностей, рассчитанных по формулам (7.8), (7.13), (7.18), отличаются от соответствующих измеренных значений не более чем на 20 %. Это отличие может возникнуть из-за «паразитных» емкостей и индуктивностей, из-за неточности приближенных расчетных формул в замкнутой форме, а также из-за погрешности измерений. Измеренное значение добротности составляет приблизительно половину от расчетного значения, соответствующего рассчитанным значениям активных потерь и индуктивности. Существует также разница между измеренными и расчетными значениями добротности конденсаторов.

Расчетные формулы, дающие погрешность около 20 %, мало пригодны для машинного проектирования. Эти формулы могут быть полезны в лучшем случае при первоначальном проектировании. Следовательно, возникает необходимость моделирования элементов с сосредоточенными параметрами на основе измерений. Техника измерений, позволяющая получить точные характеристики таких элементов, рассматривается в следующем разделе.

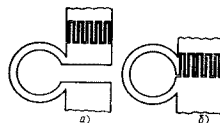


Рис. 7.5. Резонаторы с сосредоточенными параметрами. а — последовательный б — параллельный

7.3. ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Элементы с сосредоточенными параметрами имеют малые размеры. Поэтому для измерения их параметров необходимы специальные методы. Наиболее часто применяются три метода измерения реактивного сопротивления и добротности таких элементов. К ним относятся: 1) прямые измерения сопротивлений с помощью измерения коэффициентов отражения, 2) включение элемента с сосредоточенными параметрами в резонансную структуру с тем, чтобы полученные изменения давали информацию об этом элементе и 3) изучение реактивной проводимости соединения элементов с сосредоточенными индуктивностью и емкостью вблизи резонанса.

Прямые измерения сопротивления элемента с сосредоточенными параметрами могут производиться на измерительных линиях, рефлектометрах и измерителях полных сопротивлений. Использование измерительных линий обеспечивает точные результаты только до 25 ГГц. Измерение добротности и реактивных сопротивлений на более высоких частотах становится затруднительным из-за того, что потери в линии становятся соизмеримыми с потерями в активном сопротивлении элемента. Подробное описание прямых измерений сопротивлений приведено в [15].

Резонансный метод для элементов с сосредоточенными параметрами может использоваться до 12 ГГц. Этот метод основан на измерении частоты резонанса и добротности резонансной линии передачи.

При включении элемента с сосредоточенными параметрами в линию изменяется резонансная частота и добротность, и по этим изменениям может быть найдено сопротивление элемента. Так как линия передачи резонирует на многих собственных частотах, полное сопротивление элемента может быть найдено по изменению частот.

Рассмотрим линию разомкнутую на одном конце и нагруженную на элемент с сосредоточенными параметрами — на другом, как покаzano на рис. 7.6. Эта линия будет резонировать, когда

$$jX = jZ_0 \operatorname{ctg} \theta \quad (7.38)$$

где X — реактивная составляющая сопротивления элемента, θ — электрическая длина линии передачи, определяемая по формуле

$$\theta = 2\pi f l / v, \quad (7.39)$$

где f и v — резонансная частота, длина линии и скорость распространения волны соответственно. При отсутствии элемента с сосредоточенными параметрами эта линия передачи резонирует при выполнении следующего условия:

$$n\pi = 2\pi f_n l / v, \quad (7.40)$$

где f_n — резонансная частота n -го порядка. Из (7.39) и (7.40) можно определить θ в зависимости от двух значений резонансов

$$\theta = n\pi / f_n \quad (7.41)$$

Следовательно из (7.38) имеем

$$X = Z_0 \operatorname{ctg} (n\pi f / f_n) \quad (7.42)$$

где f — резонансная частота линии, нагруженной на элемент с сосредоточенными параметрами (рис. 7.6), а f_n — резонансная частота той же линии разомкнутой с обоих концов.

На практике первоначально измеряется значение частоты f_n . Затем в линию устанавливается исследуемый элемент и измеряется резонансная частота f . Измерения могут производиться и с помощью двух идентичных линий, изготовленных на одной подложке. В одну из них устанавливается исследуемый элемент. В этой системе измеряются кратные резонансные частоты каждой линии и затем определяются значения реактивного сопротивления для ряда дисперсионных значений частот.

Добротность элемента с сосредоточенными параметрами может быть рассчитана по измеренным значениям добротности ненагруженной линии и линии, нагруженной на исследуемый элемент. Поскольку суммарная энергия потерь равна сумме энергии потерь в линии и элементе, то можно записать

$$U_{01} Q_{01} = U_0 Q_0 + U_1 Q_1 \quad (7.43)$$

где U_{01} , U_0 и U_1 — значения энергии запасенных во всей системе, в ненагруженной линии и исследуемом элементе соответственно; Q_{01} , Q_0 и Q_1 — соответствующие значения добротностей. Значение U_{01} равно сумме U_0 и U_1 . Значения Q_{01} и Q_0 измеряются. Значения энергий U_1 и U_0 рассчитываются по приведенным здесь формулам. Энергия, запасенная в линии передачи,

$$U_0 = \frac{1}{2} \frac{L_0}{\beta} \int_0^{\theta} [I_0 \sin(\beta x)]^2 d(\beta x) = \frac{1}{8} \frac{L_0}{\omega} I_0^2 (2\theta - \sin 2\theta) = I_0^2 A \quad (7.44)$$

где L_0 — погонная индуктивность линии, θ — электрическая длина линии, определяемая формулой (7.39). Энергия, запасенная в элементе с сосредоточенными параметрами, может быть найдена по значению протекающего через него тока. Для индуктивного элемента запасенная энергия определяется как

$$U_1 = L (\sin \theta)^2 / 2 = I_0^2 B \quad (7.45)$$

Теперь из (7.43) — (7.45) может быть найдена добротность

$$Q_1 = B \left(\frac{A+B}{Q_0} - \frac{A}{Q_1} \right) \quad (7.46)$$

где A и B определяются формулами (7.44) и (7.45) соответственно.

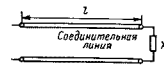


Рис. 7.6. Линия передачи, нагруженная на элемент с сосредоточенными параметрами на одном конце и разомкнутая на другом ее конце

Точность этого метода измерений возрастает с ростом разности ($U_1/Q_1 - U_0/Q_0$). Поэтому для увеличения точности значение добротности линии передачи Q_0 и отношение энергии, запасенной в элементе к энергии линии U_1/U_0 , должны быть как можно большими. Отношение U_1/U_0 зависит от волнового сопротивления линии.

Для этих измерений используются резонаторы на коаксиальных микрополосковых и копланарных линиях.

Если использовать полуволновый резонатор, то элемент с сосредоточенными параметрами можно включить в центральном сечении резонатора последовательно, как показано на рис. 7.7. Такой способ включения элемента с сосредоточенными параметрами приводит к изменению резонансной частоты для таких типов колебаний в резонаторе для которых в сечении элемента ток имеет ненулевое значение. Основной тип колебаний в резонаторе и нечетные гармоники обладают этим свойством. При последовательном включении элемента в центральном сечении линии формула (7.42) остается справедливой при замене f на $f/2$, а Z_0 на $2Z_0$. Возможно также параллельное включение элемента с сосредоточенными параметрами в центральном сечении линии передачи, образующей резонатор. В этом случае включение элемента будет оказывать влияние только на четные гармоники основного типа колебаний, и в формуле (7.42) необходимо заменить f на $f/2$, а Z_0 на $Z_0/2$.

В работе [16] показано, что характеристики элементов с сосредоточенными параметрами могут быть найдены путем исследования реактивной проводимости вблизи резонанса параллельного резонансного контура, состоящего из катушки и конденсатора с сосредоточенными параметрами. Измерение реактивной проводимости и КСВН вблизи резонанса позволяет полностью определить:

а) значение производной $dB/d\omega = 2C$ при резонансе; б) резонансную частоту ω , следовательно, по известному значению емкости C индуктивность L ; в) проводимость G — по значению КСВН при резонансе и затем рассчитать добротность по формуле

$$Q = \frac{\omega}{2G} \frac{dB}{d\omega} \quad (7.47)$$

Значения добротностей отдельных элементов определяются не просто.

Для измерений может быть использован параллельный резонансный контур показанный на рис. 7.8, изготовленный на кварцевом дис-

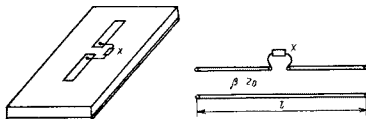


Рис. 7.7. Последовательное включение элемента с сосредоточенными параметрами в центральное сечение резонатора

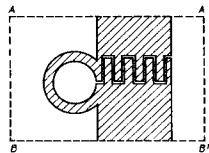


Рис. 7.8. Измерительный параллельный резонансный контур

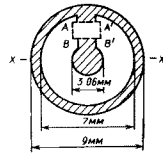


Рис. 7.9. Коаксиальная линия с приспособлением для измерения характеристик элементов с сосредоточенными параметрами

ке толщиной 0,5 мм. Этот контур включается параллельно в коаксиальную линию, нагруженную на коаксиальный волновод вблизи критической частоты, создающий условия холостого хода. Коаксиальная линия с испытательным приспособлением показана на рис. 7.9.

Глава 8

ДВУМЕРНЫЕ ПЛАНАРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

Различные типы компонентов СВЧ устройств рассмотренных в предыдущих главах, могут быть разделены на три группы. Элементы с сосредоточенными параметрами, рассмотренные в гл. 7 могут быть названы нульмерными элементами, так как их размеры по всем трем координатам намного меньше длины волны λ , соответствующей рабочей частоте. Линии передачи (коаксиальные, полосковые, микрополосковые и копланарные), рассмотренные в гл. 3, могут быть отнесены к одномерным элементам, так как размеры их поперечного сечения намного меньше длины волны λ а длина соизмерима с длиной волны. Размеры поперечного сечения волноводов, рассмотренных в разд. 3.2 также сравнимы с длиной волны и, следовательно, используя аналогичную терминологию, их можно назвать трехмерными компонентами. Кроме того, имеются компоненты, один из размеров (высота) которых намного меньше длины волны, а два других — сравнимы с длиной волны или превышают ее. Эти компоненты, называемые двумерными планарными компонентами, рассматриваются в настоящей главе.

Возможны три конфигурации планарных цепей. К ним относятся

- 1) трехполосковые, или полосковые (рис. 8.1а, в)
- 2) открытые, или микрополосковые (рис. 8.1б, в)
- 3) волноводные (рис. 8.1г).

Понятие двумерных планарных цепей используется в СВЧ интегральных микросхемах волноводных узлах, ферритовых элементах и



а)



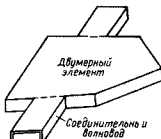
б)



в)

Рис. 8.1 Двумерные СВЧ цепи

а — полосковая, б — микрополосковая, в — центральный проводник двумерной планарной цепи полостного и микрополоскового типа, с — волноводная



г)

микрополосковых антеннах. Некоторые достоинства планарного представления цепей состоят в следующем:

А. Одномерные цепи на полосковых и микрополосковых линиях могут рассматриваться как частный случай двумерных цепей. В интегральных микросхемах СВЧ фактические длины линий на высоких частотах уменьшаются, а ширина линии увеличивается для обеспечения малых значений волновых сопротивлений (в которых обычно размещаются СВЧ полупроводниковые приборы). В этих случаях планарное представление цепей дает более точные характеристики интегральных микросхем, чем приближение с помощью линий передачи.

Б. Планарное представление цепей может быть использовано также для анализа неоднородностей в полосковых и микрополосковых линиях. Оптимизируя конфигурацию неоднородностей, их влияние можно скомпенсировать. Это позволяет улучшить характеристики устройств.

В. Использование планарного представления цепей позволяет получить некоторые новые конструкции. Например, как показано в [11], дисковый резонатор может использоваться в качестве трехдвухного ответвителя.

Г. Планарные узлы изготовленные на ферритовых подложках, также могут исследоваться методом планарного приближения, а технические приемы, используемые для анализа устройств на диэлектрических подложках, расширяются. Этим методом можно оптимизировать топологию широкополосных циркуляторов [2].

Д. В микрополосковых антеннах распределение поля можно оценить, рассматривая их как планарные компоненты с магнитной стенкой. Планарное приближение может использоваться для оценки поля по периферии этих компонентов.

Е. При использовании техники фототравления изготовление планарных узлов проще, чем трехмерных волноводных

8.1 ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ [3]

Рассмотрим планарную цепь полоскового типа показанную на рис. 8.2, и основные уравнения, позволяющие получить параметры цепей, представленных в виде эквивалентных многополосников.

В схеме, показанной на рис. 8.2, центральный проводник произвольной формы, расположен между двумя заземленными пластинами, расстояние между которыми составляет $2d$. Эта схема воздается симметрично из-за наличия верхней и нижней заземленных пластин. На краях центрального проводника имеются несколько выводов. Обозначим ширины этих выводов W_1, W_2 и т.д. Остальные края центрального проводника являются разомкнутыми. Выберем направление координатных осей так, чтобы рассматриваемый центральный проводник произвольной формы лежал в плоскости xu , перпендикулярной оси z . При этом размеры центрального проводника по осям x и y будут соизмеримы с длиной волны, а размером по оси z (толщиной) можно пренебречь. Следовательно поле по направлению оси z можно считать по стоянным.

Основное уравнение Гельмгольца справедливое для источника в свободной зоне, имеет вид

$$(\nabla^2 + k^2) E = 0 \quad k^2 = \mu \epsilon \quad (8.1)$$

где μ и ϵ — магнитная и диэлектрическая проницаемости материала диэлектрика; ω — угловая частота. Это соотношение хорошо описывает поле внутри диэлектрика. Тангенциальные составляющие электрического поля вблизи центрального проводника и заземленных пластин равны нулю. Предполагается, что на краях двумерного планарного компонента существует магнитная стенка. Поскольку в направлении оси z поле не изменяется, то обе составляющие поля E_x и E_y внутри диэлектрика равны нулю. Краевое поле на краях планарного компонента можно учесть перемещением магнитной стенки на некоторое расстояние от физического края центрального проводника. Это перемещение иллюстрируется на рис. 8.3. Для планарных цепей полоскового типа маг

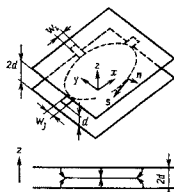


Рис. 8.2. Конфигурация планарной цепи полоскового типа

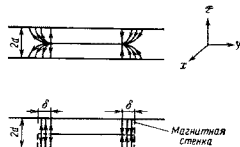


Рис. 8.3. Перемещение магнитной стенки для учета краевого поля

нитные стенки должны быть сдвинуты на расстояние δ определяемое формулой [4]

$$\delta = (2d \ln 2) \pi \quad (8.2)$$

Значение δ определяется точно только для полубесконечного планарного компонента, однако он может быть использовано в большинстве практических случаев. Для центральных проводников произвольной формы значение δ может быть получено на основании (6.2). Для узлов микрополоскового типа [5] значение δ находится из выражения для охвотной краевой емкости микрополоскового проводника (7.31). Необходимо отметить, что векторы полей под центральным проводником и над ним должны быть направлены противоположно. В дальнейшем анализе векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ определяются по напряженности поля с одной стороны центрального проводника (например, с нижней).

Поскольку составляющие E_x и E_y равны нулю, электрическое поле двумерных компонентов может быть записано в виде

$$\mathbf{E} = a E(x, y) \quad (8.3)$$

где $\mathbf{a}$ — единичный вектор, направленный вдоль оси z , а составляющая поля E является функцией только координат x и y . Подставляя (8.3) в (8.1) и полагая $\partial E_z / \partial z = 0$, получаем

$$(\nabla^2 + k^2) E = 0, \quad (8.4)$$

где $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$.

Используя уравнение Максвелла магнитное поле можно записать в виде

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (8.5)$$

или с учетом (8.3)

$$\mathbf{H} = \frac{1}{j\omega\mu} \left(-\frac{\partial E_z}{\partial y} \mathbf{a}_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_y \right) \quad (8.6)$$

где $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ — единичные векторы, направленные вдоль осей x и y соответственно.

Поверхностный ток центрального проводника может быть получен из граничных условий

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \quad (8.7)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный нормально к границе $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ — напряженности магнитных полей с двух сторон центрального проводника. Для центрального проводника двумерной цепи полоскового типа $\mathbf{H}_1 = -\mathbf{H}_2$, следовательно $\mathbf{J}_s$ (А/м) определяется как

$$\mathbf{J}_s = \frac{2}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial E_z}{\partial y} \mathbf{a}_y \right) \quad (8.8)$$

В планарных цепях микрополоскового типа выше верхней плоскости центрального проводника магнитное поле отсутствует и поэтому в формуле (8.8) для получения поверхностного тока центрального проводника коэффициент 2 должен быть опущен.

Выражение для поверхностного тока (8.8) имеет силу для всех типов двумерного центрального проводника произвольной формы включая его края. Для точек на краях поверхностный ток $\mathbf{J}_s$ (А/м) может быть выражен через составляющие, нормальные и тангенциальные к границе:

$$\mathbf{J}_s = \frac{2}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{s} + \frac{\partial E_z}{\partial n} \mathbf{n} \right) \quad (8.9)$$

где $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$ — единичные векторы, направленные тангенциально и нормально к границе, как показано на рис. 8.2. Для точек на краях двумерного планарного компонента, где отсутствуют выводы, нормальные составляющие поверхностного тока должны быть равны нулю:

$$\partial E_z / \partial n = 0 \quad (8.10)$$

Планарные компоненты могут возбуждаться двумя способами микрополосковыми (или полосковыми) линиями, соединенными с выводами планарного компонента, или коаксиальными линиями. Если возбуждение осуществляется коаксиальной линией, как показано на рис. 8.4, ток течет от точки возбуждения в направлении оси z . Через вывод, расположенный на краю планарного компонента, последний может возбуждаться с помощью полосковой (или микрополосковой) линии и в этом случае ток в сечении вывода направлен нормально к краю планарного компонента. Ток, протекающий в сечении вывода может быть получен из формулы (8.9):

$$i = -\frac{2}{j\omega\mu} \int_W \frac{\partial E_z}{\partial n} ds \quad (8.11)$$

где W — ширина вывода; ds — приращение расстояния вдоль края планарного компонента. Знак «минус» в формуле (8.11) означает, что ток i направлен внутрь компонента тогда как вектор $\mathbf{n}$ направлен наружу.

Характеристики планарных компонентов можно выразить через СВЧ напряжение u в центральном проводнике. Для $\partial E_z / \partial z = 0$ из формулы (8.3) можно получить

$$u = -E_z d \quad (8.12)$$

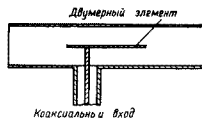


Рис. 8.4 Возбуждение планарной цепи коаксиальной линией

Теперь уравнения (8.4), (8.10) и (8.11) можно записать в виде

$$(\nabla^2 + k^2)v = 0 \quad (8.13)$$

при

$$\partial v / \partial n = 0 \quad (8.14)$$

для точек на краях планарного компонента за исключением точек выводов. Ток выводов выражается формулой

$$i = \frac{2}{j\omega\mu d} \int_{\Gamma} \frac{\partial v}{\partial n} ds \quad (8.15)$$

Решая (8.13) с граничными условиями (8.14) и (8.15), найдем характеристики планарных компонентов полоскового типа. Уравнения для планарных цепей других типов могут быть получены аналогично. Для описания планарных компонентов могут быть использованы различные приближенные методы. Выбор того или иного метода определяется геометрией центрального проводника планарного компонента. Если планарная цепь имеет простую геометрическую форму, то наиболее удобен приближенный метод, основанный на применении функций Грина, рассматриваемых в разд. 8.2 и 8.3. В настоящее время из известных функций Грина для элементов прямоугольной или круглой формы в виде кольца, некоторых типов треугольника и в виде секторов круга и кольца. Использование функций Грина для перечисленных типов элементов позволяет получить их Z-матрицы.

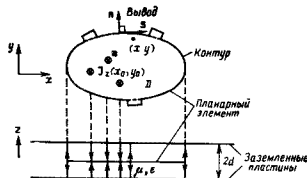
Если планарная цепь сложной геометрической формы может быть составлена из элементов более простой формы, для которых функции Грина известны, то для получения характеристик суммарной цепи, состоящей из этих элементов, может использоваться метод сегментации. В некоторых случаях к элементу сложной формы можно добавить некоторый элемент простой формы (для которого функция Грина известна), чтобы полученная суммарная конфигурация также оказалась простой (для которой функция Грина также известна). Тогда для определения характеристик исходного элемента сложной формы на основании исследования простых по форме элементов может использоваться специальный метод, называемый методом десегментации. Методы сегментации и десегментации рассматриваются в разд. 8.4 и 11.3.

Для анализа планарной цепи произвольной формы используются численные методы. Один из них — метод контурных интегралов — рассматривается в разд. 8.5.

8.2 ПРИБЛИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ ГРИНА [3]

Рассматриваемый метод может использоваться в тех случаях, когда форма двумерных планарных компонентов сравнительно проста. Используя функции Грина, можно получить аналитическое выражение напряжений в произвольной точке при возбуждении планарного компонента единичным источником тока, расположенным в какой-либо заданной точке. С помощью функции Грина нетрудно получить Z-матрицу компонента с заданным расположением его выводов.

Рис. 8.5. Расположение в планарной цепи источников тока возбуждения $J_z(x_0, y_0)$ и исследуемой точки (x, y)



Пусть планарный компонент возбуждается током плотностью J_z , протекающим в направлении оси z через некоторую произвольную внутреннюю точку x_0, y_0 (не лежащую на границе планарного компонента), как показано на рис. 8.5. Тогда волновое уравнение может быть записано в виде

$$(\nabla^2 + k^2)v = -j\omega\mu d J_z \quad (8.16)$$

Если планарная цепь возбуждается полосковой линией, то J_z — плотность фиктивного СВЧ тока, текущего в направлении, нормальном плоскости компонента. Это значит, что ток линии плотностью J_n —

$= \frac{2}{j\omega\mu d} \frac{\partial v}{\partial n}$ теперь втекает в планарную цепь в местах расположения вводов на краях планарного компонента и можно считать, что запитывание осуществляется нормально (по оси z) с выполнением условий на линии магнитной стенки $\partial v / \partial n = 0$ на протяжении всей границы планарного компонента. Это можно объяснить следующим образом. В центральном проводнике полосковой линии, соединенном с выводом планарного компонента, протекает ток, который втекает в этот компонент. В каждый из заземленных пластин в обратном направлении текут ток равные половине этого входного тока. Можно считать, что на стыке центрального проводника полосковой линии и планарного компонента ток разветвляется на два эквивалентных тока, направленных вдоль оси z , как показано на рис. 8.6. Эти эквивалентные токи будут определены далее. Напряженность магнитного поля на краях планарного компонента может быть рассчитана из (8.6) и (8.12):

$$H = \frac{1}{j\omega\mu d} \left(\frac{\partial v}{\partial n} s - \frac{\partial v}{\partial s} n \right) \quad (8.17)$$

Напряженность этого магнитного поля должна быть равна напряженности магнитного поля с противоположной стороны поверхности раздела между планарным компонентом и соединительной линией. Если предположить наличие магнитной стенки вдоль всего края планарного компонента то тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля на границе должна быть равна нулю. В настоящей модели имеется магнитное поле на краях (в местах расположения выводов). Эквивалентный фиктивный поверхностный ток J_s [А/м] в z -на-

правления, полученные из граничных условий (8.7) может быть записан в виде

$$J_z = -\frac{1}{j\omega\mu d} \frac{dv}{dn} \quad (8.18)$$

Ниже центрального проводника планарного компонента ток J_z направлен в сторону, противоположную направлению оси z , как показано на рис. 8.6. Теперь можно считать, что планарный компонент в сечениях выводов возбуждается токами линии в направлении оси z и положить $dv/dn = 0$ вдоль всей границы.

Функция Грина может быть получена из уравнения (8.16), если в качестве источника тока использовать единичный источник тока $\delta(r - r_0)$, направленный вдоль оси z_0 . Этот источник расположен под центральным проводником планарного компонента при $r = r_0$. Функция Грина $G(r|r_0)$ есть решение уравнения

$$(\nabla^2 + k^2) G(r|r_0) = -j\omega\mu d \delta(r - r_0) \quad (8.19)$$

с граничными условиями

$$\partial G / \partial n = 0 \quad (8.20)$$

Теперь можно записать выражение для напряжения в произвольной точке планарного элемента

$$v(x, y) = \iint_D G(x, y|x_0, y_0) J_z(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (8.21)$$

где $J_z(x_0, y_0)$ — плотность фиктивного тока, втекающего в планарный компонент в направлении нормальном плоскости его центрального проводника; D — область планарного компонента, окруженная магнитной стенкой. Других величин, которые могут появиться из-за граничных условий в (8.21) нет, так как вдоль всей границы планарного компонента обе величины dv/dn и $\partial G/\partial n$ равны нулю.

Если источник тока запитывается только со стороны выводов на краях планарного компонента, то напряжение v на границе может быть

выражено через ток линии J_s , протекающий в направлении оси z и определяющийся формулой (8.18)

$$v(s) = \int_{\Gamma} G(s|s_0) J(s_0) ds_0 \quad (8.22)$$

где s, s_0 — расстояния, отсчитываемые вдоль границы. Интеграл в правой части формулы (8.22) берется по всей границе. Поскольку ток $J_s(s_0)$ существует только в сечениях выводов, то формулу (8.22) можно записать в виде

$$v(s) = - \sum_j \int_{W_j} G(s|s_0) J_s(s_0) ds_0 \quad (8.23)$$

где суммирование осуществляется по всем выводам W_j , ширина j вывода. Согласно (8.15) и (8.18) ток i_j , запитывающий j -вывод, может быть выражен через эквивалентный ток линии в z направлении

$$i_j = -2 \int_{W_j} J_s(s_0) ds_0 \quad (8.24)$$

Если ширины линии выводов малы, так что плотность тока в них можно считать распределенной равномерно, то из (8.2) можно получить

$$J_s(s_0) \text{ для } j \text{ го вывода} = \frac{i_j}{2W_j} \quad (8.25)$$

Подставив (8.25) в (8.23) найдем

$$v(s) = \sum_i \frac{i_j}{2W_j} \int_{W_j} G(s|s_0) ds_0 \quad (8.26)$$

Это уравнение позволяет определить напряжение в произвольной точке границы. Для определения напряжения v_i на i -м выводе усредним напряжение по ширине вывода. Тогда получим

$$v_i = \frac{1}{W_i} \int_{W_i} v(s) ds = \sum_j \frac{i_j}{2W_i W_j} \int_{W_j} \int_{W_i} G(s|s_0) ds_0 ds \quad (8.27)$$

Из (8.27) можно определить элементы Z матрицы планарного компонента

$$z_{ij} = \frac{1}{2W_i W_j} \int_{W_i} \int_{W_j} G(s|s_0) ds_0 ds \quad (8.28)$$

Таким образом можно получить Z -матрицу планарного компонента, от которой на основании (2.36) нетрудно перейти к матрице рассеяния.

В приведенном анализе предполагалось, что втекающий ток распределен равномерно по ширине вывода. Это означает, что ширина вывода должна быть малой по сравнению с длиной волны и размерами планарного компонента. В тех случаях, когда эти предположения не выполняются, каждый вывод может быть разделен на несколько подвыводов.

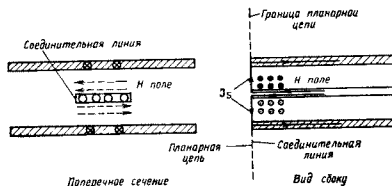


Рис. 8.6. Магнитные силовые линии на стыке планарной цепи и соединительной линии с эквивалентным током плотностью J_z , направленным вдоль оси z

в каждом из которых ток можно предполагать распределенным равно мерно. Матрицу сопротивлений компонента при этом получают для всех подвыводов.

Объединение нескольких подвыводов каждого из выводов осу ществляется, как показано в [6]. При этом предполагается что в поло сковой линии на участке вывода имеется только Т-волна. Это предполо жение выполняется, если выводы находятся на таком расстоянии от планарного компонента, при котором любые волны высших порядков, возбуждаемые неоднородностью перехода от полосковой линии к пла нарной цепи, затухают вдоль полосковой линии. Промежуточная поло сковая линия считается частью планарной цепи.

Поскольку предполагается, что в линии вывода существует только Т волна, то напряжения подвыводов вывода одинаковы. Поэтому мож но считать, что подвыводы соединены параллельно. Это означает, что суммарный ток, втекающий в вывод, разветвляется по всем подвыводам. При параллельном соединении Z-матрица преобразуется в Y-матрицу. Вообще, если выводы I и J разделены на подвыводы $I = \{i_1, i_2, \dots\}$ и $J = \{j_1, j_2, \dots\}$ то матрица проводимости Y_{IJ} задается в виде

$$Y_{IJ} = \sum_{k \in I} \sum_{l \in J} y_{kl} \quad (8.29)$$

где y_{kl} — составляющие матрицы проводимости. Полная матрица рас сеяния может быть получена из Y матрицы с помощью преобразования (2.37)

8.3.1 МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЙ [7]

Функция Грина для заданной формы двумерного планарного ком понента определяется из решения дифференциального уравнения (8.19) с граничными условиями (8.20). Возможны два способа нахождения функций Грина: путем использования метода отображений и выра же нием функций Грина через собственные функции

8.3.1 МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЙ [7]

Аналитическое решение дифференциального уравнения (8.19) мо жет быть получено при периодической функции в его правой части. Для этой цели вне области планарного компонента в точках r_s разме щаются дополнительные источники тока типа $\delta(r - r_s)$. Эти дополни тельные источники находясь многократными отображениями источни ка линии (в точке r_0) относительно различных магнитных стенок пла нарного компонента. Соответствующий член в дифференциальном урав нении (8.19) изменяется, и граничные условия теперь выполняются за счет напряжений, определяемых как источником, так и его отобра же ниями. Необходимо отметить, что все дополнительные источники рас положены за пределами планарного компонента и, следовательно реше ние G по-прежнему является функцией Грина для заданной геомет ри ческой формы планарного компонента. Положения дополнительных

источников тока для планарного компонента прямоугольной формы показаны на рис. 8.7.

Функция в правой части (8.19), описывающая источник теперь яв ляется периодической и следова тельно, можно найти ее разложе ние в ряд Фурье. Тогда функция Грина может быть выражена сум мой бесконечного ряда функций, полученных разложением в ряд Фурье, являющихся собственными функциями. Коэффициенты сумми руемого ряда для функции Грина могут быть получены подстано вкой его в (8.19).

Рассмотренный здесь метод отображений может применяться только к планарным компонентам, имеющим формы, ограниченные прямыми линиями. Даже для компонентов многоугольной формы отображение в двумерном пространстве определяется однозначно только в случае когда внутренние углы при каждой вершине многоугольника не пре ышают π рад. Таким образом, рассмотренный метод может быть использован только для анализа планарных компонентов прямоугол ьной или некоторых видов треугольной формы

8.3.2 ВЫРАЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА ЧЕРЕЗ СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ [7]

При этом методе функции Грина выражаются через известные соб ственные функции, соответствующие уравнению Гельмгольца, задан ному формулами (8.13) и (8.14).

Пусть собственные функции уравнения (8.13), удовлетворяющие условию (8.14) есть ψ_n а соответствующие собственные коэффициенты есть k_n^2 , так что

$$\nabla^2 \psi_n + k_n^2 \psi_n = 0 \quad (8.30)$$

где n — индекс, определяющий отдельные функции ψ_n . Кроме того на основании ортогональности имеем

$$\int_D \psi_n^* \psi_m dx dy = \begin{cases} 1 & \text{если } n = m \\ 0 & \text{если } n \neq m \end{cases} \quad (8.31)$$

где знак* означает комплексную сопряженность а область интегриро вания D ограничивается границами планарного компонента на кото рых ψ_n удовлетворяет граничному условию $\partial \psi_n / \partial n = 0$.

Необходимо заметить, что функция Грина $G(r/r_0)$ также удовлетворя ет граничным условиям аналогичным (8.20). Поскольку ψ_n предпо ла

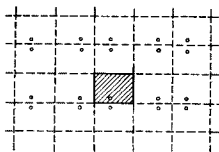


Рис. 8.7. Источник тока линии и его отображения для расчета функции Грина прямоугольного компонента

гаются ортогональными то функция $G(r|r_0)$ может быть разложена в ряд по функциям ψ_n :

$$G(r|r_0) = \sum_m A_m \psi_m(r) \quad (8.32)$$

Подставляя (8.32) в (8.19) и используя (8.30) получаем

$$\sum_m A_m (k^2 - k_n^2) \psi_m(r) = -j\omega \mu \delta(r - r_0) \quad (8.33)$$

Умножая обе части (8.33) на $\psi_n^*(r)$ и интегрируя в области D получаем уравнение

$$\sum_m A_m (k^2 - k_n^2) \int_D \psi_n(r) \psi_m^*(r) dx dy = -j\omega \mu \psi_n^*(r_0) \quad (8.34)$$

которое с учетом (8.31) упрощается

$$A (k^2 - k_n^2) = -j\omega \mu \psi_n^*(r_0) \quad (8.35)$$

Тогда имеем

$$A_n = -j\omega \mu \psi_n^*(r_0) / (k_n^2 - k^2) \quad (8.36)$$

так что

$$G(r|r_0) = j\omega \mu \sum_n \psi_n(r) \psi_n^*(r_0) / (k_n^2 - k^2) \quad (8.37)$$

есть выражение искомой функции Грина. Для цепей без потерь ψ_n — действительная функция и комплексно сопряженная функция в (8.37) не входит.

Заметим, что несмотря на то что функция Грина, заданная выражением (8.37), содержит особую точку при $r=r_0$, это не является причиной появления произвольных ошибок расчета Z матрицы по формуле (8.28).

Применение рассмотренного метода ограничено случаями для которых известны собственные функции. Собственные функции для планарных компонентов форма которых ограничена прямыми линиями могут быть найдены, только если внутренние углы при каждой вершине меньше π . Собственные функции могут быть также найдены для планарных компонентов имеющих формы кругов, колец и т. д.

8.3.3. ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

В этом подразделе приводятся функции Грина для некоторых форм планарных компонентов, показанных на рис. 8.8. В приведенных выражениях используется величина σ_i , значение которой определяется формулой

$$\sigma_i \triangleq \begin{cases} 1 & \text{для } i=0 \\ 2 & \text{для } i \neq 0 \end{cases} \quad (8.38)$$

150

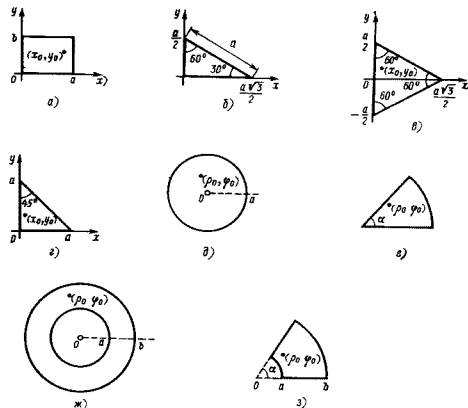


Рис. 8.8 Конфигурации планарных компонентов для которых известны функции Грина

А. Для прямоугольника показанного на рис. 8.8а функция Грина определяется формулой [8]

$$G(x|y|x_0|y_0) = \frac{j\omega \mu}{ab} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sigma_n \sigma_m \cos(k_{x,n}) \cos(k_{y,m}) \cos(k_{x,n} x) \cos(k_{y,m} y)}{k_n^2 + k_m^2 - k^2} \quad (8.39)$$

где $k_x = m\pi/a$, $k_y = n\pi/b$

Б. Для прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° (рис. 8.8б) функция Грина определяется формулой [9]

$$G(x|y|x_0|y_0) = 8j\omega \mu \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1(x_0, y_0) T_1(x, y)}{16\sqrt{3}\pi^2(m^2 + mn + n^2) - 9\sqrt{3}a^2 k^2} \quad (8.40)$$

$$T_1(x, y) = (-1)^l \cos\left(\frac{2\pi l x}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left[\frac{2\pi(m-n)y}{3a}\right] + \\ + (-1)^m \cos\left(\frac{2\pi m x}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left[\frac{2\pi(n-l)y}{3a}\right] + \\ + (-1)^n \cos\left(\frac{2\pi n x}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left[\frac{2\pi(l-m)y}{3a}\right] \quad (8.41)$$

с условием

$$l = (m+n). \quad (8.42)$$

В для равностороннего треугольника (рис. 8.8в) функция Грина определяется формулой [9]

$$G(x, y | x_0, y_0) = 4j\omega\mu d \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1(x_0, y_0) T_1(x, y) + T_2(x_0, y_0) T_2(x, y)}{16\sqrt{3}\pi^2(m^2 + mn + n^2) - 9\sqrt{3}a^2 k^2} \quad (8.43)$$

где $T_1(x, y)$ определяется формулой (8.41) а

$$T_2(x, y) = (-1)^l \cos\left(\frac{2\pi l x}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left[\frac{2\pi(m-n)y}{3a}\right] + \\ + (-1)^m \cos\left(\frac{2\pi m x}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left[\frac{2\pi(n-l)y}{3a}\right] + \\ + (-1)^n \cos\left(\frac{2\pi n x}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left[\frac{2\pi(l-m)y}{3a}\right] \quad (8.44)$$

Константа l в формуле $T_2(x, y)$ как и в формуле $T_1(x, y)$ определяется формулой (8.42).

Г. Функция Грина для прямоугольного равнобедренного треугольника (рис. 8.8г) определяется формулой [9]

$$G(x, y | x_0, y_0) = \frac{j\omega\mu d}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_m \sigma_n T(x_0, y_0) T(x, y)}{(\pi^2 m^2 + \pi^2 n^2 - a^2 k^2)} \quad (8.45)$$

где

$$T(x, y) = \cos\frac{\pi x}{a} \cos\frac{\pi y}{a} + (-1)^{m+n} \cos\frac{\pi x}{a} \cos\frac{\pi y}{a} \quad (8.46)$$

Д. Функция Грина для круга (рис. 8.8д) имеет вид [1]

$$G(\rho, \varphi | \rho_0, \varphi_0) = \frac{d}{j\omega\epsilon_0 a^2} + \\ + j\omega\mu d \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sigma_n J_n(k_{mn} \rho_0) J_n(k_{mn} \rho) \cos[n(\varphi - \varphi_0)]}{\pi(a^2 - n^2/k_{mn}^2)(k_{mn}^2 - k^2) J_n^2(k_{mn} a)} \quad (8.47)$$

где $J_n(\cdot)$ — функция Бесселя n -го порядка k_{mn} определяется из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \rho} J_n(k_{n, m} \rho) \Big|_{\rho=a} = 0 \quad (8.48)$$

Индекс m в коэффициенте k_{mn} соответствует m -му корню уравнения (8.48). Для функции Бесселя нулевого порядка первый корень (8.48) выбирается ненулевым.Е. Функции Грина для сектора круга определены только для случаев, когда угол сектора $\alpha < \pi$. Для сектора, показанного на рис. 8.8е у которого $\alpha = \pi/l$, функция Грина определяется формулой [10]

$$G(\rho, \varphi | \rho_0, \varphi_0) = \frac{2ld}{j\omega\epsilon_0 a^2} + \\ + 2j\omega\mu d \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sigma_n J_{n/l}(k_{mn} \rho_0) J_{n/l}(k_{mn} \rho) \cos(n\varphi) \cos(n\varphi_0)}{\pi[a^2 - n^2/k_{mn}^2](k_{mn}^2 - k^2) J_{n/l}^2(k_{mn} a)} \quad (8.49)$$

где $n = nl$, k_{mn} определяется из выражения

$$\frac{\partial}{\partial \rho} J_{n/l}(k_{n, m} \rho) \Big|_{\rho=a} = 0 \quad (8.50)$$

Ж. Функция Грина для круглого кольца (рис. 8.8ж) определяется формулой [10]

$$G(\rho, \varphi | \rho_0, \varphi_0) = \frac{d}{j\omega\epsilon_0 (b^2 - a^2)} + \\ + j\omega\mu d \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sigma_n F_{mn}(\rho_0) F_{mn}(\rho) \cos[n(\varphi - \varphi_0)]}{\pi[(b^2 - n^2/k_{mn}^2) F_{mn}^2(b) - (a^2 - n^2/k_{mn}^2) F_{mn}^2(a)](k_{mn}^2 - k^2)} \quad (8.51)$$

где

$$F_{mn}(\rho) = N_n(k_{n, n} a) J_{n/l}(k_{mn} \rho) - J_{n/l}(k_{mn} a) N_n(k_{n, n} \rho) \quad (8.52)$$

 k_{mn} — решение уравнения

$$\frac{J'_{n/l}(k_{mn} a)}{N'_{n/l}(k_{mn} a)} = \frac{J'_{n/l}(k_{mn} b)}{N'_{n/l}(k_{mn} b)} \quad (8.53)$$

В этих формулах $N_n(\cdot)$ — функция Неймана порядка n а $J_n(\cdot)$ — первые производные соответствующих функций.З. Функция Грина для сектора кольца, как и круга, известна только для случая, когда угол сектора $\alpha < \pi$. Для сектора кольца, показан-

ного на рис. 8.8з для которого $\alpha \sim \pi/l$ функция Грина определяется формулой [10]

$$G(p | p_0, q_0) = \frac{2id}{j \omega \epsilon \tau (b^2 - a^2)} + 2j \omega \epsilon d \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \pi \left\{ \frac{\sigma_n F_{mn_i}(p) F_{mn_i}(p_0) \cos(n, \varphi_0) \cos(n, \varphi)}{b^2 - n^2/k_{mn_i}^2} F_{mn_i}^2(b) - (a^2 - n^2/k_{mn_i}^2) F_{mn_i}^2(a) \right\} \left\{ \frac{k_{mn_i}^2}{k^2} - k^2 \right\} \quad (8.54)$$

где $n_i = n/l$; $F_{mn_i}(\cdot)$ определяется формулой (8.52). Значения k_{mn} получают по формуле (8.53)

8.4 СЕГМЕНТАЦИЯ И ДЕСЕГМЕНТАЦИЯ [6, 11, 12]

Как отмечалось в разд. 8.3, Z-матрица планарной цепи простого геометрического вида при заданном расположении выводов может быть найдена с помощью функций Грина. Для некоторых геометрических форм составлен перечень функций Грина. Если рассматривается планарный компонент, для которого функция Грина неизвестна, то можно попытаться воспроизвести его форму добавлением или исключением элементов простых форм, для которых функции Грина известны [11, 12]. Многие конфигурации, для которых функция Грина неизвестна, могут быть исследованы этим способом. На основе исследования элементов простых форм могут быть найдены характеристики планарного компонента заданной формы. Эти методы проиллюстрированы двумя примерами расчета планарных компонентов для которых функции Грина неизвестны.

Планарный компонент, показанный на рис. 8.9а можно считать составленным из двух прямоугольников соединенных вдоль общей стороны АВ, как показано на рис. 8.9б. Для получения Z-матрицы этой цепи будем считать, что оба прямоугольных компонента соединены с помощью нескольких раздельных выводов по стороне АВ, как показано на рис. 8.9в. При возрастании числа выводов вдоль стороны АВ увеличивается точность, как и в случае широких внешних выводов рассмотренном в разд. 8.2. Полная Z-матрица планарной цепи может быть получена из Z-матриц обоих компонентов [6]. Это пример метода

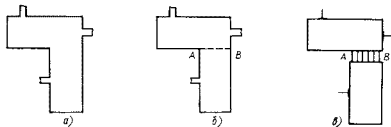


Рис. 8.9 Иллюстрация метода сегментации для анализа планарных компонентов

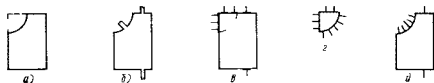


Рис. 8.10 Иллюстрация метода десегментации для анализа планарных компонентов

сегментации. Общий метод анализа основанный на использовании сегментации, рассматривается в гл. 11.

Конфигурация другого планарного компонента, представляющая собой прямоугольник с исключенным круговым сектором, приведена на рис. 8.10а. Для получения Z-матрицы цепи показанной на рис. 8.10б необходимо вначале определить Z-матрицы элементов, имеющих форму прямоугольника (рис. 8.10в) и кругового сектора (рис. 8.10г). Для компонента, форма которого изображена на рис. 8.10д, Z-матрица может быть получена на основании исследования элементов, изображенных на рис. 8.10в и г. Этот метод, называемый методом десегментации, рассматривается в гл. 11.

8.5 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПЛАНАРНЫХ КОМПОНЕНТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Планарные компоненты произвольной формы анализируются численными методами в тех случаях, когда рассмотренные здесь методы сегментации и десегментации не применимы. В литературе описаны два метода, пригодные в этом случае: основанные на приближении к конечному числу элементов [13] и приближении с использованием контурных интегралов [3]. При приближении к конечному числу элементов производится интегрирование основных функций по всей проводящей поверхности центрального проводника двумерного планарного компонента, которая разбивается на множество элементов [14]. При методе контурных интегралов для анализа планарной цепи используются только линейные интегралы по границе элемента. Этот метод рассматривается в настоящем разделе.

Метод контурных интегралов основан на теореме Грина в цилиндрических координатах. Для планарного компонента произвольной формы (рис. 8.11а) СВЧ напряжение в любой точке внутренней стороны границы определяется следующей формулой:

$$4V_0(s) = \oint_C \left\{ H_0^{(2)}(kr) \frac{\partial v(s_0)}{\partial n} - v(s_0) \frac{\partial H_0^{(2)}(kr)}{\partial n} \right\} ds_0 \quad (8.55)$$

где $H_0^{(2)}$ — функция Ганкеля второго рода нулевого порядка, r — расстояние по прямой линии между точкой $M(s)$ и точкой источника, расположенной на границе и обозначенной $L(s_0)$. Интеграл в правой

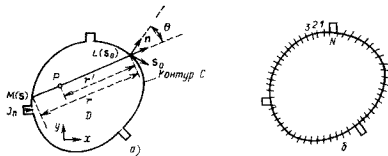


Рис. 8.11 Конфигурация планарного компонента (а) и разбиение его границы на N секций для анализа методом контурных интегралов (б)

части (8.55) берется по всей границе. Напряжение СВЧ в произвольной точке внутренней стороны границы может быть найдено из приведенного соотношения. Можно получить

$$2jv(s) = \oint_C \left\{ k \cos \theta H^{(2)}(kr) v(s_0) + j\omega \mu \frac{J(s_0)}{2} H^{(2)}(kr) \right\} ds_0 \quad (8.56)$$

где $H^{(2)}$ — функция Ганкеля второго рода первого порядка, J — плотность тока в линии, втекающего в компонент Переменные s и s_0 характеризуют расстояния, отсчитываемые вдоль контура C , а r — расстояние по прямой линии между двумя точками M и L (заданными через s и s_0), как показано на рис. 8.11 а. Угол θ — это угол между прямой, соединяющей точки M и L и нормалью к границе в точке L . Плотность тока в линии J_n втекающего в цепь через вывод определяется формулой

$$J = \frac{2}{j\omega \mu d} \frac{\partial v}{\partial n} \quad (8.57)$$

Для численного расчета Z матрицы разобьем границу планарного компонента на N отрезков произвольных шири $W_1, W_2, \dots, W_N$ как показано на рис. 8.11б. Граница разбивается таким образом, чтобы линия каждого вывода содержала в себе целое число таких отрезков. Для повышения точности более широкие линии выводов разбиваются на большее число отрезков. Обозначим точки в центре каждого отрезка цифрами от 1 до N и предположим, что край каждой из секций прямоугольный. Далее предполагается, что ширины отрезков настолько малы, что магнитное и электрическое поля в пределах каждой из них могут считаться постоянными. При указанных предположениях интегрирование по контуру в (8.56) можно заменить суммированием по N отрезкам. В результате выражение (8.56) примет вид

$$2jv_l = \sum_{m=1}^N \left\{ kv_m G_{lm} + \frac{j\omega \mu d}{2} I_m F_m \right\} \quad (8.58)$$

где v_l — напряжение l -го отрезка; $I_m = J_n W_m$ — суммарный ток втекающий в m -й отрезок. Матрицы элементов G_{lm} и F_{lm} определяются как

$$G_{ln} = \begin{cases} \int \cos \theta H^{(2)}(kr) ds_0 & \text{для } l \neq m \\ 0 & \text{для } l = m, \end{cases} \quad (8.59)$$

$$F_{lm} = \begin{cases} \frac{1}{W_m} \int H_0^{(2)}(kr) ds_0 & \text{для } l \neq m \\ 1 - \frac{2j}{\pi} \left(\ln \frac{kW_l}{4} - 1 + \gamma \right) & \text{для } l = m \end{cases} \quad (8.60)$$

В формуле (8.60) $\gamma = 0,5772\dots$ — постоянная Эйлера

В приведенном анализе предполагалось, что ток может втекать в планарную цепь по каждому из N отрезков, а I_m означает ток втекающий в m й отрезок. В результате получается Z -матрица $2N$ -полюсной цепи, пригодная для получения Z -матрицы анализируемой планарной цепи при любом заданном числе и заданном расположении выводов. Уравнение (8.58) записано для каждого отрезка l на границе планарной цепи. Все эти уравнения могут быть записаны в матричной форме

$$Av = B I \quad (8.61)$$

где v и I — векторы напряжения и тока каждого отрезка A и B матрицы размера $N \times N$, определяемые формой цепи. Элементы этих матриц могут быть получены из (8.58):

$$a_{lm} = -k G_{lm} \text{ для } l \neq m \quad (8.62a)$$

$$a_{ll} = -2j \quad (8.62b)$$

$$b_{lm} = \frac{j\omega \mu d}{2} F_{lm} \quad (8.63)$$

Из (8.61) может быть получена Z матрица для N отрезков которые можно считать выводами:

$$Z_N = A^{-1} B \quad (8.64)$$

Практически выводы присоединены только к некоторым отрезкам. Строки и столбцы, соответствующие разомкнутым отрезкам, могут быть вычеркнуты из Z_N . Если каждый вывод содержит только один отрезок, то матрица, получаемая после вычеркивания из Z_N строк и столбцов, соответствующих разомкнутым отрезкам, и будет искомой. Если какие-либо выводы содержат более одного отрезка, то эти отрезки секций могут рассматриваться как подвыводы, и для получения полной Y -матрицы (а при необходимости Z -матрицы) может быть использована методика подробно описанная в разд. 8.2

8.6. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ ПЛАНАРНЫХ ЦЕПЕЙ

В ряде случаев по известной топологии планарной цепи путем пропорционального изменения всех ее размеров можно разрабатывать топологию другой цепи с теми же параметрами, но работающую на другой частоте или с другими (пропорционально измененными) волновыми сопротивлениями линий выводов. Этим методом может также разрабатываться топология узла на полосковых линиях по известной топологии узла на микрополосковых линиях (и наоборот). При этом рассматриваются эквивалентные размеры планарного компонента, т. е. увеличенные для учета влияния краевых полей вблизи границ планарной цепи.

8.6.1 ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ ПЛАНАРНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

Пропорциональное изменение размеров при изменении рабочей частоты, применимое к устройствам на волноводах, полосковых и микрополосковых линиях [15, 16], может применяться также и к двумерным планарным цепям. Если все линейные размеры центрального проводника двумерной планарной цепи уменьшить в K раз и одновременно в K раз уменьшить толщину подложки, то полученная планарная цепь будет иметь те же параметры при работе на частоте f , что и исходная цепь на частоте f/K . Например, если планарная цепь на подложке толщиной 5 мм предназначена для работы на частоте 1 ГГц, то для использования ее на частоте 10 ГГц необходимо уменьшить все линейные размеры центрального проводника в 10 раз и изготовить плату на подложке толщиной 0,5 мм.

Следует заметить, что для схем полоскового типа расширение границ, обусловленное влиянием краевых полей, пропорционально высоте подложки. Поэтому фактически для изменения рабочей частоты можно менять физические размеры планарного компонента.

8.6.2 ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ВОЛНОВЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Используя те же принципы изменения размеров, можно получить планарную цепь с волновыми сопротивлениями всех линий выводов, измененными в несколько раз, которая на той же частоте имеет такие же параметры рассеяния, что и исходная планарная цепь. Новая цепь наносится на подложку другой толщины, а все размеры двумерного планарного компонента остаются теми же самыми. Если планарный компонент наносится на подложку высотой Kd то S -матрица новой цепи будет той же, что и у исходной, нанесенной на подложку толщиной d . У новой планарной цепи волновые сопротивления линий всех выводов умножаются на коэффициент K .

Оба упомянутых способа пропорционального изменения размеров могут быть объединены. Например, если высота подложки остается не-

изменной, а линейные размеры увеличиваются в K раз, то S -матрица полученной цепи на частоте f/K остается такой же, как и у исходной цепи на частоте f , а все уровни волновых сопротивлений в полученной цепи уменьшаются в K раз.

9.4.3 ПЕРЕХОД ОТ ТОПОЛОГИИ ПОЛОСКОВОЙ КОНСТРУКЦИИ К МИКРОПОЛОСКОВОЙ (И НАОБОРОТ)

Принципы пропорционального изменения размеров могут использоваться для получения топологии микрополосковой конструкции, эквивалентной заданной топологии полосковой конструкции (и наоборот). При этом матрица рассеяния планарной цепи полоскового типа с расстоянием между заземленными пластинами $2d$ будет совпадать с матрицей рассеяния планарной цепи микрополоскового типа на подложке толщиной d . Поэтому линейные размеры (между магнитными стенками) будут одинаковы в обоих случаях. Необходимо отметить, что значения волновых сопротивлений линий выводов планарной микрополосковой цепи будут вдвое больше соответствующих значений полосковой цепи. Требуемые значения волновых сопротивлений линий выводов могут быть достигнуты, как описано в подразд. 8.6.2, их пропорциональным изменением.

Рассмотренные способы пропорционального изменения размеров обеспечивают дополнительную гибкость при конструировании. Эти способы могут быть использованы при разработке СВЧ устройств вплоть до миллиметрового диапазона волн.

Глава 9

МОДЕЛИ СВЧ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ

Современный прогресс в технологии полупроводниковых приборов позволяет инженерам СВЧ техники широко использовать твердотельные структуры для различных применений. Такие приборы, как $p-i-n$ — i — n — диоды, варакторы, диоды Шоттки, точечные диоды сейчас широко используются в различных устройствах — смесителях умножителях частоты параметрических усилителях фазовращателях, детекторах. Диоды Ганна, лавинно-пролетные диоды, биполярные транзисторы, полевые транзисторы с затвором Шоттки используются в качестве маломощных источников СВЧ и источников средней мощности. Полевые транзисторы с затвором Шоттки и диоды Ганна могут использоваться в быстродействующих логических устройствах.

Поведение полупроводникового прибора при заданных геометрии и профиле легирования определяется физическими законами и может описываться набором уравнений. Решение этих уравнений позволяет определить характеристики прибора. При проектировании устройств представляют интерес только выходные характеристики прибора. Вы-

ходные характеристики могут описываться эквивалентными схемами состоящими из элементов с сосредоточенными параметрами

Для моделирования полупроводниковых приборов используются в основном два метода. Первый основан на физическом представлении прибора. Физическая структура и рабочий механизм прибора переводятся в схемную модель. У некоторых приборов действующий механизм достаточно сложен. Поэтому становятся необходимы упрощающие предположения. Решение в замкнутой форме не всегда может быть найдено. Второй метод основан на измерении выходных характеристик, из которых находятся значения параметров и качественно определяется схемная модель с сосредоточенными параметрами. Он называется методом «черного ящика» или экспериментальным методом.

Модель прибора должна по возможности содержать минимальное число элементов. Однако для увеличения области применения модели или для увеличения ее точности может потребоваться большое число элементов. Следовательно, число элементов определяется на основе компромисса между сложностью модели, ее точностью и областью применения.

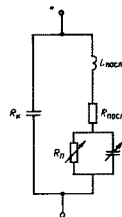
Очень желательно, чтобы эквивалентная схема не зависела от частоты, так как при этом упрощается описание характеристик прибора. Для приборов, работающих при больших уровнях сигналов, желательно иметь возможность получения его малосигнальных параметров из модели прибора для больших сигналов.

В этой главе рассматриваются эквивалентные схемы некоторых полупроводниковых приборов, используемых в СВЧ устройствах. Даны типовые значения параметров элементов эквивалентных схем а для некоторых приборов приводятся также приближенные выражения в замкнутой форме для этих элементов схем.

Параметры большинства полупроводниковых приборов изменяются от прибора к прибору. Следовательно, для определения некоторых параметров модели часто становятся необходимыми экспериментальные измерения. Методы измерений, используемые для этой цели, рассматриваются в гл. 10.

Рис. 9.1. Эквивалентная схема диодов Шотки варактора и $p-i-n$ -диодов:

C_K и $L_{\text{швел}}$ — реактивные параметры корпуса



ны и характеризуются лучшей повторяемостью параметров.

Эквивалентная схема диода Шотки показана на рис. 9.1. Перечень параметров эквивалентной схемы и их типовые значения приведены в табл. 9.1. При последовательном включении диодов в линию их S -параметры могут быть найдены из эквивалентной схемы диода, состоящей из эквивалентных сопротивлений, по формулам, приведенным в графе 2 Приложения 2.1. Если диод включается в линию параллельно, то используются формулы графы 3 Приложения 2.1 в которые входит эквивалентная проводимость диода.

Точечные диоды наиболее широко используются при приеме СВЧ сигналов в качестве смесителей в супергетеродинных приемниках или в детекторах приемников прямого усиления. Точечный диод состоит из очень тонкого перехода металл — полупроводник в виде точечного контакта. Эквивалентная схема такого диода идентична приведенной эквивалентной схеме диода Шотки.

9.2 ВАРАКТОРЫ

Варакторы являются нелинейным элементом схемы с переменным реактивным сопротивлением. Изменение реактивного сопротивления определяется емкостью $p-n$ перехода, которая зависит от приложенного напряжения. Варакторы находят применение во многих устройствах таких как модуляторы, генераторы, параметрические усилители.

Таблица 9.1. Типовые значения параметров эквивалентных схем диодов Шотки, варакторов и $p-i-n$ -диодов ($L_{\text{швел}} = 0,02$ нГн, $C_K = 0,12$ пФ)

Параметр	Символ	Диоды Шотки при нулевом смещении		Варакторы при нулевом смещении		p	n диоды
		смесительные	детекторные	для генераторов	параметрические	обратное смещение (В см)	прямое смещение (10 мА)
Емкость перехода, пФ	C_{Π}	0,36	0,12—0,15	1—5	0,15—0,70	0,1	20
Сопротивление перехода, Ом	R_{Π}	270	$(5-170) \times 10^3$	10^{10}	10^{10}	$20 \cdot 10^3$	0,8
Последовательное сопротивление, Ом	$R_{\text{швел}}$	4—6	4—10	0,7	0,4	0,5—2	0,5—2

ли, преобразователи частоты. Они используются также в качестве перестраиваемых элементов.

Активной частью варактора является $p-n$ -переход (или переход металл — полупроводник для варактора с барьером Шоттки). Емкость перехода определяется формулой

$$C_n = \frac{C_{no}}{(1 - V/V_{\phi})^{\gamma}} \quad (9.1)$$

где C_{no} — емкость перехода при нулевом смещении V — напряжение смещения (напряжение считается положительным, если переход смещается в прямом направлении); ϕ — контактная разность потенциалов; γ — показатель степени, определяемый наклоном вольт-фарадной характеристики. Активное сопротивление перехода определяется формулой

$$R_n = V/I \quad (9.2)$$

где

$$I = I_{нас} \left[\exp \frac{qV}{nkT} - 1 \right] \quad (9.3)$$

q — заряд электрона k — постоянная Больцмана T — абсолютная температура; $I_{нас}$ — обратный ток насыщения. В идеальном случае коэффициент $n \approx 2$ для точечных диодов и $\approx 1,06$ для диодов Шоттки.

Эквивалентная схема диода в корпусе, смещенного в обратном направлении, приведена на рис. 9.1. Перечень параметров элементов эквивалентной схемы и их типовые значения приведены в табл. 9.1.

9.3 $p-i-n$ ДИОДЫ

Такие диоды используются для введения затухания, регулировки уровня мощности и амплитудной модуляции СВЧ сигналов посредством управления током через прибор. Они могут использоваться в качестве переключателей, импульсных модуляторов и фазовых манипуляторов, если ток переключается с прямого на обратный или изменяется за дискретным шагом.

Структура $p-i-n$ диода является трехслойной с высокоомным промежуточным слоем небольшой толщины, расположенным между сильно легированными слоями p и n -типов. Если диод смещается в прямом направлении, то носители инжектируются в промежуточный слой, называемый i -слоем. Эти носители — дырки и электроны — из-за рекомбинации имеют ограниченное время жизни. Плотностью зарядов в промежуточном слое определяется проводимость прибора. Временем жизни τ приблизительно определяется нижняя частота, ограничивающая применимость прибора. Эта граничная частота может быть рассчитана по приближенной формуле $f_0 = 1/(2\pi\tau)$. Время жизни может составлять 0,01–3 мкс и более. На частотах значительно ниже частоты f_0 $p-i-n$ диод ведет себя как обычный $p-n$ -переход и ВЧ сигнал поступающий на диод, детектируется. Вблизи частоты f_0 диод начинает вести себя как линейное активное сопротивление с небольшой нели-

нейной составляющей. На частотах, намного превышающих f_0 диод ведет себя, по существу как чистое линейное активное сопротивление, величина которого может управляться постоянным током или низкочастотным управляющим сигналом.

При нулевом или обратном смещении i -слой частично обедняется и число носителей заряда уменьшается. Сопротивление обедненной области обычно очень велико — порядка нескольких десятков килоом.

Эквивалентная схема $p-i-n$ диода в корпусе на высоких частотах (больших f_0) показана на рис. 9.1. Типовые значения параметров эквивалентной схемы приведены в табл. 9.1.

При использовании $p-i-n$ диода в аналоговых устройствах ток может иметь любые значения от значений порядка 10 мА при прямом смещении до значений, близких к нулю, при обратном смещении. Соответственно изменяется сопротивление R_n . Здесь приведем эмпирическую формулу, определяющую сопротивление R_n для обычных $p-i-n$ диодов фирмы Hewlett Packard [1]

$$R_n = 26 I_0^{-0.87} \quad (9.4)$$

где I_0 — ток при прямом смещении мА. Уравнение (9.4) справедливо для области прямых токов 20–10 мА.

9.4 БИПОЛЯРНЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ И ПОЛЕВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ С ЗАТВОРОМ ШОТКИ

9.4.1 БИПОЛЯРНЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

Основные функции биполярных транзисторов СВЧ аналогичны функциям низкочастотных транзисторов. Максимальная рабочая частота ω_T ограничивается временем пролета носителей между эмиттером и коллектором $T_{\text{эл}}$. Это время складывается из времени накопления заряда в переходе эмиттер — база, времени пролета через базу времени пролета обедненного слоя коллектора и времени накопления заряда в коллекторном обедненном слое. Первая и последняя составляющие из общего времени могут быть уменьшены путем уменьшения емкостей переходов эмиттер — база и коллектор — база соответственно. Это достигается уменьшением площадей эмиттера, базы и коллектора. Однако для достижения максимального тока эмиттера и, следовательно, максимальной выходной мощности для на границы эмиттера должна быть как можно больше. Для достижения высоких значений отношения длины границы эмиттера к площади базы обычно используется встречно-штыревая структура, показанная на рис. 9.2. Для этой цели используются и некоторые другие конфигурации [2]

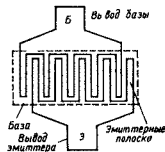


Рис. 9.2. Встречно-штыревая конфигурация биполярного транзистора

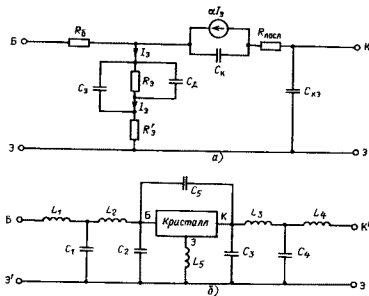


Рис 9.3. Эквивалентные схемы биполярного транзистора
а - кристалла; б - корпусного

Время пролета носителей. Выражение для времени пролета носителей от эмиттера к коллектору для СВЧ биполярного транзистора может быть записано в виде [3]

$$T_{\text{эк}} \approx \frac{1}{\omega_T} = \frac{R_0}{\alpha_0} (C_3 + C_n) + \frac{1 + m\alpha_0}{\alpha_0 \omega_\alpha} + \frac{x}{2v_L} + \frac{C_n}{\alpha_0} (R_3 + R_{\text{осл}}) \quad (9.5)$$

где R_0 , R_3 , $R_{\text{осл}}$, C_n и C_3 определены на Т эквивалентной схеме кристалла биполярного СВЧ транзистора [3], показанной на рис. 9.3а. Коэффициент m определяет дополнительный набег фазы возникающий из-за диффузионно-дрейфового механизма пролета носителей в области базы. Этот коэффициент может быть аппроксимирован следующим выражением [4]

$$m \approx 0,22 + 0,098 \eta \quad (9.6)$$

где η — параметр электрического поля определяемый формулой

$$\eta = \ln(N_{\text{БЭ}}/N_{\text{БК}}); \quad (9.7)$$

$N_{\text{БЭ}}$, $N_{\text{БК}}$ — концентрации примесей (в атомах на кубический сантиметр) у эмиттерного и коллекторного переходов соответственно [4]. Граничная частота определяется уравнением [4]

$$\omega_\alpha \begin{cases} 2.4 D/W^2 & (\text{без дрейфа}) \\ (1.21 + 0.09\eta) \frac{2D}{W^2} \left[\frac{\eta^2/2}{\eta - 1 + e^{-\eta}} \right] & (\text{с дрейфовым полем}) \end{cases} \quad (9.8)$$

где D — коэффициент диффузии W — электрическая ширина базы

Значениями ω_α , m и α_0 приближенно определяется коэффициент усиления по току

$$\alpha = \alpha_0 \frac{e^{-j\omega \left[\frac{m}{\omega_\alpha} + \frac{x}{2v_L} \right]}}{1 + j\omega \omega_\alpha} \quad (9.9)$$

Время пролета обедненного слоя коллектора определяемое как $x/(2v_L)$, зависит от ширины обедненного слоя x и скорости v_L , которая для кремния составляет около $3 \cdot 10^6$ см/с. Значение x (см) для кремния определяется как

$$x \approx 3.64 \cdot 10^4 \left(\frac{V + \phi}{N} \right)^{1/2} \quad (9.10)$$

где V — обратное смещение коллекторного перехода; ϕ — контактная разность потенциалов ($\approx 0,7$ В); N — концентрация примеси в эпитаксиальном слое (число атомов на кубическом сантиметре).

Эквивалентная схема. На рис. 9.3а приведена малосигнальная эквивалентная Т-образная схема кристалла биполярного СВЧ транзистора при включении по схеме с общим эмиттером. Приближенные выражения в замкнутой форме для некоторых элементов схемы приведены в [4]

Распределенное сопротивление базы может быть найдено как

$$R_0 = R_{00}/W \quad (9.11)$$

где

$$\frac{1}{R_{00}} = q\mu \int_0^W N(x) dx \quad (9.12)$$

μ — подвижность, а $N(x)$ — распределение примеси в базовой области

Сопротивление слоя пространственного заряда эмиттера определяется формулой

$$R_3 = kT/(qI_3) \quad (9.13)$$

Емкость перехода эмиттер—база определяется формулой

$$C_3 \approx A_3 \left\{ \frac{\epsilon_n \epsilon_r q N_{\text{БЭ}}}{2(V + \phi)} \right\}^{1/2} \quad (9.14)$$

где A_3 — площадь эмиттера; $N_{\text{БЭ}}$ — концентрация примеси в базе со стороны эмиттера. Приложенное напряжение смещения V считается положительным если переход эмиттер — база смещен в прямом направлении.

Диффузионная емкость рассчитывается по формуле

$$C_d = (R_0 \omega_\alpha)^{-1} \quad (9.15)$$

Таблица 9 2 Типовые значения параметров эквивалентной схемы кристалла биполярного СВЧ транзистора, предназначенного для применения в малошумящих усилителях и усилителях с большим коэффициентом усиления

Параметр	Символ	Типовое значение
Распределенное сопротивление эмиттера, Ом	R_{Σ}	8 6
Распределенное сопротивление коллектора, Ом	$R_{\text{колл}}$	7 0
Сопротивление пространственного заряда эмиттера, Ом	R_{Σ}	0 7
Емкость перехода эмиттер-база, пФ	C_{Σ}	1 0
Емкость перехода коллектор-база, пФ	$C_{\text{к}}$	0 005
Емкость коллектор-эмиттер, пФ	$C_{\text{к-э}}$	0 05
Распределенное сопротивление базы, Ом	$R_{\text{б}}$	14 7
Коэффициент усиления по току в схеме с общей базой (на нулевой частоте)	α_0	0 99

Емкость перехода коллектор — база для кремния может быть рассчитана по формуле

$$C_{\text{к}} = A_{\text{к}} \sqrt{\frac{e_0 e_r}{2\mu\rho(V+\Phi)}} \quad (9 \text{ б})$$

где $A_{\text{к}}$ — площадь коллектора; ρ — удельное сопротивление эпитаксиальной области коллектора, μ — подвижность носителей заряда.

Типовые значения параметров эквивалентной схемы приведены в табл. 9.2.

Эквивалентная схема транзистора в корпусе приведена на рис. 9.3б [5] а типовые значения паразитных элементов корпуса — в табл. 9 3

Таблица 9 3 Типовые значения паразитных параметров корпуса биполярного транзистора

Элемент	Символ	Типовое значение
Емкости между различными точками корпуса, пФ	C_1	0 06—0 1
	C_2	0 01—0 012
	C_3	0 001—0 003
	C_4	0 01—0 013
	C_5	0 005
Емкость между входом и выходом, пФ	C_6	0 2—0 3
Индуктивности выводов между плоскостью отсчета и краем корпуса, нГн	L_1	0 4—0 6
Индуктивности выводов золотых соединительных проводов, нГн	L_2	0 2—0 5
Индуктивность золотой соединительной проволоки эмиттерного вывода кристалла, нГн	L_3	0 3—0 6

S-матрица Параметры матрицы рассеяния биполярного транзистора, соответствующие эквивалентной схеме показанной на рис. 9.3а нормированные относительно сопротивления Z_0 , для каждого вывода определяются следующим образом

$$S_{11} = (Z_{\text{вх}} - Z_0) / (Z_{\text{вх}} + Z_0) \quad (9 \text{ 17})$$

где

$$Z_{\text{вх}} = R + 1 / (j\omega C)$$

$$R = R_0 + R_{\Sigma} + R_{\Sigma}^*$$

$$C = [\omega_T^2 (R_{\Sigma} + R_{\Sigma}^*)]^{-1};$$

$$\omega_T = \frac{\omega_T}{1 + \frac{\omega_T C_{\text{к}} Z_0}{\alpha_0}}$$

$$S_{22} = (Z_{\text{вых}} - Z_0) / (Z_{\text{вых}} + Z_0) \quad (9 \text{ 18})$$

где

$$Z_{\text{вых}} = R_0 / (1 + j\omega R_0 C_0)$$

$$R_0 = (\omega_T C_{\text{к}})^{-1}$$

$$C_0 = C_{\text{к}} \alpha_0 + \frac{C_{\text{к}}}{1 + m\alpha_0}$$

$$|S_{12}| = \frac{2Z_0 (R_{\Sigma} + R_{\Sigma}^*) \sqrt{1 + R_{\Sigma}^*}}{(R + Z_0)(R_0 + Z_0) \sqrt{1 + (\omega T_0)^2}} \quad (9 \text{ 19a})$$

$$\arg S_{12} = \arctg(\omega T_0) \quad (9 \text{ 19б})$$

где

$$T_0 = 1 / \omega_0 + C_{\Sigma} R_{\Sigma}$$

$$|S_{21}| = \frac{2Z_0 \omega_T}{\omega (R - Z_0)} \quad (9 \text{ 20a})$$

$$\arg S_{21} = \frac{\pi}{2} - \arctg \left[\frac{1}{\omega C (R + Z_0)} \right] - \arctg(\omega T_d) \quad (9 \text{ 20б})$$

где

$$C = [\omega_T (R_{\Sigma} + R_{\Sigma}^*)]^{-1}$$

$$T_d = \frac{m}{\omega_{\alpha}} + \frac{x}{2v_L} + \frac{C_{\text{к}}}{\alpha_0} (R_{\Sigma} + R_{\Sigma}^*)$$

9 42. ПОЛЕВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ С ЗАТВОРОМ ШОТКИ

Основная структура полевого транзистора с затвором Шотки показана на рис. 9.4. Иногда для повышения функциональных возможностей в прибор добавляется еще один «затвор». Такие приборы называются двухзатворными полевыми транзисторами [6]

$$f_c = 2f_g \frac{L_2}{a} + (1 - 2pf_g) \left[2 \frac{L}{a} \frac{p}{\xi \operatorname{ch}(\theta)} + \operatorname{th}(\theta) \right] \quad (9.29)$$

$$f_1 = p^2 - s^2 - \frac{2}{3} (p^3 - s^3) \quad (9.30)$$

$$f_2 = \frac{2}{3} (p^3 - s^3) - \frac{1}{2} (p^4 - s^4) \quad (9.31)$$

Емкости сток - затвор и исток - сток являются «паразитными» параметрами полевого транзистора. Они могут быть найдены по следующей формуле (в предположении $L_n \gg L_{te}$, $L_c \gg L$, $L_n = L_c$):

$$C_{cs} = C_{nc} = \epsilon_0 (\epsilon_r + 1) W K(k') / K(k) \quad (9.32)$$

Отношение $K(k)/K(k')$ может быть получено из (3.37) и (3.38) при значениях k для C_{cs} и C_{nc} соответственно равных

$$k_{cs} = \sqrt{L_{cs}/(L + L_{cs})}$$

$$k_{nc} = \sqrt{L_{nc}(2L_n + L_{nc}) / (L_n + L_{nc})}$$

Уравнение (9.32) справедливо для подложки бесконечной толщины. Для подложки конечной толщины h член $(\epsilon_r + 1)$ в (9.32) должен быть заменен на $2\epsilon_{rh}$, где значение ϵ_r находится по формуле (3.75).

Последовательное сопротивление истока складывается из сопротивления эпитаксиального слоя между истоком и затвором R_{ni} и омического сопротивления контакта $R_{ки}$. Значение R_{ni} определяется сопротивлением материала, толщиной эпитаксиального слоя a и расстоянием от истока до затвора L_n и рассчитывается по формуле

$$R_{ni} = L_n R_s / W \quad (9.33)$$

где R_s — поверхностное сопротивление эпитаксиального слоя, рассчитываемое по формуле

$$R_s = (\mu R_a a)^{-1} \quad (9.34)$$

μ — подвижность электронов в слабом поле. Сопротивление контакта $R_{ки}$ определяется формулой

$$R_{ки} = \frac{\sqrt{R_s \rho_k}}{W} \operatorname{cth}(L, \sqrt{R_s / \rho_k}) \quad (9.35)$$

где ρ_k — удельное сопротивление контакта, Ом/см² [10].

Последовательное сопротивление стока R_c может быть приблизительно рассчитано тем же способом, что и R_{ni} .

Сопротивление затвора рассчитывается по формуле [9]

$$R_3 = \frac{1}{4} \frac{pW}{3tL} \quad (9.36)$$

где t — толщина осажденного металлического слоя затвора

p — удельное сопротивление материала затвора Ом/см.

Определим некоторые символы, которые встречаются в формулах (9.21) — (9.36):

170

τ_0 — время, необходимое электрону для пролета через затвор при скорости, ограниченной рассеянием. Для одномерного затвора полевого транзистора из GaAs $\tau_0 \approx L/v_s = 10^{-14} / (2 \cdot 10^7) \approx 5$ пс.

v_s — средняя скорость электрона ограниченная рассеянием (или скорость насыщения)

$$\left. \begin{aligned} s &= \sqrt{W_s / W_0} \\ p &= \sqrt{W_p / W_0} \end{aligned} \right\} 0 < s < p \leq 1$$

W_0 — напряжение отсечки или потенциал затвора, соответствующий истощению каната (снижению концентрации подвижных носителей до нуля):

$$W_0 = \frac{en_0}{2\epsilon_0 \epsilon} a^2;$$

$$\epsilon_0 = 885,4 \cdot 10^{-14} \text{ Ф/м};$$

n_0 — концентрация легирующей примеси в канале, атом/см³
 ϵ_r — диэлектрическая постоянная подложки (для GaAs 12,5)
 a — толщина эпитаксиального слоя (рис. 9.4);

$$W_n = V_{n3} + \varphi;$$

$$W_n = V_{n1} + \varphi - V_0;$$

V_{n3} — потенциал исток-затвор (при заземленном истоке); $V_{n3} = V_{33}$ — приложенный потенциал (рис. 9.6); φ — потенциал барьера Шоттки (обычно для перехода, в котором в качестве металла используется золото, составляет 0,8 — 0,9 В)

$$V_0 = V(L_1) \text{ — потенциал канала в точке отсечки } (x = L_1);$$

ϵ — коэффициент насыщения, определяемый как $E_s L / W_0$ (0,05) — 0,40)

E_s — напряженность электрического поля насыщения, т. е. на приращение электрического поля в канале при $x = L_1$ (для GaAs $E_s \approx 390$ кВ/м),
 L — длина затвора (см. рис. 9.4)

$$L_1 = L \frac{f_1(s, p)}{\xi(1-p)}$$

$$L_2 = L - L_1 \text{ (рис. 9.6),}$$

L_n — длина электрода истока (см. рис. 9.4);

L_{nc} — расстояние между электродами истока и стока,

L_{3c} — расстояние между электродами затвора и стока (см. рис. 9.4);

W — ширина затвора (см. рис. 9.4);

$$\theta = \pi L_2 / (2a)$$

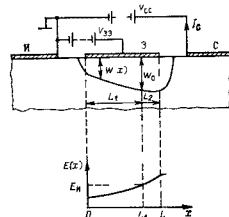


Рис. 9.6. Поперечное сечение идеального полевого транзистора с затвором Шоттки

Значение p находится из решения следующего трансцендентного уравнения:

$$V_{cc} - W_{co} \left[p^2 - s^2 + \frac{2}{\pi} \frac{a}{L} \xi \operatorname{sh}(\theta) \right] \quad (9.37)$$

где V_{cc} — напряжение смещения (рис. 9.6).

Y-параметры. Для определения Y-параметров прибора исследовалась эквивалентная схема, показанная на рис. 9.5. При этом предпологалось, что $\omega C_{in} R_i \ll 1$. Выражения для Y-параметров имеют вид [17]:

$$y_{11} = -\omega^2 C_{in}^2 (R_i + R_n + R) \delta^2 + j \omega (\delta C_n + C_{cs}) \quad (9.38a)$$

$$y_{12} = -j \omega C_{co} \quad (9.38b)$$

$$y_{21} = g_{mo} \delta - j \omega (C_{cs} + g_{mo} \delta (\tau_0 + \delta C_{in} (R_n + R_d))) \quad (9.38v)$$

$$y_{22} = \delta G_c + j \omega (C_{cs} + C_{ce}), \quad (9.38r)$$

где

$$\delta = 1 / [1 + R_n (g_{mo} + G_c)] \quad (9.39)$$

Используя стандартные преобразования можно перейти от Y параметров к S параметрам

9.5 ДИОДЫ ГАННА И ЛАВИННО ПРОЛЕТНЫЕ ДИОДЫ

9.5.1 ДИОДЫ ГАННА

Диоды Ганна — это двухполюсные устройства с отрицательным сопротивлением, определяемым свойствами объема полупроводника. Они могут изготавливаться из полупроводниковых материалов n-типа подобных GaAs, InP, GaAs₂P_{1-x} и др. Участок характеристики, соответствующий отрицательному сопротивлению в этих материалах обусловлен отрицательным наклоном характеристики подвижности носителей (т. е. уменьшением скорости носителей при увеличении электрического поля), возникающим при превышении напряженности электрического поля некоторого порогового значения. Это явление называется эффектом переноса электронов, а приборы, использующие этот эффект, — приборами с переносом электронов. На этих приборах строят генераторы и усилители.

Так как диоды Ганна являются двухполюсными устройствами, то они всегда могут быть представлены эквивалентным комплексным сопротивлением. При проектировании СВЧ устройств основываются на измеренных значениях этого комплексного сопротивления. В настоящем разделе на основе общих соображений моделирования получена модель прибора, которая может использоваться в различных условиях. Эта модель диода Ганна в виде нелинейной схемы с сосредоточенными параметрами описана в работе [11]. Она справедлива для различных режимов работы: обычного, с задержанным доменом, с подавленным доменом с ограниченным накоплением объемного заряда (ОНОЗ), если

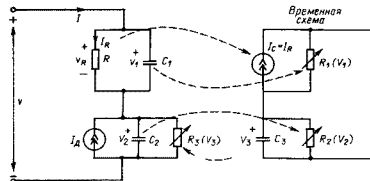


Рис. 9.7 Эквивалентная схема модели кристалла диода Ганна

только в диоде Ганна выполняется условие $n_0 L > 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Модель содержит временную схему, имитирующую образование домена и его автоматическое подавление.

Эквивалентная схема кристалла диода Ганна показана на рис. 9.7. Она основана на предположении, что существует единственный домен сильного поля, распространяющийся без изменения формы от катода к аноду со скоростью $v_d(t)$. Кроме того, электрическое поле предполагается квазистатическим.

Эквивалентную схему на рис. 9.7 можно разделить на две части, относящиеся к домену сильного поля и объему образца. Распространение домена сильного поля характеризуется избыточным напряжением V_2 . Его статические характеристики определяются током источника I_A . Динамические явления моделируются шунтированием источника тока устойчивого домена с напряжением, зависящим от емкости домена C_2 . Полный объем образца описывается омическим сопротивлением прибора R и шунтирующей емкостью этого объема C_1 , которые соединяются последовательно с элементами домена. Параметры этих элементов определяются так: емкость катод-анод

$$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r A L \quad (9.40)$$

емкость домена

$$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r A W \quad (9.41)$$

Нелинейное сопротивление объема R находится из уравнения

$$V_R R - I_R = A e n_0 v(E) |E| = V_R I_L \quad (9.42)$$

Нелинейный управляемый ток источника при предположении нулевой диффузии определяется формулой

$$I_A = C_2 \int_{E_0}^{E_m} |v(E_0) - v(E)| dE - I \quad (9.43)$$

где E_m — максимальная напряженность поля домена определяемая формулой

$$E_m = \frac{V_1}{L} + \sqrt{\frac{2en_0 V_2}{\epsilon_1 \epsilon_r}}$$

n_0 — однородная концентрация доноров вне домена; L — длина образца диода Ганна; A — площадь поперечного сечения образца диода Ганна; ϵ_1 — диэлектрическая постоянная полупроводника; V_2 — избыточное напряжение на домене определяемое формулой

$$V_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{n_0} \int_{E_0}^{E_m} (E - E_0) dE$$

E — напряженность поля внутри домена; $V_1 = E_0 L$ — составляющая напряжения, обусловленная однородным полем; $V = V_1 + V_2$ — приложенное напряжение; W — ширина устойчивого домена приблизительно равная

$$W \approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{en_0} (E_m - E_0)$$

$I = A en_0 v (E_0)$ — внешний ток прибора

Нелинейная зависимость скорости дрейфа электронов от напряженности электрического поля может быть представлена соотношением

$$v(E) = \frac{\mu E + v_s (E/E_s)^4}{1 + (E/E_s)^4} \quad (9.44)$$

где для GaAs $\mu = 8000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $E = 4000 \text{ В/см}$, $v_s = 8 \cdot 10^6 \text{ см/с}$.

Модель, состоящая из элементов R , C_1 , L_d и V_2 , действительна для режимов подавленного домена и ОНОЗ. Для описания режима с задержанным доменом добавляется «временная» схема, которая обеспечивает быстрый разряд емкости домена C_2 как только домен достигает анода.

Временная схема для случая нулевой диффузии так же показана на рис. 9.7. Три управляемых напряжением нелинейных резистора ведут себя подобно реле, которые включаются когда напряжение достигает порога. Следовательно

$$R_1(V_1) = \begin{cases} 0 & \text{для } V_1 \geq E_n L \\ \infty & \text{для } V_1 < E_n L \end{cases} \quad (9.45)$$

где E_n — пороговая напряженность поля соответствующая максимуму кривой:

$$R_2(V_2) = \begin{cases} 0 & \text{для } V_2 = 0 \\ \infty & \text{для } V_2 \neq 0 \end{cases} \quad (9.46)$$

$$R_3(V_3) = \begin{cases} \tau_n/C_2 & \text{для } V_3 \geq Aen_0 L \\ \infty & \text{для } V_3 < Aen_0 L, \end{cases} \quad (9.47)$$

τ_n — постоянная времени в течение которой домен разрушается (обычно несколько сотен пикосекунд); V_3 — напряжение на конденсаторе C_3 , показанном на рис. 9.7.

Следует заметить, что приведенные выше простые формулы справедливы только в случае нулевой диффузии. Случай ненулевой диффузии рассматриваются в [11].

9.5.2 ЛАВИННО ПРОЛЕТНЫЕ ДИОДЫ

Лавинно пролетные диоды (ЛПД) имеют структуру типа $n^+ - p - i - p^+$. Значок «+» означает сильное легирование, а i — сравнительно чистый высокоомный материал, содержащий, следовательно, равное число дырок и электронов. Так как переход $n^+ - p$ является резким, то напряженность электрического поля здесь максимальна. Здесь начинается ионизация и происходит лавинный пробой. Это приводит к генерации электронно-дырочных пар. Электроны собираются на положительном электроде, а дырки дрейфуют через остающийся истощенный слой с почти постоянной скоростью и собираются на p^+ электроде.

Полный анализ ЛПД показывает: 1) диод имеет резонансную частоту (вблизи резонанса его реактивная проводимость изменяется от индуктивной до емкостной) и 2) действительная составляющая полного сопротивления диода становится отрицательной на частотах, меньших резонансной частоты и остается отрицательной в диапазоне частот, превышающем октаву. Отрицательное сопротивление диода позволяет использовать его в генераторах и усилителях.

Малосигнальная эквивалентная схема. Эквивалентная схема ЛПД при амплитуде синусоидального напряжения, меньшей одного вольта приведена на рис. 9.8 [12]. Она может использоваться в диапазоне частот, превышающем октаву, на центральной частоте которого отрицательная проводимость максимальна. Типовые значения параметров эквивалентной схемы приведены в табл. 9.5.

Значения параметров эквивалентной схемы могут быть получены непосредственным измерением полных сопротивлений прибора и после

Таблица 9.5. Типовые значения параметров эквивалентной схемы кристалла лавинно-пролетного диода

Параметр	Символ	Типовое значение
Емкость перехода, пФ	C	0.19
Лавинная индуктивность, нГн	L	2.5
Последовательное сопротивление, Ом	R_1	38
Лавинное сопротивление, Ом	R_2	32
Отрицательное сопротивление, Ом	R_3	43

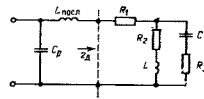


Рис. 9.8. Эквивалентная схема ЛПД в корпусе

дующей подгонкой значений параметров в выражении полного сопротивления моделируемой эквивалентной схемы. Для схемы приведенной на рис. 9.8, расчетное значение полного сопротивления определяется формулой

$$Z_{\text{эв}}(\omega) = \frac{(R_1 + R_2) + j\omega(L - R_2 R_3 C + R_1 R_3 C - R_1 R_3 L) - \frac{\omega^2 LC(R_1 - R_3)}{\omega^2 LC}}{1 + j\omega C(R_2 - R_3) - \frac{1}{\omega^2 LC}} \quad (9.48)$$

С другой стороны, полное сопротивление диода можно определить исходя из структуры прибора, свойств материала и с учетом выбора рабочей точки. Затем это значение полного сопротивления приравнивается значению $Z_{\text{эв}}(\omega)$ определяемому формулой (9.48). Полное сопротивление прибора может быть рассчитано по формуле

$$Z_{\text{д}}(\omega) = R_{\text{посл}} + \frac{I_s^2}{e_0 e_r A v_s} \left[\frac{1}{1 - (\omega \omega_d)^2} \right] \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} + \frac{1}{j\omega C_d} \left[1 - \frac{\sin \theta}{\theta} + \frac{\sin \theta}{\theta} \frac{1 + I_d I_d}{1 - (\omega \omega_d)^2} \right] \quad (9.49)$$

где $R_{\text{посл}}$ — последовательное сопротивление диода; ω_d — лавинная частота; v_s — скорость насыщения носителей в полупроводнике; e_r — диэлектрическая проницаемость полупроводника; A — площадь поперечного сечения диода; I_d — длина области лавины; I_d — длина области дрейфа; $C_d = e_0 e_r A / I_d$ — емкость области дрейфа $\theta = \omega \tau_d$ $\tau_d = I_d / v_s$ — время прохождения области дрейфа.

Уравнение (9.49) является функцией четырех независимых параметров: $\tau_d C_d$, I_d / I_d и ω_d . Первые три могут быть получены путем измерения профиля распределения легирующей примеси. Четвертый ω_d , зависит также от рабочей точки и может быть измерен или оценен.

Параметры эквивалентной схемы можно определить, аналитически сравнивая (9.48) и (9.49). Допуская некоторые приближения для элементов схемы, получаем

$$R_1 = R_{\text{посл}} + 0,25a(1 + 0,06a^2)b \quad (9.50)$$

$$R_2 = R_1 - 0,03a^3/b \quad (9.51)$$

$$R_3 = R_1 \quad (9.52)$$

$$C = 1/(\omega_d^2 L) \quad (9.53)$$

$$L = \frac{1 - 0,1a^2 + I_d/I_d}{2b\omega_d} + \sqrt{\left[\frac{R_2}{\omega_d} \right]^2 + \left[\frac{1 - 0,1a^2 + I_d/I_d}{2b\omega_d} \right]^2} \quad (9.54)$$

где $a = \omega$, τ_d ; $b = \omega_d C_d$.

Эквивалентная схема для большого сигнала [13]. Малосигнальная эквивалентная схема, показанная на рис. 9.8, может быть также использована для случая большого сигнала если считать, что R_2

и L являются квадратичными функциями амплитуды СВЧ напряжения на диоде

$$R_2 = R_2^{(0)}(1 + r_1 V_1 + r_2 V_1^2) \quad (9.55)$$

$$L = L^{(0)}(1 + l_1 V_1 + l_2 V_1^2) \quad (9.56)$$

где $R_2^{(0)}$, $L^{(0)}$ — соответствующие малосигнальные значения; r_1 , r_2 , l_1 , l_2 — константы, определяющиеся нелинейностью. Значения этих констант могут быть найдены из условия хорошего соответствия между проводимостями диода G_d и $G_{\text{эв}}$. Для определения этих констант могут быть также использованы и некоторые другие критерии. Для некоторых диодов значения этих констант найдены в [13].

$$r_1 = 10^{-2}/V, r_2 = 8 \cdot 10^{-4}/V$$

$$l_1 = 3 \cdot 10^{-3}/V \text{ и } l_2 = 7 \cdot 10^{-5}/V$$

Как и схемы на диодах Ганна, многие схемы на ЛПД проектируют, основываясь на представлении ЛПД в виде простого эквивалентного комплексного сопротивления. Эти комплексные сопротивления определяют экспериментально при условиях, в которых используется прибор.

Глава 10 МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В предыдущих главах рассматривалось моделирование компонентов различных типов, используемых в устройствах СВЧ. Однако в ряде случаев аналитические модели оказываются недостаточно точными. Причиной этого являются, например, неоднородности в различных линиях передачи. Характеристики неоднородности некоторых новых типов линий, таких как целевые линии, копланарные волноводы, копланарные полосковые линии, еще недостаточно изучены. Кроме этого, параметры некоторых компонентов, таких как полупроводниковые приборы, резисторы, катушки индуктивности и конденсаторы значительно изменяются от образца к образцу. Причиной этого является не точность изготовления из-за использования сложных технологических процессов. В этих и других аналогичных случаях требуются модели для машинного проектирования могут быть получены только экспериментальными методами с помощью точных измерений.

Все необходимые характеристики для моделирования могут быть получены измерением S-параметров многополюсных компонентов и полных входных сопротивлений (или комплексных коэффициентов отражений) для двухполюсных приборов. В настоящей главе описываются используемые для этих целей методы измерений.

10.1 ИЗМЕРЕНИЕ S ПАРАМЕТРОВ НА СВЧ

Для измерения S параметров на СВЧ используются измерители комплексных коэффициентов передачи. Здесь рассматриваются три типа измерителей. По сравнению с используемыми ранее измерительными линиями и рефлектометрами эти приборы позволяют существенно увеличить скорость измерений, упростить и повысить их точность

10.1.1 ИЗМЕРЕНИЕ S ПАРАМЕТРОВ

Как говорилось в гл. 2, параметры рассеяния многополосника определяются отношением волновых переменных на выходе к волновым переменным на входе:

$$S_{mn} = b_m/a_n \big|_{a_i = 0 \quad (i \neq n)} \quad (10.1)$$

Следовательно, для определения параметра S_{mn} необходимо найти отношение двух комплексных величин: b_m и a_n . В измерителе вырабатываются сигналы, пропорциональные значениям b_m и a_n , и затем определяется их отношение (в комплексной форме).

Обычно значения a_m , b_m и т. д. не могут быть измерены правильно непосредственно в плоскости выводов. Они измеряются с помощью специального линейного измерительного устройства, как показано на рис. 10.1. В общем виде измеряемые сигналы b_3 и b_4 связаны со значениями a_m и b_m системой линейных уравнений:

$$b_3 = Aa_m + Bb_m \quad (10.2)$$

$$b_4 = Ca_m + Db_m \quad (10.3)$$

где A, B, C, D — комплексные константы. Измерительное устройство выполняется таким образом, чтобы константы A и D были равными нулю, поэтому значения b_3 и b_4 оказываются пропорциональными значениям b_m и a_m соответственно. Принцип работы такого измерителя поясняется на рис. 10.2. Сигнал на измерительное устройство поступает

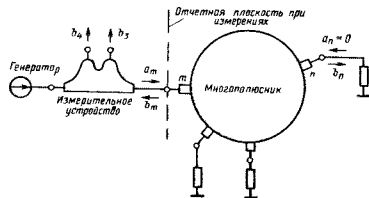


Рис. 10.1 Схема измерения параметров S_{mn} многополосника

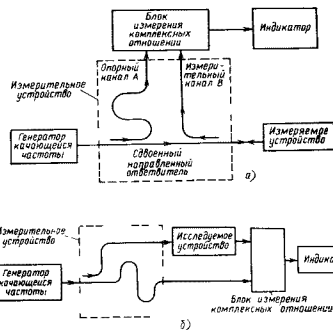


Рис. 10.2 Структурные схемы измерения комплексных коэффициентов отражения (а) и комплексных коэффициентов передачи (б)

от генератора качающейся частоты. Измерительное устройство предназначено для измерения параметра S_{mn} (рис. 10.2, а), состоит, по существу, из двух направленных ответвителей падающей и отраженной волн, которые включаются так же, как в рефлектометрах. В случае измерения параметра S_{mn} ($m \neq n$) измерительным устройством является делитель мощности, как показано на рис. 10.2б. Измерительное устройство имеет два выхода — опорного сигнала и отраженного или прошедшего сигнала, которые содержат информацию об измеряемых параметрах S_{mn} и S_{nn} . Индикаторный блок преобразует данные в формат, выбранный пользователем. Данные могут быть организованы одним из двух способов: информация об амплитудах и фазах может поступать на стрелочные приборы или подаваться на экран осциллографа для индикации кривой в полярных координатах.

Наиболее важной частью измерителя является блок измерения комплексных отношений. Точное измерение отношений комплексных сигналов на СВЧ является трудной и дорогостоящей задачей. Обычно измерительные и опорные сигналы переносятся на низкие частоты с помощью стробоскопических смесителей. Отношение амплитуд и разность фаз измеряются на низких частотах (обычно на частоте 278 кГц). Подробная структурная схема преобразования частоты показана на рис. 10.3. В стробоскопических смесителях местный гетеродин обычной гетеродинной системы заменяется импульсным генератором, генерирующим последовательность очень коротких импульсов. Если для

тельность импульсов мала по сравнению с периодом приложенного ВЧ сигнала то стробоскопический смеситель становится гармоническим с одинаковой эффективностью по каждой гармонике. Поэтому смеситель стробоскопического типа является единственным смесителем, который может работать в чрезвычайно широком диапазоне входных частот. Для обеспечения работы смесителя в режиме качающейся частоты вводится внутренняя петля фазовой автоподстройки частоты, которая перестраивает импульсный генератор. Если петлю разомкнуть, то частота будет автоматически изменяться в выбранной пользователем части октавного диапазона. Когда какая-либо гармоника сигнала импульсного генератора на 20 МГц превышает частоту входного сигнала (первая ПЧ), поиск прекращается и петля замыкается. Поиск и замыкание петли обычно завершаются за время около 20 мкс.

После описанного преобразования частоты процесс линеен. Преобразованные вниз сигналы имеют такие же относительные амплитуды и фазы, как и измерительный и опорный СВЧ сигналы. Дальнейшая обработка опорного и измерительного сигналов производится на промежуточной частоте. Сигналы промежуточной частоты поступают на два согласованных усилителя с автоматической регулировкой усиления, которые поддерживают уровень опорного сигнала постоянным, а в измерительном канале изменяют усиление так, чтобы уровень измерительного сигнала не изменялся при одновременном изменении уровней

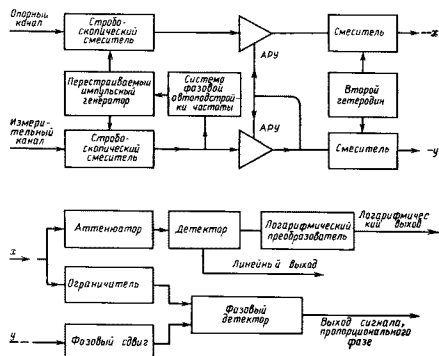


Рис. 10.3. Структурная схема блока преобразователя частоты и последующей обработки сигнала

обоих каналах. Это эквивалентно получению отношения, причем влияние изменения мощности источника сигнала устраняется. После второго сдвига частоты амплитудное детектирование и сравнение фаз сигналов производится на более низкой частоте, обычно равной 278 кГц.

В блоке индикации непосредственно считываются амплитуда и фаза параметра рассеяния S_{mn} или S_{ml} .

10.12 АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ S ПАРАМЕТРОВ

Система автоматизированного измерителя имеет существенные преимущества в скорости, удобстве и точности измерений перед неавтоматической системой, рассмотренной в подразд. 10.1.1. Автоматический измеритель способен производить точные измерения характеристик неизвестных приборов без системных погрешностей, присущих измерительной аппаратуре, представлять результаты и представлять их фактически в любой математической форме. Данные измерений могут быть непосредственно использованы в системах автоматизированного проектирования и в процессе моделирования. В противоположность рассмотренной ранее системе, в которой точность измерений повышалась обычно за счет улучшения качества всего измерительного оборудования, автоматический измеритель может использовать несовершенную аппаратуру и соответствующим образом корректировать результаты измерений. Здесь нет необходимости предполагать равенство нулю коэффициентов A и D в формулах (10.2) и (10.3) (что было правильным при использовании совершенного измерительного оборудования). Процесс измерения включает в себя вычисление системой всех четырех констант A , B , C и D . Отклонения констант A и D от нулевых значений определяются системными погрешностями. В автоматических измерителях эти значения запоминаются и используются для коррекции результатов встроеными ЭВМ.

Автоматический измеритель (рис. 10.4) измеряет S -параметры четырехполосников, подключаемых как показано на рисунке. Измерительный электромагнитический блок, управляемый ЭВМ, выбирает прошедший (от входа 1 к входу 2 или от входа 2 к входу 1) или отраженный сигнал (от входа 1 или 2). Выбранный сигнал поступает в измерительный канал преобразователя частоты. В опорный канал преобразователя частоты поступает часть входного сигнала. На измерительный блок сигнал поступает от генератора качающейся частоты, который также программируется и управляется ЭВМ.

Измеритель S -параметров здесь аналогичен измерителю неавтоматизированной системы, показанной на рис. 10.3. В рассматриваемом случае СВЧ сигнал коммутируется переключателями по командам поступающим от ЭВМ. Информация об амплитуде и фазе преобразуется в цифровую форму с помощью двух аналого-цифровых преобразователей и затем поступает на вход ЭВМ. Эта ЭВМ управляет всеми основными функциями измерительного комплекса. Кроме того, в ЭВМ хранится частотная зависимость собственных погрешностей системы (как по амплитуде, так и по фазе) и выполняются необходимые математические вычисления.

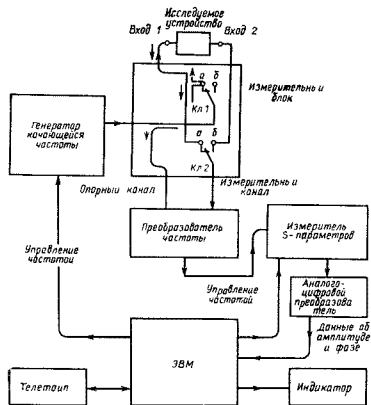


Рис 10.4 Структурная схема автоматического измерителя

Система автоматизированного измерения S параметров работает следующим образом. Первоначально ЭВМ устанавливает в генераторе качающейся частоты требуемую частоту и направляет СВЧ сигнал на мультиплексор измерительного блока. Затем измеряются S -параметры, результирующая информация об амплитуде и фазе преобразуется в цифровую форму и передается в ЭВМ. И, наконец, полученные данные измерений корректируются в соответствии с предварительными измеренными и записанными в памяти ЭВМ данными о погрешностях системы и воспроизводятся в подходящей форме на экране индикатора или на телеприемнике. Коррекция погрешностей является очень важной особенностью системы автоматического анализа схем. Измерения и коррекция погрешностей системы подробно рассматриваются в разд. 10.3.

10.1.3 ШЕСТИЗОНДОВЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ S ПАРАМЕТРОВ

В измерителях рассмотренных в подразд. 10.1.1 и 10.1.2, основной операцией являлась операция преобразования измерительного и опорного сигналов в диапазон низких частот для измерения разности фаз. Это преобразование частоты усложняет измерительную аппаратуру

и существенно увеличивает ее стоимость. Однако преобразование частоты становится необходимым только в том случае, когда сигналы b_3 и b_4 измеряются как по амплитуде, так и по фазе. Если требуются измерения только амплитуд сигналов b_3 и b_4 (как, например, при необходимости измерения КСВН, а не комплексного значения коэффициента отражения), могут использоваться обычные амплитудные детекторы, и необходимость в гетеродинировании и частотном преобразовании отпадает. В этом случае формулы (10.2) и (10.3), справедливые для плоскости отсчета, могут быть переписаны для измерительной плоскости (см. рис. 10.6а).

$$P_3 = |b_3|^2 = |Aa + Bb|^2 \quad (10.4)$$

$$P_4 = |b_4|^2 = |Ca + Db|^2 \quad (10.5)$$

где P_3, P_4 — измеренные значения мощностей; константы A, B, C и D — коэффициенты пропорциональности. Так как в значениях мощностей P_3 и P_4 не содержится информации о фазе, необходимы два дополнительных детектора, выходные сигналы которых P_5 и P_6 так же определяются линейными соотношениями относительно a и b

$$P_5 = |Ea + Fb|^2 \quad (10.6)$$

$$P_6 = |Ga + Hb|^2 \quad (10.7)$$

где E, F, G, H — дополнительные комплексные константы, определяемые схемой измерений. Целью измерений является определение значения b по измеренным значениям $P_3 - P_6$ в предположении, что константы $A - H$ известны. Для этой цели необходимо решение квадратных уравнений (10.4) — (10.7).

Первоначально для простоты рассуждений положим при решении этих уравнений $C = 0$. Тогда объединив (10.4) и (10.5), получим

$$|\Gamma_m - q_3|^2 = \left| \frac{D}{A} \right|^2 \frac{P_3}{P_4} \quad (10.8)$$

где $\Gamma_m = a/b$, $q_3 = -B/A$. Поскольку система параметров A, D и q_3 известна, а P_3/P_4 измеряется, то в уравнении (10.8) неизвестной величиной является только Γ_m . Из этого уравнения нельзя получить значение Γ_m , но из уравнения следует, что точка Γ_m лежит на окружности радиуса $\sqrt{P_3/P_4} |D/A|$ с центром в точке q_3 , как показано на рис. 10.6а. Аналогично можно объединить уравнения (10.5) и (10.6) и найти другую окружность, на которой лежит точка Γ_m . Эта окружность с центром в точке $q_5 = -F/E$ определяется уравнением

$$|\Gamma_m - q_5|^2 = \left| \frac{D}{E} \right|^2 \frac{P_5}{P_6} \quad (10.9)$$

Геометрическое место точек, соответствующих возможным значениям Γ_m заданном уравнением (10.9), показано на рис. 10.5б. Точка Γ_m является точкой пересечения двух окружностей. Как правило, две окружности пересекаются в двух точках. В этом примере одна из двух точек находится с внешней стороны единичной окружности. Поскольку для пассивных цепей $|\Gamma_m| \leq 1$, то здесь возможно только од

но решение, соответствующее точке, лежащей внутри единичного круга. Следует отметить, что если прямая, соединяющая точки q_3 и q_5 пересекает единичную окружность, то возможен случай, когда обе точки пересечения расположены внутри единичного круга. Разработчик должен избегать подобной ситуации.

Отметим, что в примере, показанном на рис. 10.5б угол пересечения окружностей, определяющих точку Γ_m , достаточно мал. Поэтому положение точки Γ_m по направлению, перпендикулярному к прямой соединяющей точки q_3 и q_5 , весьма чувствительно к погрешности в значениях $|\Gamma_m - q_3|$ или $|\Gamma_m - q_5|$. Это положение может быть значительно улучшено путем использования шестой точки (т. е. четвертого входа измерительного устройства). Используя (10.5) и (10.7), можно записать

$$|\Gamma_m - q_6|^2 = \left| \frac{D}{G} \right| \frac{I_6}{P_6} \quad (10.10)$$

где $q_6 = -H/G$. Это уравнение задает третью окружность, на которой должна лежать точка Γ_m и которая при идеальных условиях должна проходить через точку пересечения двух других окружностей, как показано на рис. 10.5б. Практически из-за погрешностей измерения три окружности не пересекаются в одной точке и используется некоторое статистическое усреднение. Таким образом, измерение P_6 увеличивает точность и в то же время устраняет неопределенность, возникающую при наличии двойного корня. Можно показать, что точность измерения небольших значений Γ_m главным образом определяется точно

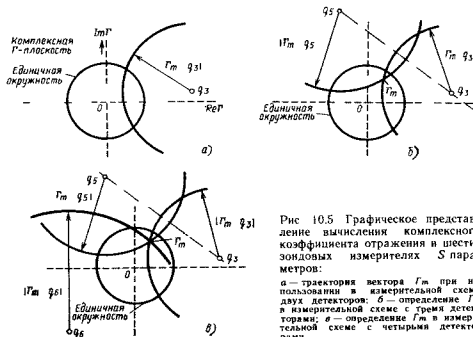


Рис. 10.5. Графическое представление вычисления комплексного коэффициента отражения в шестизондовом измерителе S параметров: а — траектория вектора Γ_m при использовании в измерительной схеме двух детекторов; б — определение Γ_m в измерительной схеме с тремя детекторами; в — определение Γ_m в измерительной схеме с четырьмя детекторами

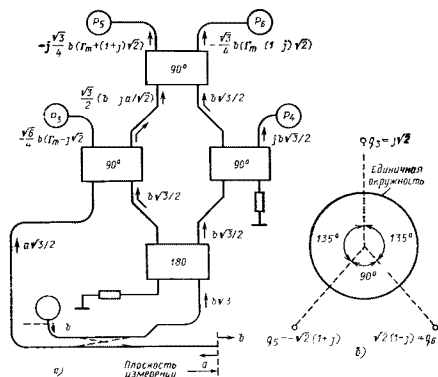


Рис. 10.6. Реализация шестизондового измерителя S -параметров с помощью 180°-ного и трех квадратурных гибридных соединений (а) и местоположение точек q_3 , q_4 и q_5 для рассматриваемой схемы (б)

стью измерения радиусов, т. е. отношений P_3/P_4 и т.д. Поэтому большой динамический диапазон детекторов не требуется.

Предполагать значение S равным именно нулю не является обязательным. При ненулевом значении S описанная процедура изменяется, но основная идея остается той же.

Измерительная система шестизондового измерителя практически может быть реализована путем использования квадратурных и 180°-ных гибридных соединений [7], как показано на рис. 10.6 а. Значения q_3 , q_5 и q_6 , равные в этом случае $j\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}(1+j)$ и $\sqrt{2}(1-j)$, показаны в плоскости Γ на рис. 10.6 б. Рассчитаем мощность на выходах различных детекторов, если используется источник мощностью 20 мВт. Если $\Gamma_m = 0$ $a = 0$ и $|b|^2 = 5$ мВт то $P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 3.75$ мВт. Если в качестве нагрузки использовать перестраиваемый короткозамыкатель, то $|\Gamma_m| = 1$ и максимальные значения P_3 , P_5 и P_4 составят около 10,93; 8,44 и 8,44 мВт а минимальные значения — около 0,32; 0,94 и 0,94 мВт соответственно. Следовательно требуемый максимальный динамический диапазон для P_3 составляет $P_{\max}/P_{\min} = 10.93 \text{ мВт} / 0.32 \text{ мВт} \approx 15 \text{ дБ}$.

Точность измерения на СВЧ ограничена несовершенством используемой аппаратуры. Измерительные устройства, используемые в измерителях, имеют ненулевые потери. Направленные ответвители имеют конечную направленность, погрешности в коэффициенте связи и неидеальные КСВН. Переключатели имеют конечную развязку и ненулевые значения вносимых потерь. Все эти и другие аналогичные дефекты ограничивают точность измерений. В прошлом постоянные попытки минимизировать эти погрешности заключались в разработке все более и более совершенной измерительной аппаратуры. В настоящее время считается, что предпочтительнее корректировать погрешности измерения, чем пытаться полностью их устранить. Калибровка и коррекция погрешностей системы не только обеспечивают высокую точность измерений, но также обеспечивают приемлемую стоимость системы за счет смягчения жестких требований, предъявляемых ко всей измерительной аппаратуре.

Чтобы присоединить исследуемые приборы или устройства к измерительной системе, следует иметь соединительные линии некоторой конечной длины, а в некоторых случаях переходники с линии передачи одного типа к другому. Поэтому фактические измерения обычно проводятся относительно некоторой отсчетной плоскости, физически удаленной от исследуемого прибора или устройства. В этом случае исследуемый прибор или устройство можно считать как бы встроенным в соединительный узел, который устанавливается перед исследуемым прибором или устройством для обеспечения возможности измерений, как показано на рис. 10.7а. Определим характеристики прибора или устройства по измерениям, произведенным относительно плоскости, расположенной перед соединительным узлом. Для этого необходимы точные характеристики соединительного узла. Сложность получения характеристик соединительного узла зависит от того, для испытания каких приборов или устройств он предназначен — двухполосников, четырехполосников или многополосников. Обычно электрические свойства соединительного узла определяются с помощью ряда измерений с приборами с известными параметрами. Когда электрические свойства

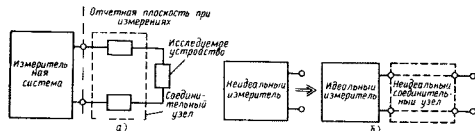


Рис. 10.7. Соединительный узел, используемый при измерениях (а) и представление неидеального измерителя как идеального с неидеальным соединительным узлом (б)

соединительного узла определены параметры исследуемого встроенного прибора или устройства могут быть рассчитаны по измеренным данным

Процедура коррекции погрешностей, вызванных влиянием соединительного узла, совпадает с процедурой компенсации системных погрешностей измерителя. Неидеальность измерителя можно рассматривать как соединение «идеального» измерителя и неидеального соединительного узла, как показано на рис. 10.7б

Для нахождения характеристик неидеальных систем соединителей и т. п. требуются некоторые образцовые компоненты в линии передачи, которая используется в исследуемой схеме. К таким образцовым компонентам относятся короткозамыкатель, согласованная нагрузка, отрезок линии, разомкнутая линия и др. В ряде случаев, как например на микрополосковых линиях, образцовые компоненты не легко изготовить. В этих случаях калибровка производится с использованием образцовых компонентов, выполненных на других линиях, таких как коаксиальные, с соответствующими переходниками. Полученные при этом характеристики содержат в себе и характеристики используемых переходников. Чтобы рассчитать собственные характеристики исследуемой схемы, необходимо выделить характеристики этих переходников. Метод определения характеристик переходников рассматривается в разд. 10.2.5.

Процедура калибровки и коррекции погрешностей при измерении параметров двухполосных, четырехполосных и многополосных схем рассматривается в настоящем разделе. Эти проблемы решаются с помощью методов теории графов [14].

1022 ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВУХПОЛОСНИКОВ

Рассмотрим двухполосный (одновходовый) прибор, подключенный к первому входу измерительного блока, как показано на рис. 10.4. Этот прибор характеризуется комплексным коэффициентом отражения ρ_n относительно отсчетной плоскости, расположенной в сечении этого входа. На рис. 10.8 показан ориентированный граф, соответствующий этому случаю. Параметры r_{00} , r_{10} , r_{01} и r_{11} — параметры рассеяния эквивалентного соединительного узла, соответствующего погрешностям системы. Основные источники погрешностей системы следующие:

- r_{00} — погрешность направленности ответвителей и конечная развязка между измерительным и опорным каналами;
- r_{10} , r_{01} — сопряжение изменений коэффициентов связи опорного и измерительного каналов преобразователя частоты,
- r_{11} — рассогласование соединителей и внутренних нагрузок

Как видно из ориентированного графа, представленного на рисунке 10.8, измеренный коэффициент отражения ρ_n может быть выражен через r_{nn} и r -параметры

$$\rho_n = r_{00} + r_{10} r_{01} \rho_n / (1 - r_{11} \rho_n) \quad (10.11)$$

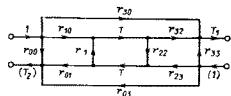


Рис. 10.10 Ориентированный граф калибровки с отрезком линии

измерить коэффициент передачи (при различных длинах отрезков линий) для определения параметров r_{30} и $r_{10} r_{32}$. Значение r_{30} можно найти и другим способом — измерениями при отсутствии соединителя между входами (т. е. при $T = 0$). Затем можно определить произведение $r_{10} r_{32}$ по измерению отрезка линии

$$r_{10} r_{32} = \frac{(T_{30} - r_{30})(1 - r_{11} r_{22} e^{-i\beta l})}{e^{-i\beta l}} \quad (10.20)$$

где $T = e^{-i\beta l}$, β — постоянная распространения отрезка линии

Погрешности параметров r_{03} и $r_{01} r_{23}$ могут быть определены с помощью аналогичных измерений при установке переключателя S_1 в положение b . После измерения погрешностей вносимых неидеальным четырехполюсником измерительной установки, могут быть откорректированы параметры ρ_{m1} , ρ_{m2} , T_{m1} и T_{m2} , показанные на рис. 10.9, и с учетом найденных погрешностей полученные параметры S_{11} , S_{21} , S_{12} и S_{22} . Используя ориентированный граф представленный на рис. 10.9 получаем

$$\rho_{m1} = r_{00} + \frac{S_{11} r_{01} (1 - S_{22} r_{22}) + S_{21} S_{22} r_{01} r_{22}}{D_1} \quad (10.21)$$

$$T_{m1} = r_{00} + \frac{S_{31} r_{32} r_{20}}{D_3} \quad (10.22)$$

$$\rho_{m2} = r_{33} + \frac{S_{22} r_{32} r_{23} (1 - S_{11} r_{11}) + S_{21} S_{22} r_{11} r_{32} r_{23}}{D_1} \quad (10.23)$$

$$T_{m2} = r_{03} + \frac{S_{12} r_{32} r_{01}}{D_1} \quad (10.24)$$

где

$$D_3 = 1 - S_{11} r_{11} - S_{22} r_{22} - S_{12} S_{21} r_{11} r_{22} + S_{22} S_{11} r_{11} r_{22} \quad (10.25)$$

Полное решение для параметров рассеяния исследуемого прибора приведено в [11], а в [9] это решение распространено на случай, учитывающий каналы утечки r_{30} и r_{03} . Это решение имеет вид

$$S_{11} = \{G(1 + r_{22} H) - r_{22} EF\} / N_1 \quad (10.26)$$

$$S_{12} = E / N_1 \quad (10.27)$$

$$S_{21} = F / N_1 \quad (10.28)$$

$$S_{22} = \{H(1 + r_{11} G) - r_{11} EF\} / N_1, \quad (10.29)$$

ростится, как показано на рис. 10.10. Измеренный коэффициент передачи может быть представлен в виде

$$T_{30} = r_{30} + \frac{r_{10} r_{32} T}{1 - r_{11} r_{22} T^2} \quad (10.19)$$

После определения погрешностей параметров r_{11} и r_{22} путем измерения отражений следует дважды измерить коэффициент передачи (при различных длинах отрезков линий) для определения параметров r_{30} и $r_{10} r_{32}$. Значение r_{30} можно найти и другим способом — измерениями при отсутствии соединителя между входами (т. е. при $T = 0$). Затем можно определить произведение $r_{10} r_{32}$ по измерению отрезка линии

где

$$N_1 = (1 + r_{11} G)(1 + r_{22} H) - r_{11} r_{22} EF, \quad (10.30)$$

$$E = (T_{m2} - r_{03}) / (r_{01} r_{23}), \quad (10.31)$$

$$F = (T_{m1} - r_{30}) / (r_{10} r_{32}), \quad (10.32)$$

$$G = (\rho_{m1} - r_{00}) / (r_{01} r_{10}), \quad (10.33)$$

$$H = (\rho_{m2} - r_{33}) / (r_{23} r_{32}) \quad (10.34)$$

Некоторые разновидности рассмотренной процедуры калибровки приведены в [12, 13]

10.2.4. ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ШЕСТИПОЛЮСНИКОВ И МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Для измерения параметров рассеяния шестиполусников или многополусников к измерительной системе подключаются два входа исследуемого устройства, а к остальным входам подключаются согласованные нагрузки. Типовая схема соединений приведена на рис. 10.11. Если к измерителю, показанному на рис. 10.4, присоединить входы m и n измеряемого устройства, то, производя измерения, аналогичные измерениям параметров четырехполусников найдем четыре значения S -параметров (S_{mn} , S_{nm} , S_{nn} и S_{mm}). Погрешности системы могут быть измерены и откорректированы тем же способом, что и при исследовании четырехполусников. Этот метод дает точные результаты при использовании идеальных согласованных нагрузок, присоединенных к свободным входам, идеальных соединителей или переходников, используемых при их подключении, и идеальных соединителей, подключенных к входам m и n . Обычно используются стандартные согласованные нагрузки, но из-за неидеальности соединительных устройств, подключаемых к различным входам измеряемого устройства, необходимо осуществлять коррекцию

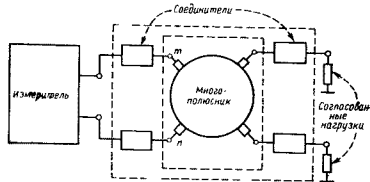


Рис. 10.11 Схема соединения при измерении параметров многополусных устройств

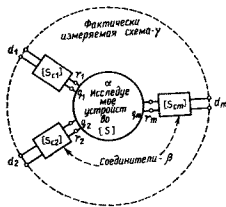


Рис. 10.12 Модель многополюсного устройства с неидеальными соединениями

Основные уравнения для процесса десегментации получены в подразд. 11.3.2. Пример для шестиполюсной схемы приведен в подразд. 11.3.2

10.2.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОЕДИНИТЕЛЕЙ

Как уже говорилось характеристики соединителей или соединительных переходников для различных входов необходимы в двух случаях: когда не существует калибровочных стандартных компонентов на используемых линиях передачи и когда определяются характеристики многополюсников. В этом подразделе описывается метод определения S-параметров соединителей. Для проведения измерений этим методом необходимы два идентичных соединителя. Пусть A есть линия передачи для которой имеются стандартные калибровочные компоненты, а B — тип линии, используемой в схеме. Рассмотрим однородную линию передачи длиной l типа B. Подключим с каждой стороны линии соединителя, осуществляющие переход к линии A, как показано на рис. 10.13а. Пусть S_{11} , S_{12} , S_{21} и S_{22} являются неизвестными S-параметрами соединителей, причем индекс 1 относится к входу соединителя, подключенному к линии A, а индекс 2 — к входу, подключенному к линии B. Коэффициент отражения каждый из сторон схемы, показанной на рисунке 10.13а может быть найден из ориентированного графа показанного на рис. 10.13б

$$\rho = S_{11} + \frac{S_{12} S_{22} S_{21} e^{-2j\beta l}}{1 - S_{22}^2 e^{-2j\beta l}} \quad (10.35)$$

Коэффициент передачи τ между двумя входами рассматриваемой схемы может быть записан в виде

$$\tau = \frac{S_{12} S_{21} e^{-j\beta l}}{1 - S_{22}^2 e^{-2j\beta l}} \quad (10.36)$$

Рассмотрим рис. 10.12. Можно показать, что неидеальности переходников двух входов многополюсника, соединенных с измерительной системой, могут быть учтены вместе с неидеальностью системы, а неидеальности переходников других входов многополюсника должны учитываться отдельно. Метод учета характеристик этих переходников рассматривается в подразд. 10.2.5

Иногда результат может быть получен путем использования характеристик многополюсника с переходниками, а влияние переходников может быть учтено методом десегментации, рассмотренным в гл. 8 для двумерных компонентов

1. Коэффициенты ρ и τ измеряются измерителем. В первом приближении $|\rho| \ll 1$, и выражения (10.35) и (10.36) упрощаются:

$$\rho \approx S_{11} + S_{12} S_{22} S_{21} e^{-2j\beta l} \quad (10.37)$$

$$\tau \approx S_{12} S_{21} e^{-j\beta l} \quad (10.38)$$

Из произведение $S_{12} S_{21}$ может быть найдено непосредственно из (10.38):

$$S_{12} S_{21} = \tau e^{j\beta l} \quad (10.39)$$

Известные параметры S_{11} и S_{22} также могут быть определены измерением значений ρ и τ для двух различных некранных значений l . По результатам измерений для двух длин линий рассчитывается среднее значение произведения $S_{12} S_{21}$. Значения параметров S_{11} и S_{22} получают используя (10.37).

$$S_{11} = \frac{\rho_1 e^{-2j\beta l_1} - \rho_2 e^{-2j\beta l_2}}{e^{-2j\beta l_1} - e^{-2j\beta l_2}} \quad (10.40)$$

$$S_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{S_{12} S_{21} (e^{-2j\beta l_1} - e^{-2j\beta l_2})} \quad (10.41)$$

где ρ_1 , ρ_2 — коэффициенты отражения для длин линии l_1 и l_2 соответственно. Уравнения (10.40) и (10.41) могут использоваться, если $\beta \times (l_2 - l_1) \neq n\pi$. Для большей точности длины линий должны отличаться на четверть длины волны.

Несмотря на то что в описанном здесь методе измерения должны проводиться для двух длин линий, фактически для определения характеристик соединителей эти измерения проводятся для большого числа длин линий. Используя метод обработки данных рассмотренный в подразд. 10.3, можно получить искомые S-параметры соединителя

В [15] рассмотрен другой метод измерения характеристик соединителей. Однако для этого метода требуются образцовые компоненты

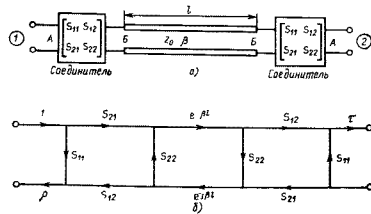


Рис. 10.13. Схема (а) и ориентированный граф для определения характеристик соединителей (б)

такие как согласованные нагрузки, изготовленные на линиях передачи используемых в исследуемой схеме.

После того как найдены значения S -параметров соединителей, их влияние на результаты измерений можно исключить с помощью метода десегментации

10.3 МЕТОД ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Как уже отмечалось, калибровка неидеальных систем и определение характеристик соединителей осуществляются экспериментально с помощью многочисленных измерений с использованием стандартных нагрузок или проходных элементов. Для калибровки системы, предназначенной для измерения двухполюсников, необходимы три отражательных образцовых компонента. Для измерения параметров четырехполюсников должны быть добавлены еще два образцовых компонента проходного типа. При измерениях параметров многополюсников требуется отдельно определять характеристики соединителей или переходников, для чего необходимы дополнительные измерения с двумя отрезками линий

Все последующие расчеты осуществляются решением системы линейных уравнений с числом неизвестных, равным числу независимых уравнений. При измерениях параметров двухполюсников решается система из трех линейных уравнений (10.12) при $i = 1, 2, 3$ с тремя неизвестными r_{00} , r_{11} и Δr . При измерениях параметров четырехполюсников решаются две системы из двух уравнений каждая. Из (10.19) имеем

$$T_{i1} \quad r_{30} \quad r_{10} \quad T_{i1} (1 \quad r_{11} \quad r_{22} \quad T^2) \quad i = 1, 2 \quad (10.42)$$

Эта система уравнений содержит два неизвестных r_{30} и $r_{10} r_{22}$. Аналогичные уравнения относительно переменных r_{00} и $r_{01} r_{22}$ можно получить в результате измерений при установке переключателя K_{01} в положение b . При исследовании соединителей, описанном в разд. 10.2.5, измерение коэффициента передачи позволяет определить произведение $S_{11} S_{21}$, а два линейных уравнения, полученных из (10.37), определяют два неизвестных S_{11} и S_{22} .

В описанных случаях точность измерения можно увеличить увеличивая число измерений по сравнению с минимально необходимым значением. Результирующая система линейных уравнений может быть записана в виде

$$Ax = b \quad (10.43)$$

где A — матрица размерностью $m \times n$, m — число измерений; n — число неизвестных. В рассматриваемом случае $m > n$. Вектор x содержит n неизвестных, которые должны быть найдены, а вектор b состоит из m измеренных значений. Вектор b , содержащий m элементов, имеет возмущения возникающие из-за случайных погрешностей измерений, что оказывает влияние на все m линейно независимых уравнений

Так как матрица A является прямоугольной, то обычно эти уравнения не имеют единственного решения. Они даже могут оказаться не совместными. В таких случаях x определяется из условия получения минимальной суммы квадратов [16]

$$\|Ax - b\|^2 = (Ax - b)^* (Ax - b) = x^* A^* Ax - x^* A^* b - b^* Ax + b^* b \quad (10.44)$$

Здесь индекс $*$ означает комплексно-сопряженное значение. Дифференцирование (10.44) по x и приравнивание нулю дает

$$A^* Ax = A^* b \quad (10.45)$$

Теперь, если матрица $A^* A$ не вырожденная, то имеется единственное решение

$$x = (A^* A)^{-1} A^* b \quad (10.46)$$

Этот метод обработки данных является весьма общим и используется в ЭВМ, управляющей измерителем для повышения точности измерений. Рассмотренные методы измерения и обработки данных могут использоваться для моделирования тех СВЧ компонентов, аналитические характеристики которых неизвестны

Часть III

АНАЛИЗ

Глава 11

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕПЕЙ

Как отмечалось в гл. 1 автоматическое проектирование состоит в многократном проведении анализа схем. Анализ представляет собой расчет характеристик полной схемы на основе характеристик составляющих ее компонентов. В этой главе рассматриваются различные методы анализа СВЧ схем.

Как говорилось в предыдущих главах, СВЧ устройства наряду с компонентами с распределенными параметрами могут содержать компоненты с сосредоточенными параметрами. Элементы с сосредоточенными параметрами появляются либо в эквивалентных схемах моделей используемых активных приборов, либо непосредственно как элементы схемы. Схемы с сосредоточенными параметрами обычно анализируются с помощью использования топологии ветвей-узлов [1]. Полная схема описывается матрицей сопротивлений, проводимости или гибридной матрицей. К компонентам с распределенными параметрами относятся отрезки линий передачи, планарные элементы направленные ответвители, циркуляторы и др. При анализе схем, содержащих компоненты с распределенными параметрами, их представляют в виде многополюсников и полная схема обычно описывается параметрами рассеяния, T -или $ABCD$ -параметрами. Так как устройства в основном содержат компоненты и с сосредоточенными, и с распределенными параметрами, то при анализе компоненты обоих типов описываются или эквивалентными схемами с сосредоточенными параметрами или многополюсниками. Как известно, компоненты с распределенными параметрами могут быть представлены эквивалентной схемой с сосредоточенными параметрами только приблизительно тогда как компоненты с сосредоточенными параметрами могут быть точно описаны как многополюсники [2]. Поэтому СВЧ устройства, как правило, в процессе анализа представляются многополюсниками. Как говорилось в гл. 2 четырехполюсные и многополюсные схемы могут описываться S параметрами, тогда как четырехполюсные компоненты могут описываться также $ABCD$ и T -матрицей.

11.1 СХЕМЫ СОСТОЯЩИЕ ИЗ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Многие элементы используемые на СВЧ, являются четырехполюсниками, и, следовательно, большинство СВЧ устройств может быть представлено в виде комбинации только четырехполюсников. В этом

разделе рассматриваются методы анализа устройств состоящих из четырехполюсных компонентов. Четырехполюсники могут соединяться между собой каскадно, соединения могут быть последовательные, параллельные или гибридные. В результате последовательного или параллельного соединения четырехполюсников может быть получено многополюсное устройство

11.1.1 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ ПРИ АНАЛИЗЕ СХЕМ

Часто анализ многополюсных схем, обладающих симметрией относительно центральной плоскости, может осуществляться для двух схем, являющихся половинами исходной схемы, при четном и нечетном возбуждениях. При четном и нечетном возбуждениях можно рассматривать только половину схемы с одной стороны от плоскости симметрии, имеющую магнитную стенку в плоскости симметрии в случае четного возбуждения и электрическую — в случае нечетного

Половины симметричных четырехполюсников с четными и нечетными типами колебаний обычно являются двухполюсниками. Эти два двухполюсника анализируются с электрической и магнитной стенками в сечении плоскости симметрии. Схема симметричного четырехполюсника показана на рис. 11.1а. Коэффициенты отражения рассчитываются для разомкнутой или короткозамкнутой схем в сечении плоскости симметрии, как показано на рис. 11.1б. Матрица рассеяния первоначальной схемы четырехполюсника находится по формулам

$$S_{11} = S_{22} - 1/2(S_{11c} + S_{11}) \quad (11.1a)$$

$$S_{12} = S_{21} = 1/2(S_{11c} - S_{11}) \quad (11.1б)$$

Для симметричных восьмиполюсников [3] половины схем с четными и нечетными типами колебаний обычно являются четырехполюсниками. Во многих случаях эти четырехполюсники в свою очередь могут быть представлены каскадным соединением четырехполюсников. Схема восьмиполюсника имеющая плоскость симметрии показана на рис. 11.2а. Она может исследоваться путем рассмотрения двух четырехполюсников, показанных на рис. 11.2б. Матрица рассеяния полной схемы находится из матрицы рассеяния половин схем с четным

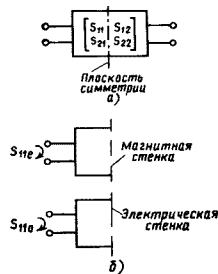


Рис. 11.1 Схема четырехполюсника, имеющего плоскость симметрии (а) и его половины при четном и нечетном типах колебаний (б)

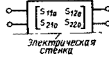
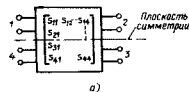


Рис. 11.2. Схема восьмиполосника, имеющего плоскость симметрии (а) и его половины при четном и нечетном типах колебаний (б)

и нечетным типами колебаний с помощью следующих соотношений [3]:

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{11e} - 1/2(S_{11e} + S_{11o}), \\ S_{22} &= S_{22e} - 1/2(S_{22e} + S_{22o}), \\ S_{33} &= S_{33e} - 1/2(S_{33e} + S_{33o}), \\ S_{44} &= S_{44e} - 1/2(S_{44e} + S_{44o}), \\ S_{12} &= S_{12e} - 1/2(S_{12e} - S_{12o}), \\ S_{21} &= S_{21e} - 1/2(S_{21e} - S_{21o}), \\ S_{13} &= S_{13e} - 1/2(S_{13e} - S_{13o}), \\ S_{31} &= S_{31e} - 1/2(S_{31e} - S_{31o}), \\ S_{14} &= S_{14e} - 1/2(S_{14e} - S_{14o}), \\ S_{41} &= S_{41e} - 1/2(S_{41e} - S_{41o}), \\ S_{23} &= S_{23e} - 1/2(S_{23e} - S_{23o}), \\ S_{32} &= S_{32e} - 1/2(S_{32e} - S_{32o}). \end{aligned} \quad (11.2)$$

Приведем несколько примеров восьмиполосных устройств, в которых могут быть использованы четные и нечетные типы колебаний. Многосекционный параллельно связанный направленный ответвитель (рис. 11.3) может анализироваться путем использования симметрии при четном и нечетном типах колебаний. Эти две схемы могут быть представлены в виде каскадного соединения четырехполосников. Другой пример шлейфового направленного ответвителя показан на рис. 11.4. Имеются и другие устройства, например фазовращатели, балансные смесители, анализ которых упрощается при использовании плоскости симметрии.

Итак, из этих примеров видно, что некоторые многополосные устройства могут исследоваться методами анализа четырехполосников.

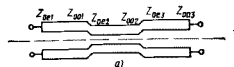


Рис. 11.3. Трехсекционный параллельно связанный направленный ответвитель (а), его половины при четном (б) и нечетном (в) типах колебаний

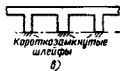
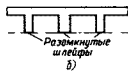
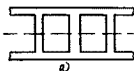
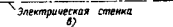
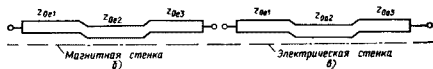


Рис. 11.4. Направленный ответвитель с тремя шлейфами (а) его половина при четном (б) и нечетном (в) типах колебаний

11.12 КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЧЕТЫРЕХПОЛОСНИКОВ

При исследовании схем состоящих из каскадно соединенных четырехполосников, удобно использовать $ABCD$ - или T -матрицы. Для полной схемы $ABCD$ - или T -матрица находится переключением $ABCD$ - или T -матриц каскадируемых четырехполосников. Матрица $ABCD$ схемы состоящей из N каскадно соединенных четырехполосников показанных на рис. 11.5 находится по формуле

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_2 \dots \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_N \quad (11.3)$$

Индексы матриц в правой части выражения (11.3) означают номер со ответствующего этой матрице четырехполосника. Матрица T каскадного соединения также находится переключением T -матриц каскадируемых четырехполосников

$$[T] = [T]_1 [T]_2 \dots [T]_N \quad (11.4)$$

Итак анализ схем, состоящих из каскадно соединенных четырехполосников, упрощается, если используются $ABCD$ - или T -матрицы так как в этих случаях для получения матрицы полной схемы необходимо только переключение матриц.

Как правило, СВЧ схемы описываются с помощью S матриц. Следовательно при каскадировании компонентов по их S -матрицам необходимо найти $ABCD$ - или T матрицы а затем по полученной $ABCD$ - или T -матрице полной схемы найти ее S -матрицу. Как говорилось в гл. 2 T -матрицы имеют преимущество перед $ABCD$ -матрицами. Формулы для преобразования S -матрицы в T матрицы, S -матриц в $ABCD$ -матрицы и обратно приведены в гл. 2.

Выразим матрицу рассеяния каскадного соединения четырехполосников через матрицы рассеяния этих четырехполосников. Пусть четырехполосники A и B характеризуемые матрицами рассеяния S^A и S^B соответственно, соединяются каскадно, как показано на рис. 11.6 Если обозначить нормированные волновые переменные на

Рис. 11.5. Каскадное соединение четырехполосников

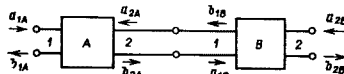
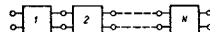


Рис. 11.6 Каскадное соединение двух четырехполосников A и B

входах двух четырехполюсников через a_{1A} , b_{1A} , a_{1B} и т. д. то можно записать

$$b_{1A} = S_{11}^A a_{1A} + S_{12}^A a_{2A} \quad (11.5a)$$

$$b_{2A} = S_{21}^A a_{1A} + S_{22}^A a_{2A}, \quad (11.5b)$$

$$b_{1B} = S_{11}^B a_{1B} + S_{12}^B a_{2B}, \quad (11.6a)$$

$$b_{2B} = S_{21}^B a_{1B} + S_{22}^B a_{2B} \quad (11.6b)$$

Если вход 2 четырехполюсника A и вход 1 четырехполюсника B имеют одинаковые нормирующие сопротивления то

$$b_{2A} = a_{1B}, \quad (11.7a)$$

$$b_{1B} = a_{2A} \quad (11.7b)$$

Исключая b_{2A} , b_{1B} , a_{1B} и a_{2A} из уравнения (11.5) и (11.6) получаем

$$\begin{bmatrix} b_{1A} \\ b_{2B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11}^A + \frac{S_{12}^A S_{21}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} & S_{12}^A S_{12}^B \\ \frac{S_{21}^A S_{12}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} & S_{22}^A + \frac{S_{21}^A S_{12}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1A} \\ a_{2B} \end{bmatrix} \quad (11.8)$$

Матрица в правой части (11.8) является S -матрицей каскадного соединения компонентов A и B , которую можно обозначить S_{AB} . Это соотношение можно использовать неоднократно для получения S -матрицы каскадного соединения большого числа четырехполюсников

11.13 ПРОИЗВОЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

В результате некоторых соединений четырехполюсников может быть получена многополюсная схема. Некоторые примеры таких соединений показаны на рис. 11.7. Для исследования таких схем можно ввести

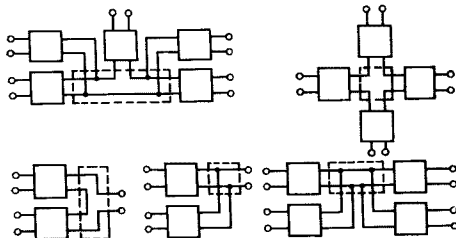


Рис. 11.7 Примеры различных способов соединения четырехполюсных компонентов

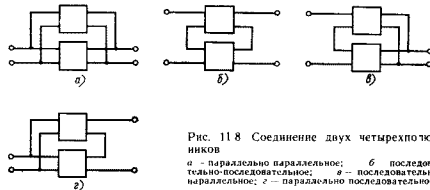


Рис. 11.8 Соединение двух четырехполюсников
а — параллельно-параллельное; б — последовательно-последовательное; в — последовательно-параллельное

сти некоторые фиктивные многополюсники (на рис. 11.7 представлены штриховыми линиями) определяющие необходимые соединения четырехполюсников. Затем можно использовать какой-либо из методов анализа соединений многополюсников, описанных в разд. 11.2. Для этого необходима S -матрица многополюсного соединения.

В результате последовательного или параллельного соединения четырехполюсников получается четырехполюсная схема (рис. 11.8). Для анализа этих схем могут использоваться Y -, Z -, H - или G -матрицы [4]. При параллельно-параллельном соединении четырехполюсников (рис. 11.8a) Y -матрица может быть получена простым сложением Y -матриц двух компонентов. При последовательно-последовательном соединении (рис. 11.8б) общая Z -матрица получается сложением Z -матриц компонентов. При последовательно-параллельном соединении четырехполюсников (рис. 11.8в) общая матрица схемы получается сложением H -матриц, а при параллельно-последовательном соединении (рис. 11.8г) — сложением G -матриц компонентов. Кроме операций сложения матриц, необходимо еще выполнять однообразные, хотя и очень несложные действия, обеспечивающие получение Y -, Z -, H или G -матриц из S -матриц, и наоборот.

11.2 ПРОИЗВОЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ СХЕМ

В этом разделе рассматриваются методы определения параметров схем с произвольными внутренними соединениями

12.1 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦ РАССЕЯНИЯ СОЕДИНЕНИИ

Этот метод применяется в тех случаях, когда исследуемая схема состоит из произвольно соединенных многополюсников и независимых генераторов. Будем считать, что схема содержит m многополюсных компонентов. В этой схеме могут быть входы, не соединенные с другими входами, т. е. внешние входы. Для i -го компонента с n_i входами входящие и выходящие волновые переменные (a_i и b_i соответственно) определяются соотношением

$$b_i = S_i a_i \quad (11.9)$$

Это соотношение справедливо для всех компонентов за исключением независимых генераторов. Независимые генераторы описываются соотношением

$$b_r = S_r a_r + c_r \quad (11.10)$$

где c_r — волновое описание генератора. Заметим, что в формуле (11.10) для развязанных (или согласованных) генераторов $S_r = 0$.

Для всех m компонентов в общем виде можно записать

$$b = Sa + c$$

где

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_n \\ a_m \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_n \\ b_m \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_n \\ c_m \end{bmatrix} \quad (11.11)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_i & 0 \\ 0 & 0 & S_m \end{bmatrix} \quad (11.12)$$

Матрица S является диагональной, подматрицы на диагонали которой есть матрицы рассеяния различных компонентов, а 0 — нулевые матрицы.

Уравнение (11.1) содержит характеристики отдельных компонентов, но не учитывает ограничения, налагаемые внутренними соединениями. Для каждой пары соединенных входов выходные волновые переменные одного входа должны быть равными входным волновым переменным другого, если нормирование обоих соединяемых входов производится аналогично. Если, например, вход j одного компонента соединяется с входом k другого, как показано на рис. 11.9, то для входящих и выходящих волн должны выполняться соотношения

$$a_j = b_k, \quad a_k = -b_j \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} b_k \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_k \\ a_j \end{bmatrix} \quad (11.13)$$

Матрица в правой части (11.13) является обратной S -матрицей внутреннего соединения. Элементы этой матрицы равны единицам или нулям, так как нормированные выходные сопротивления для обоих входов одинаковы. В том случае, если нормиро-

вание входов j и k неодинаково, то элементы этой матрицы могут быть получены путем нахождения обратной матрицы для соответствующей S -матрицы соединения. Если нормированные входные сопротивления соединяемых входов составляют соответственно Z_1 и Z_2 , то эта матрица является обратной S -матрице соединения двух линий с неравными волновыми сопротивлениями, которая приведена в Приложении 2 (графа 9).

Соотношения (11.13) для всех внутренних соединений входов в схеме могут быть записаны в форме

$$b = \Gamma a \quad (11.14)$$

где Γ — матрица соединений, описывающая топологию. В каждой строке матрицы Γ все элементы являются нулями, кроме единицы, записанной в столбце, соответствующем внутренним соединениям. Если элемент (j, k) в матрице Γ есть единица, то это означает, что вход j соединяется с входом k . Как уже отмечалось, элементы матрицы Γ являются единицами или нулями только в том случае, если нормированные сопротивления каждого соединения одинаковы.

Подставляя в (11.11) b из (11.14), получаем $\Gamma a + Sa + c$ или

$$(\Gamma - S)a + c \quad (11.15)$$

Обозначив

$$W = \Gamma - S \quad (11.16)$$

получим

$$a = W^{-1}c \quad (11.17)$$

В приведенных уравнениях вектор c описывает волновые переменные, а матрица W называется матрицей рассеяния соединения. Элементы главной диагонали матрицы W являются коэффициентами отражений от соответствующих входов компонентов, взятыми с обратным знаком; элементы матрицы, соответствующие различным входам компонента, представляют собой коэффициенты передачи с обратным знаком, а все остальные элементы матрицы являются нулями, за исключением элементов матрицы, соответствующих двум соединяемым входам (элементы матрицы Γ). Является ли элемент матрицы W нулевым или ненулевым, зависит только от топологии схемы и не зависит от значений параметров компонентов, их изменения или изменения частоты. Значения ненулевых элементов матрицы при этом должны изменяться (за исключением единиц, которые определяются соединениями). Решение (11.17) дает входные волны a на всех входах компонентов, а выходные волны b могут быть получены с помощью соотношения (11.14).

11.22 МЕТОД МНОГОПОЛЮСНИКА [5]

Как и ранее, при этом методе матрица рассеяния схемы находится на основе использования S -матриц отдельных компонентов. Этот метод применяется в тех случаях, когда схема состоит из произвольно соединенных многополюсных компонентов и не содержит независимых генераторов. Если имеется один или несколько независимых генераторов,

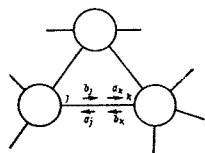


Рис. 11.9. Соединение входа j одного компонента с входом k другого компонента

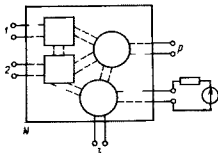


Рис. 11.10 Произвольное соединение схемы с p внешними входами

ров, то их можно выделить из основной схемы N (как показано на рис. 11.10) и определить для нее S матрицу.

Будем считать схему N многополюсником (рис. 11.10). Эта схема содержит c внутренних (соединяемых между собой) и p внешних входов. Если в схеме содержится m компонентов, то аналогично (11.11) для всех компонентов можно записать

$$\mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a} \quad (11.18)$$

Строки и столбцы в (11.18) можно перегруппировать так чтобы волновые переменные разделились на две группы: первая соответствовала бы p внешним входам а вторая — c входам, соединенным внутри схемы. Тогда уравнение (11.18) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_p \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{pp} & \mathbf{S}_{pc} \\ \mathbf{S}_{cp} & \mathbf{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_p \\ \mathbf{a}_c \end{bmatrix} \quad (11.19)$$

где $\mathbf{b}_p$, $\mathbf{a}_p$ — волновые переменные, соответствующие p внешним входам; $\mathbf{b}_c$, $\mathbf{a}_c$ — волновые переменные, соответствующие c внешним входам. Ограничения накладываемые внутренними соединениями для c внутренних входов могут быть записаны в виде

$$\mathbf{b}_c = \mathbf{G}\mathbf{a} \quad (11.20)$$

где $\mathbf{G}$ — матрица соединений, получаемая тем же способом, что и в подразд. 11.2.1. Из выражений (11.19) и (11.20) можно получить

$$\mathbf{G}\mathbf{a}_c = \mathbf{S}_{cp}\mathbf{a}_p + \mathbf{S}_{cc}\mathbf{a}_c$$

или

$$\mathbf{a}_c = (\mathbf{G} - \mathbf{S}_{cc})^{-1} \mathbf{S}_{cp} \mathbf{a}_p \quad (11.21)$$

Подставляя (11.21) в (11.19) получаем

$$\mathbf{b}_p = [\mathbf{S}_{pp} + \mathbf{S}_{pc}(\mathbf{G} - \mathbf{S}_{cc})^{-1} \mathbf{S}_{cp}] \mathbf{a}_p \quad (11.22)$$

откуда матрица рассеяния

$$\mathbf{S}_p = \mathbf{S}_{pp} + \mathbf{S}_{pc}(\mathbf{G} - \mathbf{S}_{cc})^{-1} \mathbf{S}_{cp} \quad (11.23)$$

Уравнения (11.21) и (11.20) могут использоваться для получения волновых переменных на внутренних входах для любого произвольного способа возбуждения p внешних входов

Используя эту информацию и метод присоединенных схем, рассмотримываемый в гл. 12 можно получить чувствительность параметров рассеяния схемы

Матрица $(\mathbf{G} - \mathbf{S}_{cc})$ в формулах (11.21) и (11.23) имеет свойства, аналогичные свойствам W -матрицы в формуле (11.16): матрица сильно разреженная а местоположение нулевых и ненулевых элементов определяется только топологией и не зависит от параметров компонентов.

Несмотря на то что в этом подразделе предполагалось непосредственное соединение двух входов это не ограничивает род схем, которые могут исследоваться описанным выше методом. Любые другие соединения можно рассматривать в виде отдельных компонентов как описывалось в подразд. 11.1.3

11.2.3 ПРИМЕР

Рассмотрим простую схему, показанную на рис. 11.11, и найдем для примера ее параметры способами, рассмотренными в подразд. 11.2.1 и 11.2.2. Схема состоит из четырехполюсника A , описываемого матрицей S^A , S^B шестиполюсника B , описываемого матрицей S^B , и двухполюсника C , описываемого матрицей S^C . В этом случае может непосредственно использоваться метод, описанный в подразд. 11.2.2. Нумерация входов показана на рисунке. Запишем параметры всех трех компонентов в виде (11.19)

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_4 \\ b_2 \\ b_6 \\ b_5 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^A & 0 & S_{12}^A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}^A & 0 & 0 & S_{23}^A & S_{21}^A \\ S_{12}^A & 0 & S_{11}^A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S^C & 0 & 0 \\ 0 & S_{23}^B & 0 & 0 & S_{33}^B & S_{31}^B \\ 0 & S_{21}^B & 0 & 0 & S_{31}^B & S^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_4 \\ a_2 \\ a_6 \\ a_5 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (11.24)$$

Матрица соединений $\mathbf{G}$ может быть записана в виде

$$\begin{bmatrix} b_2 \\ b_6 \\ b_5 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_6 \\ a_5 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (11.25)$$

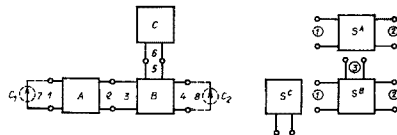


Рис. 11.11 Пример схемы для расчета

Полную матрицу рассеяния найдем по формуле (11.23) используя (11.24) и (11.25):

$$S_l \begin{bmatrix} S^A & 0 \\ 0 & S_{22}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11}^A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{21}^B & S_{22}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_{22}^A & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -S^C & 1 & 0 \\ 0 & 1 & S_{33}^B & -S_{32}^B \\ 1 & 0 & -S_{12}^B & -S_{11}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{22}^A & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & S_{22}^B \\ 0 & S_{12}^B \end{bmatrix} \quad (11.26)$$

При произвольных входных сигналах на внешних входах входные волновые переменные внутренних входов могут быть найдены по формуле (11.21):

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_6 \\ a_5 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{22}^A & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -S^C & 1 & 0 \\ 0 & 1 & S_{33}^B & -S_{32}^B \\ 1 & 0 & -S_{12}^B & -S_{11}^B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{22}^A & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & S_{22}^B \\ 0 & S_{12}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (11.27)$$

Выходные волновые переменные $[b_2, b_4, b_5, b_3]^T$ внутренних входов могут быть найдены подстановкой полученных выражений в формулу (11.25)

Чтобы найти S -параметры рассматриваемой схемы методом описанным в подразд. 11.2.1, подключим независимые генераторы к внешним входам. Генераторы (на рис. 11.11 показаны штриховой линией) являются единственными компонентами входов и описываются формулами

$$b_7 = c_1 \quad b_8 = c_2 \quad (11.28)$$

Соотношения между b , a и c для всех компонентов схемы могут быть теперь записаны в форме выражения (11.11)

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^A & S_{12}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^A & S_{22}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{11}^B & S_{12}^B & S_{13}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{21}^B & S_{22}^B & S_{23}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{31}^B & S_{32}^B & S_{33}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S^C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (11.29)$$

Матрица внутренних соединений Γ теперь принимает вид

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} \quad (11.30)$$

Используя формулу (11.17) найдем входные волновые переменные входов

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{11}^A & -S_{12}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_{21}^A & -S_{22}^A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -S_{11}^B & -S_{12}^B & -S_{13}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -S_{21}^B & -S_{22}^B & -S_{23}^B & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -S_{31}^B & -S_{32}^B & -S_{33}^B & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -S^C & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (11.31)$$

Выходные волновые переменные для всех входов b определяются по формулам (11.30) и (11.31).

Этим способом могут быть найдены значения волновых переменных на всех входах для любых комбинаций значений c_1 и c_2 . Если $c_1 = 1$, а $c_2 = 0$, значения b_1 и b_4 (на внешних входах) соответствуют значениям S_{11} и S_{21} полной матрицы рассеяния. Аналогично для $c_1 = 0$ и $c_2 = 1$ параметры S_{12} и S_{22} соответствуют значениям b_1 и b_4 .

11.2.4 МЕТОД ПОДСХЕМ [6]

Используя метод описанный в подразд. 11.2.2, можно получить S -матрицу схемы с многополюсными компонентами. Согласно этому требуется находить обратную матрицу для матрицы, порядок которой равен числу внутренних соединенных входов. Если схема содержит большое число внутренних соединений, то порядок матрицы, для которой ищется обратная матрица, становится очень большим. Вычислительные затраты при определении обратной матрицы могут быть снижены, если рассчитывать не полную схему, а расчленив ее на несколько подсхем. Раздельно получают S -матрицы подсхем, а затем, объединяя их, S -матрицу полной схемы. Этот метод исследован в [6] и использован при разработке программы анализа СВЧ схем [6].

Определение вычислительных затрат. Для схем, содержащих p внешних входов и c входов, соединенных внутри схемы, число длительных операций, требуемых для нахождения S_p -матрицы в выражении (11.23) определяется по формуле

$$N = p^2 c + pc^2 + \alpha c^3 \quad (11.32)$$

где первые два члена появляются из-за перемножения матриц, а третий — из-за вычисления обратной матрицы размером $c \times c$. Коэффициент α является константой и определяется алгоритмом вычисления обратной матрицы. Значение этого коэффициента близко к единице. Длительными операциями считаются операции умножения или деления двух чисел, так как время, требуемое для выполнения этих операций, намного больше времени, затрачиваемого на сложение или вычитание. Как видно из формулы (11.32), необходимое время вычислений быстро возрастает с ростом c .

Представим схему в виде двух подсхем R и R' соединенных, как показано на рис. 11.12. Полная матрица рассеяния может быть определена в три этапа. На первых двух этапах раздельно определяются S -матрицы двух подсхем, а на третьем — обе подсхемы объединяются вместе. В этом случае суммарное число длительных операций, требуемое для вычисления S -матрицы может быть найдено по формуле (11.32) для каждого этапа

$$N_s = p_1^2 c_1 + p_1 c_1^2 + \alpha c_1^3 + p_2^2 c_2 + p_2 c_2^2 + \alpha c_2^3 + p^2 c^* + pc^{*2} + \alpha c^{*3} \quad (11.33)$$

где p_1, p_2, c_1, c_2 — число внешних и внутренних входов для каждой из подсхем R' и R'' соответственно; c^* — число соединенных входов между обеими подсхемами. Если предположить что обе подсхемы име-

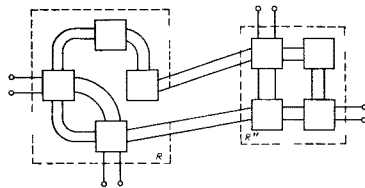


Рис. 11.12 Представление схемы в виде соединения двух подсхем R и R'

ют одинаковое число внешних входов и одинаковое число внутренних входов, то

$$p_1 = p_2 = (p + c^*)/2, \quad (11.34a)$$

$$c_1 = c_2 = (c - c^*)/2. \quad (11.34b)$$

Напомним, что $c = c_1 + c_2 + c^*$. Подставляя p_1, p_2, c_1, c_2 в формулу (11.33) получаем

$$N_s = \frac{1}{4} (p^2 c + pc + \alpha c^3) + \frac{3}{4} (p^2 c^* - pc^{*2} + \alpha c^{*3}) - \frac{1}{4} (3\alpha - 1) (c - c^*) c c^* \quad (11.35)$$

Число длительных операций, определяемое формулой (11.35), меньше числа длительных операций, определяемых по (11.32). Распространяя описанное разделение на каждую подсхему, получаем, что более быстрый расчет S -матрицы полной схемы получается при сложении на каждом шаге только двух компонентов. Если схема содержит m компонентов, то формула (11.23) используется $(m - 1)$ раз.

Желательно определить оптимальный порядок, при котором компоненты объединяются таким образом, чтобы суммарное число длительных операций было минимальным. Алгоритм, позволяющий определить порядок, близкий к оптимальному, предложен в работе [6]. В ней сформулировано следующее правило, на каждом этапе должна объединяться та пара компонентов в результате объединения которой получается минимальное число внешних входов. Пример использования этого правила показан на рис. 11.13. Первыми в подсхему BC объединяются компоненты B и C . Затем объединяются компоненты F и E , а потом компоненты A и BC . После этого объединяются компоненты FE и D и, наконец, компоненты ABC и FED . В результате может быть

найдена S -матрица полной схемы исследуемого четырехполюсника. Последовательные изменения топологии на каждом шаге показаны на рис. 11.13б

Так как при объединении двух многополюсных компонентов для получения S_{pq} -матрицы уравнение (11.23) используется неоднократно то желательно улучшить метод решения этого уравнения. В данном случае, когда объединяются только два компонента, улучшение возможно. Если соединяются с входами, то их разделяют на две группы q и r так, чтобы группа q содержала входы одного компонента, а группа r — другого. Затем входы в обеих подгруппах нумеруют так чтобы

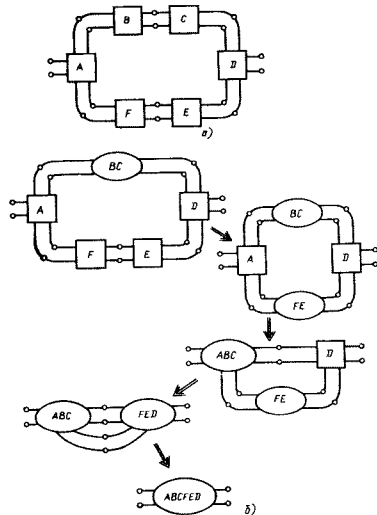


Рис. 11.13. Пример расчета схемы методом подсетей (а) и последовательное изменение топологии при использовании этого метода (б)

210

вход q_1 соединялся с входом r_1 , вход q_2 с входом r_2 и т. д. Теперь матрица компонентов может быть записана в виде

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_q \\ b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{pp} & S_{1q} & S_l \\ S_{qp} & S_{qq} & 0 \\ S_{rp} & 0 & S_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_q \\ a_r \end{bmatrix} \quad (11.36)$$

В этом уравнении нулевые матрицы S_{qr} и S_{rq} обозначены 0 (q - и r - входы принадлежат различным компонентам). Матрица соединения для этого случая имеет вид

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (11.37)$$

Матрица $(\Gamma - S_{ec})$, для которой согласно (11.23) определяется обратная матрица, имеет вид

$$(\Gamma - S_{ec}) = \begin{bmatrix} -S_{qq} & I \\ I & -S \end{bmatrix} \quad (11.38)$$

Теперь для матрицы $(\Gamma - S)$ можно найти обратную матрицу

$$(\Gamma - S_{ec})^{-1} = \begin{bmatrix} S_{rr}(I - S_{qq}S_{rr})^{-1} & (I - S_{rr}S_{qq})^{-1} \\ (I - S_{qq}S_{rr})^{-1} & S_{qq}(I - S_{rr}S_{qq})^{-1} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (11.39)$$

Здесь требуется вычисление двух обратных матриц порядка $c/2$. Возможны и дальнейшие упрощения путем разделения p внешних входов на две группы: входы p_1 компонента 1 и входы p_2 компонента 2. Подматрицы S_{pp} , S_{pr} и S_{rp} имеют вид

$$S_{pp} = \begin{bmatrix} S_{p1} & 0 \\ 0 & S_{p2} \end{bmatrix} \quad (11.40)$$

$$S_{pr} = [S_{1q} \ S_{pr}] \begin{bmatrix} S_{1pq} & 0 \\ 0 & S_{2q} \end{bmatrix} \quad (11.41)$$

$$S_{rp} = \begin{bmatrix} S_{q1} \\ S_{rp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1qp} & 0 \\ 0 & S_{2p} \end{bmatrix} \quad (11.42)$$

где индексы 1 и 2 означают группы p_1 и p_2 соответственно. Теперь может быть найдена полная S -матрица схемы

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} + S_{11q}M_{11}S_{1q1} & S_{1p}M_{12}S_{2r1} \\ S_{21} & S_{2p} + S_{2pr}M_{22}S_{2rp} \end{bmatrix} \quad (11.43)$$

В этом случае требуется меньшее число длительных операций, чем в случае непосредственного использования формулы (11.23), так как здесь определяются две обратные матрицы порядка $c/2$ и умножаются матрицы также меньшего порядка

Для получения волновых переменных на соединяемых входах так же может использоваться формула (11.21) которая в этом случае может быть записана в виде

$$\begin{bmatrix} a_q \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} S_{1qp} & M_{12} S_{2rp} \\ M_{21} S_{1qp} & M_{22} S_{2rp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1p} \\ a_{2p} \end{bmatrix}. \quad (11.44)$$

где a_{1p} , a_{2p} — входные волновые переменные на внешних входах p_1 и p_2 соответственно

11.3. УСТРОЙСТВА СОДЕРЖАЩИЕ ДВУМЕРНЫЕ ПЛАНАРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

В гл. 8 было показано, что двумерные планарные компоненты некоторых простых форм анализируются с помощью функций Грина. Планарные цепи, форма которых получается из простой добавлением или исключением сегментов определенной формы, как показано на рис. 8.7, анализируются методом сегментации или десегментации. Математическая формулировка этих методов рассматривается в данном разделе. Эти методы используются также и тогда, когда цепь состоит как из планарных двумерных компонентов так и компонентов других типов

11.3.1 МЕТОД СЕГМЕНТАЦИИ [7-8]

Если форму планарной цепи можно воспроизвести, соединяя несколько элементов простых форм, то такую цепь можно анализировать методом сегментации. При этом методе сплошные соединения границ между элементами простых форм (которые составляют планарную цепь) заменяются большим числом выводов распределенных вдоль всех внутренних границ. Если достаточно большое число выводов относится к внутренним соединениям то характеристики схемы, полученные при анализе, приближаются к действительным. Характеристики каждого из элементов простой формы находятся с помощью функции Грина, а затем определяются характеристики полной схемы

После того как найдены S -матрицы отдельных элементов, может быть рассчитана полная S -матрица методом описанным в подразд. 11.2.2. Теперь с выводов могут быть отнесены к выводам на границе между элементами простых форм.

Для объединения S -матриц методом сегментации необходимы определенные вычислительные затраты на расчет S -матриц каждого из элементов. Вычислительные затраты могут быть снижены при вычислении полной Z -матрицы планарного компонента по Z -матрицам отдельных элементов и при определении полной S -матрицы по формуле (2.36). Метод сегментации, основанный на использовании Z -матриц описан в [8].

Переменные напряжения и токи для внутренних соединений и внешних входов могут быть сгруппированы раздельно как при соеди-

нении многополюсников, методом, рассмотренным в подразд. 11.2.2 и Z -матрицы для различных компонентов могут быть записаны в виде

$$\begin{bmatrix} v_p \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pc} \\ Z_{cp} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p \\ i_c \end{bmatrix} \quad (11.45)$$

где v_p , i_p — переменные напряжения и токи на p внешних входах; v_c и i_c — соответствующие переменные на внутренних входах. Уравнение (11.45) не учитывает ограничений, налагаемых наличием внутренних соединений. К этим ограничениям относятся: 1) напряжения на двух соединяемых входах должны быть одинаковы и 2) токи на двух соединяемых входах должны быть равны и противоположно направлены. Для всех внутренних входов эти ограничения могут быть выражены в виде

$$\Gamma_1 v_c = 0 \quad (11.46a)$$

$$\Gamma_2 i_c = 0 \quad (11.46b)$$

где Γ_1 , Γ_2 — матрицы с $c/2$ строками и c столбцами определяемые топологией схемы. В этих матрицах каждая строка описывает соединение следующим образом: все элементы в строке являются нулями за исключением двух элементов, соответствующих двум соединяемым входам. Два нулевых элемента в строке матрицы Γ_1 есть 1 и —1. Для матрицы Γ_2 оба этих элемента равны 1.

Подставляя v_c из уравнения (11.45) в (11.46a) получаем

$$\Gamma_1 Z_{cc} i_c = -\Gamma_1 Z_{cp} i_p \quad (11.47)$$

Умножая обе части уравнения (11.46b) на $j = \overline{1, \dots, c/2}$ и используя (11.47), найдем соотношение между i_c и i_p :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cc} \\ j \Gamma_2 \end{bmatrix} i_c = \begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cp} \\ 0 \end{bmatrix} i_p \quad (11.48)$$

где 0 — есть нулевая матрица, содержащая $c/2$ строк и p столбцов. Матрица в левой части уравнения (11.48) является квадратной матрицей размера $c \times c$. Теперь можно найти переменные токи

$$i_c = \begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cc} \\ j \Gamma_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cp} \\ 0 \end{bmatrix} i_p \quad (11.49)$$

Можно показать, что для схем без потерь Z -матрица состоит только из мнимых элементов. Так как обе части уравнения (11.46b) умножались на j , то обратная матрица в выражении (11.49) также состоит только из мнимых элементов. При использовании мнимых матриц их перемножение и нахождение обратных матриц выполняется с теми же вычислительными затратами, что и для действительных матриц.

Матрица сопротивлений для всей схемы может быть найдена подстановкой выражения i_c из (11.49) в формулу (11.45)

$$Z_p = Z_{pp} - Z_{pc} \begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cc} \\ j \Gamma_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Gamma_1 Z_{cp} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11.50)$$

Дальнейшее снижение вычислительных затрат может быть достигнуто с помощью определенной организации подгрупп соединяемых выводов и формирования Z-матрицы описываемым далее методом. Соединяемые выводы объединяются в подгруппы способом, аналогичным описанному в подразд. 11.2.4. Если соединяются с входов, то их разделяют на группы q и r по $c/2$ входов в каждой группе. Группировка производится так, чтобы между собой соединялись входы q_1 и r_1 ; q_2 и r_2 и т. д. Это вызывает необходимость перегруппировки строк и (или) столбцов в матрицах Z_{rp} , Z_{rc} и Z_{cs} в уравнении (11.45). Теперь Z-матрицы отдельных компонентов могут быть объединены

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_q \\ v_r \\ v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{rp} & Z_{rq} & Z_{rf} \\ Z_{qp} & Z_{qq} & Z_{qr} \\ Z_{rp} & Z_{rq} & Z_{rf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} \quad (11.51)$$

Здесь ограничения, обусловленные наличием внутренних соединений могут быть существенно упрощены:

$$v_q = v_r, \quad (11.52a)$$

$$i_q + i_r = 0. \quad (11.52b)$$

Подставляя (11.52) в (11.51) и исключая v_p , v_q и i_r , получаем

$$(Z_{qq} - Z_{rr} - Z_{rq} + Z_{rp}) i_q = (Z_{rp} - Z_{qp}) i_p$$

или

$$i_q = (Z_{qq} - Z_{qp} - Z_{rp} + Z_{rr})^{-1} (Z_{rp} - Z_{qp}) i_p \quad (11.53)$$

Подставляя (11.53) в уравнение (11.51) и учитывая что $i_r = -i_q$ находим Z-матрицу полной схемы

$$Z_p = Z_{rp} + (Z_{pq} - Z_{pr}) (Z_{qq} - Z_{qp} - Z_{rp} + Z_{rr})^{-1} (Z_{rp} - Z_{qp}) \quad (11.54)$$

Соотношение между v_q и i_p может быть найдено подстановкой выражения (11.53) во второе уравнение (11.51):

$$v_q = [Z_{qi} + (Z_{qq} - Z_{qp}) (Z_{qq} - Z_{qp} - Z_{rp} + Z_{rr})^{-1} (Z_{rp} - Z_{qp})] i_p. \quad (11.55)$$

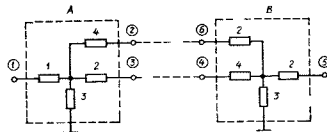
В этой формуле обращается матрица, имеющая порядок $c/2$, в то время как при использовании формулы (11.50) обращалась матрица порядка c

Пример. Рассмотрим применение обоих методов сегментации с использованием Z-матриц на примере соединения двух шестиполусных резистивных подсхем показанных на рис. 11.14. Для соединяемых компонентов

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (11.56a)$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (11.56b)$$

рис. 11.14 Резистивная схема, используемая для примера расчета методом сегментации



При первом методе характеристики компонентов запишем в виде

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_5 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 7 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (11.57)$$

Матрицы Γ_1 и Γ_2 определяются уравнениями

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_6 \end{bmatrix} = 0. \quad (11.58)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_6 \end{bmatrix} = 0 \quad (11.59)$$

Полная Z матрица может быть получена с помощью подстановки формул (11.57)–(11.59) в выражение (11.50) (заметьте, что матрицу Γ не нужно умножать на j , так как матрица Z_{cs} действительна)

$$Z_p = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 3 & -3 & -5 \\ 3 & 5 & -7 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 3 & -3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

или

$$Z_p = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \frac{1}{108} \begin{bmatrix} -108 & 108 \\ 108 & -108 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (11.60)$$

Проверим, является ли (11.60) Z-матрицей соединения. Найдем ее вторым методом. Как уже говорилось, требуется разделить соединенные входы на две группы. Для этого определим Z-матрицы:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_5 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_3 \\ v_6 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 7 & 0 & 0 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 3 & 0 & 7 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_4 \\ i_6 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (11.61)$$

и получим полную Z-матрицу подстановки (11.61) в (11.54):

$$\begin{aligned} Z_l &= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -6 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (11.62) \end{aligned}$$

11.3.2 МЕТОД ДЕСЕГМЕНТАЦИИ [9]

Этот метод применяется в тех случаях, когда форма двумерного планарного компонента может быть приведена к простому виду добавлением к этому компоненту одного или нескольких планарных элементов простой формы. Несколько таких примеров показано на рис. 11.15. Как и при методе сегментации, при методе десегментации сплошное соединение между различными элементами планарного компонента заменяют рядом выводов вдоль соединения. Для определения характеристик планарного компонента этим способом необходимо, чтобы добавляемый элемент имел также входы, расположенные и вне общей границы.

Обозначим через α исследуемый планарный компонент, как показано на рис. 11.15. При добавлении одного или более элементов простой форм (обозначенных через β) получается элемент простой формы γ . Характеристики элементов β и γ могут быть получены методом, основанным на использовании функции Грина. Некоторые выводы ис-

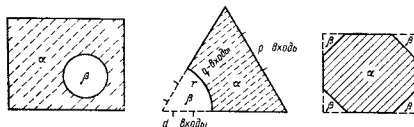


Рис. 11.15 Примеры планарных компонентов пригодных для исследования методом десегментации

следуемого планарного компонента не находятся на общих границах между элементами α и β . Обозначим их как d -выводы. Если оставшиеся выводы элемента α не закрывают полностью всю границу между α и β , то к этому элементу добавляются дополнительные выводы так, чтобы общая граница полностью закрывалась. Входы элемента α , расположенные на общей границе с элементом β будем называть q - входами. Соответствующие входы на элементе β будем называть r -входами. Отметим, что для достижения высокой точности, необходимо увеличивать число выводов на общей границе. Выводы сегмента β расположенные вне общей границы, называются d -выводами. Далее объясняется, что на каждом сегменте β d -выводов должно быть, по крайней мере, столько же, сколько r -выводов. Характеристики компонента, имеющего форму α могут быть найдены из характеристик компонентов β и γ . Эти характеристики могут быть выражены в виде либо S либо Z -матриц.

Десегментация с использованием S матриц [10] Уравнение для компонентов β и γ записывается в виде

$$\begin{bmatrix} b \\ b_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & S_d \\ S & S_d^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ a_l \end{bmatrix} \quad (11.63)$$

$$\begin{bmatrix} b_l \\ b_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pp}^y & S_{ld} \\ S_{dp} & S_{dd}^y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ a_d \end{bmatrix} \quad (11.64)$$

где b и a — выходные и входные волновые переменные; S^y — матрица рассеяния для элемента γ ; S^p может быть непосредственно получена из матриц рассеяния элементов β . При анализе используется соотношение

$$\begin{bmatrix} b_l \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pp}^a & S_{pq} \\ S_{ql} & S_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_l \\ a \end{bmatrix} \quad (11.65)$$

где S^a — неизвестная S -матрица компонента α . Входы q и r могут быть упорядочены так же, как описано в подразд. 11.3.1. В качестве условий принимаем

$$a_q = b \quad (11.66a)$$

$$b_q = a \quad (11.66b)$$

Используя метод сегментации и объединяя S матрицы сегмента α и сегментов β , получаем S -матрицу сегмента γ . На основании соотношений, приведенных в подразд. 11.2.4 матрица S^y может быть представлена в виде

$$S^y = \begin{bmatrix} S_{pp}^a + S_{lq} M_{l1} S_{ql} & S_{pq} M_{l2} S_d \\ S_{dr} M_{21} S_{ql} & S_{dd}^a + S_d M_{22} S_{rd} \end{bmatrix} \quad (11.67)$$

где

$$M_{12} = (I - S_{rr} S_{qq})^{-1}; \quad (11.68a)$$

$$M_{21} = (I - S_{qq} S_{rr})^{-1}; \quad (11.68b)$$

$$M_{11} = S_{rr} M_{21}, \quad (11.68b)$$

$$M_{22} = S_{qq} M_{12}. \quad (11.68r)$$

При использовании метода десегментации матрица S^a получается из матриц S^b и S^r с помощью приведенных выше уравнений. Для этой цели число d выводов должно быть, по крайней мере, равным числу q или r выводов. Подматрицы могут быть получены из формул (11.64) и (11.67):

$$S_{dd}^r = S_{dd}^b + S_{dr} S_{qq} (I - S_{rr} S_{qq})^{-1} S_{dr} \quad (11.69)$$

$$S_{qq}^r = (NS_{rr} + I)^{-1} N \quad (11.70)$$

где

$$N = (S_{dr}' S_{dr})^{-1} S_{dr}' (S_{dd}^b - S_{dd}^r) S_{dr}' (S_{dr}' S_{dr})^{-1} \quad (11.71)$$

Другая подматрица имеет вид

$$S^a = \begin{bmatrix} S_{pp}^r - S_{rj} M_{11} S_{ji} & S_{jd} S_{rd}' (S_{rd}' S_{rd})^{-1} (I - S_{rr} S_{qq}) \\ (I - S_{qq} S_{rr}) (S_{dd}^b - S_{dd}^r) S_{dr}'^{-1} \times \\ \wedge S_{dd}^r S_{li} & (NS_{rr} + I)^{-1} N \end{bmatrix} \quad (11.72)$$

Чтобы вычислить матрицу S^a с помощью этой процедуры, необходимо сначала рассчитать подматрицу S_{qq}^r по формуле (11.70), а затем, используя (11.72), рассчитать матрицы S_{pq}^r и S_{rp}^r . Подматрица M_{11} находится по формуле (11.68) и затем по формуле (11.72) окончательно вычисляется матрица S_{pp}^r .

Если $d = q$, то матрица N в выражении (11.70) приводится к виду

$$N = S_{dr}'^{-1} (S_{dd}^b - S_{dd}^r) S_{dr}^{-1} \quad (11.73)$$

и выражение (11.72) преобразуется к виду

$$S^a = \begin{bmatrix} S_{pp}^r - S_{pq} M_{11} S_{qp} & S_{pd} S_{rd}'^{-1} (I - S_{rr} S_{qq}) \\ (I - S_{qq} S_{rr}) S_{dr}'^{-1} S_{li} & (NS_{rr} + I)^{-1} N \end{bmatrix} \quad (11.74)$$

где M_{11} определяется согласно (11.68) а подматрицы в S^a вычисляются тем же способом, что и при $d > q$.

Матрица рассеяния S^a соответствует планарному компоненту a к которому могли быть добавлены выводы на границе между компонентом a и сегментами β . Разделив все выводы на планарном компоненте a на o выводы, для которых требуется определить характеристики, и e -выводы, которые добавляются в соответствии с методом десегмента-

ции. Входные и выходные волны переменные на сегменте a связаны соотношением

$$\begin{bmatrix} b_o \\ b_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{oo}^a & S_{oe}^a \\ S_{eo}^a & S_{ee}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_o \\ a_e \end{bmatrix} \quad (11.75)$$

где S_{oo}^a , S_{oe}^a , S_{eo}^a , S_{ee}^a получаются перегруппировкой строк или столбцов матрицы S^a ; a_o , b_o и a_e , b_e — волновые переменные o и e -выводов соответственно. Характеристики требуется определять только для o -выводов, а на e -выводы налагаются граничные условия разомкнутых схем

$$a_e = b_e. \quad (11.76)$$

Из (11.76) и (11.75) получаем

$$b_o = [S_{oo}^a + S_{oe}^a (I - S_{ee}^a)^{-1} S_{eo}^a] a_o \quad (11.77)$$

и искомая матрица рассеяния может быть выражена в виде

$$S_p = S_{oo}^a + S_{oe}^a (I - S_{ee}^a)^{-1} S_{eo}^a. \quad (11.78)$$

В этом выражении I — единичная матрица соответствующего размера

В гл. 10 указывалось, что десегментация может использоваться для определения характеристик многополюсных устройств по известным характеристикам этого устройства с соединителями или переходниками. В следующем примере проиллюстрируем приведенные формулы десегментации с использованием S -параметров для решения этой задачи применительно к шестиполусному устройству

Пример 10. Рассчитаем шестиполусную (трехходовую) схему циркулятора с одинаковыми соединителями на каждом его входе (рис. 11.16). Для всей схемы (включая соединители) S -параметры измерены. Матрица рассеяния этой схемы имеет вид

$$S^r = \begin{bmatrix} 0,0148 - j0,0493 & -0,134 + j0,0624 & -0,897 + j0,185 \\ 0,897 - j0,187 & 0,0148 + j0,0493 & -0,134 + j0,0624 \\ -0,134 + j0,0624 & -0,897 + j0,187 & 0,0148 - j0,0493 \end{bmatrix} \quad (11.79)$$

Параметры рассеяния соединителей известны из результатов измерений при калибровке. Для соединителей имеем

$$S = \begin{bmatrix} 0,0568 - j0,0374 & -0,0966 - j0,0544 \\ -0,0966 - j0,0544 & 0,0245 - j0,0364 \end{bmatrix} \quad (11.80)$$

Первая строка в матрице (11.80) относится к внешнему отношению всей схемы входу соединителя.

Методом десегментации можно получить S -матрицу циркулятора (без соединителей). С учетом принятых обозначений здесь γ -схемой является полная

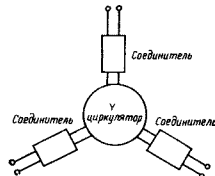


Рис. 11.16. Схема γ циркулятора с соединителями

схема, содержащая циркулятор и соединители. β -схема относится только к трем соединителям. В этом случае $p = 0$ и $q = r = d = 3$. Матрица $S_{\beta d}^{\alpha} = S^{\alpha}$ известна из (11.79), а S^{β} может быть получена из (11.80). Матрица $S^{\alpha} - S_{\beta q}^{\alpha}$ находится на основании (11.70)

$$S^{\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 9,15 \\ 0,995 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 1 & 0 & 995 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.81)$$

Десегментация с использованием Z матриц. Для компонентов β и γ имеем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_r \\ \mathbf{v}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{dd} & \mathbf{Z}_{dd}^{\beta} \\ \mathbf{Z}_{dd} & \mathbf{Z}_{dd}^{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_r \\ \mathbf{i}_d \end{bmatrix} \quad (11.82)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_p \\ \mathbf{v}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{pp}^{\gamma} & \mathbf{Z}_{pd}^{\gamma} \\ \mathbf{Z}_{dp}^{\gamma} & \mathbf{Z}_{dd}^{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_p \\ \mathbf{i}_d \end{bmatrix} \quad (11.83)$$

где $\mathbf{v}$, $\mathbf{i}$ — переменные напряжения и токи; $\mathbf{Z}^{\gamma}$ — матрица сопротивлений. Матрица $\mathbf{Z}^{\beta}$ может быть непосредственно получена из матриц сопротивлений сегментов β . Для исследуемой схемы имеем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_p \\ \mathbf{v}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{pp}^{\alpha} & \mathbf{Z}_{pq}^{\alpha} \\ \mathbf{Z}_{qp}^{\alpha} & \mathbf{Z}_{qq}^{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_p \\ \mathbf{i}_q \end{bmatrix} \quad (11.84)$$

где $\mathbf{Z}^{\alpha}$ определяется по $\mathbf{Z}^{\beta}$ и $\mathbf{Z}^{\gamma}$. Ограничения, накладываемые внутренними соединениями q выводов с соответствующими r -выводами, могут быть записаны в виде

$$\mathbf{v}_q = \mathbf{v}_r, \quad (11.85a)$$

$$\mathbf{i}_q + \mathbf{i}_r = 0. \quad (11.85b)$$

Используя метод сегментации, матрицу $\mathbf{Z}^{\gamma}$ можно выразить через $\mathbf{Z}^{\alpha}$ и $\mathbf{Z}^{\beta}$:

$$\mathbf{Z}^{\gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{pp}^{\alpha} & \mathbf{Z}_{pq}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{qq} + \mathbf{Z}_{rr})^{-1} \mathbf{Z}_{qp} & \mathbf{Z}_{pr}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{qq} + \mathbf{Z}_{rr})^{-1} \mathbf{Z}_d \\ \mathbf{Z}_d (\mathbf{Z}_{qq} + \mathbf{Z}_{rr})^{-1} \mathbf{Z}_{qr} & \mathbf{Z}_{dd}^{\beta} - \mathbf{Z}_{dr}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{qq} + \mathbf{Z}_{rr})^{-1} \mathbf{Z}_{rd} \end{bmatrix} \quad (11.86)$$

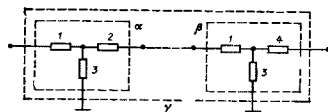
Выполнив операции, аналогичные операциям десегментации с помощью S-матриц, получим

$$\mathbf{Z}_{qq}^{\alpha} = \mathbf{Z}_r - \mathbf{N} \quad (11.87)$$

где

$$\mathbf{N} = \mathbf{Z}_{rd} \mathbf{Z}_{rd}^{\beta} [\mathbf{Z}_{dr}^{\beta} (\mathbf{Z}_{dd}^{\beta} - \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha}) \mathbf{Z}_{rd}^{\beta}]^{-1} \mathbf{Z}_{dr}^{\beta} \mathbf{Z}_{rd} \quad (11.88)$$

Рис. 11.17 Резистивная схема, используемая в примере расчета методом десегментации



Другими подматрицами в $\mathbf{Z}^{\alpha}$ являются

$$\mathbf{Z}_{pq}^{\alpha} = -\mathbf{Z}_{pd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{N} \quad (11.89)$$

$$\mathbf{Z}_{qp}^{\alpha} = -\mathbf{N} (\mathbf{Z}_{dr}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dr}^{\alpha} \quad (11.90)$$

$$\mathbf{Z}_{pp}^{\alpha} = \mathbf{Z}_{pp}^{\gamma} - \mathbf{Z}_{pr}^{\alpha} \mathbf{N} \quad \mathbf{Z}_{qr}^{\alpha} \quad (11.91)$$

Если $d \rightarrow q$, то

$$\mathbf{N} = \mathbf{Z}_{rd}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{Z}_d \quad (11.92)$$

$$\mathbf{Z}_{qq}^{\alpha} = -\mathbf{Z}_{rr}^{\alpha} - \mathbf{N} \quad (11.93)$$

$$\mathbf{Z}_{pq}^{\alpha} = -\mathbf{Z}_{pd}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{Z}_d \quad (11.94)$$

$$\mathbf{Z}_{qp}^{\alpha} = -\mathbf{Z}_d (\mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{Z}_{dp}^{\alpha} \quad (11.95)$$

$$\mathbf{Z}_{pp}^{\alpha} = \mathbf{Z}_{pp}^{\gamma} - \mathbf{Z}_{pd}^{\alpha} (\mathbf{Z}_{dd}^{\alpha} \mathbf{Z}_{dd}^{\alpha})^{-1} \mathbf{Z}_{dp}^{\alpha} \quad (11.96)$$

Матрица сопротивления $\mathbf{Z}^{\alpha}$ соответствует компоненту α к которому могли быть добавлены вспомогательные входы на границе между компонентами α и β . Она может применяться, если эти входы разомкнуты, что равносильно вычеркиванию из матрицы $\mathbf{Z}^{\alpha}$ строк и столбцов, соответствующих этим входам. В результате этого преобразования получаем матрицу сопротивлений для компонента α имеющего только заданные входы

Пример. Применение метода десегментации с использованием Z-матриц продемонстрируем на примере определения Z-матрицы резистивной подсхемы по известным Z-матрицам полной схемы и другой подсхемы. Резистивная схема состоящая из двух подсхем, показана на рис. 11.17

Для γ - и β -схем Z-матрицы имеют вид

$$\mathbf{Z}^{\gamma} = \begin{bmatrix} p & d \\ 3 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (11.97)$$

$$\mathbf{Z}^{\beta} = \begin{bmatrix} r & d \\ 4 & 3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad (11.98)$$

Матрицу $\mathbf{Z}^{\alpha}$ найдем подстановкой (11.97) и (11.98) в выражения (11.92) (11.96). Выполнив необходимые преобразования, получим

$$\mathbf{N} = 3(6-7)^{-1} 3 = -9.$$

$$\mathbf{Z}_{qq}^{\alpha} = -4 - (-9) = 5.$$

$$\mathbf{Z}_{pq}^{\alpha} = -1(6-7)^{-1} 3 = 3.$$

$$\mathbf{Z}_{qp}^{\alpha} = -3(6-7)^{-1} 1 = 3.$$

$$\mathbf{Z}_{pp}^{\alpha} = 3 - 1(6-7)^{-1} 1 = 4.$$

Матрица Z^α может быть записана в виде

$$Z^\alpha = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (11.99)$$

Отсюда видно, что эта матрица действительно является Z матрицей подсистемы α .

Рассмотренные в этой главе различные методы могут быть использованы при машинном проектировании устройств СВЧ.

Глава 12 АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СВЧ ЦЕПЕЙ

Во многих случаях желательно знать, как влияет изменение значений параметров различных компонентов на характеристики всего устройства. Исследование, которое позволяет получить эти сведения, называется анализом чувствительности цепей [1—3]. По чувствительности линий передачи и других элементов можно судить о том, какие изменения конструктивных параметров влияют на их характеристики. Использование этой информации совместно с анализом чувствительности устройств позволяет определить чувствительность характеристик исследуемых устройств к соответствующим конструктивным параметрам. Характеристики устройств могут быть выражены через S -параметры. Следовательно, чувствительность характеристик может быть получена из чувствительности S -параметров. Например, усиление по напряжению между входами k и i определяется значением коэффициента передачи S_{ik} (который равен $|S_{ik}| e^{-j\varphi_{ik}}$). Чувствительность модуля коэффициента передачи $|S_{ik}|$ относительно параметра x может быть определена следующей формулой [4]:

$$\frac{\partial |S_{ik}|}{\partial x} \operatorname{Re} \left[\frac{|S_{ik}|}{S_{ik}} \frac{\partial S_{ik}}{\partial x} \right] \quad (12.1)$$

где Re означает, что от соответствующего аргумента берется действительная часть. Аналогично чувствительность фазы φ_{ik} коэффициента передачи S_{ik} относительно параметра x определяется формулой

$$\frac{\partial \varphi_{ik}}{\partial x} = - \operatorname{Im} \left[\frac{1}{S_{ik}} \frac{\partial S_{ik}}{\partial x} \right] \quad (12.2)$$

где Im означает, что от соответствующего аргумента берется мнимая часть.

Анализ чувствительности может использоваться также для точного расчета группового времени задержки (ГВЗ). При передаче от входа k к входу i ГВЗ определяется формулой

$$\tau_{ik} = \partial \varphi_{ik} / \partial \omega \quad (12.3)$$

Используя формулу (12.2) выражение для ГВЗ можно представить в виде

$$\tau_{ik} = - \operatorname{Im} \left[\frac{1}{S_{ik}} \frac{\partial S_{ik}}{\partial \omega} \right] \quad (12.4)$$

Итак, точно рассчитать групповое время задержки можно, рассчитав чувствительность параметра рассеяния к частоте.

Как указывалось в гл. 4, расчет чувствительности используется также в некоторых методах оптимизации. Эти методы оптимизации рассматриваются в гл. 18. Для некоторых методов оптимизации (например, для метода Ньютона рассмотренного в разд. 18.2) требуются чувствительности второго порядка. Согласно определению ГВЗ по (12.3) чувствительность второго порядка может также использоваться для определения чувствительности ГВЗ относительно различных конструктивных параметров.

Имеется два метода анализа чувствительности схем. Один из них — метод малых приращений — применим к любым системам. В соответствии с этим методом изменяются отдельные конструктивные параметры устройства и схема анализируется для оценки изменения ее характеристик. Другим методом анализа является метод присоединенных схем. При анализе этим методом исследуется некоторая вспомогательная схема называемая присоединенной. Производные по всем конструктивным параметрам могут быть получены с помощью анализа исходной и соответствующей присоединенной схем.

Если характеристики схемы непосредственно выражены через параметры компонентов, то наряду с двумя упомянутыми методами анализа может использоваться и прямой метод. В этом случае чувствительность может быть получена непосредственным дифференцированием выражений для характеристик схемы.

12.1 МЕТОД МАЛЫХ ПРИРАЩЕНИЙ

Чтобы определить чувствительность функции по какой-либо переменной, необходимо повторно вычислить значение этой функции после изменения значения переменной. Производная функции получается как отношение приращения функции к приращению аргумента. Пусть f есть функция переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$. Частотная производная функции f по переменной x_k может быть рассчитана по приближенной формуле

$$\frac{\partial f}{\partial x_k} \approx \frac{f(x_k + \Delta x_k) - f(x_k - \Delta x_k)}{2\Delta x_k} \quad (12.5)$$

Точность вычисления производной по этой формуле возрастает с уменьшением значения Δx_k . Согласно этому методу последовательно изменяются значения каждой переменной и каждый раз анализируется схема. Таким образом, чтобы определить чувствительность относительно n переменных, необходимо анализировать схему $2n$ раз¹. По

¹ Анализ достаточно проводить $(n+1)$ раз, если производная вместо формулы (12.5) определяется по прямой или обратной формуле Эйлера.

сколько при анализе схемы требуется нахождение обратной матрицы при определении чувствительности больших схем такой вычислительный процесс неэффективен. Другим недостатком этого метода при малых значениях Δx_k является необходимость вычисления в соответствии с формулой (12.5) разности двух близких значений, что может привести к большим погрешностям. Для больших значений Δx_k точность исходной формулы (12.5) ухудшается. Из-за этих недостатков более предпочтительным является метод присоединенных схем.

12.2 МЕТОД ПРИСОЕДИНЕННЫХ СХЕМ [5]

Метод присоединенных схем предполагает проведение анализа исходной схемы и вспомогательной, так называемой присоединенной схемы, которая образуется из исходной схемы. Анализ этих двух схем позволяет определить чувствительность относительно всех переменных схемы. Перед рассмотрением метода присоединенных схем, позволяющего получить чувствительность параметров рассеяния, остановимся на основной теореме. Такой теоремой можно считать теорему Теллеге́на для волновых переменных

12.2.1 ТЕОРЕМА ТЕЛЛЕГЕНА ДЛЯ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Будем считать, что основная схема состоит из многополюсных компонентов. Пусть a и b являются нормированными входными и выходными волновыми переменными всех выводов рассматриваемой схемы. Будем считать, что вспомогательная схема, также состоящая из многополюсных компонентов, имеет нормированные входные и выходные волновые переменные на всех входах α и β . Разобьем эти две схемы на подсхемы так, чтобы выполнялись следующие условия: 1) топологии двух подсхем должны быть идентичными; 2) все выводы должны содержаться внутри подсхем; 3) нормирование на соответствующих выводах двух подсхем производится аналогичным образом. Второе условие означает, что внешние выводы из подсхем исключаются. Пример двух подсхем, удовлетворяющих этим условиям, показан на рис. 12.1. Если a_p и b_p являются входными и выходными волновыми переменными всех выводов внутри подсхем, то они связаны соотношением

$$b = \Gamma_s a \quad (12.6)$$

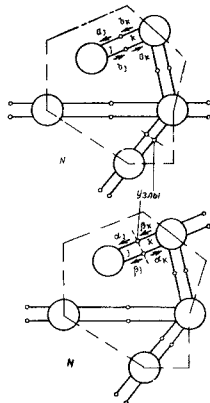
где Γ_s — матрица внутренних соединений, определяемая топологией и нормировкой подсхемы. Метод получения матрицы внутренних соединений рассматривался в подразд. 11.2.1. Согласно принятым здесь условиям соответствующие входные и выходные волновые переменные α_p и β_p во вспомогательной подсхеме связаны той же матрицей внутренних соединений Γ_s :

$$\beta_s = \Gamma_s \alpha \quad (12.7)$$

Используя (12.6) и (12.7) можно показать, что для случая $\Gamma_s = \Gamma^t$

$$b_p^t \alpha_s - a_p^t \beta_s = a_p^t (\Gamma_s^t \alpha_s - \Gamma_s \alpha_s) = 0 \quad (12.8)$$

Рис. 12.1. Пример двух подсхем, удовлетворяющих теореме Теллеге́на



Этот результат имеет силу для любых двух подсхем с одинаковой топологией. Следовательно, он также имеет силу для двух полных схем с одинаковой топологией. Внешние входы полных схем соединяются либо с генераторами либо с нагрузками.

Уравнение (12.8) может быть обобщено для случая двух схем одинаковой топологии с внешними входами. Внутренние входы в обеих схемах удовлетворяют уравнению (12.8)

$$b_p^t \alpha_p - a_p^t \beta_p = 0$$

Отсюда можно записать

$$b_p^t \alpha_p - a_p^t \beta_p = \begin{bmatrix} b_p \\ a_p \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \alpha_p \\ \beta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_p \\ a_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \beta_p \\ \beta_c \end{bmatrix} \quad (12.9)$$

где индексом «р», как и в гл. 11 обозначены волновые переменные внешних входов, а индексом «с» — волновые переменные соединенных внутренних входов

12.2.2 ПРИСОЕДИНЕННАЯ СХЕМА

Будем считать, что основная схема состоит из многополюсных компонентов. Пусть параметр схемы ϕ имеет небольшое отклонение. В СВЧ схемах этим параметром может быть волновое сопротивление, длина линии и др. Рассмотрим влияние изменения параметра ϕ на характеристики многополюсного компонента. Если этот компонент характеризуется матрицей рассеяния S так что

$$b = Sa \quad (12.10)$$

то

$$\frac{\partial b}{\partial \phi} = \frac{\partial S}{\partial \phi} a + S \frac{\partial a}{\partial \phi} \quad (12.11)$$

В выражении (12.9) члены, содержащие a и b , могут быть заменены соответствующими частными производными по ϕ :

$$\frac{\partial b_p^t}{\partial \phi} \alpha_p - \frac{\partial a_p^t}{\partial \phi} \beta_p = \left[\frac{\partial b_p}{\partial \phi} \right]^t \begin{bmatrix} \alpha_p \\ \alpha_c \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial a_p}{\partial \phi} \right]^t \begin{bmatrix} \beta_p \\ \beta_c \end{bmatrix} \quad (12.12)$$

где переменные α и β относятся к вспомогательной схеме описанной в подразд. 12.2.1. В правой части уравнения (12.12) член, связанный с рассматриваемым компонентом может быть записан в виде

$$\alpha \frac{\partial b'_i}{\partial \varphi} - \beta \frac{\partial a'_i}{\partial \varphi} \quad (12.13)$$

Используя формулу (12.11) последнее выражение можно преобразовать к виду

$$\left[a' \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} + \frac{\partial a'_i}{\partial \varphi} S' \right] \alpha - \frac{\partial a'_i}{\partial \varphi} \beta$$

или

$$a \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha - \frac{\partial a'_i}{\partial \varphi} (S \alpha - \beta) \quad (12.14)$$

В этом выражении α и β — входные и выходные волновые переменные соответствующие входам компонента, на которые оказывает влияние параметр φ во вспомогательной схеме, имеющей идентичную топологию с исходной схемой. Если для рассматриваемого компонента определить

$$\beta = S \alpha \quad (12.15)$$

то выражение (12.14) преобразуется к виду

$$a' \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.16)$$

Если все компоненты вспомогательной схемы определены аналогично (12.15), то эта схема, описываемая переменными α и β , называется при соединенной для исходной схемы.

Правая часть уравнения (12.12) может быть преобразована с помощью выражения, аналогичного (12.14) для каждого компонента схемы. Тогда уравнение (12.12) примет вид

$$\frac{\partial b'_p}{\partial \varphi} \alpha_p - \frac{\partial a'_p}{\partial \varphi} \beta_i - \sum a'_i \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha + \sum \frac{\partial a'_i}{\partial \varphi} (S \alpha - \beta_i). \quad (12.17)$$

Так как все компоненты присоединенной схемы определяются уравнением

$$\beta_i = S' \alpha \quad (12.18)$$

то (12.17) преобразуется к уравнению

$$\frac{\partial b'_p}{\partial \varphi} \alpha_p - \frac{\partial a'_p}{\partial \varphi} \beta_p - \sum a'_i \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.19)$$

Обычно изменение параметра φ влияет на характеристики только одного компонента, а характеристики других компонентов остаются неизменными. Для этого случая

$$\frac{\partial b'_p}{\partial \varphi} \alpha_p - \frac{\partial a'_p}{\partial \varphi} \beta_p - a' \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.20)$$

где a , S и α соответствуют компоненту зависящему от φ ; значение $dS/d\varphi$ для других компонентов берется равным нулю. Можно показать, что если изменение параметра φ влияет на характеристики более чем одного компонента, то в правой части уравнения (12.20) должны быть просуммированы члены, соответствующие всем таким компонентам. Например, если определяется чувствительность ГВЗ относительно частоты, то в правой части уравнения (12.20) должны быть просуммированы члены, соответствующие всем частотно-зависимым компонентам схемы.

Если схема согласована по всем внешним входам то производные $\partial a_i / \partial \varphi = 0$. Тогда уравнение (12.20) преобразуется к виду

$$\frac{\partial b'_p}{\partial \varphi} \alpha_i - a \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.21a)$$

или

$$\sum_{k \in E} \alpha_k \frac{\partial b_{ik}}{\partial \varphi} - a \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.21b)$$

где E — множество p внешних входов. Легко видеть, что уравнения (12.21) устанавливает связь между изменениями выходных сигналов на внешних входах и изменениями характеристик компонента, зависящих от изменения φ и, таким образом, определяют чувствительность выходных сигналов относительно φ . Чувствительность относительно других параметров может быть найдена дифференцированием правой части (12.21). Это требует нахождения частных производных подматриц компонентов. Они рассматриваются в следующем подразделе. Чувствительность относительно всех параметров может быть найдена проведением анализа двух схем — исходной и присоединенной. Если компонент удовлетворяет условию взаимности, то $S = S'$ и присоединенная схема содержит исходный компонент. Если все компоненты являются взаимными, то присоединенная схема совпадает с исходной.

Вычисление градиентов. Будем считать, что известна матрица рассеяния схемы, для которой определяется градиент коэффициента S_{ij} . Если $i \neq j$ вносимые потери от входа j к входу i определяются формулой.

$$S_{ij} = b_i a_j \quad (12.22)$$

при условии что все другие члены a_k ($k \neq j$) равны нулю (другими словами, при условии, что j -й внешний вход возбуждается согласованным генератором, а все другие внешние входы нагружены на согласованные нагрузки). Если $a_i = 1$ формулу (12.21b) можно представить в виде

$$\sum_{k \in E} \alpha_i \frac{\partial b_{ik}}{\partial \varphi} - a' \frac{\partial S'_i}{\partial \varphi} \alpha \quad (12.23)$$

Теперь если положить $\alpha = 1$ а все остальные значения $\alpha_i = 0$ $k \in E$ то получим

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial \varphi} = a \frac{\partial S}{\partial \varphi} \alpha, \quad (12.24)$$

где φ — внешний вход в присоединенной схеме возбуждается согласованным генератором а все остальные нагрузки согласованными нагрузками

Градиенты любого коэффициента S_{ij} определяются соответствующим возбуждением исходной и присоединенной схем (как уже говорилось, $a_i = \alpha_i = 1$). Если требуется определить градиент коэффициента отражения от внешнего входа схемы, все компоненты которой удовлетворяют условию взаимности, то присоединенная схема совпадает с исходной и возбуждается тем же способом. Следовательно, в этом случае для вычисления градиента требуется выполнить анализ только один раз.

Анализ присоединенной схемы не требует больших дополнительных затрат. При использовании рассмотренного в подразд. 11.2.1 метода матриц рассеяния соединений матрица W^{-1} в выражении (11.17) преобразуется из матрицы W^{-1} исходной схемы, а для взаимных схем совпадает с матрицей W^{-1} исходной схемы. Матрица W^{-1} присоединенной схемы легко определяется и для получения волновых переменных внутри схемы она умножается на вектор ϵ . Если присоединенная схема анализируется рассмотренным в подразд. 11.2.2 методом многополюсника то $(I - S_{cc})^{-1} S_{cp}$ для присоединенной схемы легко определить из анализа исходной схемы и, используя (11.25), найти волновые переменные внутри схемы для любого возбуждения α_p .

Уже говорилось, что определение чувствительностей для присоединенных схем может быть использовано для получения производных второго порядка матрицы рассеяния схемы по различным параметрам. Для этой цели требуются производные входных волновых переменных на входах относительно параметров схемы. Анализ присоединенной схемы должен быть выполнен несколько раз. Более подробно получение производных второго порядка описано в [5].

12.2.3 СРАВНЕНИЕ С ПРЯМЫМ МЕТОДОМ

Рассмотрим каскадное соединение двух четырехполюсников, показанное на рис. 11.6. Полная S -матрица каскадного соединения записана в (11.8). Будем считать, что возмущение параметра x полностью содержится в компоненте A т.е. изменение параметра x не влияет на характеристики компонента B . Используя (11.8), можно непосредственно записать производную S_{11}^A относительно переменной x

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{11}^{AB}}{\partial x} &= \frac{\partial S_{11}^A}{\partial x} + \frac{S_B \left(S_{12}^A \frac{\partial S_{21}^A}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}^A}{\partial x} S_{21}^A \right)}{(1 - S_{22}^A S_{11}^B)} + \\ &+ \frac{S_{12}^A S_{21}^A (S_{11}^B)^2}{(1 - S_{22}^A S_{11}^B)^2} \frac{\partial S_{22}^A}{\partial x} \end{aligned} \quad (12.25)$$

Если компонент A является взаимным то $S_{21}^A = S_{12}^A$ и формула (12.25) может быть преобразована

$$\frac{\partial S_{11}^{AB}}{\partial x} = \frac{\partial S_{11}^A}{\partial x} + 2 \frac{\partial S_{21}^A}{\partial x} \frac{S_{11}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} + \left[\frac{S_{21}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \right]^2 \frac{\partial S_{22}^A}{\partial x} \quad (12.26)$$

Те же результаты получены далее методом присоединенных схем. Если оба компонента являются взаимными, то присоединенная схема совпадает с исходной. Для получения производной S_{11} обе схемы возбуждаются единственным источником на входе I исходной схемы. Входные волновые переменные двух входов компонента A могут быть найдены с помощью (11.21):

$$a \quad \alpha = \left[1 \quad \frac{S_{21}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \right]^T \quad (12.27)$$

Согласно (12.24) производная S_{11}^{AB} может быть записана в виде формулы

$$\frac{\partial S_{11}^{AB}}{\partial x} = \left[1 \quad \frac{S_{21}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial S_{11}^A}{\partial x} & \frac{\partial S_{21}^A}{\partial x} \\ \frac{\partial S_{12}^A}{\partial x} & \frac{\partial S_{22}^A}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 1 \end{bmatrix} \frac{S_{21}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \quad (12.28)$$

которая после умножения совпадает с (12.26).

Если для компонента B условие взаимности не выполняется, то формула (12.27) остается справедливой и метод присоединенных схем дает тот же результат, что и (12.26).

2.2.4 РАСЧЕТ ГРАДИЕНТОВ ДЛЯ МТОДА ПОДСХЕМ [4 6]

Для нахождения чувствительностей методом присоединенных схем должны быть известны значения волновых переменных на всех входах компонентов, зависящих от исследуемого параметра. При анализе схем методом подсхем (см. в подразд. 11.2.4) в каждый момент времени рассматривается только один компонент и волновые переменные на всех входах компонентов остаются неизвестными. В данном подразделе рассматривается способ, позволяющий получить волновые переменные на всех входах компонентов, при подобном анализе [6]. В этом случае процедура анализа несколько изменяется: каждый компонент добавляется к уже сформированной подсхеме. Производится наращивание схемы путем подключения каждого многополюсного компонента к сформированной ранее подсхеме. Если к одной и той же подсхеме требуется подключить более одного компонента, то для определения того какой из компонентов должен подключаться первым, необходимо пользоваться следующим правилом. Первым должен подключаться тот многополюсник, в результате подключения которого в полученной подсхеме образуется наименьшее число полюсов.

Пусть схема состоит из m многополюсных компонентов. В соответствии с изложенным в процессе анализа для формирования подсхемы

компоненты подключаются один за другим. Обозначим через E_k k -й по порядку компонент, а через Σ_k — подсхему сформированную после соединения k компонентов. Подсхему Σ_k можно представить в виде внутреннего соединения подсхем Σ_{k-1} с компонентом E_k . Волновые переменные $a_e(E_k, \Sigma_{k-1})$ на входах, соединяющих элементы Σ_{k-1} и E_k , могут быть выражены через волновые переменные $a_p(\Sigma_k)$ на входах подсхемы Σ_k . В момент соединения двух подсхем для анализа используется процедура, описываемая формулами (11.36) — (11.44). Выделим подгруппу волновых переменных $a_e(E_k, \Sigma_{k-1})$ из волновых переменных $a_e(E_k)$ и $a_e(\Sigma_{k-1})$ на входах элементов E_k и Σ_{k-1} соответственно. Аналогично выделим подгруппу $a_p(\Sigma_k)$ из волновых переменных $a_p(E_k, \Sigma_{k-1})$ и $a_p(\Sigma_{k-1}, \Sigma_k)$ на входах элементов E_k и Σ_k соответственно. Тогда можно записать

$$\begin{bmatrix} a_p(E_k, \Sigma_k) \\ a_p(\Sigma_k, \Sigma_k) \end{bmatrix} = P_k a_p(\Sigma_k) \quad (12.29)$$

где P_k — квадратная матрица, состоящая из единиц и нулей, которая необходима для перегруппировки переменных в $a_p(\Sigma_k)$.

Согласно (11.44) можно выразить $a_e(E_k, \Sigma_{k-1})$ через $a_p(\Sigma_k)$

$$a_e(E_k, \Sigma_{k-1}) \begin{bmatrix} a_e(E_k) \\ a_e(\Sigma_{k-1}) \end{bmatrix} R_k \begin{bmatrix} a_p(E_k, \Sigma_k) \\ a_p(\Sigma_k, \Sigma_k) \end{bmatrix} R_k P_k a_p(\Sigma_k), \quad (12.30)$$

где R_k выражается через подматрицы (11.44)

Целью здесь является выражение волновых переменных внутри схемы N через волновые переменные на внешних входах. Чтобы этого достигнуть, воспользуемся выражением (12.30) для получения волновых переменных между E_m и Σ_{m-1} , затем используем их для получения волновых переменных между E_{m-1} и Σ_{m-2} и т. д. Волновые переменные на входах, соединяющих элементы E_m и Σ_{m-1} найдем на основании (12.30) (при $k = m$)

$$\begin{bmatrix} a_e(E_m) \\ a_e(\Sigma_{m-1}) \end{bmatrix} R_m \begin{bmatrix} a_p(E_m, \Sigma_m) \\ a_p(\Sigma_{m-1}, \Sigma_m) \end{bmatrix} = R_m P_m a_p(\Sigma_m) \quad (12.31)$$

Внешние входы Σ_{m-1} состоят из внешних входов Σ_m , одновременно являющихся входами Σ_{m-1} и входов, соединяющих элементы Σ_{m-1} и E_m входящих в состав входов Σ_{m-1} . Это показано на рис. 12.2. Так, $a_p(\Sigma_{m-1})$ состоит из $a_p(\Sigma_{m-1}, \Sigma_m)$ и $a_e(\Sigma_{m-1})$:

$$a_p(\Sigma_{m-1}) = \begin{bmatrix} a_p(\Sigma_{m-1}, \Sigma_m) \\ a_e(\Sigma_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (12.32)$$

Получить $a_p(E_{m-1}, \Sigma_m)$ можно из $a_p(\Sigma_m)$ вычеркиванием строк, соответствующих элементам, не поступающим на Σ_{m-1} . Аналогично переменные $a_e(\Sigma_{m-1})$ могут быть получены из правой части (12.31) вычеркиванием строк $(R_m P_m)$, соответствующих входам не поступающим на Σ_{m-1} . Обозначим операцию вычеркивания строк знаком $|_{m-1}$.

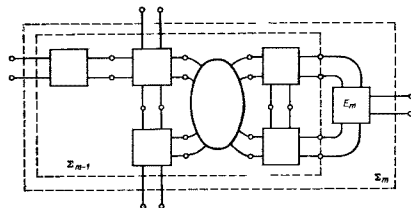


Рис. 12.2 Внутреннее соединение подсхемы Σ_{m-1} с элементом E_m

Тогда из (12.31) и (12.32) имеем

$$a_j(\Sigma_{m-1}) = \begin{bmatrix} I(n) |_{m-1} \\ (R_m P_m) |_{m-1} \end{bmatrix} a_p(\Sigma_m) \quad (12.33a)$$

где $I(n)$ — единичная матрица, имеющая размер n равный числу внешних входов схемы. Уравнение (12.33a) может быть переписано в виде

$$a_j(\Sigma_{m-1}) = T_{m-1} a_j(\Sigma_m) \quad (12.33b)$$

где

$$T_{m-1} = \begin{bmatrix} I(n) |_{m-1} \\ (R_m P_m) |_{m-1} \end{bmatrix} \quad (12.34)$$

Чтобы продолжить обратную подстановку необходимо перегруппировать переменные в $a_p(\Sigma_{m-1})$ в подгруппы $a_p(E_{m-1}, \Sigma_{m-1})$ и $a_p(\Sigma_{m-2}, \Sigma_{m-1})$. Продолжая так же как и ранее получаем

$$a_e(E_{m-1}, \Sigma_{m-2}) = T_{m-1} P_{m-1} a_p(\Sigma_m) \quad (12.35)$$

что дает

$$a_j(\Sigma_{m-2}) = \begin{bmatrix} T_{m-1} |_{m-2} \\ (R_{m-1} P_{m-1} T_{m-1}) |_{m-2} \end{bmatrix} a_p(\Sigma_m) = T_m a_p(\Sigma_m) \quad (12.36)$$

Следовательно для произвольного k

$$a_p(\Sigma_k) = T_k a_p(\Sigma_m) \quad (12.37a)$$

где

$$T_k = \begin{bmatrix} T_{k+1} |_k \\ (R_{k+1} P_{k+1} T_{k+1}) |_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(n) |_k \\ (R_m P_m) |_k \\ (R_{m-1} P_{m-1} T_{m-1}) |_k \\ \vdots \\ (R_{k+1} P_{k+1} T_{k+1}) |_k \end{bmatrix} \quad (12.37b)$$

$$a_e(E_k, \Sigma_{k-1}) = R_k P_k T_k a_p(\Sigma_k) \quad (12.38)$$

В конце процесса обратной подстановки (т. е. когда $k = 1$) все падающие волны на всех компонентах можно записать совместно

$$\begin{bmatrix} a(E_m \Sigma_{m-1}) \\ a_c(E_{m-1} \Sigma_{m-2}) \\ a_c(E_2 E_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_m P_m \\ R_{m-1} P_{m-1} T_{m-1} \\ R_2 P_2 T_2 \end{bmatrix} a_j(\Sigma_m) \quad (12.39)$$

Итак с помощью некоторых дополнительных вычислений волновые переменные на всех внутренних входах выражены через волновые переменные на внешних входах схемы.

Пример. Применим описанную процедуру к схеме, приведенной на рис. 11.13а. Эта схема повторена на рис. 12.3 на котором буквами $E_1 \dots E_6$ обозначена последовательность подключения компонентов к подсхеме. Число компонентов $m = 6$, а число внешних входов $l = 2$.

После соединения Σ_5 и E_6 имеем

$$[a_1 a_2 a_{11}]^T = R_6 P_6 [a_1 a_2]$$

или

$$\begin{bmatrix} a \\ 1 \\ a_{12} \\ a_{13} \end{bmatrix} R_6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_{14} \end{bmatrix} \quad (12.40)$$

где P_6 — единичная матрица, R_6 — матрица размером 4×2 , полученная из подматрицы в соответствии с (11.44). Из (12.40) можно получить $(a_2 a_{11})^T$ путем вычеркивания двух последних строк из $R_6 \times P_6$, что соответствует операции I_5 . Таким образом, имеем

$$a_j(\Sigma_5) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_7 \\ a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (R_6 P_6) I_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_{14} \end{bmatrix} \quad (12.41)$$

где первая строка матрицы в правой части выражения (12.41) олучена операцией I_5 на единичной матрице. Следовательно, имеем

$$T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (R_6 P_6) I_5 \end{bmatrix} \quad (12.42)$$

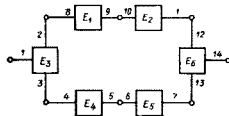


Рис. 12.3. Пример схемы, анализируемой методом подходов, модифицированным для вычисления градиента

и

$$a_p(\Sigma_4) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_8 \\ a_{11} \end{bmatrix} T_4 \begin{bmatrix} a_1 \\ a_{14} \end{bmatrix} \quad (12.45a)$$

де

$$T_4 = \begin{bmatrix} T_5 I_4 \\ R_5 P_5 T_5 I_4 \end{bmatrix} \quad (12.45b)$$

Продолжая аналогичные операции можно олучить волновые переменные всех внутренних входов.

12.3 ПРОИЗВОДНЫЕ МАТРИЦ РАССЕЯНИЯ

В этом разделе будут получены частные производные S -матриц (dS/dq_i) для некоторых типовых элементов. Для получения этих производных используются инварианты чувствительности S -матриц, являющиеся предметом рассмотрения следующего подраздела.

12.3.1. ИНВАРИАНТЫ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ S МАТРИЦ [7]

Существуют некоторые инварианты чувствительности для схем состоящих из сосредоточенных резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов, однородных линий передачи и управляемых источников. Эти инварианты чувствительности для S матриц получены путем первоначального рассмотрения инвариантов чувствительности для Z матриц. С учетом присоединенной схемы N теореме Теллегена можно записать в виде

$$\sum v_c i_c - \sum v_p i_p \quad (12.46)$$

где v_p — соответственно напряжения на внутренних и внешних входах исходной схемы; i_c, i_i — токи в соответствующих входах присоединенной схемы. Нормированная чувствительность элемента (i, j) подной матрицы сопротивлений относительно параметра p_k содержится в элементе матрицы сопротивлений Z_c

$$-\frac{\partial Z_{ij}}{\partial p_k} = -I_B \frac{\partial Z_p}{\partial p_k} I_B \quad (12.47)$$

где I_B — токи входов компонента для присоединенной и исходной схем соответственно. Здесь предполагается, что исходная схема возбуждается единичным током источника на входе j , присоединенная схема возбуждается единичным током источника на входе i , а все остальные входы обеих схем разомкнуты.

Переменные отдельных компонентов обозначаются следующим образом: $R_i, L_i, D_i = 1/C_i$ — соответственно для резисторов, катушек индуктивности конденсаторов с сосредоточенными параметрами; Z_i — для волновых сопротивлений однородных линий передачи и r_{mi} — для

сопротивления передачи источников напряжения в управляемых током Итак, положим

$$\{z\} = \{R, L, D, Z, r_{m1}\} \quad (12.48)$$

Если p_k является одним из параметров, перечисленных в (12.48), то компонент, который его содержит, описывается однородной матрицей сопротивлений первой степени. Другими словами, если p_k содержится в Z_e то

$$p_k \frac{\partial Z_e}{\partial p_k} \cdot \partial p_k = Z_e \quad (12.49a)$$

а если p_k не содержится в Z то

$$p_k \frac{\partial Z_e}{\partial p_k} = 0 \quad (12.49b)$$

Из (12.49a) и (12.47) следует, что если p_k содержится в Z то

$$p_k \frac{\partial Z_{ij}}{\partial p_k} = i_B^T Z_e i_B - i_B^T v_B \quad (12.50)$$

Суммируя по всем параметрам p_k записанным в (12.48) получаем

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial Z_{ij}}{\partial p_k} = \sum_e v_e i_e \quad (12.51)$$

или с учетом (12.46) записываем

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial Z_{ij}}{\partial p_k} = \sum_p v_i i_j \quad (12.52)$$

Так как присоединенная схема возбуждается единичным током источника i с внешнего входа i , а все остальные внешние входы разомкнуты, то правая часть уравнения (12.52) равна v_i . С другой стороны, поскольку исходная схема возбуждается током источника в виде единичной ступенчатой функции с внешнего входа i , а все остальные входы разомкнуты то

$$\sum_p v_p i_p = v_i \quad Z_{ij} i_j \quad Z_i \quad (12.53)$$

Из (12.52) и (12.53) следует, что

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial Z_{ij}}{\partial p_k} = Z_{ij} \quad (12.54)$$

Так как обозначения (i, j) были выбраны произвольно, то

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial Z}{\partial p_k} = Z \quad (12.55)$$

Из (12.54) следует

$$\sum_{p_k} \frac{p_k}{Z_i} \frac{\partial Z_{ji}}{\partial p_k} = 1 \quad (12.56)$$

Сумма нормированных чувствительностей равна единице независимо от значений Z_{ij} . Как уже говорилось, если матрицы сопротивлений компонентов являются однородными первой степени относительно параметров сопротивлений (12.48), то согласно (12.49) полная Z -матрица характеризуется теми же свойствами.

Чтобы получить инварианты чувствительности для S -матрицы схемы, выразим S через Z согласно (2.36) и после дифференцирования запишем

$$\frac{\partial S}{\partial p_k} = 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| (Z - Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} (Z + Z_0)^{-1} \right| \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| \quad (12.57)$$

Производная суммирования $p_k (dS/dp_k)$ по всем p_k , определенным согласно (12.48) (за исключением нормирующих сопротивлений Z_0 , всех входов), имеет

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial S}{\partial p_k} = 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| (Z - Z_0)^{-1} \sum_{p_k} p_k \frac{\partial Z}{\partial p_k} (Z + Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| \quad (12.58)$$

или с учетом (12.55)

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial S}{\partial p_k} = 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| (Z - Z_0)^{-1} Z (Z - Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial p_k} \right| = \frac{1}{2} (I - S^2) \quad (12.59)$$

где S^2 — произведение S на себя и единичную матрицу I .

Заметим, что в (12.58) не производится суммирования по нормирующим сопротивлениям. Если суммирование производится по всем нормирующим сопротивлениям, то

$$\begin{aligned} \sum_{Z_0} Z_0 \frac{\partial S}{\partial Z_0} &= 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| (Z + Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| + 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| (Z - Z_0)^{-1} Z (Z + Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| - 2 \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| (Z + Z_0)^{-1} Z (Z + Z_0)^{-1} \left| \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right| - \frac{1}{2} (S^2 - I) \end{aligned} \quad (12.60)$$

Из (12.59) и (12.60) следует, что если производить суммирование по всем параметрам в $\{z\}$ так же, как по всем Z_0 , то получим

$$\sum_{p_k} p_k \frac{\partial S}{\partial p_k} = 0 \quad (12.61)$$

где p_k — параметры в $\{Z\}$, включая и нормирующие сопротивления. Можно показать, что p_k могут являться также соответствующими параметрами проводимости, и в этих случаях правая часть выражения (12.59) отрицательна. Отсюда сумма чувствительностей относительно всех $\{z\}$ или $\{y\}$ параметров схемы, включая нормирующие сопротивления или проводимости для любых схем равна нулю.

¹ Используется общая формула

$$\frac{\partial}{\partial x} A^{-1} = -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial x} A^{-1}$$

12.3.2. ПРОИЗВОДНЫЕ S-МАТРИЦ ДЛЯ ТИПИЧНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Рассмотренные инварианты производных могут использоваться и для отдельных компонентов. В основном компоненты зависят только от одного параметра из $\{z\}$ или дуального к нему из $\{y\}$. В этом случае из (12.59) получим

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = \frac{1}{2\varphi} (I - S^2) \quad (12.62a)$$

(где φ — параметр из $\{z\}$)

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = \frac{1}{2\varphi} (S^2 - I) \quad (12.62b)$$

(где φ — параметр из $\{y\}$). Рассмотрим для примера последовательное сопротивление Z включенное между двумя линиями передачи с волновым сопротивлением Z_0 . Для такого соединения S-матрица (см. Приложение 2 I) имеет вид

$$S = \frac{1}{(Z + 2Z_0)} \begin{bmatrix} Z & 2Z_0 \\ 2Z_0 & Z \end{bmatrix} \quad (12.63)$$

Чувствительность может быть записана в виде

$$\frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{1}{2Z} (I - S^2) = \frac{2Z_0}{(Z + 2Z_0)^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12.64)$$

Это выражение совпадает с выражением, полученным непосредственным дифференцированием. Так как нормирование с обоих входов осуществляется по Z_0 , то производная dS/dZ_0 может быть получена из (12.60):

$$\frac{\partial S}{\partial Z_0} = \frac{1}{2Z_0} (S^2 - I) = -\frac{2Z}{(Z + 2Z_0)^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12.65)$$

Это же выражение можно получить и непосредственным дифференцированием. Следовательно, если компонент зависит только от одного параметра из $\{z\}$ или $\{y\}$, то для получения производной матрицы рассеяния может использоваться формула (12.62a) или (12.62b). Если нормирующее сопротивление Z_{ni} одинаково для всех входов компонента, то

$$\frac{\partial S}{\partial Z_{ni}} = \frac{1}{2Z_{ni}} (S^2 - I) \quad (12.66a)$$

$$\frac{\partial S}{\partial Y_{ni}} = \frac{1}{2Y_{ni}} (I - S^2) \quad (12.66b)$$

где Y_{ni} — волновая проводимость каждого из входов компонента. В тех случаях, когда нормирующие сопротивления различны для различных входов компонента, производные S-матрицы относительно нормирующих сопротивлений могут быть получены непосредственным дифференцированием. Производные S-матриц для некоторых типичных компонентов приведены в Приложении 12.1. Производные S-матриц других компонентов, S-матрицы которых приведены в приложении 2.1, могут быть получены по формулам (12.62) и (12.66)

12.4 ПРИМЕР РАСЧЕТА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЕЙ

Найдем чувствительность коэффициента отражения двухзвенного трансформатора сопротивлений с максимально плоской характеристикой (рис. 12.4a). Чтобы не усложнять пример, влияние реактивных неоднородностей учитывать не будем. Для определения градиента воспользуемся методом присоединенных схем. Представим схему в виде каскадного соединения четырехполюсников, как показано на рис. 12.4 б. Параметром, представляющим интерес, является коэффициент отражения от входа. Все компоненты в рассматриваемой схеме являются взаимными, и поэтому присоединенная схема совпадает с исходной. Производные S_{11} следует получить относительно волновых сопротивлений линий Z_1 и Z_2 .

Для получения производных S_{11} предполагаем, что обе схемы — исходная и присоединенная — возбуждаются на входах I согласованными источниками амплитуды которых равны единице, а к входам 2 подключаются согласованные нагрузки. Анализ схемы на центральной частоте дает нормированные волновые переменные, показанные на рис. 12.5a. Изменение Z_1 или Z_2 влияет на S-матрицы двух скачков волновых сопротивлений на обоих концах отрезка линии Z_1 или Z_2 . Матрицы рассеяния компонентов, называемых единичными линиями, не зависят от изменения Z_1 или Z_2 . Нормированные волновые переменные в плоскостях трех скачков волновых сопротивлений, на которые оказывает влияние сопротивление Z_1 или Z_2 , показаны на рис. 12.5б.

Схема согласована с обоими внешними входами, следовательно, $\partial a_p / \partial \varphi = 0$ и (12.21) остается в силе. Так как изменение волнового сопротивления линии оказывает влияние на S-матрицы двух компонентов схемы, то для нахождения про

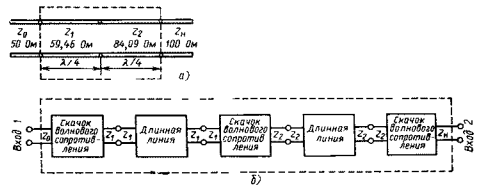


Рис. 12.4. Схема двухзвенного четвертьволнового трансформатора (а) и ее представление в виде каскадного соединения четырехполюсников (б)

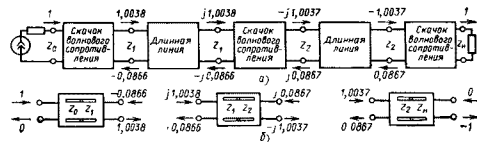


Рис. 12.5. Значения волновых переменных схемы, приведенной на рис. 12.4 а) и для трех скачков трансформатора волнового сопротивления (б)

изводной член α ($\partial S/\partial \epsilon_r$) α в правой части формулы (12.24) должен суммироваться по этим двум компонентам.

На основании формулы, приведенной в Приложении 12.1 (п. 2 при $Z = 0$) получены четыре матрицы, соответствующие $\partial S/\partial \epsilon_r$

$$\frac{\partial S_{c1}}{\partial Z_1}, \frac{\partial S_{c1}}{\partial Z_2}, \frac{\partial S_{c2}}{\partial Z_1}, \frac{\partial S_{c2}}{\partial Z_2}$$

Поставляя эти результаты и значения волновых переменных (казалось бы, рис. 12.5б, в формулу (12.24), получаем

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial Z_1} = a^t_1 \frac{\partial S^t_1}{\partial Z_1} \alpha = a^t_2 \frac{\partial S^t_2}{\partial Z_1} \alpha_{c2}$$

или

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial Z_1} \begin{bmatrix} 1 & -0.0866 \\ -0.0007 & -0.0083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.0866 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.001 \\ 0.001 & -0.0057 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0038 \\ 0.0867 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.0866 \end{bmatrix} = 0.016642$$

Аналогично

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial Z_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0038 \\ 0.0037 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.001 \\ 0.001 & -0.0057 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0038 \\ 0.0867 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0.0005 \\ 0.0005 & 0.0059 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0037 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.011823$$

Эти значения $\partial S_{11}/\partial Z_1$ и $\partial S_{11}/\partial Z_2$ могут использоваться для оптимизации или для анализа допусков. Если рассматриваемая схема реализуется на полосковых линиях, изменение диэлектрической постоянной подложки можно учесть следующей формулой

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial \epsilon_r} = \frac{\partial S_{11}}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial \epsilon_r} + \frac{\partial S_{11}}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial \epsilon_r}$$

где ϵ_r — относительная диэлектрическая постоянная подложки, которая считается однородной. Здесь предполагается, что сопротивления Z_0 и Z_N не зависят от параметров подложки.

12.5 ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ БОЛЬШИХ ОТКЛОНЕНИЯХ [8]

Результат расчета чувствительностей характеристик схемы может использоваться для расчета изменений характеристик, вызванных малыми возмущениями ее параметров. Эта информация используется в процессе оптимизации схем и при расчете допусков. Однако при расчете допусков, если отклонения параметров от номиналов оказываются не очень малы, изменения характеристик, полученные на основе данных о чувствительности, будут определены неточно, так как в этом методе членами высших порядков пренебрегают. Однако при больших отклонениях также желательно получить характеристики схемы. В этом разделе описывается приближенный метод анализа схемы при больших отклонениях параметров, который требует меньших вычислительных затрат, чем при повторном анализе схемы.

Рассмотрим схему, состоящую из m компонентов, включая независимые генераторы. Анализ будем производить с помощью матриц рассеяния соединений (см. подразд. 11.2.1). Волновые переменные будем использовать

$$b = Sa + c$$

$$b = -Ga$$

$$a = (I - S)^{-1} c$$

Теперь предположим, что в схеме подвергается возмущению параметр f , что является причиной изменения S -матрицы k -го компонента от S_k до S_k^* . Если изменяемый параметр не оказывает влияния ни на один из элементов c , то уравнение (12.70) для возмущенной схемы может быть преобразовано к виду

$$b^* = S^* a^* + c$$

где звездочкой обозначены переменные, соответствующие возмущенной схеме. Для k -го компонента формула (12.70) приобретает вид

$$b_k^* = S_k^* a_k^* + c_k$$

Пусть

$$S_k^* = S_k + \Delta S$$

Тогда формула (12.74) может быть переписана

$$b_k^* = S_k a_k^* + \Delta S_k a_k^* + c_k = S_k a_k^* + (c_k + \Delta c_k)$$

где

$$\Delta c_k = \Delta S_k a_k^*$$

Таким образом, возмущенный компонент представляется в виде не возмущенного компонента с дополнительными волнами на его входах. Волновые переменные a^* на всех входах компонента теперь могут быть записаны в виде

$$a^* = (I - S)^{-1} c^*$$

где

$$c^* = c + \Delta c$$

Из (12.78) и (12.79) имеем

$$a^* = (I - S)^{-1} c + (I - S)^{-1} \Delta c$$

или с учетом (12.72)

$$a^* = a + (I - S)^{-1} \Delta c$$

Так как возмущенным параметром влияет только на характеристики k -го компонента, то Δc имеет ненулевое значение только для строк соответствующих входов k -го компонента. Если k -й компонент имеет p входов $k_1, k_2, \dots, k_n$, то формула (12.81) может быть записана в виде

$$a^* = a + (I - S)^{-1} \begin{pmatrix} 1, \dots, N \\ k_1, \dots, k_n \end{pmatrix} \Delta c_k$$

где индекс

$$\left(\begin{matrix} m, \dots, n \\ p, \dots, q \end{matrix} \right)$$

обозначает уменьшение матрицы до элементов строк $m, \dots, n$ и столбцов $p, \dots, q$. Для рассматриваемого случая в матрице $(\Gamma - S)^{-1}$ выражения (12.82) удерживаются только столбцы, соответствующие входам k го компонента. В выражении (12.82) a^* содержит входящие волновые переменные на входах всех компонентов. Входящие волновые переменные на входах k -го компонента содержатся в строках $k_1, \dots, k_n$ матрицы a^* . Следовательно, можно записать равенство

$$a^* = a_k + (\Gamma - S)^{-1} \left(\begin{matrix} k_1, & \dots, & k_n \\ k_1, & \dots, & k_n \end{matrix} \right) \Delta S_k \quad (12.83)$$

умножая обе части которого на ΔS_k , получаем

$$\Delta S_k = \Delta S_k a_k + \Delta S_k (\Gamma - S)^{-1} \left(\begin{matrix} k_1, & \dots, & k_n \\ k_1, & \dots, & k_n \end{matrix} \right) \Delta S_k. \quad (12.84)$$

Отсюда можно получить ΔS_k .

$$\Delta S_k = [I - \Delta S_k (\Gamma - S)^{-1} \left(\begin{matrix} k_1, & \dots, & k_n \\ k_1, & \dots, & k_n \end{matrix} \right)]^{-1} \Delta S_k a_k \quad (12.85)$$

где I — единичная матрица размера n .

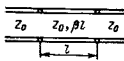
Полученное значение S_k можно подставить в формулу (12.82), что бы получить входные волновые переменные всех входов компонентов схемы.

Согласно (12.85) требуется обращение матрицы только размера n и следовательно, дополнительные вычислительные затраты при больших изменениях чувствительности невелики. Здесь следует отметить что если возмущение параметра оказывает влияние на более чем один компонент, то ΔS имеет ненулевые значения в строках, соответствующих входам всех этих компонентов. Приведенное ранее обсуждение в этом случае действительно, за исключением того, что размеры обращаемой матрицы должны теперь быть увеличены. Это равносильно суммированию числа входов всех подверженных влиянию компонентов.

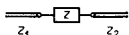
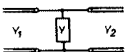
Различные аспекты анализа чувствительности, рассмотренного в этом разделе, лежат в основе анализа допусков рассматриваемого в гл. 13, и оптимизации рассматриваемой в гл. 18.

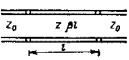
ПРИЛОЖЕНИЕ 12.1

ПРОИЗВОДНЫЕ МАТРИЦ РАССЕЯНИЯ НЕКОТОРЫХ ТИПИЧНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Элемент	Переменный параметр	Производная S матрица
1 Отрезок линии передачи	l	$-j\beta \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{bmatrix}$
		

Продолжение прил. 12.1

Элемент	Переменный параметр	Производная S матрица
Последовательное сопротивление	a) Z	$\frac{2}{D_s^2} \begin{bmatrix} Z_1 & \sqrt{Z_1 Z_2} \\ \sqrt{Z_1 Z_2} & Z_2 \end{bmatrix}$
	б) Z	$\frac{1}{D_s^2} \begin{bmatrix} 2(Z_1 + Z_2) & (Z_1 - Z_2) \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} \\ (Z_1 + Z_2) \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} & 2(Z_1 - Z_2) \end{bmatrix}$
Параллельная проводимость	а) Y	$\frac{2}{D_s^2} \begin{bmatrix} Y_1 & \sqrt{Y_1 Y_2} \\ \sqrt{Y_1 Y_2} & Y_2 \end{bmatrix}$
	б) Y	$\frac{1}{D_s^2} \begin{bmatrix} 2(Y_1 + Y_2) & (Y_1 - Y_2) \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}} \\ (Y_1 + Y_2) \sqrt{\frac{Y_1}{Y_2}} & 2(Y_1 - Y_2) \end{bmatrix}$
где $D_s = Z_1 + Z_2$ для S и $D_s = Y_1 + Y_2$ для Y		
Идеальный трансформатор	n	$\frac{2}{(n^2 + 1)^2} \begin{bmatrix} 2n & 1 - n^2 \\ 1 - n^2 & 2n \end{bmatrix}$
		
Соединение трех линий передачи	Y	$\frac{1}{D_s^2} \begin{bmatrix} 2(Y_2 + Y_3) & (Y_2 + Y_3 - Y_1) \sqrt{\frac{Y_3}{Y_1}} \\ (Y_2 + Y_3 - Y_1) \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}} & -2 \sqrt{Y_2 Y_3} \\ (Y_2 - Y_1 - Y_3) \sqrt{\frac{Y_3}{Y_1}} & 2 \sqrt{Y_2 Y_1} \\ (Y_2 - Y_1 - Y_3) \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}} & 2 \sqrt{Y_3 Y_1} \end{bmatrix}$
		

Элемент	Переменный параметр	Производная S матрицы	
i) Отрезок линии передачи с волновым сопротивлением Z_0, включенный в разрыв линии передачи с волновым сопротивлением Z 	a) l где $Q = (Z_0 - Z)/(Z_0 + Z)$, $R = -j\beta \operatorname{Re}^{-j\beta l} 1 - Q^2 e^{-2j\beta l} ^2$ $P = 4ZZ_0/(Z + Z_0)^2$		
	б) l	$\frac{1}{2Z} \begin{bmatrix} S^2 + T^2 - 1 & 2ST \\ 2ST & S^2 + T^2 - 1 \end{bmatrix}$	
	в) Z_0	$\frac{1}{2Z_0} \begin{bmatrix} S^2 - T^2 & 1 - 2ST \\ 2Z_0 & S^2 + T^2 - 1 \end{bmatrix}$	
	где $S = j(Z^2 - Z_0^2) \sin \beta l / 4Z_0$, $T = 2ZZ_0 D$, $D = 2ZZ_0 \cos \beta / (j(Z^2 - Z_0^2) \sin \beta)$		

* З и производные матриц рассеяния получены с помощью соотношений (12-62) (2-66)

* 3 и производные матриц рассеяния получены с помощью соотношений (12.62) (2.66)

Глава 13

АНАЛИЗ ДОПУСТИМЫХ ОТКЛОНЕНИЙ

Существенную роль в автоматическом проектировании устройств имеет анализ допустимых отклонений [1—3]. Разрабатываемое устройство должно иметь определенные заданные характеристики. По этому желательно изучить влияние неточностей режима компонента на характеристики устройства. Неточности параметров вызваны допусками изготовления, приближениями моделирования и погрешностями измерения. Влияние отклонений параметров на характеристики устройства обычно определяется методами анализа допустимых отклонений, рассматриваемых в настоящей главе. Для этого при исследовании устройства должны быть известны возможные отклонения конструктивных параметров.

Существуют два подхода к анализу допустимых отклонений: анализ наихудшего сочетания допусков и статистический анализ. В первом случае определяется влияние наихудшего сочетания допусков всех параметров на характеристики устройства. При этом необходимо определить отклонения параметров, которые приводят к максимальному суммарному изменению характеристик. Устройства могут быть разработаны таким образом, чтобы даже в наихудшем случае их характеристики отвечали заданным требованиям. Это строгое требование предъявляется при разработке высоконадежных систем, когда устройство входящее в систему, должно удовлетворять заданным требованиям в наихудших условиях. В условиях массового производства такое устройство является неэкономичным.

При статистическом анализе требуются не только знание отклонений значений параметров, но и информация об их статистическом распределении в пределах допусков. Эта информация используется для определения вероятности того, что устройство будет соответствовать заданным требованиям. Анализ применяется для устройств, которые выпускаются большими партиями, и позволяет получить оценку выхода годных (процент устройств, отвечающих заданным требованиям). Анализ допустимых отклонений можно также использовать для распределения допусков по различным компонентам [4—6].

13.1 АНАЛИЗ НАИХУДШЕГО СЛУЧАЯ

С помощью анализа наихудшего случая на основании заданных областей значений каждого конструктивного параметра можно определить области значений эксплуатационных характеристик. Области значений конструктивных параметров определяются их допусками.

Метод анализа. Пусть эксплуатационные параметры схемы u_i зависят от конструктивных параметров p_j . Эта зависимость может быть выражена в функциональной форме

$$u_i = f(p) \quad (13.1)$$

где

$$u_i = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}^T \quad (13.2)$$

$$p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}^T; \quad (13.3)$$

i — знак транспонирования. Определим допустимые отклонения параметров p_j и u_i в виде областей значений этих переменных, т. е.

$$p_j^- \leq p_j \leq p_j^+ \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (13.4)$$

$$u_i^- \leq u_i \leq u_i^+ \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (13.5)$$

Теперь задача анализа допустимых отклонений в наихудшем случае сводится к определению с помощью (13.1) значений u_i^- и u_i^+ для всех i при заданных значениях p_j^- и p_j^+ для всех j . Номинальные значения параметров p_j , отклонения которых рассматриваются, обозначим через p_j^0 . Отклонение эксплуатационного параметра u_i можно выразить через отклонения параметров p_j :

$$\delta u_i = - \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial p_j} \right) \bigg|_{p_j^0} \delta p_j \quad (13.6)$$

где

$$\delta p_j = p_j - p_j^0 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (13.7)$$

Значение производной $\partial u_i / \partial p_j$ в выражении (13.6) находится при анализе значения чувствительности. Для определения отклонения u_i , соответствующего наихудшему случаю, необходимо найти максимальные значения величин в правой части выражения (13.6). Наибольшее изменение u_i можно получить из (13.6), если принять p_j в выражении (13.7) равным p_j^- или p_j^+ в зависимости от знака производной $\partial u_i / \partial p_j$. Значение

δu_j получается наибольшим положительным если знаки δp_j и du_j/dp_j совпадают при всех j и наибольшим отрицательным если их знаки противоположны.

Если отклонение параметра p_j достаточно велико, то его вклад в δu_j оказывается иным, чем при рассмотренных малых отклонениях. Чтобы оценить этот вклад, первоначально, как и при малых отклонениях, будем считать, что знаки δp_j и du_j/dp_j совпадают. Затем в соответствии с результатами предыдущей главы (разд. 12.5) найдем значение u_j для двух значений аргумента p_j , равных $p_j^0 + \delta p_j$. Разность между этими двумя значениями u_j и является вкладом большого изменения параметра p_j в изменение u_j . Другой способ исследования заключается в проведении повторного анализа схемы для значения параметра p_j^0 или p_j^1 в зависимости от знака производной du_j/dp_j . Этот способ удобен тогда, когда многие параметры имеют большие допустимые отклонения.

Чаще всего описанный метод может использоваться для получения значений параметров, соответствующих наилучшему случаю. Однако если эксплуатационный параметр u_j выражается через векторную величину (например, КСВН выражается через комплексное значение коэффициента отражения), то описанная методика может дать неудовлетворительные результаты. Например, производная КСВН входа по параметру p_j на основании выражения (12.1) может быть записана в виде

$$\frac{\partial (\text{КСВН})}{\partial p_j} = \frac{2|S_{11}|}{(|S_{11}|)^2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{S_{11}} \frac{\partial S_{11}}{\partial p_j} \right\} \quad (13.8)$$

и для получения значения КСВН в наилучшем случае можно воспользоваться формулой (13.6). Однако этот метод приводит к неудовлетворительным результатам. Более точные результаты могут быть получены, если максимальные и минимальные значения параметра S_{11} находятся по рассматриваемой далее общей методике. Затем по этим значениям можно найти КСВН в наилучшем случае. Далее будет описан алгоритм определения минимального и максимального значений амплитуды векторного эксплуатационного параметра u .

Наихудшие значения векторных эксплуатационных параметров. Предположим, что для каждого конструктивного параметра отклонения в отрицательную и положительную сторону одинаковы. Это означает, что

$$p_j + \delta p_j = 2p_j \quad \text{для любого } j \quad (13.9)$$

Верхний и нижний пределы параметра p_j отличаются от номинала на одинаковые значения. В алгоритме, который будет приведен, используется отклонение эксплуатационного параметра δu_j , вызванное отклонением параметра p_j . Приращение δu_j можно записать в виде

$$\delta u_j = \left. \frac{\partial u_j}{\partial p_j} \right|_{p_j^0} (p_j^1 - p_j^0), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (13.10)$$

В общем случае имеем

$$u = u^0 + \sum_{j=1}^n \mu_j \delta u_j \quad (13.11)$$

где $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ — коэффициенты характеризующие конкретную рассматриваемую модель; u^0 — номинальное значение эксплуатационного параметра u . Коэффициенты μ_j принимаем значения от -1 до $+1$ т.е.

$$-1 \leq \mu_j \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (13.12)$$

Требуется найти максимальное и минимальное значения модуля u из области возможных значений, определенной выражениями (13.11) и (13.12).

Вычисление наилучшего максимального значения. Задача нахождения максимального значения u относительно проста, так как в этом случае значения μ в выражении (13.11) могут быть равными только $+1$ или -1 . Эту задачу можно переформулировать следующим образом. дано номинальное значение u^0 и приращения δu_j ; требуется для каждого δu_j определить, следует ли значение прибавить или вычитать, чтобы получить максимальное значение $u_{\max}$ (т.е. определить $\mu = +1$ или $\mu = -1$).

Алгоритм этой процедуры получен эмпирически [7]. Значения δu одно за другим в определенной последовательности прибавляются; или вычитаются из значения u . (На любом шаге процедуры нахождения $u_{\max}$ значение u представляет собой сумму u^0 и уже просуммированных значений $(\mu_j \delta u_j)$). Будет ли значение δu_j складываться с u или вычитаться из него, определяется проверкой, какая из величин имеет большее значение $(u + \delta u_j)$ или $(u - \delta u_j)$ в зависимости от знака внутреннего произведения u и δu_j . Если знак положительный, δu_j прибавляется к значению u в противном случае — вычитается. Это правило иллюстрируется рис. 13.1. Порядок, в котором значения $\mu_j \delta u_j$ складываются с u , заключается в следующем. Каждый раз из оставшихся значений δu_j выбирается такое, для которого абсолютная величина $(u \pm \delta u_j)$ оказывается наибольшей. Это можно сделать путем выбора такого значения j , для которого сумма $(|\delta u_j|^2 + 2|u \delta u_j|)$ максимальна. Здесь $\|x\|$ означает норму $\sqrt{x \cdot x}$ многомерного вектора x . Процесс повторяется до тех пор, пока все значения δu_j не будут прибавлены к значению u или вычтены из него. Процедура состоит в следующем

$u = u^0$; u^0 — номинальное значение

$l = 1, 2, \dots, n$ U — массив индексов в δu_j

For all $j = 1$ to n do $t_j = \delta u_j \delta u_j$

Repeat

For all $j \in U$ do $c_j = u \delta u_j$

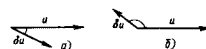


Рис. 13.1 Сложение δu с u (a) и вычитание δu из u (b) для получения наилучшего максимального значения

Выбрать $k \in U$ так, чтобы $(b_k + 2Abs(c_k))$ имело максимальное значение $1/|Abs(x)|$ означает абсолютную величину x .

$u = u + \text{sign}(c_k) b_k / \text{sign}(x) = +1$, если аргумент положительный и $\text{sign}(x) = -1$, если аргумент отрицателен

$U = U - \{k\}$

until $U = \emptyset$

В этой процедуре $\text{sign}(c_k)$ определяет значение μ_k (1 или -1)

Вычисление наихудшего минимального значения. Задача определения минимального значения u является более сложной, так как μ_j в выражении (13.11) может принимать всевозможные значения между -1 и $+1$. В [7] предложена полученная эмпирически процедура нахождения минимального значения u путем итераций.

Будем считать, что u определяется номинальным значением u^0 и приращением δu :

$$u = u^0 + \mu \delta u \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (13.13)$$

Минимальное значение амплитуды вектора u определяемое соотношением (13.13), зависит от взаимной ориентации векторов u^0 и δu . Рассмотрим три возможных случая ориентации, показанные на рис. 13.2. В случае, показанном на рис. 13.2а минимальному значению амплитуды $u_{\min}$ соответствует $\mu = -1$. На рис. 13.2б показан случай, когда минимальное значение амплитуды $u_{\min}$ имеет место при отрицательном значении μ , абсолютная величина которого меньше единицы. В случае же показанном на рис. 13.2в, значение μ должно быть положительным и меньшим единицы. Значение $u_{\min}$ может быть найдено по формуле

$$u_{\min} = u^0 - \min \{ \|u^0 \cos \theta\| - \|\delta u\|, \frac{\delta u}{\|\delta u\|} \text{sign}(\cos \theta) \}$$

$$u^0 - \min \left\{ \frac{\|u^0 \cos \theta\|}{\|\delta u\|} - 1 \right\} \delta u \text{sign}(\cos \theta) \quad (13.14)$$

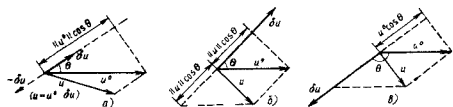


Рис. 13.2. Случай, когда минимальному значению u соответствуют разные значения μ
 a $\mu = -1$; b отрицательное значение μ (о модуль меньше единицы); v положительное значение μ (меньше единицы)

где согласно функции $\min \{x, y\}$ выбирается меньшая из двух величин x, y ; функция $\text{sign}(x)$ принимает значение $+1$ или -1 в зависимости от знака аргумента; $\cos \theta$ определяется формулой

$$\cos \theta = \frac{u^0 \delta u}{\|u^0\| \|\delta u\|} \quad (13.15)$$

Если имеется несколько приращений δu то для вычисления $u_{\min}$ может потребоваться более одной итерации, причем каждая итерация заключается в использовании уравнения (13.14) для каждого δu . Далее показана необходимость выполнения многочисленных итераций

Пусть $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n$ являются значениями приращений δu которые должны складываться или вычитаться. Индексы векторов δu хранятся в массиве U . Порядок, в котором значения δu используются при вычислении $u_{\min}$, зависит от значения $\cos \theta$, где θ — угол между вектором δu и текущим значением вектора эксплуатационного параметра u . Сначала выбирается вектор δu_i (соответствующий индексу i в массиве U) так, чтобы соответствующее ему значение $\cos \theta$ было максимальным. После этого шага вектор u принимает новое значение и для оставшихся значений δu определяются значения $\cos \theta$. Затем снова выбирается вектор δu_i для которого значение $\cos \theta$ максимально, и этот процесс повторяется до тех пор пока не будут рассмотрены все индексы в массиве U .

Процедура первой итерации теперь может быть представлена в следующем виде

```

1 -- {1, 2, ..., n}
Repeat
  For all  $j \in U$  do
    begin
      Рассчитать  $\cos \theta_j$  по формуле (13.15) ( $\theta_j$  — угол между векторами  $u$  и  $\delta u_j$ )
    end (for  $j$ )
  Выбрать  $k \in U$  так, чтобы
     $|\cos \theta_k| \geq |\cos \theta_j|$  для всех  $j \in U$ 
   $U = U - \{k\}$ 
  Откорректировать  $u$  по формуле (13.14)
until  $U = \emptyset$ 
```

Эта процедура иллюстрируется в следующем примере

Пример. Рассмотрим случай, когда эксплуатационный параметр u является комплексной величиной (т. е. является двумерным вектором) и имеются два значения δu . Пусть

$$u^0 = 10 + j0.$$

$$\delta u_1 = -6 + j2 \sqrt{3}$$

$$\delta u_2 = 6 - j2 \sqrt{3}$$

Известно, что для эт г конкрет го примера минимальное (наихудшее) значение равно нулю:

$$u_{\min} = u^0 + \frac{5}{6} (\delta u_1 - \delta u_2) = 0$$

Однако если использовать приведенную ранее процедуру то получим

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \cos \theta & \cos \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10(6) & 1 \\ 10(4\sqrt{3}) & 9 \end{bmatrix}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{10(6)}{10(4\sqrt{3})} = \frac{1}{2}$$

Пусть первоначально выбирается $k = 1$. Тогда

$$u = u^0 - \min \left\{ \frac{\|u^0 \cos \theta\|}{\|\delta u\|} - 1 \right\} \delta u \operatorname{sign}(\cos \theta)$$

$$10 - \min \{1.25, 1\} \delta u = 10 - \delta u, \quad 4 - 2\sqrt{3}$$

Теперь $U = \{2\}$. Тогда

$$\cos \theta_2 = \frac{24 + 12}{2\sqrt{7} + 4\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$u = u^0 - \min \left\{ \frac{\|u^0 \cos \theta\|}{\|\delta u\|} - 1 \right\} \delta u \operatorname{sign}(\cos \theta) = (4 + 2\sqrt{3})$$

$$u = \frac{3}{4} - 1 \delta u_2 - (4 - 2\sqrt{3}) = \frac{3}{4} (6 + 2\sqrt{3}) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

Это значение u получено после первой итерации. Таким образом для определения $u_{\min}$ требуется более чем одна итерация.

Процедура с многократными итерациями. Можно показать что если на какой-либо итерации $\mu \delta u_i$ складывается с u , то на следующей итерации $(1 - \mu) \delta u_i$ прибавляется к u , а $(1 + \mu) \delta u_i$ вычитается из u . Следовательно, на следующей итерации значения приращений, предназначенных для сложения и вычитания не одинаковы. Поэтому единичные векторы направленные вдоль δu_i запоминаются в переменной s_i , амплитуды δu_i при движении в положительном направлении s_i запоминаются в переменной g_{1i} , а при движении в отрицательном направлении s_i — в переменной g_{2i} .

Значение $\cos \theta_j$ для произвольных значений s_j теперь определяется в виде

$$\cos \theta_j = \frac{u s_j}{\|u\| \|s_j\|} \quad (13.16)$$

При сложении отклонений в направлении $\pm s_j$ принимается

$$\Delta = \begin{cases} \min \{ \|u \cos \theta_j\|, g_{2j} \}, & \text{если } \cos \theta_j > 0 \\ \min \{ \|u \cos \theta_j\|, g_{1j} \}, & \text{если } \cos \theta_j < 0 \end{cases}$$

$$u = s_j \Delta \operatorname{sign}(\cos \theta_j),$$

$$g_{1j} = g_{1j} + \Delta \operatorname{sign}(\cos \theta_j),$$

$$g_{2j} = g_{2j} - \Delta \operatorname{sign}(\cos \theta_j)$$

Процедуру определения $u_{\min}$ запишем следующим образом

For all $j = 1$ to n do
begin

$g_{1j} = \| \delta u_j \|$
 $g_{2j} = 0$
 $s_j = \delta u_j / g_{1j}$
end (for j)

W = {1, 2, ..., n}

$u = u^0$

Repeat

$U = W$

Repeat

For all $j \in U$ do
begin

Получить $\cos \theta_j$ по формуле (13.16) (θ_j — угол между векторами u и s_j)

end (for j)

Выбрать $k \in U$ так чтобы

$|\cos \theta_k| \geq |\cos \theta_j|$ для всех $j \in U$

Сложить отклонение вдоль $\pm s_k$, используя описанную выше процедуру

$U = U - k$

until $U = \emptyset$

until (пока дальнейшие изменения u и u не заметны)

$u_{\min} = u$

Эти итерации выполняются до тех пор, пока значение u не сойдется к одной точке. Это случится, если для каждого $i \in W$ любой вектор s ортогонален u (т. е. $\cos \theta_i = 0$), или $g_{2i} = 0$ для положительных значений $\cos \theta_i$, или $g_{1i} = 0$ для отрицательных значений $\cos \theta_i$.

Видоизмененная процедура нахождения наихудшего минимального значения. Описанная ранее процедура позволяет найти минимальное значение амплитуды вектора u (т. е. $u_{\min}$). Однако в некоторых случаях сходимость к значению $u_{\min}$ может быть медленной. Например, в случае, показанном на рис. 13.3 а, векторы δu_1 и δu_2 почти ортогональны вектору u^0 . Углы между векторами u^0 и δu_1 , u^0 и δu_2 составляют $\pi/2 + \alpha$. Если δu_1 и δu_2 сложить с u^0 ($\mu = 1$), то получим $u_{\min}$. Однако, если в этом случае использовать описанную ранее процедуру, то сходимость к $u_{\min}$ будет очень медленной. Это связано с тем, что абсолютная величина $\cos \theta_i(k)$, выбранного на первой итерации, составляет $|\cos(\pi/2 + \alpha)| = \sin \alpha$, а на всех последующих итерациях вплоть до сходимости, $\sin 2\alpha$. Это иллюстрируется рис. 13.3 б. Здесь отклонение в направлении δu_1 прибавляется первым. Затем предположим, что абсолютные значения приращений отклонений δu_1 и δu_2 достаточно велики так что первоначально значения отклонений, при-

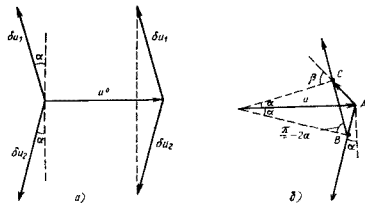


Рис. 13.3. Случай, когда векторы δu_1 и δu_2 почти ортогональны вектору u_0 (а) изменение вектора u на первой итерации в случае, показанном на рис. а (б)

бавляемые к u , ограничены их угловым положением, а не их модулями. Сходимость можно ускорить, если на последующих итерациях, кроме единичных векторов, направленных вдоль $\delta u_1, \delta u_2, \dots$ учитывать единичный вектор, направленный вдоль суммарного изменения вектора u предыдущей итерации. Кроме значений δu_i учитываются также комбинации δu_j . Для случая, показанного на рис. 13.3б, суммарным изменением u на первой итерации является AC . Если на второй итерации выбрать единичный вектор v в направлении AC , то $\cos \theta$ для угла θ_j (между единичным вектором, направленным вдоль AC и вектором u) имеет большее значение, чем $\cos \theta_j$ для любого s_j и u . Как следует из рис. 13.13б

$$\beta \rightarrow \alpha + \arctg \left[\frac{\sin 4\alpha}{4(1 - \cos^2 \alpha \cos 2\alpha)} \right] \quad (13.17)$$

стремится к 2α при $\alpha \rightarrow 0$. Следовательно, в этом случае абсолютное значение $\cos \theta_k$ для выбранного единичного вектора возрастает от значения $\sin 2\alpha$ до значения, близкого к $\cos 2\alpha$ (для малых α). Это приводит к улучшению сходимости к $u_{\min}$.

Рассмотрим теперь видоизмененный алгоритм определения u_{11} с использованием комбинации δu

Обозначим единичные векторы вдоль комбинации δu_j через $s_{n+1}, \dots, s_k$. Эти единичные векторы являются линейными комбинациями векторов $s_1, \dots, s_n$ и могут быть представлены в виде

$$s_i = \sum_{j=1}^n h_{ij} s_j \quad \forall i \in \{n+1, n+2, \dots, k\} \quad (13.18)$$

Для определения значения h_{ij} воспользуемся набором переменных $r_1, r_2, \dots, r_n$, чтобы суммировать приращения вдоль $s_1, s_2, \dots, s_n$. На каждой итерации приращения вдоль $s_1, s_2, \dots, s_n$ складываются в переменных $r_1, r_2, \dots, r_n$. Эти значения r используются для формирования единичного вектора s_i , где $i \in \{n+1, n+2, \dots, k\}$. Единичный вектор вдоль суммарного изменения u на какой-либо итерации является по-

вым вектором s_j . Значение r_j используется для выражения s ($i > n$) через s_j ($i \leq n$) на частной итерации.

Для определения приращения вдоль s_i , которое должно быть добавлено к u или вычтено из него, необходимо знать максимально допустимую амплитуду вдоль направлений s_i и $-s_i$. Если s_i совпадает с одним из направлений u_j ($i \leq n$), то максимальные значения допустимых амплитуд заданы значениями g_{1i} и g_{2i} ; с другой стороны (если $i > n$) максимум ограничен, поскольку для каждой составляющей s перемещение не должно превышать g_{1i} или g_{2i} . Теперь процедуру, в которой осуществляется суммирование необходимых отклонений вдоль s_i , можно записать следующим образом:

```

if i ≤ n
then
begin
if cos θi > 0 then Δ = Min { ||u cos θi||, g2i }
else Δ = Min { ||u cos θi||, g1i }
u = u - si Δ sign (cos θi)
ri = ri - Δ sign (cos θi)
g1i = g1i - Δ sign (cos θi)
g2i = g2i - Δ sign (cos θi)
end
else
if i ≤ n
for all j = 1 to n do
begin
if h1j cos θj > 0 then bj = | g2j / h1j |
else bj = | g1j / h1j |
end (for j)
δ = Min (bj) из всех j = 1, 2, ..., n; таких, что h1j ≠ 0
Δ = Min { ||u cos θi||, δ }
u = u - si Δ sign (cos θi)
for all j = 1 to n do
begin
rj = rj - h1j Δ sign (cos θj)
g1j = g1j - h1j Δ sign (cos θj)
g2j = g2j - h1j Δ sign (cos θj)
end (for j)
end
end

```

Процедура одной итерации суммирования требуемых отклонений вдоль единичных векторов $s_1, s_2, \dots, s_n$, индексы которых хранятся в массиве W , может быть теперь описана следующим образом

```
For all j 1 to n do  $r_j = 0$ 
```

```
U = W
```

```
Repeat
```

```
For all  $i \in U$  do
```

```
begin
```

Вычислить $\cos \theta_i$ по формуле (13.16) для $\theta_i = \angle(u_i, s_i)$ между векторами u_i и s_i

```
end (for i)
```

Выбрать k , так чтобы $|\cos \theta_k| \geq |\cos \theta_i|$ для всех $i \in U$

Сложить необходимое отклонение вдоль s_k с u используя писанку выше

```
U = U - {k}
```

```
until U = \emptyset
```

Выбор направления s_i . Первоначально массив W содержит индексы от 1 до n , соответствующие единичным векторам, направленным вдоль δu_i . После первой итерации в массив W добавляется индекс $n+1$ вектора s_{n+1} (единичный вектор, направленный вдоль суммарного изменения u , осуществленного на первой итерации). После второй итерации в массив W добавляется также индекс $n+2$, соответствующий вектору s_{n+2} (единичный вектор вдоль суммарного изменения u на второй итерации). Это повторяется для первых n итераций. После этого размеры массива W остаются неизменными а единичный вектор вдоль суммарного изменения u на итерации замещает наименьший из последних единичных векторов. Процесс продолжается до тех пор, пока возможны дальнейшие изменения u . Процесс заканчивается, если для каждого $j \leq n$, или $\cos \theta_j = 0$, или если $\cos \theta_j$ положителен, то $g_{2j} = 0$ или если $\cos \theta_j$ отрицателен, то $g_{1j} = 0$. Основная процедура теперь выглядит следующим образом

```
t = 0
```

```
for all j 1 to n do
```

```
begin
```

```
 $g_{1j} = \|\delta u_j\|$ 
```

```
 $g_{2j} = g_{1j}$ 
```

```
 $s_j = \delta u_j / g_{1j}$ 
```

```
end (for j)
```

```
W = {1, 2, ..., n}
```

```
u = u0
```

```
Repeat
```

```
252
```

Выполним одну итерацию согласно приведенной процедуре

$$\delta u = \sum_{j=1}^n r_j s_j$$

```
t = n + 1 - t + 1 do n
```

```
it := it + 1
```

```
 $s_j = \delta u / \|\delta u\|$ 
```

```
If  $it < n$  then  $W = W - \{j\}$ 
```

```
For all j 1 to t do  $h_{1j} = r_j \|\delta u\|$ 
```

```
until  $\|\delta u\| < \epsilon$ 
```

В этой процедуре t является заданным критерием для проверки сходимости.

Описанный в этом разделе алгоритм пригоден для получения минимальных и максимальных величин любого многомерного параметра. Он особенно полезен тогда, когда отклонения сравнимы с номинальными значениями эксплуатационных параметров или даже превышают их. Такое положение довольно часто встречается в СВЧ устройствах, так как их эксплуатационными параметрами могут служить коэффициенты отражения, номинальные значения которых обычно равны нулю или близки к нулю. Анализ наилучшего случая можно рассматривать как частную проблему оптимизации.

13.2 СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДОПУСТИМЫХ ОТКЛОНЕНИЙ [2]

Любой анализ наилучшего случая по своей природе показывает самую непривлекательную картину. В противоположность этому статистический анализ допустимых отклонений при определении статистических эксплуатационных параметров учитывает природу случайных изменений различных параметров устройств. Однако для проведения такого анализа требуется больший объем входной информации, такой как распределения вероятностей соответствующих отклонений различных параметров. Такой анализ, следовательно, дает более реальную картину. В настоящем разделе в общих чертах рассматриваются два широко используемых метода решения этой проблемы.

13.2.1 МЕТОД МОМЕНТОВ

Уравнение (13.10) может быть записано в форме

$$\delta u_i = \sum_{j=1}^n \delta p_j \frac{\partial u_i}{\partial p_j} \quad (13.19)$$

Пусть σ_j^2 — дисперсия распределения параметра p_j . Требуется определить дисперсию распределения параметра u_i . Производные в выражении (13.19) можно рассматривать как коэффициенты пропорциональности для величин δp_j , дисперсии которых есть σ_j^2 , поэтому дисперсии $\frac{\partial u_i}{\partial p_j} \delta p_j$ становятся $\left(\frac{\partial u_i}{\partial p_j}\right)^2 \sigma_j^2$. Теперь используя формулу для диспер-

син суммы случайных переменных (Приложение 13.1) можно записать дисперсию u в виде

$$\sigma_{u_i}^2 = \left[\frac{\partial u}{\partial p} \sigma_1 \quad \frac{\partial u}{\partial p_n} \sigma \right] \mathbf{R} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial p} \sigma_1 \\ \frac{\partial u}{\partial p_n} \sigma \end{bmatrix} \quad (13.20)$$

где $\mathbf{R}$ — матрица корреляции параметра p_j . Таким образом, можно определить дисперсию эксплуатационного параметра, если известны дисперсии конструктивных параметров p_j и чувствительности. Эту процедуру проиллюстрируем на примере.

Пример. Рассмотрим рассогласование между сопротивлениями Z_1 и Z_2 , описываемое коэффициентом отражения ρ . Даны десять пар выборочных значений сопротивлений Z_1 и Z_2 . Их корреляция вычисляется с помощью данных, приведенных в табл. 13.1

Статистический расчет выполним следующим образом

Средние значения $\bar{Z}_1 = 52,0$ и $\bar{Z}_2 = 49,5$.

Средние квадратические отклонения

$$\sigma_{Z_1} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 110} = 3,32$$

$$\sigma_{Z_2} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 135} = 3,67$$

Коэффициент корреляции

$$r = \frac{-90,00}{10 \cdot (3,32) \cdot (3,67)} = 0,738$$

Коэффициент отражения

$$\rho = (Z_2 - \bar{Z}_1) / (Z_2 + \bar{Z}_1)$$

Таблица 13.1 Выборочные значения сопротивлений Z и Z и их отклонения

z	z_2	$(z - \bar{z}_1)$	$(z_2 - \bar{z}_2)$	$(z - \bar{z}_1) \cdot (z_2 - \bar{z}_2)$
50	50	4,00	0,25	-1,00
55	47,5	9,00	4,00	-6,00
55	45	9,00	20,25	-13,50
47,5	50	20,25	0,25	-2,25
55	50	9,00	0,25	1,50
57,5	45	30,25	20,25	-24,75
52,5	45	0,25	20,25	-2,25
47,5	55	20,25	30,25	-24,75
50	52,5	4,00	9,00	-6,00
50	55	4,00	30,25	-11,00
520	495	110,00	135,00	-90,00

Среднее значение коэффициента отражения составляет

$$\bar{\rho} = (\bar{Z}_2 - \bar{Z}_1) / (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1) = 0,0246$$

Из определения коэффициента отражения имеем

$$\frac{\partial \rho}{\partial Z_1} = -\frac{2Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2} = -0,00961$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial Z_2} = \frac{2Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2} = 0,0101$$

Теперь можно вычислить значение дисперсии коэффициента отражения

$$\sigma_{\rho}^2 = \left[\sigma_{Z_1} \frac{\partial \rho}{\partial Z_1} \quad \sigma_{Z_2} \frac{\partial \rho}{\partial Z_2} \right] \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{Z_1} \frac{\partial \rho}{\partial Z_1} \\ \sigma_{Z_2} \frac{\partial \rho}{\partial Z_2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,0319 & 0,0371 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,738 \\ 0,738 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0319 \\ 0,0371 \end{bmatrix} = 0,00414$$

$$\sigma_{\rho} = 0,0643$$

Полученное значение дисперсии можно проверить, вычислив коэффициент отражения ρ для каждой пары сопротивлений Z_1 и Z_2 и затем дисперсию.

13.2.2 МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Этот метод может быть использован тогда, когда неизвестны значения чувствительностей или рассматриваются большие статистические колебания

В этом методе генерируются множество значений параметров, которые определяются их статистическими распределениями. Затем анализируется схема и определяются эксплуатационные параметры, соответствующие значениям этих множеств параметров. Статистические данные об этих эксплуатационных параметрах дают информацию об их возможных отклонениях.

Процедура имитирует множества значений параметров соответствующих заданному распределению. Для этой цели требуется генерация случайных чисел, соответствующих заданному распределению. В большинстве ЭВМ имеются стандартные подпрограммы для генерации случайных чисел, равномерно распределенных на интервале $[0,1]$. Используя эти равномерно распределенные случайные числа, можно получить случайные числа для искомого распределения. Для этого требуется интегрирование функции плотности вероятности. Значения параметров для заданного распределения в заданной области изменений могут быть получены пересчетом случайных чисел, распределенных на интервале $[0,1]$.

Полученные таким способом значения параметров случайным образом объединяются с другими параметрами (образованными аналогичным способом) и формируются в группы. Каждая группа значений параметров описывает анализируемую схему. Анализируя большое число таких имитируемых схем, нетрудно получить статистические распределения эксплуатационных параметров.

Средние квадратические отклонения, рассчитанные на основе статистических распределений, дают более реальные значения максимальных отклонений от номинальных значений. Из этих распределений может быть также определен процент выхода годных (процент уступок, удовлетворяющих заданным требованиям).

Рассмотренные в этой главе методы анализа наихудшего случая и статистического анализа отклонений характеристик от номинальных значений могут использоваться для расчета и выбора допустимых отклонений

ПРИЛОЖЕНИЕ 13 I

НЕКОТОРЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ [2, 8]

В этом приложении дается краткий обзор некоторых результатов теории вероятностей и статистики для непрерывно изменяющихся параметров.

Рассмотрим случайную переменную x , которая непрерывно изменяется от нижней границы x_1 до верхней границы x_2 . Функция плотности вероятностей $h(x)$ в области (x_1, x_2) определяется так, что значение $h(x) dx$ означает вероятность появления случайной переменной в области $(x, x + dx)$. Функция $h(x)$ должна быть неотрицательна в области (x_1, x_2) , а ее интеграл в пределах от a до b дает вероятность появления случайной величины в этом интервале

$$\int_a^b h(x) dx = P\{a \leq x \leq b\} \quad (П13.1)$$

где $x_1 \leq a < b \leq x_2$. Среднее значение случайной величины x и ее дисперсия определяются формулами

$$\bar{x} = \int_{x_1}^{x_2} x h(x) dx \quad (П13.2)$$

$$\sigma^2 = \int_{x_1}^{x_2} (x - \bar{x})^2 h(x) dx \quad (П13.3)$$

Если переменная x равномерно распределена на отрезке (x_1, x_2) распределение функции $h(x)$ определяется формулой

$$h(x) = 1/(x_2 - x_1). \quad (П13.4)$$

Другим примером непрерывного распределения является гауссово (нормальное) распределение, определяемое формулой

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (П13.5)$$

Дискретный случай. В некоторых случаях случайная переменная может принимать дискретные значения $x_1, x_2, \dots, x_n$. Среднее значение и дисперсия в этом случае определяются формулами

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (П13.6)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (П13.7)$$

Если все значения x умножить на коэффициент A то дисперсия σ^2 возрастет в A^2 раз, а среднее значение — в A раз.

Независимые переменные. Две случайные переменные x и y называются независимыми тогда и только тогда, когда распределение переменной x в области не зависит от распределения переменной y . Математически это выражается следующим образом

$$P\{a \leq x \leq b \text{ и } c \leq y \leq d\} = P\{a \leq x \leq b\} P\{c \leq y \leq d\} \quad (П13.8)$$

для любых возможных интервалов (a, b) и (c, d)

Коррелированные переменные. Коэффициент корреляции, связывающий две случайные переменные x и y для дискретного случая, определяется формулой

$$r = \frac{1}{n\sigma_x \sigma_y} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}). \quad (П13.9)$$

где σ_x^2, σ_y^2 — дисперсии случайных величин x, y соответственно. Если переменные x и y независимы, их коэффициент корреляции равен нулю и эти переменные не коррелированы. Однако обратное неверно, т.е. если $r = 0$ (переменные некоррелированы), то это не означает, что эти переменные независимы. Коэффициент корреляции случайной переменной по отношению к самой себе равен 1.

Для случайных переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ можно определить матрицу корреляции R размера $n \times n$, так что $r_{ij} = r_{ji}$ задает коэффициент корреляции между переменными x_i и x_j .

Дисперсия σ_x^2 случайной переменной x задана как

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \quad (П13.10)$$

определяется формулой

$$\sigma_x^2 = \sigma R \sigma \quad (П13.11)$$

где $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ (средние квадратические отклонения $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ соответствуют переменным $x_1, x_2, \dots, x_n$). Если случайные переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$ не коррелированы, так что $R = I$, то (П13.11) сводится к следующему.

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (П13.12)$$

Глава 14

АНАЛИЗ СВЧ СХЕМ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

В гл. 11 рассмотрены методы анализа СВЧ цепи в частотной области. Как уже говорилось, методы анализа СВЧ цепей имеют особенно сти по двум причинам. Во-первых СВЧ устройства строятся на элементах как с распределенными, так и с сосредоточенными параметрами. Во-вторых, для некоторых СВЧ компонентов обычным является описание с помощью S-параметров. При анализе во временной области методы исследования, используемые на низких частотах также видоизменяются с учетом упомянутых особенностей.

В некоторых случаях становится необходимым анализ СВЧ схем во временной области. К этим случаям относятся проектирование быст

действующих цифровых интегральных микросхем, широкополосных радиолокационных систем и систем связи, а также исследование воздействия ЭМИ (электромагнитного излучения) на системы, содержащие линии передачи.

Существует три основных метода анализа переходных процессов электронных схем — метод преобразования Лапласа, метод сопровождающей модели¹ и метод переменных состояния. Методом преобразования Лапласа анализируют линейные схемы или линейную часть общей нелинейной схемы. Два других метода можно анализировать и нелинейные схемы. Все три метода могут применяться на СВЧ. Прежде чем приступить к краткому описанию этих методов, рассмотрим в следующем разделе метод анализа линий передачи во временной области.

14.1 АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Один из простейших методов анализа переходных процессов линий передачи основан на решении гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных. Этот метод применяется для однородных линий передачи [1]. Его также можно распространить на исследование неоднородных линий передачи: волновое сопротивление Z_0 , которое изменяется по длине [2].

Система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих линии передачи с волной Т-типа, может быть записана в виде

$$-\frac{\partial v}{\partial z} = L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri \quad (14.1)$$

$$\frac{\partial i}{\partial z} = C \frac{\partial v}{\partial t} + Gi \quad (14.2)$$

где L , R , C и G — соответственно погонные последовательные индуктивность и сопротивление, параллельные емкость и проводимость. В линиях с малыми потерями R и G могут считаться пренебрежимо малыми. Дифференциальные уравнения (14.1) и (14.2) могут быть преобразованы в два обыкновенных дифференциальных уравнения [3]. Можно показать, что для однородной линии подстановкой

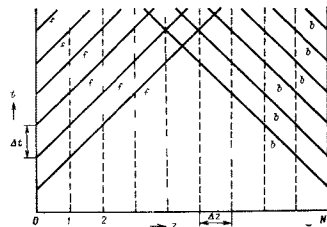
$$dz \, dt = \pm \sqrt{LC} \quad (14.3)$$

уравнения (14.1) и (14.2) могут быть объединены

$$\frac{d}{dt} \left(v \pm \sqrt{\frac{L}{C}} i \right) = \left(\frac{G}{C} v \pm \frac{R}{\sqrt{LC}} i \right) \quad (14.4)$$

¹ В литературе этот метод называется также методом дискретно-схемной модели — *Прим. ред.*

Рис. 14.1. Семейства f и b -характеристик в плоскости z для однородной линии передачи



Для линии без потерь уравнение (14.4) приводится к виду

$$\frac{d}{dt} \left(v \pm \sqrt{\frac{L}{C}} i \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dv}{dt} = 0 \quad (14.5)$$

где V_f определяется как $v \pm i \sqrt{L/C}$.

Соотношения (14.4) и (14.5) используются для анализа линии передачи во временной области. Уравнение (14.3), на основании которого были получены (14.4) и (14.5), описывает семейство характеристических кривых в плоскости $z = t$. Они называются прямыми характеристиками (f -зависимостями или f -кривыми). В однородных линиях передачи L и C не зависят от z и, следовательно, f -зависимости являются прямыми линиями (рис. 14.1). Общая длина отрезка линии передачи разделяется на n равных частей. Расстояние между соседними f -зависимостями есть Δt по оси времени и Δz по оси z . Приращения Δt и Δz связаны между собой соотношением (14.3).

Второе семейство характеристических кривых для уравнения (14.1) и (14.2) имеет вид

$$dz \, dt = \pm \sqrt{LC} \quad (14.6)$$

Вдоль кривых, определяемых уравнением (14.6), z уменьшается с ростом t , и они называются обратными характеристическими кривыми или b -кривыми. Для однородных линий передачи эти b -кривые показаны на рис. 14.1. Расстояние между соседними b -кривыми обозначим через Δt и Δz вдоль осей t и z соответственно. Вдоль b -кривых из уравнений (14.1) и (14.2) имеем

$$\frac{d}{dt} \left(v \pm \sqrt{\frac{L}{C}} i \right) = \left(-\frac{G}{C} v \pm \frac{R}{\sqrt{LC}} i \right) \quad (14.7)$$

или для линии без потерь

$$\frac{d}{dt} \left(v - V \frac{\bar{L}}{c} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dV_r}{dt} = 0 \quad (14.8)$$

где $V_r = v - i \sqrt{\bar{L} \bar{C}}$

Можно показать, что переменное напряжение V_i , определяемое выражением (14.5), остается постоянным на протяжении прямых характеристикических зависимостей $dz/dt = 1/\sqrt{\bar{L}\bar{C}}$, а переменное напряжение V_r , определяемое выражением (14.8), постоянно на протяжении обратных характеристикических кривых $dz/dt = -1/\sqrt{\bar{L}\bar{C}}$. Физически V_i может интерпретироваться как амплитуда напряжения бегущей волны в направлении оси z , а V_r — как амплитуда волны, распространяющейся в противоположном направлении.

Переменными при анализе переходных процессов линии передачи служат V_i и V_r . Заметим, что

$$V(z + \Delta z, t + \Delta t) - V(z, t) \quad (14.9)$$

где Δz и Δt связаны формулой (14.3). Аналогично из выражения (14.8) и (14.6) получаем

$$V(z - \Delta z, t + \Delta t) = V(z, t) \quad (14.10)$$

Используя уравнения (14.9) и (14.10), можно определить напряжения V_i и V_r вдоль линии в момент времени $t + \Delta t$, если известны распределения этих напряжений вдоль линии в момент времени t . Следует заметить, что если линия простирается от $z = 0$ до $z = L$, то значения $V_i(0, t)$ и $V_r(L, t)$ не могут быть найдены из уравнений (14.9) и (14.10). Эти значения определяются способом возбуждения отрезка линии передачи с обоих концов.

Напряжение и ток в произвольном сечении линии можно определить по значениям V_i и V_r :

$$v(z, t) = [V_i(z, t) + V_r(z, t)]/2, \quad (14.11)$$

$$i(z, t) = [V_i(z, t) - V_r(z, t)]/(2Z_0) \quad (14.12)$$

где $Z_0 = \sqrt{\bar{L}/\bar{C}}$ — волновое сопротивление однородной линии

При численных оценках характеристик во временной области линия передачи разделяется на N отрезков равной длины Δz с соответствующими задержками, равными временному шагу Δt как показано на рис. 14.2. Временной интервал Δt — это шаг приращения времени, используемый в процессе анализа переходных характеристик схем. При анализе теперь записывается $2N$ дифференциальных уравнений во временной области. На основании уравнения (14.9) имеем

$$V(n, t) = V_i(n-1, t - \Delta t) - V_r(n-1, 2) \quad N \quad (14.13)$$

Аналогично из (14.10) получаем

$$V_r(n, t) = V_i(n+1, t - \Delta t) - V_r(n+1, 2) \quad (N-1) \quad (N-2) \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad (14.14)$$

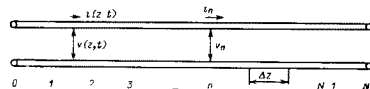


Рис. 14.2 Разделение линии передачи на N отрезков для анализа переходных процессов

В этих выражениях $V_i(n, t)$ и $V_r(n, t)$ обозначают напряжения V_i и V_r в различных точках линии передачи в момент времени t . Значения $V_i(0, t)$ и $V_r(N, t)$ определяются переходными характеристиками четырехполюсников, подключенных к входу и выходу линии соответственно. На основании определений V_i и V_r и в соответствии с рис. 14.3а напряжение V_i на входе можно записать в виде

$$V(0, t) = \frac{[v_0(t)/i_0(t)] - Z_0}{[v_0(t)/i_0(t)] + Z_0} v(0, t) \quad (14.15)$$

где $v_0(t)$, $i_0(t)$ — выходные напряжения и ток схемы, подключенной к входу линии передачи. В линейных схемах отношение $v_0(t)/i_0(t)$ может быть получено на основе анализа переходных процессов четырехполюсника на входе линии даже при неизвестном значении $v_0(t)$. Аналогичное напряжение V_r на выходе линии можно записать в виде

$$V(N, t) = \frac{[v_N(t)/i_N(t)] - Z_0}{[v_N(t)/i_N(t)] + Z_0} v(N, t) \quad (14.16)$$

Как показано на рис. 14.3 б, величины $v_N(t)$ и $i_N(t)$ соответствуют входному напряжению и входному току четырехполюсника, подключенного к выходу линии передачи. Как и отношение $v_0(t)/i_0(t)$ в формуле (14.15), значение отношения $v_N(t)/i_N(t)$ в формуле (14.16) может быть найдено путем анализа во временной области четырехполюсника на выходе линии

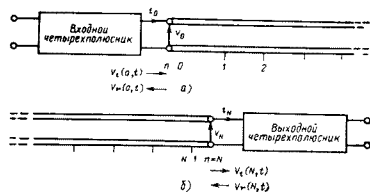


Рис. 14.3 Напряжения и токи на входе (а) и выходе (б) отрезка линии передачи

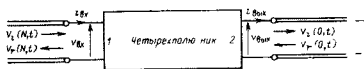


Рис. 14.4 Включение четырехполюсника в разрыв передающей линии

Часто требуется исследовать переходные процессы четырехполюсника, к входным и выходным зажимам которого подключены линии передачи (рис. 14.4). В этом случае производится анализ схемы во временной области и определяются отношения $v_{вх}(t)/i_{вх}(t)$ и $v_{вых}(t)/i_{вых}(t)$ в функции времени t . Напряжение $V_i(N, t)$ на входе 1 и $V_r(0, t)$ на входе 2 известны из анализа линий, подключенных к соответствующим входам. Напряжения $V_r(N, t)$ на входе 1 и $V_i(0, t)$ на входе 2 определяются из уравнений (14.16) и (14.15) соответственно. Эти значения используются для продолжения анализа линий передачи на следующем временном шаге в момент времени $t + \Delta t$.

Пример. Рассмотрим длинную линию передачи, к одному концу которой подключен согласованный источник импульсов треугольной формы, а к другому — резистивная нагрузка $R_N = Z_0/2$ (рис. 14.5). Пусть суммарное время задержки в длинной линии составляет 6 нс. Для проведения анализа во временной области разделим линию на 6 отрезков ($N = 6$) и предположим, что при $t = 0$ по всей длине линии напряжения и токи отсутствуют. Тогда

$$V_i(n, 0) = V_r(n, 0) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, 6$$

В последующие моменты времени значения V_i и V_r рассчитываются по формулам (14.13) и (14.14) соответственно. При $t = 6\Delta t$ $V_r(n, t)$ остается равным нулю. Для $t = 7\Delta t$

$$V_i(n, 7\Delta t) = [0, 15, 12, 9, 6, 3]^T$$

Значение $V_r(n, 7\Delta t)$ рассчитывается по формуле (14.16)

$$V_r(N, 7\Delta t) = (0,5Z - Z_0)/(0,5Z_0 + Z_0) \cdot 3 = -1$$

Для $t = 8\Delta t$ получаем

$$V_i(n, 8\Delta t) = [0, 0, 15, 12, 9, 6]^T$$

$$V_r(n, 8\Delta t) = [0, 0, 0, 0, -1, -2]^T$$

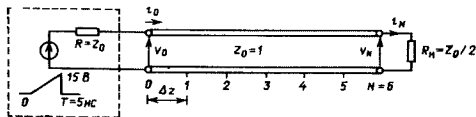


Рис. 14.5. Линия передачи с источником треугольных импульсов на входном конце и активной нагрузкой — на другом

Распределение напряжения вдоль линии в этот интервал времени можно записать с помощью формулы (14.11)

$$v(n, 8\Delta t) = [0, 0, 7, 5, 6, 4, 2]^T$$

Уравнения (14.13), (14.14) и (14.16) используются при дальнейшем анализе во временной области.

14.2 МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА [4, 5]

Если имеется описание поведения линейной схемы в частотной области, то ее характеристики во временной области могут быть найдены с помощью обратного преобразования Лапласа. Это возможно также и для линейной части схемы, содержащей нелинейные элементы. Пусть

$$v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]^T \quad (14.17)$$

есть вектор, описывающий напряжение на нагрузке, а

$$i(t) = [i_1(t), i_2(t), \dots, i_n(t)]^T \quad (14.18)$$

— вектор, описывающий ток нагрузки. Пусть $V(s)$ и $I(s)$ являются преобразованиями Лапласа функций $v(t)$ и $i(t)$ соответственно. Если поведение схемы в частотной области описывается матрицей $Y(s)$ то

$$I(s) = Y(s) V(s) \quad (14.19)$$

а поведение схемы во временной области может быть описано выражением

$$i(t) = y(t) * v(t) \quad (14.20)$$

где $*$ означает свертку. Элементы матрицы $y(t)$, являющейся обратным преобразованием Лапласа от $Y(s)$, представляют собой импульсные характеристики. Существует несколько численных методов определения обратного преобразования, но все эти методы требуют, чтобы обратная функция при больших значениях s убывала по крайней мере, так же быстро, как $1/s$. По этой причине выражение (14.19) перепишем в виде

$$I(s) = A(s) s V(s) \quad (14.21)$$

где

$$A(s) = Y(s) s. \quad (14.22)$$

Во временной области имеем

$$i(t) = a(t) * v(t) U(t) + a(t) v(0) \quad (14.23)$$

где $v(t)$ — производная по времени вектора напряжения на выходе, $v(0)$ — начальное значение; $U(t)$ — единичная ступенчатая функция; $a(t)$ — матрица переходных характеристик, являющаяся обратным преобразованием для $A(s)$. Пусть Δt — интервал между моментами

времени в которые рассчитывается реакция цепи. Тогда выражение (14.23) можно записать в виде

$$i(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \{ [a(k-j+1) + a(k-j)] [v(j) - v(j-1)] \} + a(k)v(0) \quad (14.24)$$

где (k) , (j) и т. д. — моменты времени $(t = k\Delta t)$ $(t = j\Delta t)$ и т. д. Для каждого значения j переходная характеристика аппроксимируется усреднением ее значений на конечных точках, а производная — разностью значений на этих конечных точках. Приращения времени нормируются относительно единицы $(\Delta t = 1)$. Заметим, что величина $i(k)$ в формуле (14.24) может быть разделена на две части, одна из которых относится к прошлой истории, а другая — зависит от значения $v(k)$

$$i(k) = i(k-1) + g_0 v(k) \quad k=1, 2 \quad (14.25)$$

где

$$g_0 = [a(1) + a(0)]/2 \quad (14.26)$$

$$i(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \{ [a(k-j+1) + a(k-j)] [v(j) - v(j-1)] \} - g_0 v(k-1) + a(k)v(0) \quad (14.27)$$

Здесь g_0 представляет собой матрицу с постоянными элементами, определяющими переходную характеристику на первом интервале. Ток $i_0(k)$ может рассматриваться как вектор источников тока, значения которых определяются предыдущими значениями $v(k)$. Итак для заданного k известно значение $i_0(k)$.

Таким образом, по формулам (14.25) — (14.27) может быть рассчитана переходная характеристика. Основное требование здесь — вычисление матрицы переходной характеристики $a(t)$. Переходные характеристики каждого элемента или компонента схемы определяются по их характеристикам. Ключевым шагом анализа является объединение отдельных переходных характеристик различных компонентов для определения матрицы переходных характеристик $a(t)$ всей схемы в целом. Метод объединения переходных характеристик [5] рассматривается далее.

Объединение подсхем Существует несколько методов анализа в частотной области (см. гл. 11), позволяющих получить суммарные характеристики схемы объединением характеристик подсхем или компонентов. Если объединение подсхем производится в процессе анализа во временной области, желательно так выбрать описание схемы, чтобы можно было удобно получить результирующую матрицу схемы по описанию ее составляющих. Если в частотной области матрицы двух компонентов перемножаются (как в случае $ABCD$ -матриц при каскадном соединении четырехполюсников), то во временной области соответствует вводящей операцией является свертка двух составляющих матриц от кликов. Поскольку для выполнения свертки требуются сравнительно сложные вычисления то желательно избегать таких операций. С дру

гой стороны, если рассмотреть, на пример, схему, состоящую из двух компонентов, соединенных параллельно, которые описаны матрицами проводимостей, то реакция полной схемы задается матрицей проводимостей, являющейся суммой двух отдельных матриц. Поскольку преобразование Лапласа суммы равно сумме преобразований Лапласа слагаемых то манипулировать с параллельным соединением во временной области очень удобно при использовании матриц проводимостей. По существу, подразумевает, что полная матрица системы должна содержать только суммы или разности реакций отдельных компонентов (без произведений или частных). Это достигается представлением каждого типа соединения в виде некоторого параллельного соединения при котором Y -матрицы могут непосредственно складываться.

Рассмотрим сначала параллельное соединение (рис. 14.6). Здесь одна пара полюсов шестиполюсника соединяется параллельно с парой полюсов четырехполюсника и при этом образуется новый восьмиполюсник. Расположим матрицы двух подсхем Y^A и Y^B совместно в ви

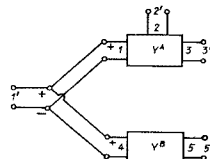


Рис. 14.6 Параллельное соединение входа 1 схемы A с входом 1 схемы B

$$Y_{AB} = \begin{bmatrix} Y_{11}^A & Y_{12}^A & Y_{13}^A & 0 & 0 \\ Y_{21}^A & Y_{22}^A & Y_{23}^A & 0 & 0 \\ Y_{31}^A & Y_{32}^A & Y_{33}^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{44}^B & Y_{45}^B \\ 0 & 0 & 0 & Y_{54}^B & Y_{55}^B \end{bmatrix} \quad (14.28)$$

где индексы A, B , в элементах матрицы означают элементы матриц проводимостей подсхем A и B соответственно. Матрицу проводимостей соединения при обозначении входов $1', 2', 3', 5$ можно записать в простом виде

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & Y_{11}^A + Y_{44}^B & Y_{12}^A & Y_{13}^A & Y_{45}^B \\ 2 & Y_{21}^A & Y_{22}^A + Y_{55}^B & Y_{23}^A & 0 \\ 3 & Y_{31}^A & Y_{32}^A & Y_{33}^A & 0 \\ 5 & Y_{54}^B & 0 & 0 & Y_{55}^B \end{bmatrix} \quad (14.29)$$

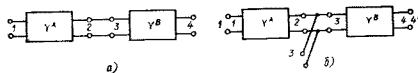


Рис. 14.7. Каскадное соединение двух четырехполюсников (а) и подключение к этому соединению разомкнутого вывода 3' для применения метода преобразования Лапласа при анализе переходных процессов (б)

Матрица переходных характеристик схемы, приведенной на рис. 14.6, может быть записана в аналогичном виде

$$a(t) = \begin{bmatrix} a^A + a_{11}^B & a_{12}^A & a_{13}^A & a_{14}^B \\ a_{21}^A & a_{22}^A & a_{23}^A & 0 \\ a_{31}^A & a_{32}^A & a_{33}^A & 0 \\ a_{41}^B & 0 & 0 & a_{44}^B \end{bmatrix} \quad (14.30)$$

где различные элементы являются элементами матриц переходных характеристик подсистем А и В.

Использование этой процедуры для каскадного и последовательного соединений требует добавления в схему дополнительных разомкнутых выходов. Рассмотрим каскадное соединение двух четырехполюсников, показанное на рис. 14.7 а. Так как при определении реакции общей схемы желательно ограничиться простейшей операцией сложения Y^A и Y^B , то каскадное соединение на рис. 14.7а можно трактовать как параллельное соединение входов 2 и 3 нового шестиполюсника с входами 1', 3', 4, как показано на рисунке 14.7 б. Если выход 3 разомкнут то обе схемы на рис. 14.7 физически идентичны. Матрицу переходных характеристик схемы, приведенной на рис. 14.7 б, можно записать в виде

$$a(t) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & a_{11}^A & a_{12}^A & 0 \\ 3 & a_{31}^A & a_{32}^A + a_{33}^B & a_{34}^B \\ 4 & 0 & a_{43}^B & a_{44}^B \end{bmatrix} \quad (14.31)$$

Теперь можно записать

$$\begin{bmatrix} i_1(k) \\ 0 \\ i_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{01}(k) \\ i_{03}(k) \\ i_{04}(k) \end{bmatrix} \left[\frac{a(1) + a(0)}{2} \right] \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_3(k) \\ v_4(k) \end{bmatrix} \quad (14.32)$$

где $v_1(k)$ и $v_4(k)$ — известные возбуждения схемы. Начальное значение $v_3(0)$ также известно. Для $k=1$ значения $i_{01}(k)$, $i_{03}(k)$ и $i_{04}(k)$ находятся из предыдущих значений по формуле (14.27)

$$i_0(1) = g_0 v(0) + a'(1) v(0) = \frac{a'(1) - a'(0)}{2} v(0) \quad (14.33)$$

Подставляя значение $i_0(1)$ в формулу (14.32), можно выразить величины $i_1(1)$, $i_4(1)$ и $v_3(1)$ через известные возбуждения $v_1(1)$ и $v_4(1)$. Значения $i_1(k)$ и $i_4(k)$ для последующих временных шагов определяются аналогично.

Несколько сложнее использование аддитивных операций на матрицах проводимости при последовательном соединении двух входов. Рассмотрим случай последовательного соединения входа 1 подсистемы А с входом 4 подсистемы В, как показано на рис. 14.8. Первым шагом является модификация подсистемы А, которая заключается в подключении Т-соединения последовательно с входом 1, как показано на рис. 14.8б. Для полученного таким способом восьмиполюсника А матрица переходных характеристик может быть записана в виде

$$a^A(t) = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & a_{11}^A & a_{12}^A & a_{13}^A \\ 2 & a_{21}^A & a_{22}^A & a_{23}^A \\ 3 & a_{31}^A & a_{32}^A & a_{33}^A \\ 6 & a_{61}^A & a_{62}^A & a_{63}^A \end{bmatrix} \quad (14.34)$$

Вход 6 схемы А и выход 4 подсистемы В соединяются каскадно, как и в предыдущем примере, с помощью введения дополнительного входа 4'. Полная матрица переходных характеристик результирующего десяти

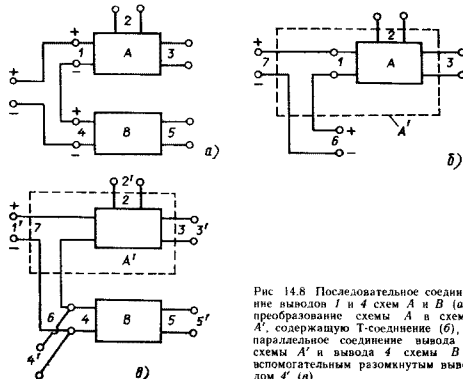


Рис. 14.8. Последовательное соединение выходов 1 и 4 схем А и В (а), преобразование схемы А в схему А', содержащую Т-соединение (б), и параллельное соединение вывода 6 схемы А' и вывода 4 схемы В с вспомогательным разомкнутым выводом 4' (в)

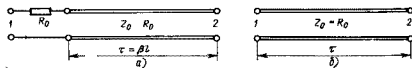


Рис. 14.9 Отрезок линии передачи с последовательным согласованным сопротивлением на входе (а) и отрезок линии передачи электрической длины τ (б)

полусинуса показанного на рис 14.8 а может быть записана в виде

$$a(t) = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} a^A & a_{2,1}^A & a_{2,2}^A & a_{2,3}^A & a_{2,4}^A \\ a_{3,1}^A & a_{3,2}^A & a_{3,3}^A & a_{3,4}^A & a_{3,5}^A \\ a_{4,1}^A & -a_{4,2}^A & a_{4,3}^A & a_{4,4}^A + a_{4,5}^A & a_{4,6}^A \\ 0 & 0 & 0 & a_{5,4}^A & a_{5,5}^A \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (14.35)$$

Как и в предыдущем случае, $l(t)$ определяется с помощью выражений (14.25) — (14.27) в предположении $i_4(t) = 0$.

Из этих примеров видно, что рассматриваемый метод пригоден для анализа произвольной комбинации элементов. Однако для выполнения такой процедуры необходимо знать матрицы переходных характеристик. Эти матрицы для двух часто встречающихся отрезков линий передачи без потерь рассмотрены в [5]. Для отрезка линии передачи с согласованным сопротивлением на одном конце (рис. 14.9а) матрица переходных характеристик имеет вид

$$a(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2R_0} U(t) + U(t-2\tau) & \frac{1}{R_0} U(t-\tau) \\ -\frac{1}{R_0} U(t-\tau) & \frac{1}{R_0} U(t) \end{bmatrix} \quad (14.36)$$

где $U(t)$ — единичная ступенчатая функция. Для отрезка линий передачи, разомкнутой с обоих концов (рис. 14.9 б), матрица переходных характеристик имеет вид

$$a(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2R_0} [U(t) + 2U(t-2\tau) + 2U(t-4\tau) + \dots] & -\frac{2}{R_0} [U(t-\tau) + U(t-3\tau) + \dots] \\ -\frac{2}{R_0} [U(t-\tau) + U(t-3\tau) + \dots] & \frac{1}{2R_0} [U(t) + 2U(t-2\tau) + 2U(t-4\tau) + \dots] \end{bmatrix} \quad (14.37)$$

14.3 МЕТОД СОПРОВОЖДАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

Метод сопровождающей модели [6] для анализа переходных процессов в схемах основан на аппроксимации дифференциальных уравнений, описывающих переходную характеристику, с помощью соответствующих разностных уравнений. Рассмотрим простейшую схему, показанную на рис. 14.10. Ток через конденсатор определяется формулой

$$i = C dv/dt \quad (14.38)$$

Эту формулу можно дискретизировать во временной области и записать в виде

$$i^{n+1} = C(v^{n+1} - v^n)/\Delta t \quad (14.39)$$

где i^{n+1} — приближение емкостного тока (индекс $(n+1)$ соответствует определенному моменту времени), Δt — временной интервал между соседними точками. Уравнение (14.39) может моделироваться схемой, показанной на рис. 14.10б. Проводимость $G = C/\Delta t$ и источник тока $(C/\Delta t)v^n$, соединенные, как показано на этом рисунке, называются сопровождающей моделью схемы конденсатора. Аппроксимация производной, используемая в этой модели, определяется формулой

$$\frac{dv}{dt} \Big|_{t \sim t^{n+1}} = \frac{v^{n+1} - v^n}{t^{n+1} - t^n} = \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} \quad (14.40)$$

называемой обратной формулой Эйлера. Возможна и другая аппроксимация. Прямая формула Эйлера имеет вид

$$\frac{dv}{dt} \Big|_{t \sim t^n} = \frac{v^{n+1} - v^n}{t^{n+1} - t^n} = \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} \quad (14.41)$$

а интегрирование по правилу трапеции дает

$$\frac{dv}{dt} \Big|_{t \sim t^{n+1}} + \frac{dv}{dt} \Big|_{t \sim t^n} = 2 \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} \quad (14.42)$$

Метод трапеции более точен, чем численное интегрирование по формулам Эйлера [7]. Используя выражение (14.42) значение i^{n+1} в схеме показанной на рис. 14.10, можно записать

$$i^{n+1} = C \left\{ \frac{2v^{n+1}}{\Delta t} - \frac{2v^n}{\Delta t} - \frac{dv}{dt} \Big|_{t \sim t^n} \right\} \quad (14.43)$$

Сопровождающая модель схемы соответствующая формуле (14.43), показана на рис 14.11. Значения токов источников $2Cv^n/\Delta t$ и $C(dv/dt)|_{t \sim t^n}$ известны из предыдущего шага

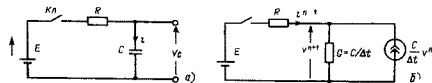


Рис. 14.10 Последовательная RC цепь (а) и ее сопровождающая модель (б)

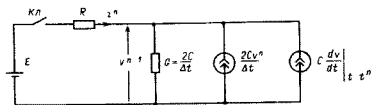


Рис. 14.11 Сопровождающая модель для последовательной RC цепи и показанной на рис. 14.10а, основанная на трапецидальном методе

Сопровождающую модель индуктивного элемента можно записать в аналогичной форме. Если используется обратная формула Эйлера, то напряжение на катушке индуктивности (рис. 14.12а) определяется формулой

$$v_i^{n+1} = \frac{L}{\Delta t} (i^{n+1} - i^n) \quad (14.44)$$

а соответствующая сопровождающая схема показана на рис. 14.12б.

Для удобства использования метода узловых проводимостей при анализе дискретных временных шагов, сопровождающая модель схемы, показанная на рис. 14.12б, часто преобразуется и индуктивность заменяется гиратором нагруженным на емкость. Идеальный гиратор представляет собой четырехполюсник, показанный на рис. 14.13а для которого

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (14.45)$$

Для конденсатора показанного на рис. 14.13а

$$i = C dv_2/dt$$

На основании уравнения (14.45) для входа 1 гиратора имеем

$$v_1 = C di_1/dt \quad (14.46)$$

или

$$v_1^{n+1} = \frac{C}{\Delta t} (i^{n+1} - i^n) \quad (14.47)$$

что совпадает с выражением (14.44) при замене L на C. Следовательно сопровождающая модель катушки индуктивности (рис. 14.12а) может быть представлена в виде, показанном на рис. 14.13б.

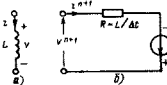


Рис. 14.12. Катушка индуктивности (а) и ее сопровождающая модель, соответствующая уравнению (14.44) (б)

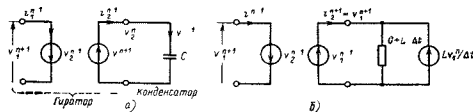


Рис. 14.13. Гиратор с емкостной нагрузкой (а) и его использование для сопровождающей модели индуктивности (б)

Основное достоинство метода сопровождающих схем заключается в легкости распространения его на случай включения нелинейных элементов. Сопровождающая модель для нелинейных элементов получается линеаризацией соответствующих уравнений с помощью разложения в ряд Тейлора. Для нелинейной проводимости, показанной на рис. 14.14а можно записать

$$i = g(v) v \quad (14.48)$$

Форма правой части этого выражения определяется требованием получения нулевого значения тока в пассивном двухполюсном нелинейном элементе при установке нулевого значения напряжения v. Разложив ток i в ряд Тейлора вблизи точки i^0 и ограничиваясь линейным членом получим

$$i - i^0 + \frac{\partial i}{\partial v} \Big|_{v=v^0} (v - v^0) = i^0 + G^0 v - G^0 v^0 \quad (14.49)$$

Приближение формулы (14.49) можно упростить путем последовательных итераций. Для m-й итерации имеем

$$i^{m+1} = i^m + G^m v^{m+1} - G^m v^m \quad (14.50)$$

Сопровождающая модель, соответствующая этой аппроксимации, приведена на рис. 14.14б. Такая линеаризованная модель может включаться в рассмотренные ранее модели для анализа переходных процессов. Следует отметить, что итерации для различных значений m необходимы на каждом временном шаге дискретизации анализа во временной области.

Нелинейная емкость описывается нелинейным соотношением между зарядом и напряжением

$$q = C_q(v) v \quad (14.51)$$

Для проведения анализа необходимо соотношение между током и напряжением. Можно записать

$$\frac{dq}{dt} = -i = C_q(v) \frac{dv}{dt} + v \frac{dC_q(v)}{dv} \frac{dv}{dt}$$

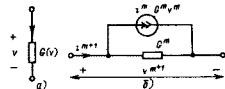


Рис. 14.14. Нелинейная проводимость (а) и сопровождающая модель (б)

так что

$$i = \left\{ C_q(v) + \frac{dC_q(v)}{dv} v \right\} \frac{dv}{dt} \quad (14.52)$$

или

$$i = C(v) dv/dt \quad (14.53)$$

где

$$C(v) = C_q(v) + \frac{dC_q(v)}{dv} v \quad (14.54)$$

Аналогично для нелинейной индуктивности можно получить

$$v = L(i) di/dt \quad (14.55)$$

Уравнения (14.53) и (14.55) могут быть линеаризованы тем же способом, которым линеаризовывалось выражение $g(v)$

14.4 МЕТОД ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Метод переменных состояния является наиболее общим методом анализа во временной области линейных и нелинейных схем и систем.

В методе переменных состояния линейная время-независимая схема описывается двумя уравнениями

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (14.56)$$

$$y = Cx + Du + (D_1 u_1 + \dots), \quad (14.57)$$

где u — m -элементный вектор столбец, соответствующий m входам (независимым источникам); y — p -элементный вектор-столбец, соответствующий p выходам (искомые напряжения и (или) токи); x — n -элементный вектор-столбец, содержащий набор n независимых дополнительных переменных; A, B, C, D, D_1 — постоянные действительные матрицы соответствующих размеров. Заметим, что A всегда является квадратной матрицей порядка n .

Уравнение (14.56) представляет собой систему n дифференциальных уравнений первого порядка, называемых уравнениями состояния. Набор дополнительных переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется переменными состояния, а $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ — вектором состояния. Уравнение (14.57) называется выходным уравнением.

Для общего нелинейного случая уравнения состояния можно записать в виде

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (14.58)$$

Поскольку уравнения схемы могут записываться в форме (14.56) или (14.58) то для получения приближенного решения системы уравнений можно использовать некоторые численные методы соответствующие выражениям (14.40) — (14.42). Основная трудность заключается в формулировке уравнений состояния и в частности, в определении матрицы A , если уравнения записываются в форме (14.56)

Число уравнений N (14.56) или (14.58) зависит от сложности схемы. Для системы n линейно-независимых уравнений наиболее общее решение должно содержать n произвольных постоянных, которые определяются n начальными условиями. Обычно, но не всегда, эти n начальных условий задаются значениями $x_1, \dots, x_n$ при $t = 0$. Итак, порядок сложности схемы n равен числу независимых начальных условий, которые для получения полного решения $x(t)$ могут и должны быть выражены через электрические переменные.

В [8] показано, что для линейных время-независимых схем на элементах с сосредоточенными параметрами порядок сложности равен числу независимых напряжений на емкостях и токов в индуктивных элементах. В RLC -цепях некоторые емкостные напряжения и (или) индуктивные токи могут не быть независимыми. Это происходит в тех случаях, когда схема содержит один или более контуров, содержащих только конденсаторы и, возможно, независимые источники напряжения (контурные такого типа называются C, E -контурами), или когда схема имеет одно или более сечений, содержащих только индуктивности и, возможно, независимые источники тока (сечения такого типа называются L, I -сечениями).

Таким образом, порядок сложности цепи RLC определяется формулой

$$n = b - c - n_c - n_l \quad (14.59)$$

где b_{LC} — суммарное число емкостных и индуктивных элементов; n_c — суммарное число независимых C, F -контуров; n_l — суммарное число независимых L, I -сечений.

Для линейных активных цепей число переменных в x может быть меньше, чем определяется уравнением (14.59). Общий метод машинной формулировки уравнений состояния для линейных активных цепей можно разделить на два этапа. Первый этап состоит из формулировки уравнений «начального состояния» в виде

$$M^{(0)} x = A^{(0)} x^{(0)} + B^{(0)} u \quad (14.60)$$

где вектор $x^{(0)}$ учитывает все напряжения на конденсаторах и токи через катушки индуктивности; $A^{(0)}$ — постоянная матрица, состоящая из коэффициентов элементов $x^{(0)}$. Переменные в $x^{(0)}$ могут быть, а могут и не быть линейно-независимыми. Зависимые переменные в $x^{(0)}$ обнаруживаются и исключаются на втором этапе. Уравнение (14.60) сначала приводится к виду

$$x = Ax + Bu + (B_1 x + \dots) \quad (14.61)$$

где элементы x являются подгруппами $x^{(0)}$. Теперь уравнение (14.61) можно привести к нормальной форме (14.56). Машинная формулировка уравнений состояния и их решение детально рассмотрены в [9]

Как уже говорилось, метод переменных состояния может быть распространен на нелинейные схемы, а нормальная форма уравнений в этом случае имеет вид (14.58). Однако формулировка уравнений состояния в этом случае становится более сложной, поскольку наличие нелинейных элементов приводит к появлению немонокотных характеристик схемы, что может явиться причиной появления посторонних уравнений нормальной формы. Немонотонная характеристика может также появиться при соединении отрицательных сопротивлений или управляемых источников с другими компонентами.

Подробное рассмотрение топологической формулировки уравнений состояния для нелинейных схем, основанное на гибридных матрицах, рассматривается в [9].

Различные методы анализа во временной области, рассмотренные в настоящей главе, могут использоваться для анализа СВЧ цепей

Глава 15

МЕТОДЫ МАТРИЧНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Различные методы анализа схем, рассмотренные в предыдущих главах, имеют одно общее свойство. Все они требуют решения системы совместных линейных уравнений. Эти уравнения представляются в матричной форме и для выполнения анализа схем требуется производить различные матричные операции (перемножение, нахождение обратных матриц и др.). Если при проектировании схем используется оптимизация, то, как будет показано в гл. 16—18, возникает необходимость осуществлять анализ неоднократно в соответствии с числом итераций алгоритма оптимизации.

В данной главе рассматриваются два эффективных метода решения матричных уравнений: метод исключения Гаусса и метод LU -факторизации. Также рассматриваются некоторые методы операций над разреженными матрицами, которые используются для уменьшения необходимой памяти и повышения эффективности вычислений.

15.1 МЕТОД ИСКЛЮЧЕНИЯ ГАУССА

Пусть требуется найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (15.1)$$

Эти уравнения могут быть записаны в матричной форме

$$Ax = b \quad (15.2)$$

где

$$x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T, \quad b = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n)^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Для решения уравнения (15.2) имеются различные хорошо известные методы. Наиболее простой метод, использующий правило Крамера, очень неэффективен. Для решения системы из n уравнений с использованием правила Крамера потребуется $N = 2(n+1)!$ длительных операций. В этом разделе рассмотрим алгоритм исключения Гаусса, при котором требуемое число длительных операций составляет примерно n^3 . Сначала проиллюстрируем эту процедуру на простом примере приведенном далее.

Пример. Найдём решение следующей системы уравнений

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \quad (15.3a)$$

$$4x_1 + 7x_2 - 7x_3 = 1, \quad (15.3b)$$

$$-2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -7 \quad (15.3в)$$

Используя (15.3a), исключим x_1 из двух других уравнений

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \quad (15.4a)$$

$$3x_2 + x_3 = 5, \quad (15.4b)$$

$$6x_2 + 8x_3 = -4 \quad (15.4в)$$

Теперь исключим x_2 из (15.4в)

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \quad (15.5a)$$

$$3x_2 + x_3 = 5 \quad (15.5b)$$

$$6x_3 = 6. \quad (15.5в)$$

Теперь решение для x_1 , x_2 и x_3 может быть получено в обратном порядке — путем обратной подстановки. Из уравнения (15.5в) находим $x_3 = 1$, а после подстановки в (15.5b) получаем $x_2 = -2$. Окончательно из (15.5a) находим $x_1 = 2$

Уравнения (15.5) называются треугольными, а процесс получения решения в обратном порядке называется обратной подстановкой. Основные операции, используемые в этом примере, следующие:

- 1) умножение уравнения на константу, не равную нулю;
- 2) замена j -го уравнения суммой i -го и k -го, умноженного на α уравнений, где α — некоторая константа, $\alpha \neq j$.

Метод, использованный в приведенном примере называется методом исключения Гаусса. С его помощью может быть получено решение n совместных уравнений.

Для осуществления этого метода на ЭВМ перечисленные операции могут выполняться над расширенной матрицей коэффициентов $[A \mid b]$. Если M является расширенной матрицей размера $n \times (n+1)$, то для приведения матрицы A к треугольной форме необходимо выполнить следующие действия

For all $k = 1$ to $n-1$ do

begin

For all $i = k+1$ to n do

begin

$\alpha := -m_{ik}/m_{kk}$

For all $j = k+1$ to n do $m_{ij} := m_{ij} + \alpha m_{jk}$

end (for i)

end (for k)

В этом алгоритме из перечисленных операций используется только вторая. Так как каждой строке матрицы M соответствует уравнение, то в самом внутреннем цикле члены i -й строки суммируются с соответствующими членами k -й строки умноженными на коэффициент $(-m_{ik}/m_{kk})$. Этот процесс выполняется только для столбцов от k -го до $(n+1)$ -го, так как в столбцах от 1-го до $k-1$ -го в строках от k -й до n -й уже получены нули.

Член m_{ii} корректируется $(n-k)(n-k+2)$ раз для каждого $k = 1, \dots, (n-1)$. Следовательно суммарное число выполненных корректировок составляет

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)(n-k+2) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{6} \quad (15.6a)$$

Число операций вычисления константы α составляет

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) = \frac{n(n-1)}{2} \quad (15.6b)$$

В самом внутреннем цикле каждой корректировки требуется одна операция умножения, а при вычислении константы α — одна операция деления. Следовательно, суммарное число длительных операций необходимое для получения треугольных уравнений составляет

$$N_k = \frac{n(n-1)(2n+5)}{6} + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n-1)(n+4)}{3} \quad (15.7)$$

Приведенный алгоритм записан в предположении, что диагональные элементы m_{kk} не равны нулю. Эти элементы называются ведущими. Для обеспечения неравенства нулю ведущих элементов необходимо на ряду с двумя рассмотренными ранее операциями выполнять еще две операции над расширенной матрицей.

3) перегруппировку строк матрицы M (при этом изменяется только порядок, в котором записаны уравнения; эту операцию используют для того чтобы по возможности увеличить значение ведущего элемента);

4) перегруппировку столбцов матрицы A (при этом неизвестные x записываются в другой последовательности; чтобы после вычисления переменных можно было корректно определить их значения в первоначальных обозначениях информация обо всех перестановках столбцов должна запоминаться)

Из приведенных четырех операций первые три производятся над строками матриц и называются элементарными операциями строк. Выполнение элементарных операций строк над матрицей аналогично умножению матрицы на другую матрицу, которая получается выполнением тех же самых операций строк над единичной матрицей.

После приведения матрицы M к треугольной форме результирующие уравнения решаются в обратном порядке. Решение каждого уравнения определяет одно неизвестное. Этот процесс может быть записан следующим образом.

For all $j = n$ step -1 until 2 do

begin

$b_j := b_j/a_{jj}$

For all $i = j-1$ step -1 until 1 do $b_i := b_i - a_{ij}b_j$

end (for j)

$b_1 := b_1/a_{11}$

Здесь члены a_{ij} и b_j являются частями $[A|b]$ треугольной матрицы M и решение для x теперь выражается через b . Число выполненных операций корректировки b_i составляет

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2$$

Каждая операция корректировки b_i во внутреннем цикле включает в себя одну операцию умножения. Дополнительно используется n операций деления. Следовательно число длительных операций при обратной постановке составляет

$$N_s = n + n(n-1)/2 = n(n+1)/2 \quad (15.8)$$

Суммарное число длительных операций при использовании метода Гаусса согласно (15.7) и (15.8) составляет

$$N = \frac{n(n-1)(n+4)}{3} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^3}{3} + \frac{3n^2}{2} + \frac{5n}{6} \quad (15.9)$$

В процедуре исключения Гаусса обращение матрицы A явно не опередлено. Матрицу, обратную A , можно найти с помощью матрицы, которая получается дополнением матрицы A единичной матрицей тех же размеров. В этом случае матрица M записывается в виде

$$M = [A|I]. \quad (15.10)$$

Матрица A приводится к треугольной форме с помощью описанных ранее операций строк над расширенной матрицей M . Затем аналогичные операции строк выполняются над матрицей M (чтобы уменьшить число операций приведения к треугольной форме и последующих операций) и теперь эта матрица будет содержать матрицу обратную A . Далее рассматривается процедура, которая выполняется после приведения матрицы A к треугольной форме.

For all j := n step -1 until 2 do

begin

For all k := 1 to n d b_{jk} := b_{jk}/a_{jj}

For all i := j-1 step -1 until 1 do

begin

For all k := 1 to n d b_{ik} := b_{ik} - a_{ij}b_{jk}

end (for i)

end (for j)

В этой процедуре обращение матрицы **A** достигается запоминанием в **B**. Число длительных операций теперь больше, так как размер расширенной матрицы больше. Суммарное число длительных операций, требующихся для нахождения обратной матрицы, составляет около n^3 .

15.2 ВЕДУЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ [1, 2]

В данном разделе рассмотрим различные критерии, которые могут использоваться для выбора ведущих элементов на различных этапах. В предыдущем разделе уже отмечалось, что ведущие элементы должны иметь ненулевые значения. Однако если значения этих элементов малы, то могут возникнуть численные ошибки. Они возникают из-за того, что в ЭВМ, на которой производится вычисления, слово имеет конечную длину. Возникновение ошибок при малых значениях ведущих элементов может быть показано на следующем примере:

Пример Рассмотрим следующую систему уравнений

$$\begin{bmatrix} 0 & 0001 & 1 \\ 10 & 10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 60 \end{bmatrix} \quad (15.11)$$

Результатом решения этой системы уравнений с точностью до пяти значащих цифр является $x_1 = 1,0001$ и $x_2 = 4,9999$. При решении методом исключения Гаусса первое уравнение умножается на 10^5 и вычитается из второго уравнения. При этом получается

$$-99990x_2 = -499940 \quad (15.12)$$

Если используется ЭВМ, оперирующая с точностью до трех значащих цифр то уравнение (15.12) будет иметь вид

$$-1.00 \cdot 10^5 x_2 = -5.00 \cdot 10^5 \quad (15.13)$$

откуда $x_2 = 5.00$. После подстановки в первое уравнение (15.11) получаем $x_1 = 0.0$, что существенно отличается от истинного значения.

Найдем также решение этой системы после перестановки строк в (15.11). Уравнения (15.11) тогда примут вид

$$\begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 \\ 0 & 0001 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (15.14)$$

При использовании метода исключения Гаусса второе уравнение системы (15.14) приводится к виду

$$0.9999x_1 = 4.9994 \quad (15.15)$$

Если ЭВМ оперирует с точностью до трех значащих цифр это уравнение представляется в форме

$$1.00x_1 = 5.00 \quad (15.16)$$

Следовательно, $x_2 = 5.00$ и при обратной подстановке получаем $x_1 = 1.00$, что соответствует правильному решению с точностью трех значащих цифр.

Из приведенного примера следует, что если абсолютное значение ведущего элемента очень мало, то могут возникнуть большие численные погрешности. Для исключения этих погрешностей существует хорошая стратегия. На k -м шаге ведущим выбирается элемент в k -м столбце с наибольшим из всех элементов в строках от k до n абсолютным значением. Это требует некоторых дополнительных затрат машинного времени, но приводит к повышению точности решения, что весьма важно. Дополнительное повышение точности достигается перестановками не только строк, но и столбцов. Этот метод определения ведущего элемента является более полным, чем метод, при котором переставляются только строки. Для определения ведущего элемента в этом случае требуется дополнительное время, так как при перегруппировке столбцов неизвестные также перегруппируются.

Как говорилось в гл. 11, в процессе анализа требуется обращение матрицы типа $(\Gamma - S)$. Диагональными элементами этой матрицы являются коэффициенты отражения от различных входов компонента. Значения этих коэффициентов отражения на центральных частотах могут быть очень малыми. Однако в каждой строке матрицы $(\Gamma - S)$ имеется единичный элемент, соответствующий матрице внутренних соединений Γ , который не зависит от частоты. Остальные элементы в матрице $(\Gamma - S)$ являются элементами матриц компонентов, которые для пассивных цепей меньше единицы. Единичные элементы являются идеальными ведущими элементами, так как экономятся время, затрачиваемое на поиск этих наибольших элементов. Кроме того, на начальной стадии, пока единичные элементы соответствующие Γ -матрице, корректируются разделение ведущих элементов не выполняется. Следует отметить, что в очень редких случаях единичный элемент, соответствующий Γ , может при корректировке уменьшиться до нуля. Это происходит только в некоторых аномальных ситуациях и здесь не рассматривается [3].

15.3. LU-ФАКТОРИЗАЦИЯ И ПРЯМОЕ ИСКЛЮЧЕНИЕ — ОБРАТНАЯ ПОДСТАНОВКА [1, 2]

Если требуется найти решение уравнений (15.2) для более чем одного вектора **b**, то более предпочтительным является метод *LU*-факторизации [1]. При этом методе матрица **A** разлагается на нижнюю треугольную матрицу **L** и верхнюю треугольную матрицу **U** так чтобы

$$\mathbf{A} = \mathbf{LU} \quad (15.17)$$

где

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \quad (15.18)$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & & u_{1n} \\ 0 & 1 & & u_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (15.19)$$

Уравнение (15.2) теперь принимает вид

$$LUx = b \quad (15.20)$$

Решение (15.20) получают в два этапа. Сначала методом прямого исключения получают решение относительно y , соответствующее уравнению

$$Ly = b \quad (15.21)$$

На втором этапе находится решение относительно x

$$Ux = y \quad (15.22)$$

при котором используется процесс обратной подстановки. Все элементы главной диагонали матрицы U являются единичными и, следовательно, при запоминании матрицы L и U могут частично перекрываться и запоминаться в виде матрицы T

$$T = L + U - I, \quad (15.23)$$

где I - единичная матрица

15.3.1 LU-ФАКТОРИЗАЦИЯ

В этом подразделе рассмотрим процедуру разложения невырожденной матрицы A на матрицы L и U .

В разд. 15.1 говорилось, что невырожденная матрица может быть приведена к треугольному виду с помощью элементарных операций строк. Затем каждая строка может быть разделена диагональным элементом для приведения ее к типу U . Как отмечалось в разд. 15.1, выполнение операции строк над матрицей может быть получено перемножением ее с другой матрицей, называемой матрицей E . Матрица E получена выполнением тех же операций строк над единичной матрицей I подходящего порядка. Для любой невырожденной матрицы A можно записать

$$E_m E_{m-1} \dots E_1 A = U \quad (15.24)$$

где E_k может быть любой из трех типов матриц, полученных выполнением элементарных операций строк над единичной матрицей. Если a_{kk} на каждом шаге не равно нулю, то строки переставлять не нужно, а необходимо использовать только действия над строками первого и вто-

рого типов. Матрицы E , полученные после действия над строками первого и второго типов, являются нижними треугольными матрицами, так как действием первого типа является умножение строк на скаляр, а действием второго типа — всегда сложение одной строки с другой, умноженной на α . Произведение любых двух нижних треугольных матриц является также нижней треугольной матрицей. Следовательно произведение $(E_m E_{m-1} \dots E_2 E_1)$ в (15.24) является нижней треугольной матрицей. Обращение нижней треугольной матрицы также приводит к нижней треугольной матрице. Следовательно, из (15.24) имеем

$$A = LU \quad (15.25)$$

где

$$L = (E_m E_{m-1} \dots E_1)^{-1} = E_1^{-1} E_2^{-1} \dots E_m^{-1} \quad (15.26)$$

Если на каком-либо этапе ведущий элемент a_{kk} оказывается равным нулю, то, чтобы продолжать использование метода исключения Гаусса, необходимо произвести операцию перестановки строк. Можно показать, что в этом случае могут быть найдены матрицы L и U , удовлетворяющие уравнению

$$LU = PA \quad (15.27)$$

где P — матрица, получаемая выполнением всех необходимых перестановок строк единичной матрицы. Очевидно, что если никаких перестановок строк не требуется, то $P = I$.

Существуют различные процедуры для LU -факторизации. Далее описывается алгоритм, рассмотренный в [2]. В этом алгоритме на каждом шаге в качестве ведущих выбираются диагональные элементы. При этом предполагается, что они не равны нулю.

```

for all k 1 to n-1 do
  begin
    for all j k+1 to n do
      akj := akj - akk akj / akk
    end
  end
end
  
```

Процедура преобразования матрицы A в матрицу T задается уравнением (15.23). Матрицы L и U содержатся в A :

$$l_{ij} = a_{ij} \text{ для } j \leq i, \quad (15.28)$$

$$u_{ij} = a_{ij} \text{ для } j > i \quad (15.29a)$$

при

$$u_{ii} = 1 \quad (15.29b)$$

Время, затрачиваемое на выполнение каждого шага разделения в приведенном алгоритме, определяется выражением

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 = n(n-1)/2$$

Продолжительность шага коррективки a_{ij} определяется суммой

$$(n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 4 + 1 = n(n-1)(2n-1)/6$$

Коррективка a_{ij} требует единственной операции умножения и поэтому суммарное число длительных операций составляет

$$N_{LU} = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} = \frac{n^3}{3} - \frac{n}{3} \quad (15.30)$$

Как говорилось в разд. 15.2, ведущий элемент для матриц типа (Γ, S) можно выбрать априори, выбрав в каждой строке в качестве ведущего единичный элемент, соответствующий матрице внутренних соединений Γ . Это означает, что неизвестные должны быть перегруппированы так, чтобы единица, соответствующая матрице Γ , попала на главную диагональ. Если положение единичного элемента, соответствующего матрице Γ (для i -й строки), задается массивом $g(i)$, то описанный алгоритм для LU -факторизации изменяется

```

For all k = 1 to n-1 do
  begin
    p := g(k)
    For all j = k+1 to n do
      begin
        q := g(j)
         $a_{kq} \leftrightarrow a_{kp}$ 
      end (for j)
    For all i = k+1 to n do
      begin
        For all j = k+1 to n do
          begin
            q := g(j)
             $a_{ik} \leftrightarrow a_{iq}a_{kj}$ 
          end (for j)
        end (for i)
      end (for k)
  end (for k)

```

В данном алгоритме столбцы матрицы A не перегруппировываются, но тем не менее элемент в столбце $p = g(k)$ на k -м шаге выбирается ведущим. Поскольку предыдущие ведущие элементы выбирались из столбцов $g(1), g(2), \dots, g(k-1)$, элементы в этих столбцах k -й строки и ведущий элемент k -го шага являются частями матрицы L и, таким образом, не разделяются ведущими элементами. Только элементы в столбцах $g(k+1), \dots, g(n)$ разделяются ведущими элементами. Ана-

логично корректируются только элементы в столбцах $g(k+1), \dots, g(n)$ строк $(k+1), \dots, n$. Поскольку для получения решения используются прямое исключение и обратная подстановка, то с помощью перегруппировки будут назначаться результаты переменным.

Можно показать, что получить решение для присоединенной схемы также можно с помощью L и U -множителей. Если исходя из уравнения

$$Ax = b \quad (15.31)$$

получают решение для исходной схемы, то решение для присоединенной схемы получается из выражения

$$A'x' = b' \quad (15.32)$$

где b — вектор возбуждения для присоединенной схемы. Если выразить

$$A = LU, \quad (15.33)$$

$$A' = U'L \quad (15.34)$$

15.3.2 ПРЯМОЕ ИСКЛЮЧЕНИЕ И ОБРАТНАЯ ПОДСТАНОВКА

Для решения системы уравнений с помощью LU -множителей решают уравнения (15.21) и (15.22). Уравнение (15.21) можно переписать в виде

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \\ \vdots & & \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (15.35)$$

Переменную y_1 можно получить непосредственно из первого уравнения (15.35). Затем ее можно подставить во второе уравнение и определить y_2 и так далее, пока не будут найдены все значения переменных y_i .

Уравнение (15.22) решают следующим образом. Уравнение (15.22) можно переписать в виде

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & & u_{1n} \\ 0 & 1 & & u_2 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (15.36)$$

откуда можно получить все значения x_i в обратном порядке.

Алгоритм прямого исключения и обратной подстановки имеет следующий вид:

```

// Прямое исключение
For all j = 1 to n-1 do
  begin
    b_j := b_j/a_jj
    For all i = j+1 to n do b_i := b_i - a_ijb_j
  end (for j)

```

$$b_n = b_n / a_{nn}$$

//Значения y_i теперь содержатся в b_{i+1} ;

//Обратная подстановка//

For all $i := n-1$ step -1 until $i = 1$ do

begin

For all $j := n$ step -1 until $j = i+1$ do $b_i := b_i - a_{ij}b_j$

end (for j)

Значения x_i теперь содержатся в b_i

В этом алгоритме для прямого исключения используется n операции деления и $n(n-1)/2$ — умножения. Для обратной подстановки осуществляется $n(n-1)/2$ операций умножения. Следовательно, суммарное число длительных операций для этого алгоритма составляет

$$N_{FH} = n + n(n-1) \quad n^2 \quad (15.37)$$

Теперь можно найти суммарное число длительных операций, требуемое для получения решения уравнения (15.2) методом LU -факторизации и прямого исключения — обратной подстановки. На основании (15.30) и (15.37) имеем

$$N = N_{IL} + N_{FH} = \frac{n^3}{3} + n^2 \quad \frac{n}{3} \quad (15.38)$$

Если требуется найти решение (15.2) для различных векторов в правой части уравнения, то повторно необходимо выполнять только прямое исключение — обратную подстановку. LU -факторизацию требуется производить только один раз для исходной матрицы

В подразд. 15.31 в случаях матричного решения для матриц типа $(\Gamma - S)$ рассматривалась LU -факторизация с использованием в качестве ведущих единичных элементов, соответствующих Γ . Отметим, что так как ведущий элемент на k -м шаге выбирается из столбца $g(k)$, то полученные непосредственно неизвестные окажутся перегруппированными. Алгоритм прямого исключения — обратной подстановки для такого случая имеет вид

//Прямое исключение//

For all $j = 1$ to $n-1$ do

begin

$q := g(j)$

$x_q := b_j / a_{jq}$

For all $i = j+1$ to n do $b_i := b_i - a_{ij}x_j$

end (for j)

$q := g(n)$

$x_q := b_n / a_{nq}$

284

//Обратная подстановка//

For all $i := n-1$ step -1 until $i = 1$ do

begin

$p := g(i)$

For all $j := n$ step -1 until $j = i+1$ do

begin

$q := g(j)$

$x_p := x_p - a_{iq}x_q$

end (for j)

end (for i)

Применения. Решение уравнения (15.32) требуется при расчете чувствительности с помощью присоединенных схем. При этом под U^0 понимается нижняя треугольная матрица с единичными диагональными элементами, а под U^1 — верхняя треугольная матрица с диагональными элементами, имеющими произвольные значения. Решение (15.32) может быть получено с помощью несколько измененной процедуры прямого исключения — обратной подстановки, которая для разреженных матриц будет описана позднее в подразд. 15.4.3.

Кроме того, в тех случаях, когда обратная матрица должна умножаться на другую матрицу, могут быть получены LU -сомножители матрицы и последовательность прямых исключений — обратных постановок выполняется для каждого столбца умножаемой матрицы. Например, для того чтобы найти $A^{-1}C$, получают L , U -множители A и затем с помощью прямого исключения — обратной подстановки — решение каждого столбца C .

15.4 ДЕЙСТВИЯ НАД РАЗРЕЖЕННЫМИ МАТРИЦАМИ [4—14]

Как отмечалось в гл. 11–12, матрицы, для которых в процессе анализа схем требуется нахождение обратных матриц, очень разрежены. Разреженными называются матрицы, содержащие большое число нулевых элементов. В матрицах типа $(\Gamma - S)$ ненулевые элементы соответствуют только внешним и внутрисоединенным входам этого компонента. Для обычной схемы только 5–10 % элементов матрицы $(\Gamma - S)$ являются ненулевыми. Кроме того, когда одна и та же схема анализируется при различных значениях параметров некоторых компонентов, положение нулей не изменяется, т. е. является ли элемент в матрице $(\Gamma - S)$ нулевым или ненулевым, зависит только от топологии схемы и не зависит от характеристик компонентов.

Так как матрицы сильно разрежены, большинство длительных операций, которые выполняются при LU -факторизации и прямом исключении — обратной подстановке, будут операциями типа $0 \times a_{ij}$ и $0/a_{ij}$, которые фактически не должны выполняться. Эффективность вычислений при анализе может быть повышена при использовании методики, согласно которой такие операции опускаются, а выполняются только ненулевые операции.

Далее можно значительно снизить требуемый объем памяти для матрицы, если запоминать только ненулевые элементы. При этом структура данных должна быть разработана таким образом, чтобы положение элемента в матрице и его значение могли быть легко восстановлены.

При LU -факторизации сомножители L , U , определяющие матрицу T согласно (15.23) запоминаются в тех же ячейках памяти, что исходная матрица A . Это возможно, так как ячейки, содержащие нули матрицы A (не запоминаемые), могут устанавливаться ненулевыми при факторизации. При LU -факторизации элемент a_{ij} корректируется как

$$a_{ij} \leftarrow a_{ij} - a_{ik} a_{kj}$$

Если a_{ij} имеет нулевое значение, а a_{ik} и a_{kj} — ненулевые то (i, j) и элемент, который в матрице A был нулевым, в матрице T становится ненулевым. Вновь созданные ненулевые элементы называются «заполняющими» или заполнениями. Для заполнения также должна резервироваться область памяти.

Число сгенерированных заполнений зависит от перегруппировки строк и (или) столбцов. Если ведущие элементы, выбранные в каждой строке, зафиксированы, то число генерируемых заполнений зависит от перегруппировки строк. Число генерируемых заполнений желательно минимизировать. Для иллюстрации зависимости числа генерируемых заполнений от перегруппировки найдем решение следующих уравнений с помощью LU -факторизации:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & -6 \\ 3 & 9 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 8 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 14 \\ 26 \end{bmatrix} \quad (15.39)$$

Чтобы определить число сгенерированных заполнений, не требуется знать фактические значения ненулевых элементов, а необходимо знать только их местоположение. Например, для матрицы из уравнения (15.39), для которой требуется определить LU сомножители, необходима матрица следующего типа

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & \begin{bmatrix} X & X & X & X \end{bmatrix} \\ 2 & \begin{bmatrix} X & \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 3 & \begin{bmatrix} X & 0 & X & 0 \end{bmatrix} \\ 4 & \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \end{matrix}$$

где знаком X определены ненулевые элементы. При LU -факторизации матрица полностью заполняется и, таким образом, генерируется шесть заполнений. Число длительных операций, необходимое для этого разложения, составляет 20.

Если уравнения в (15.39) перегруппировать записав

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -12 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & -2 \\ 4 & -6 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 \\ 6 \\ 14 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (15.40)$$

с сохранением тех же самых ведущих элементов то матрица, для которой необходимо определить LU -сомножители становится матрицей типа

$$2 \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & X \\ 4 & 0 & X & 0 & X \\ 3 & 0 & 0 & X & X \\ 1 & X & X & X & X \end{bmatrix}$$

где как и ранее, знак X — ненулевые элементы. При LU -факторизации матрица опять получается того же типа и заполнения не генерируются. Теперь для разложения требуется шесть ненулевых длительных операций. Таким образом, перегруппировка строк и столбцов матрицы A не только минимизирует число генерируемых заполнений, но и уменьшает число длительных операций, необходимых для LU -факторизации. Далее приведен алгоритм перегруппировки.

Алгоритм перегруппировки [8—10]. Целью этого алгоритма является перегруппировка строк и столбцов матрицы A так, чтобы суммарное число генерируемых заполнений было минимальным.

Чтобы найти порядок строк и столбцов при котором достигается полный минимум, требуется вычисление генерируемых заполнений всех возможных случаев. Число возможных случаев составляет $n!$, и проверка каждого из них очень неэкономична по вычислительным затратам, требуемым для получения глобального минимума. Однако возможно определение подоптимума или локального минимума.

Алгоритм перегруппировки, описанный в [8] является попыткой минимизировать необходимое число длительных операций. Как следует из изложенного, ведущие элементы при их выборе фиксируются в каждой строке, а согласно алгоритму на каждом шаге решается, какой из оставшихся ведущих элементов является кандидатом на роль следующего ведущего элемента. Этот алгоритм заключается в следующем.

Начиная с $k = 1$ и до $k = n - 1$ на k -м шаге определяется требуемое число длительных операций для каждого предполагаемого ведущего элемента. Ведущий элемент требующий наименьшего числа длительных операций, выбирается в качестве следующего ведущего элемента. Если имеются ведущие элементы требующие равного числа длительных операций, выбирается любой из них. Число ненулевых для длительных операций при корректировке равно произведению ненулевых элементов в строке с ведущим элементом (в корректируемых столбцах) и в столбце с ведущим элементом (в корректируемых строках). Это число прибавляется к числу ненулевых элементов в столбце с ведущим элементом и получается суммарное число длительных операций для предпологаемого ведущего элемента.

Таблица 15.1 Число длительных операций, необходимое в рассматриваемом примере

Предполагаемый ведущий элемент в строке	Число длительных операций			Предполагаемый ведущий элемент в строке	Число длительных операций		
	деления	корректировки	суммарное		деления	корректировки	суммарное
1	2	4	6	4	2	6	8
2	2	2	4	5	1	2	3
3	3	9	12	6	2	2	4

Этот алгоритм использован здесь для перегруппировки строк и столбцов матрицы размером 6×6 структура которой имеет вид

	1	2	3	4	5	6
1	X			X	X	
2		X	X	X		
3	X	X	X		X	
4	X			X		X
5			X	X		
6			X	X	X	

Предполагаемый ведущий элемент выбирается из элементов главной диагонали. Число ненулевых длительных операций, необходимое для корректировки каждого из предполагаемых ведущих элементов, приведено в табл. 15.1.

В качестве ведущего элемента выбирается диагональный элемент в строке 5 и после выполнения требуемых операций на этом этапе матрица принимает следующий вид

	5	1	2	3	4	6
5	X				X	
1	X	X		X	X	
2			X	X	X	
3	X	X	X	X		
4			X			X
6				X	X	X

Здесь сгенерирован один заполняющий элемент, обозначенный знаком X.

Число длительных операций деления и корректировки на следующем шаге для каждого из оставшихся предполагаемых ведущих элементов в строках 1, 2, 3, 4, 6 составляет $6(2+4)$, $4(2+2)$, $8(2+6)$, $8(2+6)$ и $4(2+2)$ соответственно.

Отсюда видно, что возможен равнозначный выбор ведущих элементов в строках 2 и 6. Пусть в качестве следующего ведущего элемента

будет выбран диагональный элемент в строке 2. После выполнения необходимых операций для этого шага матрица преобразуется к виду

	5	2	1	3	4	6
5	X				X	
2		X		X	X	
1	X		X	X	X	
3	X	X	X	X	X	
4			X		X	X
6				X	X	X

Применяя описанную здесь процедуру, приводим матрицу после разложения к виду

	5	2	6	1	3	4
5	X				X	
2		X		X	X	
6			X		X	X
1	X			X	X	X
3	X	X		X	X	X
4			X	X	X	X

Число сгенерированных заполнений составляет 3, а суммарное число длительных операций разложения — 19. Заметим, что в отсутствие описанной перегруппировки число заполнений было бы равным 5, а суммарное число длительных операций составило бы 24. В большинстве практических случаев выигрыш, обусловленный перегруппировкой, более значителен, чем в данном примере.

На процедуру перегруппировки приведена далее. Там приняты следующие обозначения: RMA — оставшаяся матрица, конфигурация которой на начальной стадии была аналогична конфигурации исходной матрицы A. Предполагается, что ведущие элементы в каждой строке размещены на диагонали. В массиве RMI хранятся индексы оставшихся предполагаемых ведущих элементов. Операторы NZR (i) и NZC (i) задают количества ненулевых вводимых данных в строке i и столбце i соответственно (в RMA). Число длительных операций шага при использовании предполагаемого ведущего элемента i определяется оператором NOP (i).

Пусть RMA-матрица A RMI {1 2 ... n}

for all k=1 to n-1 do

begin

For each i ∈ RMI do

begin

Вычисление NZR(i) и NZC(i)

$NOR(i) := \{NZR(i) - 1\} \cup \{NZR(i) - 1\} \cup \{NZC(i) - 1\}$

end (for i)

Определение m_i из условия $NOR(i) \cap Min(NOR(i))$

$p(k) := i_{min}$

Для каждого k такого что $a_{p(k)} \neq 0$

begin

Для каждого j такого что $a_{p(k), j} \neq 0$

begin

If $a_{r,j} = 0$ then

begin

Обновление данных структуры

Внести $a_{r,j}$ в RMA

$NZR(r) := NZR(r) \cup j$

$NZC(j) := NZC(j) \cup r$

end

end (for j)

end (for r)

Стирание строки $p(k)$ и столбца $p(k)$ из RMA

$RMI := RMI - p(k)$

end (for k)

$p(n) := RMI$

В приведенной процедуре заложены определенные требования к структуре данных, используемых для обработки матрицы. Производятся следующие операции:

- 1) расчет ненулевых элементов в каждой строке и каждом столбце
- 2) поиск столбца для ненулевого элемента
- 3) поиск строки для ненулевого элемента;

4) сравнение строки с другой строкой для обнаружения ненулевого элемента в этой строке и столбце, в котором в другой строке расположен нулевой элемент;

5) занесение ненулевого элемента в матрицу A

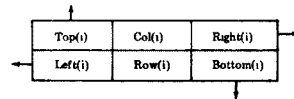
6) вычеркивание строки и столбца из матрицы A

Структура данных должна быть приспособлена к выполнению этих операций над матрицей

15.4.2 СТРУКТУРА ДАННЫХ ДЛЯ ПЕРЕГРУППИРОВКИ

Удобным способом запоминания разреженных матриц является способ, при котором используются двойные связанные ортогональные списки [11]. В эти списки заносятся ненулевые элементы матрицы. Так как ведущие элементы занесены в диагональные позиции, то диагональные элементы обязательно являются ненулевыми и нет необходи

мости в их явном занесении в связанный список. Поэтому только недиагональные ненулевые элементы должны запоминаться. В этом случае недиагональные ненулевые элементы нумеруются произвольно. Создается запись, соответствующая каждому недиагональному ненулевому элементу матрицы. Для i -го элемента запись состоит из шести составляющих и имеет вид



Здесь в переменных Col и Row хранятся соответственно номер столбца и номер строки этого элемента; Left задает индексный номер левого соседнего элемента, расположенного в той же строке, Right задает индексный номер правого соседнего элемента, расположенного в той же строке; Top задает индексный номер верхнего соседнего элемента, расположенного в том же столбце и Bottom - номер нижнего соседнего элемента, расположенного в том же столбце. Если элемент не имеет соседнего в каком-либо направлении, т. е. если он является первым или последним ненулевым элементом в строке или столбце, то соответствующая запись является нулем.

Описанную структуру данных проиллюстрируем на примере следующей матрицы, номер ненулевого недиагонального элемента которой записан в подстроочном индексе:

	1	2	3	4	5
1	X		X ₁	X ₆	
2		X		X ₁	X ₇
3	X	X ₁	X		
4	X ₆	X		X	
5			X ₆	X ₆	X

Таблица 15.2. Вводимые в массивы данные для примера двойных связанных ортогональных списков

Rowst	1	3	2	10	8					
Colst	2	4	1	6	7					
Индекс ненулевого элемента i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Col	3	1	4	2	2	4	5	3	4	1
Right	1	4	7	0	0	0	0	9	0	5
Left	0	0	0	2	10	1	3	6	8	0
Row	1	3	2	3	4	1	2	5	5	4
Bottom	8	10	9	5	0	3	0	0	0	0
Top	0	0	6	0	4	0	0	1	3	2

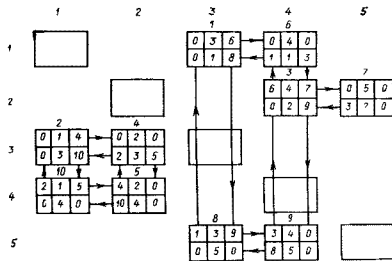


Рис. 15.1 Двойные связанные ортогональные списки для примера матрицы рассмотренной в подразд. 15.4.2

Созданные записи показаны на рис. 15.1. Кроме этого, формируются два массива Rowst и Colst. В Rowst (j) записан номер первого ненулевого недиагонального ненулевого элемента в строке j, а в Colst (k) — номер первого недиагонального ненулевого элемента в столбце k. Для рассмотренной матричной структуры и нумерации ненулевых элементов, показанной на рис. 15.1 различные входные в массивы данные приведены в табл. 15.2. При использовании предложенной структуры данных операции занесения и стирания, которые производятся в процессе перегруппирования матрицы, существенно упрощаются.

Рассмотрим заполнение элемента a_{jk} матрицы A. Первоначально на значаем недиагональному ненулевому элементу номер, например m (который должен быть на единицу больше максимального номера уже рассмотренных элементов). Затем просматриваем j-ю строку от начала до конца и вносим элемент путем изменения массивов Left и Right, связывающих его с соседними элементами. Затем просматривается столбец k и изменяются массивы Top и Bottom. Рассмотренный алгоритм имеет вид

```
Col (m) ← k; Row (m) ← j
//Просмотр j-й строки /
i ← Rowst (j)
If Col (m) < Col (i)
    then //Заполняющий элемент является первым недиагональным ненулевым
        элементом в строке j//
        begin
            Left (m) ← 0
            Left (i) = m
            Right (m) = i
        end
end
```

```
use
begin
    ifd ← Right (i)
    While ifd ≠ 0 and Col (m) > Col (ifd) do
        begin
            i ← Right (i)
            ifd ← Right (i)
        end (while)
    Right (i) ← m
    Left (m) ← i
    Right (m) ← ifd
    If ifd ≠ 0
        then //Заполняющий элемент является не последним недиаго-
            нальным ненулевым элементом в строке j /
            Left (ifd) ← m
    end

NZR (Row (n)) ← NZR (Row (n)) + 1 //Прибавление 1 к номеру ненулевого эле-
    мента в строке j

Colst (k)
If Row (m) < Row (i)
    then //Заполняющий элемент является первым недиагональным ненулевым
        элементом в столбце k //
        begin
            Top (m) ← 0
            Top (i) ← m
            Bottom (m) ← i
        end
    d
use
begin
    ifd ← Bottom (i)
    While ifd ≠ 0 and Row (m) > Row (ifd) do
        begin
            i ← Bottom (i)
            ifd ← Bottom (i)
        end (while)
    Bottom (i) ← m
    Top (m) ← i
    Bottom (m) ← ifd
    If ifd ≠ 0 then Top (ifd) ← m
    end

NZC (Col (m)) ← NZC (Col (m)) + 1
```

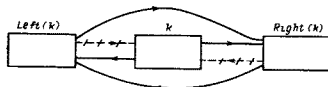



Рис. 15.2. Изменение левых и правых указателей двух ближайших элементов при стирании k -го столбца

В этой процедуре переменные $NZR(j)$ и $NZC(k)$ содержат номера ненулевых элементов в строке j и в столбце k соответственно и, следовательно, обновляются, когда генерируется заполнение в позиции (j, k) массива A .

Стирание строк и столбцов из данной структуры также упрощается. Чтобы стереть столбец из матрицы для каждого k -го элемента в этом столбце левые и правые указатели соседних элементов в строке следует изменить, как показано на рис. 15.2. Процедура вычеркивания столбца j и строки j из матрицы может быть описана следующим образом:

```

Вычеркивание столбца  $j$  /
 $k \leftarrow Colst(j)$ 
While  $k \neq 0$  do
  begin
    if  $Left(k) \neq 0$  then  $Right(Left(k)) \leftarrow Right(k)$ 
    if  $Right(k) \neq 0$  then  $Left(Right(k)) \leftarrow Left(k)$ 
     $NZR(Row(k)) \leftarrow NZR(Row(k)) - 1$ 
     $k \leftarrow Bottom(k)$ 
  end (while)
 $colst(j) \leftarrow 0$  / Означает, что  $j$ -й столбец вычеркнут
  
```

Вычеркивание строки j выполняется аналогично.

В приведенной процедуре NZR обновляется для каждой строки, которая содержит элемент в j -м столбце, а номер ненулевых элементов уменьшается на единицу после стирания столбца.

15.4.3. LU-ФАКТОРИЗАЦИЯ И ПРЯМОЕ ИСКЛЮЧЕНИЕ — ОБРАТНАЯ ПОДСТАНОВКА [12—14]

В этом разделе рассматривается метод LU -факторизации и прямого исключения — обратной подстановки, используемый в технике разреженных матриц. Эти операции существенно упрощаются при использовании треугольной индексации матрицы. Предполагается, что матрица перегруппирована с целью минимизации числа заполнений, положения которых уже определены и которые необходимо ввести в данные структуры. Это значит, что на этой стадии определены только положения заполняющих элементов и в этих местах записаны нули. Значения, которые должны быть занесены в эти позиции, определяются в процессе LU -факторизации.

Все элементы, записываемые в матрицу A (т. е. ненулевые и заполняющие), нумеруются. Ведущие элементы на главной диагонали нумеруются первыми. Оставшиеся элементы разделяются на две части — элементы в L и элементы в U . Для каждого столбца и строки k оставшиеся элементы нумеруются от 1 до $n - 1$ в следующем чередующемся порядке: 1) элементы k -го столбца L сверху вниз; 2) элементы k -й строки — слева направо. Покажем пример нумерации элементов матрицы

	1	2	3	4	5
1	X_1	X_8	X_9		
2		X_2		X_{12}	X_{13}
3	X_6	X_{10}	X_3	X_{18}	X_{17}
4	X_7	X_{11}	X_{14}	X_4	X_{19}
5			X_{15}	X_{16}	X_5

Затем формируется массив $Rowcol$. В позиции $Rowcol(i)$ записывается номер столбца i -го недиагонального элемента, если он находится в U , и номер строки этого элемента, если он находится в L . Для элементов на главной диагонали в $Rowcol(i)$ записывается сам индекс i , который является номером строки и столбца. Для только что показанной структуры матрицы в массив $Rowcol$ записывается следующая информация:

Индекс	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rowcol	1	2	3	4	5	3	4	3	4	3
Индекс	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Rowcol	4	4	5	4	5	4	5	5	5	

Аналогично создаются два массива $Lcolst$ и $Urowst$. В позиции $Lcolst(k)$ содержится индексный номер верхнего недиагонального элемента столбца k в L , а в позиции $Urowst(j)$ содержится индексный номер крайнего левого недиагонального элемента строки j в U . Для рассмотренной структуры матрицы эти массивы содержат следующую информацию:

$Lcolst$	6	10	14	18
$Urowst$	8	12	16	19

Значения элементов записываются в массив A . В $A(i)$ записывается значение элемента с индексным номером i .

Перечислим ненулевые операции, необходимые в процессе LU -факторизации матрицы рассмотренной структуры.

Операция	Индекс обновляемого элемента i	Действия с элементами матрицы $A(i)$
Ведущий элемент 1		
Деление	$a_{13} \leftarrow a_{13} / a_{11}$ $a_{14} \leftarrow a_{14} / a_{11}$	$A(8) \leftarrow A(8) / A(1)$ $A(9) \leftarrow A(9) / A(1)$
Корректировка	$a_{23} \leftarrow a_{23} - a_{21}a_{13}$	$3 \ A(3) \leftarrow A(3) - A(6) \times A(8)$
	$a_{24} \leftarrow a_{24} - a_{21}a_{14}$	$16 \ A(16) \leftarrow A(16) - A(8) \times A(9)$
	$a_{43} \leftarrow a_{43} - a_{41}a_{13}$	$14 \ A(14) \leftarrow A(14) - A(7) \times A(8)$
	$a_{44} \leftarrow a_{44} - a_{41}a_{14}$	$4 \ A(4) \leftarrow A(4) - A(7) \times A(9)$

Операция	Индекс обновляе- мого эле- мента i	Действия с элементами матрицы $A(i)$
<i>Ведущий элемент 2</i>		
Деление	$a_{24} \leftarrow a_{24}/a_{22}$ $a_{16} \leftarrow a_{16}/a_{22}$	$A(12) \leftarrow A(12)/A(2)$ $A(13) \leftarrow A(13)/A(2)$
Корректировка	$a_{14} \leftarrow a_{14} - a_{24}a_{12}$ $a_{15} \leftarrow a_{15} - a_{24}a_{13}$ $a_{44} \leftarrow a_{44} - a_{24}a_{24}$ $a_{45} \leftarrow a_{45} - a_{24}a_{25}$	16 $A(16) \leftarrow A(16) - A(10) \times A(12)$ 1 $A(17) \leftarrow A(17) - A(10) \times A(13)$ 4 $A(4) \leftarrow A(4) - A(11) \times A(12)$ 19 $A(19) \leftarrow A(19) - A(11) \times A(13)$
<i>Ведущий элемент 3</i>		
Деление	$a_{34} \leftarrow a_{34}/a_{33}$ $a_{16} \leftarrow a_{16}/a_{33}$	$A(16) \leftarrow A(16)/A(3)$ $A(17) \leftarrow A(17)/A(3)$
Корректировка	$a_{44} \leftarrow a_{44} - a_{34}a_{34}$ $a_{45} \leftarrow a_{45} - a_{34}a_{35}$ $a_{54} \leftarrow a_{54} - a_{34}a_{34}$ $a_{55} \leftarrow a_{55} - a_{34}a_{35}$	4 $A(4) \leftarrow A(4) - A(14) \times A(16)$ 19 $A(19) \leftarrow A(19) - A(14) \times A(17)$ 18 $A(18) \leftarrow A(18) - A(15) \times A(16)$ 5 $A(5) \leftarrow A(5) - A(15) \times A(17)$
<i>Ведущий элемент 4</i>		
Деление:	$a_{45} \leftarrow a_{45}/a_{44}$	$A(19) \leftarrow A(19)/A(4)$
Корректировка	$a_{55} \leftarrow a_{55} - a_{45}a_{45}$	$A(5) \leftarrow A(5) - A(18) \times A(19)$

Порядок в котором корректируются элементы в процессе LU -факторизации, также записывается в массив. Элементы корректируются для каждого ведущего элемента и порядок корректировки элементов записывается в массив Order. Каждый элемент массива Order указывает, что элемент массива A должен корректироваться в том же порядке в котором использовался в LU -факторизации.

Для рассмотренной ранее структуры матрицы массив Order содержит следующие элементы:

Order 3 16 14 4 16 17 4 19 4 19 18 5 5

Массив Pivotst используется для определения начала операции корректировки в массиве Order для каждого ведущего элемента. Если Pivotst(k) r , то для k -го ведущего элемента элементы для корректировки передаются, начиная с Order(r). Так, в рассматриваемом случае массив Pivotst содержит следующую информацию:

Pivotst 1 5 9 13

Теперь можно записать основной алгоритм LU факторизации с использованием определенных ранее массивов:

$i \leftarrow 0$

For all $i \leftarrow 1$ to $n-1$ do

begin

For all $k \leftarrow \text{Urowst}(i)$ to $\text{Lcolst}(i+1)-1$ do $A(k) \leftarrow A(k)/A(i)$

For all $j \leftarrow \text{Lcolst}(i)$ to $\text{Urowst}(i+1)-1$ do

begin

For all $k \leftarrow \text{Urowst}(i)$ to $\text{Lcolst}(i+1)-1$ do

begin

$i \leftarrow i+1$

$A(\text{Order}(i)) \leftarrow A(\text{Order}(i)) - A(j) \times A(k)$

end (for k)

end (for j)

end (for i)

В этой процедуре выполняются только ненулевые операции и не требуется просмотра списка от начала до конца.

Итак, рассмотрены прямое исключение и обратная подстановка для приведенной структуры данных. Для решения уравнения $Ly = b$ требуются следующие ненулевые операции:

$b_1 \leftarrow b_1/a_{11}$ $B(1) \leftarrow B(1)/A(1)$
 $b_3 \leftarrow b_3 - a_{31}b_1$ $B(3) \leftarrow B(3) - A(6) \times B(1)$
 $b_4 \leftarrow b_4 - a_{41}b_1$ $B(4) \leftarrow B(4) - A(7) \times B(1)$
 $b_2 \leftarrow b_2/a_{22}$ $B(2) \leftarrow B(2)/A(2)$
 $b_4 \leftarrow b_4 - a_{24}b_2$ $B(3) \leftarrow B(3) - A(10) \times B(2)$
 $b_4 \leftarrow b_4 - a_{24}b_2$ $B(4) \leftarrow B(4) - A(11) \times B(2)$
 $b_3 \leftarrow b_3/a_{33}$ $B(3) \leftarrow B(3)/A(3)$
 $b_4 \leftarrow b_4 - a_{34}b_3$ $B(4) \leftarrow B(4) - A(14) \times B(3)$
 $b_5 \leftarrow b_5 - a_{53}b_3$ $B(5) \leftarrow B(5) - A(15) \times B(3)$
 $b_1 \leftarrow b_1/a_{44}$ $B(4) \leftarrow B(4)/A(4)$
 $b_5 \leftarrow b_5 - a_{54}b_4$ $B(5) \leftarrow B(5) - A(18) \times B(4)$
 $b_5 \leftarrow b_5/a_{55}$ $B(5) \leftarrow B(5)/A(5)$

Решение $Ux = y$ (с y , запоминаемым в b) должны выполняться следующие ненулевые операции:

$b_4 \leftarrow b_4 - a_{45}b_5$ $B(4) \leftarrow B(4) - A(19) \times B(5)$
 $b_4 \leftarrow b_4 - a_{45}b_5$ $B(3) \leftarrow B(3) - A(16) \times B(4)$
 $b_3 \leftarrow b_3 - a_{35}b_5$ $B(4) \leftarrow B(4) - A(17) \times B(4)$
 $b_2 \leftarrow b_2 - a_{24}b_4$ $B(2) \leftarrow B(2) - A(12) \times B(4)$
 $b_2 \leftarrow b_2 - a_{25}b_5$ $B(2) \leftarrow B(2) - A(13) \times B(2)$
 $b_1 \leftarrow b_1 - a_{14}b_4$ $B(1) \leftarrow B(1) - A(8) \times B(3)$
 $b_1 \leftarrow b_1 - a_{15}b_5$ $B(1) \leftarrow B(1) - A(9) \times B(4)$

При обратной подстановке решение x также записывается только через b . Алгоритм прямого исключения и обратной подстановки для рассмотренной структуры данных имеет вид

Прямое исключение:

For all $i \leftarrow 1$ to $n-1$ do

begin

```

B(i) - B(i) · A(i)
For all j = Lcolst(i) to Urowst(i) - 1 do
    B(Rowcol(j)) - B(Rowcol(j)) - A(j) × B(i)
end (for i)
B(n) = B(n) · A(n)
// Обратная подстановка //
For all i = n - 1 step -1 until 1 do
    begin
        For all j = Urowst(i) to Lcolst(i + 1) - 1 do
            B(i) - B(i) - A(j) × B(Rowcol(j))
        end (for j)
    end (for i)

```

В этой процедуре выполняются ненулевые операции, а поиск или сортировка отсутствуют.

Прямое исключение и обратная постановка для расчета чувствительности. Как говорилось в подразд. 15.3.1, для определения чувствительности с помощью присоединенной схемы должна решаться транспонированная система уравнений. В этом случае должны решаться уравнения (15.32). Имеем

$$A^t x' - (LU)^t x' = U^t L^t x' = b \quad (15.41)$$

и следовательно решаем

$$U^t y' = b' \quad (15.42)$$

относительно y и затем

$$L^t x' = y \quad (15.43)$$

относительно x . Уравнения (15.42) и (15.43) могут быть переписаны в виде

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ u_{12} & 1 & 0 & 0 \\ u_{13} & u_{23} & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{1n} & u_{2n} & u_{3n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (15.44)$$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} & \dots & l_{n1} \\ 0 & l_{22} & l_{32} & \dots & l_{n2} \\ 0 & 0 & l_{33} & \dots & l_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (15.45)$$

Процедура прямого исключения — обратной постановки легко может быть видоизменена для рассматриваемого случая. Алгоритм для этого случая имеет вид

```

// Прямое исключение //
For all i = 1 to n - 1 do
    begin
        For all j = Urowst(i) to Lcolst(i + 1) - 1 do
            B'(Rowcol(j)) - B'(Rowcol(j)) - A(j) × B'(i)
        end (for j)
    end (for i)
// Обратная подстановка //
B'(n) = B'(n) · A(n)
For all i = n - 1 step -1 until 1 do
    begin
        For all j = Lcolst(i) to Urowst(i) - 1 do
            B'(i) = B'(i) - A(j) × B'(Rowcol(j))
        end (for j)
    end (for i)

```

В этой процедуре не выполняются нулевые операции и не осуществляется просмотр всего списка.

15.4.4 ЗАМЕЧАНИЯ ПО ДЕЙСТВИЯМ С РАЗРЕЖЕННЫМИ МАТРИЦАМИ

Рассмотрение действия с разреженными матрицами показывает, что необходимо выполнять только ненулевые длительные операции и что при подходящей структуре данных можно избежать хранения нулевых элементов. Предложенная структура данных в форме двойного связанного ортогонального списка. Использование треугольного индексирования позволяет минимизировать время поиска при LU -факторизации и прямом исключении — обратной постановке.

Несмотря на то, что создание таких структур данных и последующая перегруппировка требуют некоторых усилий, это выполняется только один раз. При оптимизации обычных схем может потребоваться проведение анализа сотни раз. Если схема большая, время и память, требуемые для этого, могут быть очень велики. При использовании техники разреженных матриц перегруппировка строк и столбцов делается только один раз и массивы для треугольного индексирования создаются только один раз. При многократном повторении анализа требуемое время резко снижается несмотря на начальные расходы по перегруппированию и созданию массивов.

Часть IV

ОПТИМИЗАЦИЯ

Глава 16

ВВЕДЕНИЕ В ОПТИМИЗАЦИЮ

В гл. 1 были рассмотрены общие принципы машинного проектирования. Как следует из схемы процесса машинного проектирования, показанной на рис. 1.2, проектирование начинается с определения технических требований, предъявляемых к устройству, и определения первоначальной конфигурации устройства. Для анализа устройства разрабатывается его модель, для чего используется техника моделирования, рассмотренная в гл. 3—10. Характеристики схемы оцениваются с помощью методов анализа, описанных в гл. 11—15. Полученные в результате анализа характеристики сравниваются с заданными. Если результаты сравнения неудовлетворительные, расчетные параметры схемы последовательно изменяются по определенной системе. Последовательность анализа схемы, сравнение ее характеристик с заданными и изменение параметров повторяются до тех пор, пока не будут достигнуты оптимальные характеристики. Этот процесс, известный под названием оптимизации, изображен на схеме, показанной на рис. 16.1.

Имеется два подхода к изменению расчетных параметров. К первому относятся градиентные методы, ко второму — методы прямого поиска. При градиентных методах для достижения измененного множества параметров используются информация о производных целевой функции относительно расчетных параметров. Эта информация получается в результате анализа чувствительности, производимого методами описанными в гл. 12. Поэтому в данном случае процесс оптимизации осуществляется, как показано на рис. 16.2. В противоположность этому при методах прямого поиска не используется информация о градиенте

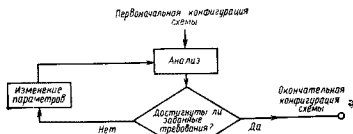


Рис 16.1 Схема процесса оптимизации

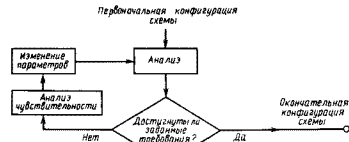


Рис 16.2 Схема процесса оптимизации с использованием анализа чувствительности для вычисления градиентов

тах, и параметры изменяются с помощью систематического поиска оптимума.

Различные аспекты оптимизации хорошо отражены в литературе [1—10]. Наиболее важные особенности собраны в этой и двух последующих главах. В этой главе приводятся основные понятия, формулируются целевые функции, рассматриваются ограничения и изучаются основные методы поиска. В двух последующих главах рассматриваются варианты многомерной оптимизации, осуществляемые методами прямого поиска и градиентными методами.

16.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Целевая функция и ограничения. Задачу оптимизации можно сформулировать как задачу минимизации скалярной целевой функции $U(\Phi)$. Функция $U(\Phi)$ есть функция ошибки, представляющая собой разность между достигнутыми на каждом шаге характеристиками и заданными требованиями. К примеру, в случае СВЧ транзисторного усилителя целевая функция $U(\Phi)$ определяется по заданным и достигнутым значениям коэффициента усиления, ширины полосы пропускания, а также возможно, входного сопротивления, уровня шума, динамического диапазона. Целевая функция $U(\Phi)$ называется также функцией стоимости, критерием или индексом ошибки. Задача оптимизации обычно формулируется как задача минимизации $U(\Phi)$. Это не приводит к потере общности, поскольку минимум функции $U(\Phi)$ соответствует максимуму функции $-U(\Phi)$. Поэтому, заменяя знак $U(\Phi)$, любую задачу минимизации можно переформулировать как задачу максимизации, и наоборот. С помощью Φ обозначено множество параметров проектирования, значения которых могут изменяться в процессе оптимизации. Обычно, чтобы решение было практически реализуемым, элементы Φ подчиняют некоторым ограничениям типа неравенств $g(\Phi) \geq 0$ и некоторым ограничениям типа равенств $h(\Phi) = 0$. Для микроволновых устройств элементы Φ — это длины и волновые сопротивления различных отрезков микрополосковых линий, сосредоточенные параметры и параметры активных устройств. Различные ограничения параметри-

ют по той причине, что невозможно изготовить линию слишком малой ширины а при слишком большой ширине линии могут возбуждаться волны высших типов. Кроме того, имеются ограничения на размеры элементов с сосредоточенными параметрами и на параметры активных устройств. Следует заметить, что значение $U(\Phi)$ может зависеть не только от параметров Φ , но и от некоторых других параметров не определяемых проектированием, таких как температура и т. д. Следовательно эти параметры не входят в список параметров проектирования.

Параметры Φ определяют пространство. Часть этого пространства в котором выполняются все ограничения, называется допустимой областью R или проектируемым пространством R которое может быть определено как

$$R \triangleq \{\Phi | g(\Phi) \geq 0, h(\Phi) = 0\} \quad (16.1)$$

Пространство R называется замкнутым, если все знаки неравенств нестрогие; открытым, если не разрешено ни одного знака равенства, в том числе и нестрогих неравенств. Условия (16.1) определяют замкнутое пространство. В процессе оптимизации ищется оптимальное значение Φ внутри R .

Глобальный минимум $U(\Phi)$, определяемый вектором $\Phi_{\min}$ на характеристической поверхности, порожденной $U(\Phi)$, таков что

$$U_{\min} \triangleq U(\Phi_{\min}) < U(\Phi) \quad (16.2)$$

для любого допустимого Φ , не равного $\Phi_{\min}$. Ни один из общепринятых методов не гарантирует нахождения глобального минимума, с их помощью вычисляется лишь локальный минимум, который может быть определен как

$$U(\Phi_{\min}) = \min_{\Phi \in R} U(\Phi) \quad (16.3)$$

где R — часть R в локальной окрестности $\Phi_{\min}$

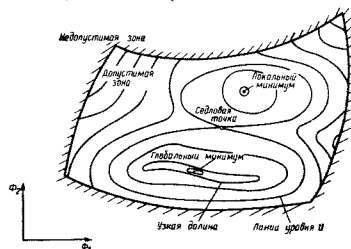


Рис 16.3 Топологическое представление двумерной задачи оптимизации

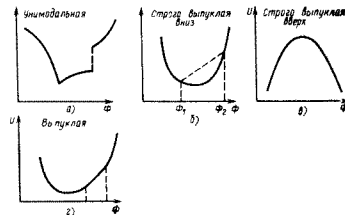


Рис 16.4 Иллюстрации унимодальной (а) строго выпуклой вниз (б) строго выпуклой вверх (в) и выпуклой функций (г)

Некоторые особенности, с которыми обычно сталкиваются в задаче оптимизации, проиллюстрированы на рис. 16.3, где показаны линии уровня U в случае, когда вектор Φ двумерен. На этом рисунке показаны допустимая и недопустимая области, линии уровня U , локальный и глобальный минимумы, седловая точка и узкая долина. В седловой точке функция максимальна относительно изменений аргумента по одним направлениям и минимальна — по другим.

Некоторые дополнительные свойства целевой функции $U(\Phi)$ могут быть проиллюстрированы на одномерных функциях U , как показано на рис. 16.4. Унимодальная функция (рис. 16.4а) может быть определена как функция, имеющая единственный оптимум в допустимой области R . Она может быть как непрерывной, так и разрывной. Строго выпуклая вниз функция (рис. 16.4б) может быть определена как функция для которой для двух точек на ее поверхности $\Phi_1 \neq \Phi_2$,

$$U(\Phi_1) + \lambda |U(\Phi_2) - U(\Phi_1)| < U(\Phi) < (1 - \lambda) |U(\Phi_2) - U(\Phi_1)| \quad (16.4)$$

где $0 < \lambda < 1$. Строго выпуклая вверх функция, умноженная на (-1) , называется строгой выпуклой вверх функцией (рис. 16.4в). Если обе части неравенства (16.4) становятся равными, т. е. достижима линейная интерполяция, то функция становится выпуклой и слово «строго» опускается (рис. 16.4г). Термины «выпуклая» и «не выпуклая» используются также для области R в пространстве. Область R называется выпуклой, если для любых $(\Phi_1, \Phi_2) \in R$ все точки вида

$$\Phi = \Phi_1 + \lambda(\Phi_2 - \Phi_1), \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (16.5)$$

также принадлежат R . В противном случае говорят о невыпуклой области. Выпуклые и невыпуклые области проиллюстрированы на рис. 16.5.

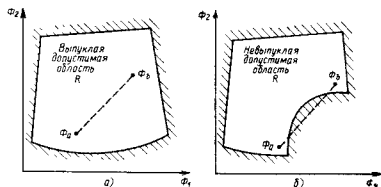


Рис. 16.5 Вывуклая (а) и невывуклая (б) допустимые области

Разложение в ряд Тейлора. Другая общая идея, используемая в методах оптимизации — разложение в многомерный ряд Тейлора. Разложение $U(\Phi + \Delta\Phi)$ может быть записано как

$$U(\Phi + \Delta\Phi) = U(\Phi) + \nabla U^T \Delta\Phi + \frac{1}{2} \Delta\Phi^T H \Delta\Phi + \dots \quad (16.6)$$

где

$$\Delta\Phi \triangleq [\Delta\Phi_1, \Delta\Phi_2, \dots, \Delta\Phi_k]^T \quad (16.7)$$

$$\nabla U \triangleq \left[\frac{\partial U}{\partial \Phi_1}, \frac{\partial U}{\partial \Phi_2}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \Phi_k} \right] \quad (16.8)$$

Вектор ∇U , определяемый формулой (16.7), называется вектором приращения, а ΔU , определяемый согласно (16.8), градиентным вектором. Гессиан H в (16.6) — матрица размером $(k \times k)$, содержащая частные производные второго порядка записанные в виде

$$H \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_1 \partial \Phi_2} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_1 \partial \Phi_k} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_2 \partial \Phi_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_2^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_2 \partial \Phi_k} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_k \partial \Phi_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_k \partial \Phi_2} & \frac{\partial^2 U}{\partial \Phi_k^2} \end{bmatrix} \quad (16.9)$$

В точке минимума непрерывной функции с непрерывными частными производными i -го порядка выполняются условия: 1) $\nabla U(\Phi_{min}) = 0$ и 2) $H(\Phi_{min})$ — неотрицательно определенная матрица¹. В седловой точке (показанной на рис. 16.3) $\nabla U = 0$, но гессиан не является ни положительно, ни отрицательно определенным. Такая точка

¹ Матрица называется положительно определенной, если все ее собственные значения положительны, неотрицательно (соответственно отрицательно) определенной, если все ее собственные значения не отрицательны (соответственно отрицательны).

соответствует относительному минимуму по одному множеству переменных и относительному максимуму по остальным переменным.

Сопреженные направления. Множество из n векторов (или направлений) $\{s_i\}$ называется сопряженным относительно положительно определенной матрицы A или A -сопряженным, если

$$s_i^T A s_j = 0 \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (16.10)$$

где A — симметрическая $(n \times n)$ -матрица. Это понятие сопряженных направлений используется в нескольких методах оптимизации.

Если метод минимизации всегда позволяет определить минимум одной квадратичной формы за определенное ограниченное число операций и если предельное число операций непосредственно зависит от числа переменных n , то такой метод называют квадратично сходящимся. Если квадратичная функция

$$U(\Phi) = \Phi^T A \Phi - b^T \Phi + c \quad (16.11)$$

минимизируется последовательно вдоль каждого направления из множества n линейно-независимых A -сопряженных направлений, то глобальный минимум U находится не более, чем за n шагов, отсчитываясь от начальной точки.

16.2. ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ ОПТИМИЗАЦИИ СХЕМЫ

16.2.1 ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель процесса оптимизации — уменьшить различие характеристик реализуемых в проектируемой схеме и заданных. Функция, количественно оценивающая это различие, называется целевой. Для определения целевых функций процесса оптимизации разрабатываемой схемы оказывается полезным понятие взвешенной ошибки. Пусть действительная или комплексная функция $S(\psi)$ определяет требуемую характеристику схемы, где ψ — независимая переменная, например частота или время. Пусть также $F(\Phi, \psi)$ является характеристикой схемы на каждом шаге процесса оптимизации. Функция $F(\Phi, \psi)$ называется также аппроксимирующей. Взвешенная функция ошибки может быть определена как

$$e(\Phi, \psi) \triangleq w(\psi) |F(\Phi, \psi) - S(\psi)| \quad (16.12)$$

где $w(\psi)$ — весовая функция. Роль весовой функции состоит в том, чтобы увеличить или уменьшить различие $F(\Phi, \psi)$ и $S(\psi)$ для отдельных значений переменной ψ . Например, в случае полосового фильтра может оказаться желательным уменьшить потери передачи в двух точках полосы пропускания. Весовые функции, соответствующие этим значениям ψ следует установить достаточно большими.

Чтобы выразить ошибку (или минимизируемое отклонение) как единую величину, используем норму взвешенной функции ошибки $e(\Phi, \Psi)$. Для непрерывной переменной Ψ p -я норма определяется, как

$$\|e\|_p \triangleq \left\| \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} |e(\Phi, \Psi)|^p d\Psi \right\|^{1/p} \quad 1 \leq p \leq \infty \quad (16.13)$$

Если же Ψ — дискретная переменная, то

$$\|e\|_p \triangleq \left\| \sum_i |e(\Phi_i)|^p \right\|^{1/p} \quad i \in I, \quad 1 \leq p \leq \infty \quad (16.14)$$

где $e(\Phi_i) = e(\Phi, \Psi_i)$ — компонент вектора ошибки определяемого как

$$e(\Phi) = [e_1(\Phi), e_2(\Phi), \dots, e_n(\Phi)]^T \quad (16.15)$$

I — множество индексов соответствующих дискретным значениям в интервале (Ψ_1, Ψ_2) . Если имеется n дискретных значений Ψ то $I \triangleq \{1, 2, \dots, n\}$. Используя (16.13) и (16.14), получаем два важных типа целевых функций. Они известны как среднестепенная аппроксимация p -го порядка и минимаксная аппроксимация

16.2.2 СРЕДНЕСТЕПЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ p -ГО ПОРЯДКА

В этом случае целевая функция записывается как

$$U(\Phi) = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} |e(\Phi, \Psi)|^p d\Psi \quad (16.16)$$

или в дискретном случае

$$U(\Phi) = \sum_{i \in I} |e(\Phi_i)|^p \quad (16.17)$$

Минимизация функции $U(\Phi)$, заданной формулами (16.16) или (16.17), известна как среднестепенная аппроксимация p -го порядка. Минимум, полученный таким образом, соответствует наилучшему приближению в p -й норме функции ошибки. При $p = 2$ имеем общеизвестную целевую функцию наименьших квадратов. Обычная алгебраическая сумма ошибок не дает приемлемого значения целевой функции вследствие взаимной компенсации положительных и отрицательных ошибок. При $p = 2$ норма, определенная в (16.13) или (16.14), называется евклидовой, поскольку измеряет расстояние в многомерном пространстве ошибок от начала координат до конца вектора $e(\Phi)$, заданного формулами (16.15). В случае наименьших квадратов целевая функция имеет вид

$$U(\Phi) = \sum_{i=1}^n [e_i(\Phi)]^2, \quad (16.18)$$

где n — число точек в выборке Φ . Функция $U(\Phi)$ может быть выражена через вектор ошибки $e(\Phi)$

$$U(\Phi) = [e(\Phi)]^T e(\Phi) \quad (16.19)$$

и градиент $U(\Phi)$ равен

$$U = 2J^T e(\Phi) \quad (16.20)$$

где $J = (n \times k)$ матрица Якоби имеющая вид

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial \Phi_1} & \frac{\partial e_1}{\partial \Phi_2} & \frac{\partial e_1}{\partial \Phi_k} \\ \frac{\partial e_2}{\partial \Phi_1} & \frac{\partial e_2}{\partial \Phi_2} & \frac{\partial e_2}{\partial \Phi_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial e_n}{\partial \Phi_1} & \frac{\partial e_n}{\partial \Phi_2} & \frac{\partial e_n}{\partial \Phi_k} \end{bmatrix} \quad (16.21)$$

Матрица Якоби может быть также использована при разложении функции ошибки $e(\Phi)$ в ряд Тейлора с точностью до малых второго порядка как

$$e(\Phi + \Delta\Phi) \approx e(\Phi) + J\Delta\Phi \quad (16.22)$$

Если же $p > 2$, то больший вес автоматически придается большим ошибкам. Рассмотрим, например, целевую функцию с двумя компонентами вектора ошибки $e_1 = 1$ и $e_2 = 2$. Для $p = 6$ и одинаковых весов получаем

$$U = (1^6 + 2^6)^{1/6} \approx (65)^{1/6} \approx 2 \quad (16.23)$$

Если теперь уменьшим e_1 на 1 (т. е. $e_1 = 0$), то обнаружим, что U все еще равно двум. С другой стороны, если уменьшить на единицу e_2 (т. е. принять $e_2 = 1$), то целевая функция немедленно уменьшится с двух до $2^{1/6} \approx 1$. Дальнейшее увеличение значения p еще более усилит преимущественное рассмотрение больших ошибок.

16.2.3 МИНИМАКСНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Если в (16.13) или (16.14) $p \rightarrow \infty$, поведение целевой функции определяется для достаточно гладких функций как

$$\max_{\Psi_1, \Psi_2} |e(\Phi, \Psi)| = \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} |e(\Phi, \Psi)|^p d\Psi \right\}^{1/p} \quad (16.24)$$

а для дискретного случая как

$$\max_i e(\Phi) = \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ \sum_i |e_i(\Phi)|^p \right\}^{1/p} \quad i \in I \quad (16.25)$$

При большом p получим прямое минимаксное определение целевой функции Положим

$$U(\Psi) = \max_{\{\Psi_u, \Psi_v\}} \{w_u(\Psi) \{F(\Phi, \Psi) - S_u(\Psi)\} - S_v(\Psi)\} \quad w(\Psi) \{F(\Phi, \Psi) - S_v(\Psi)\} \quad (16.26)$$

где $S_u(\Psi)$ — верхняя допустимая граница характеристики, $S_v(\Psi)$ — нижняя допустимая граница характеристики; $w_u(\Psi)$ — весовая функция для $S_u(\Psi)$ и $w_v(\Psi)$ — весовая функция для $S_v(\Psi)$. Эти величины удовлетворяют следующим ограничениям:

$$S_u(\Psi) \geq S(\Psi) \quad w_u(\Psi) > 0 \quad w_v(\Psi) > 0 \quad (16.27)$$

При этих условиях $w_u(\Psi) \{F(\Phi, \Psi) - S_u(\Psi)\}$ и $-w_v(\Psi) \{F(\Phi, \Psi) - S_v(\Psi)\}$ положительны, если заданные требования не достигнуты; равны нулю, если эти требования выполнены, и отрицательны, если они превышены. В случае, когда вместо верхней и нижней допустимых границ характеристик требуется достигнуть одной заданной характеристики, то

$$S_v(\Psi) = S_u(\Psi) = S(\Psi) \quad (16.28)$$

$$w_u(\Psi) = w_v(\Psi) = w(\Psi) \quad (16.29)$$

Таким образом (16.26) сводится к выражению

$$U = \max_{\{\Psi_u, \Psi_v\}} |w(\Psi) \{F(\Phi, \Psi) - S(\Psi)\}| \quad (16.30)$$

известному как целевая функция чебышевского типа

Примеры верхних и нижних допустимых границ характеристик фильтра верхних частот полосового усилителя а также типичные функции $F(\Phi, \Psi)$, удовлетворяющие заданным требованиям показаны на рис. 16.6а.

Одной из трудностей, с которой сталкиваются при минимаксной формулировке, является появление разрывных производных в Φ пространстве. Это происходит, когда максимальное отклонение резко перескакивает с одной точки оси Ψ на другую. Вариантом приведенной формулировки при котором исключаются разрывные производ

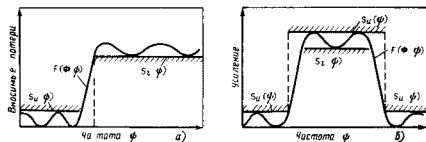


Рис. 16.6. Примеры верхних и нижних допустимых границ характеристик фильтра нижних частот (а) и полосового усилителя (б)

ные, является трактовка U в качестве дополнительной независимой переменной, подчиненной двум добавочным ограничениям [2]. Тогда задачу можно переформулировать следующим образом: минимизировать U удовлетворяющую неравенствам

$$U \geq w_{u,i} \{F_i(\Phi) - S_{u,i}\}, \quad i \in I \quad (16.31)$$

$$U \geq -w \{F(\Phi) - S\} \quad i \in I \quad (16.32)$$

и другим ограничениям, определяемым заданными требованиями. Множества индексов I_u и I_v , которые могут и пересекаться, содержат значения i , соответствующие верхним и нижним допустимым границам соответственно. В точке минимума, по крайней мере, одно из ограничений в (16.31) и (16.32) должно стать равенством, иначе U можно было бы уменьшить, не затрагивая ограничений. Случай, когда I_u и I_v бесконечны, совпадает с случаем, определяемым (16.26), и здесь имеет место частный случай, когда

$$S_{u,i} = S_{v,i} = S \quad w_{u,i} = w_{v,i} = 1 \quad i \in I \quad (16.33)$$

Уравнения (16.29) и (16.30) могут быть теперь записаны как

$$U \geq w \{F(\Phi) - S\}, \quad (16.34)$$

$$U \geq -w \{F(\Phi) - S\} \quad \text{где } i \in I \quad (16.35)$$

16.3 ОГРАНИЧЕНИЯ

Ограничения на значения параметров проектирования Φ значительно влияют на процесс оптимизации. Трудно найти задачу расчета СВЧ схемы, в которой не было бы ограничений. Например, на волновые сопротивления полосковых и микрополосковых линий накладываются ограничения снизу (из-за наличия волн высших типов) и ограничения сверху (из-за трудностей изготовления линий малой ширины). Другие параметры проектирования, как, например, параметр транзисторов β добротность резонатора и т. д., также ограничены небольшим диапазоном легко достижимых значений. Прежде чем разрабатывать процесс оптимизации, необходимо рассмотреть всевозможные ограничения на параметры проектируемого устройства. При решении задач с ограничениями возможны две стратегии: 1) преобразование параметров при неизменной целевой функции [11] и 2) изменение целевой функции с помощью введения штрафов различного рода.

16.3.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ [11]

В большинстве случаев ограничения могут быть выражены через нижнюю и верхнюю границы значений элементов Φ . Эти границы можно записать, как

$$\Phi \leq \Phi \leq \Phi_v \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (16.36)$$

С этими ограничениями удобно обращаться, определив Φ_i как

$$\Phi_i = \Phi_l + (\Phi_{ul} - \Phi_{li}) \sin^2 \Phi; \quad (16.37a)$$

или

$$\Phi_i = 1/2 (\Phi_{li} + \Phi_{ul}) + 1/2 (\Phi_{ul} - \Phi_{li}) \sin \Phi \quad (16.37b)$$

Если допустимая область открыта, т. е. $\Phi_{li} < \Phi < \Phi_{ul}$, то можно воспользоваться следующими преобразованиями

$$\Phi_i = \Phi_{li} + (\Phi_{ul} - \Phi_{li}) \exp(\Phi_i) / [1 + \exp(\Phi_i)] \quad (16.38)$$

или

$$\Phi_i = \Phi_l + \frac{1}{\pi} (\Phi_{ul} - \Phi_l) \arctg(\Phi) \quad (16.39)$$

В (16.39) — $-\infty < \Phi_i < \infty$ однако допустимы лишь решения в интервале $0 < \arctg \Phi_i < \pi$. Это преобразование действует как штраф в окрестности верхней и нижней границы. Поэтому, если значения оптимума ожидаются вдали от границ, это преобразование вводит более предпочтительный масштаб параметров.

Встречается также другой тип ограничения в расчетах СВЧ цепей — ограничение на частное двух параметров. К примеру, ограничения на отношения двух волновых сопротивлений возникают в распределенных линиях с реактивными неоднородностями, что можно выразить, как

$$l \leq \Phi_1 / \Phi_2 \leq u, \quad \Phi_1 > 0, \quad \Phi_2 > 0. \quad (16.40)$$

Преобразования

$$\Phi_1 = \exp(\Phi_i) \cos[\theta_l + (\theta_u - \theta_l) \sin^2 \Phi_2] \quad (16.41)$$

$$\Phi_2 = \exp(\Phi_i) \sin[\theta_l + (\theta_u - \theta_l) \sin^2 \Phi_2] \quad (16.42)$$

где

$$0 < \theta_l < (\arctg l) < \theta_u < (\arctg u) < \pi/2 \quad (16.43)$$

гарантируют, что для любых Φ_i и Φ_2 ограничения (16.40) выполняются.

16.32 ШТРАФ ЗА НАРУШЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ

Простым способом запретить превышение ограничений является отказ от любого множества значений параметров, которые дают недопустимое решение. Это может быть достигнуто временным замораживанием параметра (или параметров), для которого нарушены ограничения, и легко реализовано методами прямого поиска, рассматриваемыми в гл. 17. Однако следует указать, что метод, при котором просто запрещаются недопустимые точки, легко можно привести к ложному минимуму [3]. В качестве альтернативы можно наложить достаточно большой штраф на целевую функцию при любом превышении ограничений. Для этой цели добавим член

$$\sum_{i=1}^m w_i g_i^2(\Phi), \quad w_i = \begin{cases} = 0 & \text{для } g_i(\Phi) \geq 0 \\ > 0 & \text{для } g_i(\Phi) < 0 \end{cases} \quad (16.44)$$

к целевой функции. Следует заметить, что все ограничения здесь имеют вид $g_i(\Phi) \geq 0$. Когда ограничения выполнены, штраф на целевую функцию не накладывается. Однако согласно этой формулировке недопустимые точки все же могут иметь место. Этот способ характеризуется и другими недостатками. В зависимости от типа используемого штрафа целевая функция может быть разрывной или иметь крутые склоны на границах допустимой области и ее первые или вторые производные могут оказаться разрывными.

16.33 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ МИНИМИЗАЦИЯ БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ

Этот метод [12,13], предназначенный для решения задач оптимизации с ограничениями, включает в себя преобразование целевой функции с ограничениями в штрафную целевую функцию без ограничений вида

$$P(\Phi, r) = U(\Phi) + rG(\Phi) \quad (16.45)$$

где $G(\Phi)$ непрерывна внутри допустимой области ($g_i(\Phi) > 0$) и $G(\Phi) \rightarrow \infty$ для любых $g_i(\Phi) \rightarrow 0$ и $r > 0$. Обычно $G(\Phi)$ используют в двух видах

$$G(\Phi) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i(\Phi)} \quad (16.46)$$

$$G(\Phi) = - \sum_{i=1}^m \lg g_i(\Phi) \quad (16.47)$$

Процесс минимизации начинается с выбора значения Φ внутри области R , обозначаемой R^0 и определяемой как $R^0 = \{\Phi | g_i(\Phi) > 0\}$ и выбора начального положительного значения $r = r_1$. Функция $P(\Phi, r)$ в (16.45) минимизируется для этих выбранных значений Φ и r . В соответствии с (16.46) и (16.47) следует ожидать, что минимум $P_{\min}(\Phi, r_1)$ лежит в R^0 . Эта процедура повторяется для строго убывающей последовательности значений r , т. е. $r_1 > r_2 > \dots > r_j > 0$, при чем каждая очередная минимизация начинается в минимуме предыдущей. Например, минимизация $P(\Phi, r_2)$ начинается в $\Phi_{\min}(r_1)$. Каждый раз с уменьшением r влияние штрафа уменьшается, и поэтому естественно ожидать, что при $j \rightarrow \infty$ и $r_j \rightarrow 0$, $\Phi_{\min}(r_j) \rightarrow \Phi_{\min}$ и соответственно $U_{\min}(\Phi, r_j)$ стремится к условному минимуму $U_{\min}(\Phi)$.

Согласно условиям на сходимость этой процедуры [12] требуется, чтобы функция $U(\Phi)$ была выпуклой, а $g_i(\Phi)$ — вогнутой, так, чтобы функция $P(\Phi, r)$ оказалась выпуклой. Тем не менее этот метод эффективен при решении широкого круга практических задач, для которых сходимость не доказана. При плохом начальном выборе r и Φ за медлительностью сходимости. Слишком большое значение r_1 может сделать первые несколько минимумов P относительно независимыми от U в то время как слишком малое значение r_1 может сделать неэффективным штраф, за исключением окрестности границы, где расположены доли

ны с крутыми склонами. Обычно при хорошем выборе τ хватает десяти шагов. Для осуществления последовательной минимизации без ограничений требуются эффективные градиентные методы оптимизации рассматриваемые в гл. 18

16.4 ОДНОМЕРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Перед обсуждением многомерной оптимизации полезно рассмотреть методы минимизации целевой функции одной переменной. В некоторых случаях сама задача может быть одномерной, как, например, в случае нахождения оптимальной длины одного отрезка линии передачи в конкретной схеме. Кроме того, одномерная минимизация важна, поскольку многие методы многомерной оптимизации (рассматриваемые в гл. 17, 18) основаны на одномерном поиске минимума в некотором допустимом направлении. Так как процесс одномерного поиска обычно многократно повторяется, желательно для этой цели разработать эффективные алгоритмы.

Одномерный поиск в процедуре оптимизации многомерных задач обычно начинается из заданной точки допустимой области в некотором выбранном направлении. Эта точка и направление определяется в предыдущей итерации многомерного поиска. Производная целевой функции вдоль этого выбранного направления отрицательна. Переменной в одномерном поиске является расстояние от начальной точки. Одномерный поиск используется для нахождения минимума в этом направлении.

Можно выделить два широких класса методов, пригодных для одномерной оптимизации. Первая группа состоит из методов исключения, при которых эффективно отбрасываются подынтервалы, не содержащие оптимума. Для этих методов не требуется дополнительных предположений, кроме унимодальности. Методы исключения могут быть также названы минимаксными, поскольку минимизируют максимальный интервал, который может содержать минимум. Вторая группа состоит из методов аппроксимации или интерполяции, при которых функция предполагается гладкой и хорошо представимой в окрестности оптимума многочленами нужной степени.

16.4.1 МЕТОДЫ ИСКЛЮЧЕНИЯ

В основу этих методов положено предположение о том, что целевая функция унимодальна в интервале, который к j -й итерации обозначается как I^j , так что

$$I^j \triangleq [a, b] \quad (16.48)$$

где a и b — соответственно верхняя и нижняя границы интервала. Запишем

$$\Phi_a^j \equiv \Phi|_{a^j}, \quad \Phi_b^j \equiv \Phi|_{b^j} \quad (16.49)$$

Рассмотрим две внутренние точки $\Phi_a^j = a$ и $\Phi_b^j = b$ в интервале I^j также, что $a < b$. Пусть значения целевой функции в этих точках равны $U(a) = U_a$ и $U(b) = U_b$. Имеются две возможности

1) $U_a > U_b$. В этом случае минимум лежит в $[a, a]$ и $I^{j+1} = [a, a]$ — а

2) $U_a < U_b$. В этом случае минимум лежит в $[b, b]$ и $I^{j+1} = [b, b]$. Конечно, имеется третий, но статистически маловероятный случай, когда $U_a = U_b$ и в этом случае минимум лежит в интервале $[a, b]$ и $I^{j+1} = [a, b] = I^j$.

Желательно, чтобы независимо от сравнения U_a и U_b

$$I^{j+1} = [a - a, b - b] = [a, b] = I^j \quad (16.50)$$

что достигается размещением a и b симметрично в интервале $[I, I]$. Далее требуется минимизировать I^{j+1} и вновь использовать одну из точек в новом интервале. Это приводит к

$$I^{j+2} = [a - b, b - a] = [a, b] = I^j \quad (16.51)$$

Из (16.50) и (16.51) видно, что

$$I^j = I^{j-1} + I^{j+1} \quad (16.52)$$

Два хорошо известных метода оптимизации различаются способом выбора двух внутренних точек a и b .

Метод Фибоначчи. Наиболее эффективный прямой метод исключения — прямой поиск Фибоначчи [8, 14]. Название метода обусловлено использованием последовательности чисел Фибоначчи, определяемой

$$F_0 = F_1 = 1 \\ F_i = F_{i-1} + F_{i-2}, \quad i = 2, 3, \dots \quad (16.53)$$

Первыми членами этой последовательности являются 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Согласно методу Фибоначчи изначально задается общее число n ($n \geq 2$) вычислений значений функции. Внутренние точки Φ и Φ_b на j -й итерации задаются формулами

$$\Phi_a^j = \frac{F_{n-j-1}}{F_{n-j}} I^j + \Phi \quad (16.54)$$

$$\Phi_b^j = \frac{F_{n-j}}{F_{n-j+1}} I^j + \Phi_a^j \quad (16.55)$$

где $j = 1, 2, \dots, n-1$. Из (16.55) и (16.54) имеем

$$\Phi_b^j - \Phi_a^j = \frac{F_{n-j} - F_{n-j-1}}{F_{n-j+1}} I^j = \frac{F_{n-j-1}}{F_{n-j+1}} I^j \quad (16.56)$$

Таким образом, симметрия сохраняется, и на каждой итерации (кроме первой) требуется только одно вычисление значения функции. Различные операции на j -й итерации могут быть собраны в следующий алгоритм:

если $U_a^j > U_b^j$, то

$$\Phi_a^{j+1} = \Phi_b^j, \quad \Phi_b^{j+1} = \Phi_a^j, \quad U_a^{j+1} = U_b^j, \quad U_b^{j+1} = U_a^j \quad (16.57)$$

и если $U_a^j < U_b^j$, то

$$\Phi_a^{j+1} = \Phi_a^j, \quad \Phi_b^{j+1} = \Phi_b^j, \quad U_a^{j+1} = U_a^j, \quad U_b^{j+1} = U_b^j \quad (16.58)$$

Интервал неопределенности после j итераций

$$I^{j+1} = \Phi_a^j - \Phi_b^j - \Phi_c^j - \Phi_d^j \quad (16.59)$$

уменьшается по сравнению с интервалом I^j . При этом коэффициент уменьшения составляет

$$\frac{I^j}{I^{j+1}} = \frac{F_{n-j+1}}{F_{n-j}} \quad (16.60)$$

После $n-1$ итерации общий коэффициент уменьшения составляет

$$\frac{I^1}{I^n} = \frac{F_n}{F_{n-1}} \cdot \frac{F_{n-1}}{F_{n-2}} \cdot \frac{F_{n-2}}{F_{n-3}} \cdots F_n \quad (16.61)$$

Например, после четырех вычислений значений функции исходный интервал уменьшается в пять раз, а после одиннадцати — в сто сорок четыре раза.

На последнем, т. е. $(n-1)$ -и итерации, Φ_a^{n-1} и Φ_b^{n-1} определяют как $I^{n-1}/2 + \Phi_i^{n-1}$. В этом случае становится необходимым вы полнить одно из вычислений значения функции в $I^{n-1}/2 + \Phi_i^{n-1} \pm \pm \delta$, где δ — малое отклонение. Конечный интервал неопределенно сти — $I^{n-1}/2$ или $I^{n-1}/2 + \delta$.

Для достижения точности σ значение n должно быть таким, чтобы

$$F_{n-1} < (\Phi_a - \Phi_b) \sigma \leq F \quad (16.62)$$

Приведем точный алгоритм процедуры поиска Фибоначчи

// Поиск Фибоначчи //

$l^0 = a - l$

$$d = \frac{F_{n-1}}{F_n} \cdot l^0$$

$a := l + d$

$b := a - d$

$U_a := U(a)$

$U_b := U(b)$

$j := 1$

Loop

If $U_a > U_b$

then

begin

$l \rightarrow a$

If $j = n - 1$ then EXIT

$a \leftarrow b$

$U_a := U_b$

$$d = \frac{F_{n-j-1}}{F_{n-j}} (a - l)$$

$b := a - d$

If $a = b$ then $b := b + \delta$

$U_b := U(b)$

end

else

begin

If $U_a < U_b$

then

begin

$n \leftarrow n$

$U := b$

If $j = n - 1$ then EXIT

$b \leftarrow a$

$U_b := U_a$

$$d = \frac{F_{n-j-1}}{F_{n-j}} (a - l)$$

$a \leftarrow l + d$

If $a = b$ then $a \leftarrow a + \delta$

$U_a := U(a)$

end

else // Теперь $U_a = U_b$

begin

$l \leftarrow a$

$U \leftarrow b$

$j \leftarrow j + 1$

If $j = n - 1$ then EXIT

$$d = \frac{F_{n-j-1}}{F_{n-j}} (a - l)$$

$a \leftarrow l + d$

$b \leftarrow a - d$

$U_a := U(a)$

$U_b := U(b)$

end

end

$j = j + 1$

forever

Поиск золотым сечением. Другой метод размещения внутренних точек при одномерной минимизации известен как поиск золотым сечением [8, 14]. Его достоинство состоит в том, что при эффективности, примерно такой же, как при методе Фибоначчи, общее число вычислений значений функции n не обязательно фиксировать в начале процесса.

И в этом случае интервалы неопределенности на последовательных итерациях связаны друг с другом соотношением (16.52). Кроме того,

этот метод уменьшает интервал неопределенности на каждой итерации в τ раз. Таким образом, τ задается формулой

$$B/\tau^{l+1} := B^{l+1}, B^{l+2} := \tau, \quad (16.63)$$

Соотношения (16.52) и (16.53) приводят к уравнению

$$\tau^2 = \tau + 1 \quad (16.64)$$

решение которого

$$\tau = (1 + \sqrt{5})/2 = 1.618034 \quad (16.65)$$

Деление отрезка по формулам (16.52) и (16.63) дает две неравные части, такие что отношение целого к большей части равно отношению большей части к меньшей. Такой тип деления отрезка называется золотым сечением.

Алгоритм Фибоначчи может быть использован также для поиска золотым сечением, где $d = (\tau - 1)^2 (u - l)$.

При использовании поиска золотым сечением в одномерной минимизации коэффициент уменьшения после l вычислений значения функции

$$(f^l / f^n) = \tau^{n-l} \quad (16.66)$$

Можно показать, что для поиска Фибоначчи при $l \rightarrow \infty$

$$(f^l / f^n) = F \approx \tau^{n-l} / \sqrt{5}. \quad (16.67)$$

Отношение эффективности поиска Фибоначчи к эффективности поиска золотым сечением составляет

$$F \tau^{n-l} \approx \tau^2 / \sqrt{5} = 1.1708 \quad (16.68)$$

Сравнивая (16.60) и (16.63) при $l = 1$ и большом значении n , можно заметить, что поиск Фибоначчи и поиск золотым сечением начинаются практически с одинаковой скоростью, а в конечном счете интервал неопределенности для последнего метода только на 17 % больше, чем в первом. Поиск золотым сечением часто является более предпочтительным, поскольку число операций вычисления значения функции не нужно фиксировать заранее.

16.4.2 ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ

Эти методы аппроксимируют изменение целевой функции вблизи минимума многочленами небольшой степени, которые совпадают с целевой функцией в некотором числе точек до тех пор, пока с требуемой точностью минимум не будет достигнут. Наиболее часто используются методы аппроксимации многочленами второй и третьей степеней. Согласно методам предполагается, что функция унимодальна, непрерывна и имеет непрерывные производные в области поиска. Наклон целевой функции в начальной точке (обычно при $\Phi = 0$) предполагается отрицательным

Квадратичные интерполяционные методы [15,8]. Квадратичным многочленом — многочленом минимальной степени, для которого может существовать минимум. Пусть

$$h(\Phi) = a + b\Phi + c\Phi^2 \quad (16.69)$$

квадратичная функция, используемая для аппроксимации целевой функции $U(\Phi)$. Необходимое условие минимума $h(\Phi)$ состоит в том что $dh/d\Phi = b + 2c\Phi = 0$, т. е.

$$\Phi^* = -b/(2c) \quad (16.70)$$

где Φ^* — точка минимума $h(\Phi)$. Достаточные условия минимума $h(\Phi)$ состоят в том что

$$\left. \frac{d^2 h}{d\Phi^2} \right|_{\Phi^*} > 0 \quad \text{т. е.} \quad c > 0 \quad (16.71)$$

Для определения переменных a , b и c в (16.69) следует вычислить значения $U(\Phi)$ в трех точках. Пусть A , B , C — три значения аргумента Φ , в которых вычислены значения $U(\Phi)$ равные соответственно U_A , U_B , U_C , т. е.

$$\begin{aligned} U_A &= a + bA + cA^2 \\ U_B &= a + bB + cB^2 \\ U_C &= a + bC + cC^2. \end{aligned} \quad (16.72)$$

В качестве решений (16.72) получаем

$$a = \{U_A BC (B - C) + U_B CA (C - A) + U_C AB (B - A)\} / P \quad (16.73)$$

$$b = \{U_A (B^2 - C^2) + U_B (C^2 - A^2) + U_C (A^2 - B^2)\} / P \quad (16.74)$$

$$c = -\{U_A (B - C) + U_B (C - A) + U_C (A - B)\} / P \quad (16.75)$$

где

$$P = (A - B)(B - C)(C - A) \quad (16.76)$$

Из (16.70) (16.74) и (16.75) минимум $h(\Phi)$ получается, как

$$\Phi^* = -\frac{b}{2c} = \frac{U_A (B^2 - C^2) + U_B (C^2 - A^2) + U_C (A^2 - B^2)}{2\{U_A (B - C) + U_B (C - A) + U_C (A - B)\}}. \quad (16.77)$$

Для обеспечения неравенства $c > 0$ на первой итерации приближения кривой квадратным трехчленом может быть использована следующая процедура:

- 1) для $U = U_A$ в точке $\Phi = 0$ при заданном начальном шаге l_0 вычислить U в точке $\Phi = l_0$ и обозначить это значение через U_1 ,
- 2) если $U_1 > U_A$, то положить $U_C = U_1$ и вычислить функцию U в точке $\Phi = l_0/2$, обозначить это значение через U_2 и положить $l_0 = l_0/2$,
- 3) если $U_2 \leq U_A$, то положить $U_B = U_2$ и использовать (16.77) для вычисления Φ^* ; если $U_2 > U_A$ то положить $U_C = U_2$ вычислить

функцию U в точке $\Phi = t_0/2$, получить новое U_2 и положить $t_0 = t_0/2$; повторить шаг 3;

4) если $U_1 \leq U_A$, то положить $U_B = U_1$, вычислить $U(2t_0)$ и положить U_2 ;

5) если $U_2 > U_B$, то положить $U_C = U_2$ и, используя (16.77), вычислить Φ^* . Если $U_2 \leq U_B$, то положить $U_A = U_B$, $U_B = U_2$ и $t_0 = 2t_0$, вычислить U в точке $\Phi = 2t_0$ и повторить шаг 5.

Значение Φ^* , найденное в описанной процедуре, есть точка минимума аппроксимирующей функции $h(\Phi)$. Необходимо добиться, чтобы Φ^* было достаточно близко к действительному минимуму $\Phi_{\min}$ функции $U(\Phi)$. Это достигается сравнением $U(\Phi^*)$ с $h(\Phi^*)$. Точку Φ^* считаем достаточно хорошей аппроксимацией, если при достаточно малом ε выполняется условие

$$\left| \frac{h(\Phi^*) - U(\Phi^*)}{U(\Phi^*)} \right| \leq \varepsilon. \quad (16.78)$$

Если (16.78) не выполняется, то для аппроксимации $U(\Phi)$ ищем новую квадратичную функцию $h'(\Phi) = a'\Phi^2 + b'\Phi + c'\Phi^2$. Для определения постоянных a' , b' и c' могут быть использованы три наилучшие из текущих значений U_A , U_B , U_C и $U(\Phi^*)$. Они выбираются следующим образом:

если $\Phi^* > B$, $U(\Phi^*) < U_B$, переобозначаем

$$A \leftarrow B, B \leftarrow \Phi^*, C \leftarrow C. \quad (16.79)$$

если $\Phi^* > B$, $U(\Phi^*) > U_B$, переобозначаем

$$A \leftarrow A, B \leftarrow B, C \leftarrow \Phi^*; \quad (16.80)$$

если $\Phi^* < B$, $U(\Phi^*) < U_B$, переобозначаем

$$A \leftarrow A, B \leftarrow \Phi^*, C \leftarrow B; \quad (16.81)$$

если $\Phi^* < B$, $U(\Phi^*) > U_B$, переобозначаем

$$A \leftarrow \Phi^*, B \leftarrow B, C \leftarrow C \quad (16.82)$$

Новые значения A , B и C получаются из (16.79) — (16.82). Новое значение Φ^* может быть получено за счет одного дополнительного вычисления значения функции. Если и это Φ^* не удовлетворяет условиям (16.78), то следует подобрать новую квадратичную функцию. Оформленная в виде алгоритма процедура интерполяции имеет вид

// Квадратичная интерполяция //

i := 0

A = 0

$U_A = U(0)$

$U_1 = U(t_0)$

If $U_1 < U_A$

then

318

begin

B = t_0

$U_B = U_1$

$U_2 = U(2t_0)$

While $U_2 \leq U_B$ do

begin

A = B

$U_A = U_B$

$B = 2t_0$

$U_B = U_2$

$t_0 = 2t_0$

$U_2 = U(2t_0)$

end (while)

$C = 2t_0$

$U_C = U_2$

end

else

begin

Repeat

$C = t_0$

$U_C = U_1$

$t_0 = t_0/2$

$U_1 = U(t_0)$

until $U_1 < U_A$

$B = t_0$

$U_B = U_1$

end

Получить Φ^* , используя (16.17)

Repeat

$U_\Phi = U(\Phi^*)$

If $B < \Phi^*$

then

begin

If $U_B > U_\Phi$

then

begin

A = B

$U_A = U_B$

$B = \Phi^*$

$U_B = U_\Phi$

end

```

else
  begin
    C = Φ*
    U_C = U_Φ
  end
end
else
  begin
    If U_B > U_Φ
    then
      begin
        C = B
        U_C = U_B
        B = Φ*
        U_B = U_Φ
      end
    else
      begin
        A = Φ*
        U_A = U_Φ
      end
    end
  end
end

```

Получить Φ^* , используя (16.77)
 until до тех пор, пока не выполнен критерий сходимости Φ^*

Метод кубической интерполяции [16, 8]. При этом методе используется кубическая функция

$$h(\Phi) = a + b\Phi - c\Phi^2 + d\Phi^3 \quad (16.83)$$

для приближения целевой функции $U(\Phi)$ между точками A и B . Для вычисления постоянных a , b , c и d используются значения $U(\Phi)$ и ее первой производной в точках A и B . Имеем

$$U_A = a + bA + cA^2 + dA^3, \quad (16.84)$$

$$U_B = a + bB + cB^2 + dB^3, \quad (16.85)$$

$$U'_A = b + 2cA + 3dA^2, \quad (16.86)$$

$$U'_B = b + 2cB + 3dB^2. \quad (16.87)$$

Значения постоянных находятся следующим образом:

$$a = U_A - bA - cA^2 - dA^3, \quad (16.88)$$

$$b = \frac{1}{(A-B)^2} B^2 U'_A + A^2 U'_B + 2ABZ, \quad (16.89)$$

$$c = \frac{-1}{(A-B)^2} \{(A+B)Z + BU'_A + AU'_B\}, \quad (16.90)$$

$$d = \frac{1}{3(A-B)^3} \{2Z + U'_A + U'_B\}, \quad (16.91)$$

где

$$Z = 3(U_A - U_B)/(B-A) + U'_A + U'_B. \quad (16.92)$$

Минимум $h(\Phi)$ определяется из условия $dh/d\Phi = 0$ и задается формулой

$$\Phi^* = [-c \pm \sqrt{c^2 - 3bd}] / 3d. \quad (16.93)$$

Применение достаточного условия минимума к $h(\Phi)$ приводит к

$$d^2 h d\Phi^2 - 2c + 6d\Phi^* > 0. \quad (16.94)$$

После подстановки значений b , c , d точка минимума Φ^* определяется как

$$\Phi^* = A + \frac{U'_A + Z + Q}{U'_A + U'_B + 2Z} (B - A), \quad (16.95)$$

где

$$Q = (Z^2 - U'_A U'_B)^{1/2} \quad (16.96)$$

Два значения Φ^* , соответствующие двум корням $h'(\Phi)$, определяют положения максимума и минимума $h(\Phi)$. Выбираем значение Φ^* , лежащее в промежутке от A до B . Чтобы избежать мнимых значений Q , следует потребовать выполнения

$$(Z^2 - U'_A U'_B) \geq 0. \quad (16.97)$$

Это неравенство будет автоматически выполнено, если выбрать A и B такими, что $U'_A < 0$ и $U'_B \geq 0$. Значение Φ^* , полученное таким образом, проверяется согласно (16.78). Если критерий не удовлетворен, то для аппроксимации $U(\Phi)$ используется новый кубический многочлен

$$h'(\Phi) = a' + b'\Phi + c'\Phi^2 + d'\Phi^3. \quad (16.98)$$

Постоянные a' , b' , c' , d' вычисляются по значениям функции и ее производных в двух наилучших точках из трех — A , B и Φ^* , полученных на предыдущем шаге. Если $U'(\Phi^*) < 0$, то Φ^* и B берутся в качестве новых A и B ; в противном случае (т. е. если $U'(\Phi^*) > 0$) в качестве новых A и B берутся A и Φ^* . Вычисляется новое значение Φ^* и проверяется критерий сходимости аппроксимации (16.78). Если он выполняется, процедура останавливается и в качестве $\Phi_{\min}$ берется Φ^* .

Процедура кубической интерполяции, оформленная в виде алгоритма, имеет вид

// Кубическая интерполяция //

$A = 0$

$U_A = U(0)$

$U_A = U'(0)$

$U_B = U(t_0)$ / t_0 — начальная длина шага //

$U'_B = U'(t_0)$

While $U'_B < 0$ do

begin

$A = B$

$U_A = U_B$

$U_A = U_B$

$t_0 = 2t_0$

$U_B = U(t_0)$

$U'_B = U'(t_0)$

end (while)

$B = t_0$

Получить Φ^* используя (16 95) и (16 96)

Repeat

$U_\Phi = U(\Phi^*)$

If $U'_\Phi < 0$

then

begin

$A = \Phi^*$

$U_A = U(\Phi^*)$

$U'_A = U'_\Phi$

end

else

begin

$B = \Phi^*$

$U_B = U(\Phi^*)$

$U'_B = U'_\Phi$

end

Получить Φ^* используя (16 95) и (16 96)

until до сходимости

Рассмотренные в этой главе идеи оптимизации и одномерная оптимизация используются в гл. 17 18 где обсуждаются методы многомерной оптимизации

Как указано в гл. 16, методы оптимизации могут быть разделены на две группы. В данной главе рассматриваются методы оптимизации без вычисления градиента целевой функции. Эти методы основаны на последовательном изучении пробных решений. Каждое решение сравнивается с наилучшим решением, достигнутым к данному моменту времени. Стратегия поиска следующего пробного решения основана на прошлом опыте. В этой главе рассматривается несколько наиболее часто используемых методов.

17.1 МЕТОД ПОИСКА ПО ОБРАЗЦУ

Одним из наиболее простых вариантов оптимизации методом прямого поиска является метод, называемый поиском «по одному за итерацию». При этом методе один параметр варьируется до тех пор, пока его изменение не перестанет давать дальнейшее улучшение, затем варьируется следующий параметр и т. д. В этом случае, если долины не ориентированы вдоль координатных осей, процесс поиска замедляется.

Метод поиска по образцу [1] является улучшенным вариантом поиска «по одному за итерацию» и позволяет производить поиск вдоль узкой долины, поскольку делается попытка ориентировать поиск вдоль долины. Этот метод включает в себя два типа перемещений в многомерном пространстве координат Φ . В начальном положении пробные перемещения делаются вдоль различных Φ -осей способом «по одному за итерацию». Наилучшая точка, достигнутая таким способом, определяет направление образца по отношению к начальному положению. По направлению образца находится минимум вдоль этого направления с помощью одномерных методов, рассмотренных в гл. 16. Последовательность пробных перемещений и перемещений образца повторяется до достижения оптимума.

Два хорошо известных метода поиска по образцу — метод Хука и Дживиса [1] и метод Пауэлла [2] — отличаются только в выборе осей, вдоль которых осуществляется перемещение по образцу. В методе Хука и Дживиса направления образца определяются с помощью исходных Φ -осей, в то время как в методе Пауэлла множество осей для каждой последовательности перемещений по образцу модифицируется так, чтобы в результате получилось множество сопряженных направлений. В работе [3] метод Хука и Дживиса видоизменен для минимаксных целевых функций. Минимаксные целевые функции часто имеют узкую искривленную долину, вдоль которой лежит кривая разрыва производных. Модифицированный метод носит название метода лезвия. Поиск образца производится здесь тем же методом, что и в методе Хука и Дживиса. Затем автоматически выбирается точка в окрестности начальной точки образца и производится второй поиск образца. Конечные точ

ки двух операций поиска, если они различны, определяют новое направление образа, которое изучается для нахождения минимума.

Эти три метода поиска по образцу представлены в данном разделе

17.1.1 МЕТОД ХУКА И ДЖИВСА [1]

Как отмечалось ранее метод поиска по образцу Хука и Дживса представляет собой последовательность итераций, каждый шаг которой состоит из перемещений двух типов. Первый тип (называемый пробным перемещением) осуществляется для исследования локального поведения целевой функции; второй, называемый перемещением по образцу, использует преимущества направления образа, найденного на первом шаге.

Поиск начинается из произвольно выбранной точки $\Phi_1 = [\Phi_{1,1}, \Phi_{1,2}, \dots, \Phi_{1,n}]^T$, называемой начальной базисной точкой, и предписанной длины шага $\Delta\Phi$, вдоль каждого координатного направления u_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Для начального пробного перемещения вычисляется $U(\Phi_1)$. Для получения новой базисной точки каждая из переменных $\Phi_{1,i}$ возмущается вблизи текущей базисной точки:

$$\Phi_{2,i} = \begin{cases} \Phi_{1,i} + \Delta\Phi, & \text{если } U(\Phi_1 + \Delta\Phi, u_i) < U(\Phi_1), \\ \Phi_{1,i} - \Delta\Phi, & \text{если } U(\Phi_1 - \Delta\Phi, u_i) < U(\Phi_1), \\ \Phi_{1,i}, & \text{если } U(\Phi_1) < \min\{U(\Phi_1 + \Delta\Phi, u_i), U(\Phi_1 - \Delta\Phi, u_i)\} \end{cases} \quad (17.1)$$

Процесс, описываемый (17.1), повторяется вокруг временной базисной точки для $i = 1, 2, \dots, n$. Точка Φ_2 объявляется новой базисной точкой, а направление образа s_1 определяется как

$$s_1 = \Phi_2 - \Phi_1 \quad (17.2)$$

если $\Phi_2 \neq \Phi_1$. Вдоль направления s_1 осуществляется одномерный поиск и положение минимума вдоль s_1 можно записать как

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \lambda s_1 \quad (17.3)$$

Пробные перемещения выполняются теперь из Φ_3 , как из базисной точки. Если в направлении u_i на данном шаге уменьшения целевой функции не наблюдается, то следует уменьшить длину шага $\Delta\Phi_i$, скажем, в два раза и продолжить пробные перемещения. Процесс можно считать сходящимся, если уменьшения целевой функции не наблюдается и при достаточно малой длине шага по всем направлениям, т.е. когда

$$\max_i \{\Delta\Phi_i\} < \epsilon, \quad s_j = 0 \quad (17.4)$$

Эта процедура, представленная в виде алгоритма имеет вид

// Метод Хука и Дживса //

$U_\Phi \leftarrow U(\Phi_1)$; Φ — начальная точка //

Repeat

$\Phi_b \leftarrow \Phi$

$U_b \leftarrow U_\Phi$

For all $i = 1$ to n do

begin

$U_a \leftarrow U(\Phi_b, \Delta\Phi, u_i)$

If $U_a < U_b$

then

begin

$\Phi_b \leftarrow \Phi_b + \Delta\Phi, u_i$

$U_b \leftarrow U_a$

end

else

begin

$U_a \leftarrow U(\Phi_b, \Delta\Phi, u_i)$

If $U_a < U_b$

then

begin

$\Phi_b \leftarrow \Phi_b, \Delta\Phi, u_i$

$U_b \leftarrow U_a$

end

else $\Delta\Phi_i \leftarrow \Delta\Phi, 2$

end

end (for i)

$s \leftarrow \Phi_b - \Phi$

If $s \neq 0$

then

begin

Получить λ , минимизирующее $U(\Phi_b + \lambda s)$

$\Phi \leftarrow \Phi_b + \lambda s$

$U_\Phi \leftarrow U(\Phi)$

end

until $\max \{\Delta\Phi_i\} < \epsilon$ and $s = 0$

17.1.2 МЕТОД ПАУЭЛЛА [2]

Метод Пауэлла представляет собой улучшенный вариант рассмотренного основного метода поиска по образцу. Этот метод широко распространен, и можно доказать, что он является методом сопряженных направлений.

Следующая теорема [7] помогает обнаружить сопряженные направления в методе Пауэлла. Рассмотрим квадратичную функцию размера n , и две параллельные гиперплоскости размерности $k < n$ обозначим цифрами 1 и 2. Пусть Φ_1 и Φ_2 — лежащие внутри области ограниченной стационарные точки квадратичной функции в плоскостях 1 и 2

Тогда прямая соединяющая точки Φ_1 и Φ_2 сопряжена любой прямой, параллельной гиперплоскостям. Соответственно, если Φ_1 и Φ_2 — два различных минимума, полученных с помощью поиска вдоль направления s но с началом в двух различных точках то вектор $(\Phi_1 - \Phi_2)$ сопряжен направлению s . Поэтому если s_i взято вдоль линии, соединяющей два минимума полученных поиском вдоль s_{i-1} то направления (s_{i-1}, s_i) сопряжены.

Метод Пауэлла поиска по образцу заключается в минимизации вдоль множества направлений в Φ -пространстве. Вначале это множество совпадает с множеством координатных направлений. Направление общего приращения: одним цикле является направлением образца и кроме того, используется как следующее направление поиска. Во втором цикле направление образца приближается к множеству пробных направлений, а первое направление u_i исключается. Продолжая таким же образом, получаем в n -м цикле направления $\{u_n, s_1, s_2, \dots, s_{n-1}\}$.

Чтобы первое направление образца s_1 было сопряжено u_n , поиск перед первым циклом выполняется вдоль u_n . Поэтому в n -м цикле все направления являются сопряженными. Метод Пауэлла является очень эффективным методом поиска вследствие хорошей сходимости вдоль сопряженных направлений. Это обусловлено тем, что часто приходится оптимизировать квадратичные функции, а тем, что большинство функций в окрестности минимума хорошо приближается квадратичными функциями. Если разложить n -мерную функцию в ряд Тейлора в окрестности минимума, то члены включающие производные высшего порядка, являются малыми более высокого порядка, чем квадратичные, и поэтому $U(\Phi)$ хорошо приближается квадратичной функцией в окрестности минимума.

Алгоритм метода Хука и Дживса, приведенный ранее, можно видоизменить так чтобы получить алгоритм метода Пауэлла:

```
// Метод Пауэлла //
//  $\Phi_0$  — начальная точка //
For all  $i=1$  to  $n$  do  $s_i = u_i$ 
Получить  $\lambda^*$  минимизирующее  $U(\Phi_0 - \lambda s_n)$ 
 $\Phi \leftarrow \Phi_0 + \lambda^* s_n$ 
Repeat
   $\Phi_n = \Phi$ 
  For all  $i=1$  to  $n$  do
    begin
      Получить  $\lambda^*$  минимизирующее  $U(\Phi + \lambda s_i)$ 
       $\Phi = \Phi + \lambda^* s_i$ 
    end
  For all  $i=1$  to  $n-1$  do  $s_i = s_{i+1}$ 
   $s_n = \Phi - \Phi_n$ 
  Получить  $\lambda^*$  минимизирующее  $U(\Phi + \lambda s_n)$ 
   $\Phi = \Phi + \lambda^* s_n$ 
until до сходимости  $\Phi$ 
```

В работе [3] указано, что минимум для многих минимаксных типов целевых функций лежит вдоль направления разрыва производных функции $U(\Phi)$. Примером целевой функции такого типа является

$$U(\Phi) = \min_{\Phi} \{ \max_{f_i, f_n} | \rho(\Phi, f) | \} \quad (17.5)$$

где, например, ρ представляет собой комплексный коэффициент отражения от многослойного согласующего трансформатора соприкосновений; f_i и f_n — нижняя и верхняя частоты рабочей полосы частот Φ — множество параметров проектирования, которыми являются длины и волновые сопротивления (или размеры) различных секций. Целевые функции этого типа имеют кривую разрыва производных расположенную вдоль узкой искривленной долины. Разрывы производных возникают когда $U(\Phi)$ перескакивает с одного экстремума на другой.

Поиск по образцу, рассмотренный в подразд. 17.1.1, может окончиться в ложном минимуме на кривой разрыва производных. В модифицированном алгоритме [3] после одной такой остановки производится случайный выбор новой точки. Новая точка выбирается согласно правилу

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + kR(i) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (17.6)$$

где Φ_i, m_1 задают положение точки минимума (возможно, ложного) вычисленного в одном цикле процедуры поиска по образцу Хука и Дживса; $R(i)$ — случайное число в интервале $-1, \dots, +1$; k — масштабный множитель. Пусть следующий цикл поиска по образцу начинается с

$$\Phi_i = \{\Phi_{i+1}\}, i=1, 2, \dots, n \quad (17.7)$$

и оканчивается, например в Φ_{m_2} . Если Φ_{m_2} приблизительно совпадает с конечной точкой первого цикла поиска то можно сделать вывод о том, что минимум найден правильно и не является ложным. С другой стороны, если Φ_{m_2} отличается от Φ_{m_1} , направление образца определяется как

$$s = \Phi_{m_2} - \Phi_{m_1} \quad (17.8)$$

и поиск продолжается в этом направлении. Довольно часто это приводит к правильному нахождению минимума что можно проверить с помощью другого случайного перемещения, как в (17.6).

Случайные перемещения могут также помочь ускорить процедуру минимизации в том случае, когда обычный поиск по образцу становится медленным. Это можно показать тестированием стратегии метода лезвия на функции Розенброка [3]

$$U(\Phi) = 100(\Phi_2 - \Phi_1)^2 - (1 - \Phi_1)^2. \quad (17.9)$$

Эта функция не имеет разрывных производных. Если метод лезвия используется без случайных перемещений (т. е. имеем метод поиска по образцу) $U(\Phi)$ становится равной $7.4 \cdot 10^{-8}$ после двухсот циклов

вычисления значения функции. В методе лезвия с тремя случайными перемещениями значение минимума $U(\Phi)$ равно $1,6 \cdot 10^{-6}$ после 172 циклов вычисления значения функций. Теоретически минимальное значение $U(\Phi)$ равно нулю.

Модификация алгоритма поиска по образцу включающая случайные перемещения имеет вид

Алгоритм лезвия j :

Получить Φ_a минимизирующее $U(\Phi)$ методом Хука и Дживса с начальной точкой Φ_1

Repeat

$\Phi_1 \leftarrow \Phi_a$

For all $i = 1$ to n $\Phi_1 \leftarrow \Phi_j$ $kR(i)$ Φ_1

Получить Φ_b минимизирующее $U(\Phi)$ методом Хука и Дживса с начальной точкой Φ_1

$s \leftarrow \Phi_b - \Phi_a$

Получить λ^* минимизирующее $U(\Phi_b + \lambda s)$

$\Phi_2 \leftarrow \Phi_b + \lambda^* s$

until $\|s\| \leq \epsilon$

17.2 МЕТОД ВРАЩЕНИЯ КООРДИНАТ

При методе вращения координат, предложенном Розенброком [4] система координат вращается на каждом этапе минимизации таким образом, чтобы первая ось была ориентирована по локально определенному направлению долины, а остальные оси были взаимно ортогональны и нормальны по отношению к первой.

Перед началом процесса минимизации выбирается множество длин шагов $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ которыми следует пользоваться вдоль направлений поиска $s_1, s_2, \dots, s_n$. На j -м этапе минимизации (начиная с $j = 1$) вычисляются следующие действия. Множество направлений $s^{(j)}, s^{(j+1)}, \dots$ и базисная точка известны. При $j = 1$ эти направления совпадают с координатными осями, а в качестве базисной точки берется любая допустимая точка. Вдоль направления $s^{(j)}$ из известной базисной точки делается шаг λ_j . Если этот шаг успешный, то λ_j умножается на постоянную α и новая точка запоминается. Если шаг неудачен, то λ_j умножается на другую постоянную $-\beta$, и новая точка стирается. Шаг считается успешным, если новое значение целевой функции меньше старого или равно ему. В противном случае шаг считается неудачным. Значения постоянных α и β , рекомендованные Розенброком, равны соответственно 3,0 и 0,5.

Поиск продолжается последовательно вдоль направлений $s^{(j)}, s^{(j+1)}, \dots, s^{(n-1)}, s^{(n)}$ до тех пор, пока в каждом из n направлений $s^{(j)}, s^{(j+1)}, \dots, s^{(n)}$ не окажется, по крайней мере, по одному успешному и одному неудачному шагу. Новое множество направлений $s^{(j+1)}, s^{(j+2)}, \dots, s^{(n+1)}$ для использования в $j+1$ итерации процедуры минимизации получается с помощью алгоритма ортогонализации Грама —

Шмидта [8]. Для этой цели множество независимых направлений $p_1, p_2, \dots, p_n$ вычисляется как

$$p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \quad \{s_1^{(j)}, s_2^{(j)}, \dots, s_n^{(j)}\} \quad (17.10)$$

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ L_2 & L_2 & 0 & 0 \\ L_3 & L_3 & L_3 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_n & L_n & L_n & L_n \end{bmatrix}$$

где L_k — алгебраическая сумма всех успешных длин шагов в соответствующем направлении $s_k^{(j)}$, $k = 1, 2, \dots, n$.

Матрица в правой части (17.10) является нижней треугольной. Можно заметить, что p_1 представляет собой вектор, соединяющий начальную и конечную, полученную в результате последовательности поисков на j -й операции, точки. Вектор p_2 обозначает алгебраическую сумму длин успешных шагов по всем направлениям, кроме первого и т.д. Поэтому векторы $p_1, p_2, \dots, p_n$ линейно-независимы.

Направление $s^{(j+1)}$ задается теперь формулой

$$s^{(j+1)} = p_1 \|p_1\| \quad (17.11)$$

а остальные направления $s^{(j+2)}, \dots$ как

$$s_i^{(j+1)} = q_i \|q_i\| \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (17.12)$$

где

$$q_i = p_i - \sum_{m=1}^{i-1} [p_i' s_m^{(j+1)}] s_m^{(j+1)} \quad (17.13)$$

Конечная точка, полученная в результате j -й итерации, служит базисной для следующей итерации, и процесс продолжается.

Выполнение алгоритма заканчивается либо после определенного числа итераций, либо когда условие

$$\|L\| \leq \epsilon \quad \text{для всех } i \quad (17.14)$$

удовлетворяется при достаточно малом ϵ .

Метод Розенброка, рассмотренный в этом подразделе, позволяет осуществлять перемещение вдоль искривленных и крутых долин, поскольку систему координат в n -мерном пространстве можно вращать в желаемом направлении. Исходный метод Розенброка можно видоизменить так, что в любом цикле поиск будет продолжаться в каждом направлении до тех пор, пока не будет найден оптимум [9]. Другими словами, к каждому из направлений поиска применяется одномерная минимизация. Этот видоизмененный метод, по-видимому, превосходит по качеству как метод Хука и Дживса, так и метод Розенброка.

Процедура метода вращения координат Розенброка, оформленная в виде алгоритма, имеет вид

// Алгоритм вращения координат //

$U_{\Phi} = U(\Phi)$

For all $i = 1$ to n do $s_i := u_i$

Repeat

For all $i = 1$ to n do

begin

$L_i = 0$

suc (i) = 0

fail (i) = 0 / suc и fail — логические переменные /

end (for i)

Repeat

For all $i = 1$ to n do

begin

$U_i := U(\Phi + \lambda_1 s_i)$

If $U_i \leq U_{\Phi}$

then

begin

$\Phi := \Phi + \lambda_1 s_i$

$U_{\Phi} = U_i$

$L_i = L_i + \lambda_1$

$\lambda_1 := \alpha \lambda_1$

suc (i) = 1

end

else

begin

$\lambda_1 := -\beta \lambda_1$

fail (i) = 1

end

end (for i)

ex = 1 // ex — логическая переменная /

For all $i = 1$ to n do ex = ex and suc (i) and fail (i)

until ex

Получить $p_1, p_2, \dots, p_n$ используя (17.10)

$s_1 = p_1 // p_1 //$

For all $i = 2$ to n do

begin

$q_i = q_1 - \sum_{m=1}^{i-1} [p'_i s_m] s_m$

$s_i = q_i // q_i //$

end (for i)

until $\max_i |L_i| \leq \varepsilon$

17.3 СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД [5, 6]

Геометрическая фигура, порожденная $n + 1$ точкой в n -мерном пространстве, называется симплексом. Эти точки называются вершинами симплекса. Симплекс — топологическое обобщение треугольника, который может быть назван симплексом в двумерном пространстве. Тетраэдр — это трехмерный симплекс. Когда вершины равноудалены друг от друга, симплекс называется правильным.

Симплексный метод [5, 6] минимизации многомерной целевой функции начинается с симплекса произвольной формы в n -мерном пространстве. Значение функции вычисляется в $n + 1$ вершине симплекса. В результате последовательных итераций симплекс модифицируется, двигаясь к точке оптимума и сжимаясь вокруг нее. Симплекс преобразуется с помощью различных операций, таких как отражение, растяжение, редукция и сжатие. При рассмотрении этих операций будем использовать следующие обозначения:

Φ_h — вершина, соответствующая наибольшему значению $U(\Phi)$ среди вершин симплекса, т. е.

$$U(\Phi_h) = \max_{i=1, \dots, n+1} \{U(\Phi_i)\} \quad (17.15)$$

Φ_e — вершина соответствующая второму по величине значению $U(\Phi)$ т. е.

$$U(\Phi_e) = \max_{i=1, \dots, h-1, h+1, \dots, n+1} \{U(\Phi_i)\}; \quad (17.16)$$

Φ_0 — вершина соответствующая наименьшему значению $U(\Phi)$

$$U(\Phi_0) = \min_{i=1, \dots, n+1} \{U(\Phi_i)\}. \quad (17.17)$$

Φ_c — центр тяжести симплекса образованного всеми вершинами отличными от Φ_h :

$$\Phi_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1, i \neq h}^{n+1} \Phi_i \quad (17.18)$$

Преобразование симплекса начинается с операции отражения

Отражение. Так как Φ_h — вершина соответствующая максимальному значению целевой функции, то представляется разумным сравнить значения целевой функции в точках Φ_h и Φ_r , где Φ_r получена из Φ_h отражением относительно противоположной грани гиперплоскости симплекса. Если значение в Φ_r меньше, то строим новый симплекс, заменяя точку Φ_h на Φ_r . Процесс отражения проиллюстрирован на рис. 17.1 для двумерного симплекса. Отраженная точка получается как

$$\Phi_r = \Phi_0 - \alpha (\Phi_h - \Phi_0) \quad (17.19)$$

333

Получить h и $s \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ такие, что

$$U_h = \max_{1 \leq i \leq h} \{U_i\}$$

$$U_l = \min_{1 \leq i \leq l} \{U_i\}$$

$$U_s = \max_{1 \leq i \leq h} \{U_i\}$$

Получить Φ_0 используя (17, 18)

Получить Φ_r , используя (17, 19)

$$U_r = U(\Phi_r)$$

If $U_r < U_l$

then

begin // растяжение /

Получить Φ_e , используя (17, 20)

$$U_e = U(\Phi_e)$$

If $U_e < U_r$

then

begin

$$\Phi_h = \Phi_e$$

$$U_h = U_e$$

end

else

begin

$$\Phi_h = \Phi_r$$

$$U_h = U_r$$

end

end

else

begin

If $U_r > U_h$

then

begin // сжатие //

For all $i = 1$ to $n-1$ do

begin

If $i \neq 1$

then

begin

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_i)$$

$$U_1 = U(\Phi_1)$$

end

end (for i)

end

else

begin

If $U_r > U_h$

then

begin // редукция //

Получить Φ_c , используя (17, 21)

$$U_c = U(\Phi_c)$$

If $U_c < U_r$

then

begin

$$\Phi_h = \Phi_r$$

$$U_h = U_c$$

end

else

begin

$$\Phi_h = \Phi_r$$

$$U_h = U_r$$

end

end

else

begin

$$\Phi_h = \Phi_r$$

$$U_h = U_r$$

end

end

end

until (до сходимости)

Различные методы оптимизации, рассмотренные в данной главе, основаны на прямом поиске и не требуют вычисления градиентов. Методы же, основанные на вычислении градиентов, рассматриваются в гл 18

Глава 18

ГРАДИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Прямые методы оптимизации, рассмотренные в гл. 17, требуют многократного вычисления значений целевой функции. Однако производные целевой функции нигде не используются. Методы же, рассматриваемые в данной главе, основаны на применении производных целевой функции $U(\Phi)$. Основная причина использования производных или

Градиентов в оптимизации схем состоит в том, что в любой точке расчетного пространства направление, противоположное градиенту, является направлением наибольшей скорости уменьшения функции в этой точке. Градиент, необходимый для этих методов, может быть получен с помощью анализа чувствительности, рассмотренного в гл. 12.

Здесь рассматриваются некоторые градиентные методы, применяемые при оптимизации схем.

18.1 МЕТОД НАИСКОРЕЙШЕГО СПУСКА [1—3]

Метод наискорейшего спуска является, по-видимому, самым простым из градиентных методов минимизации функции. Он использует отмеченное свойство градиента для отыскания минимума вдоль направления градиента. При этом методе движение начинается с начальной пробной точки Φ_1 и итеративно продолжается к точке оптимума согласно правилу

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \lambda_i s_i, \quad (18.1)$$

где

$$s_i = -\nabla U(\Phi_i) / \|\nabla U(\Phi_i)\|, \quad (18.2)$$

т. е. s_i задает нормированный отрицательный градиент вектора текущего значения Φ на i -й итерации. Функция ∇U определена в (16.8). Длина шага λ_i получается в результате одномерного поиска вдоль направления s_i .

Для окончания итеративного процесса может быть использован следующий критерий сходимости

$$\left| \frac{U(\Phi_{i+1}) - U(\Phi_i)}{U(\Phi_i)} \right| \leq \varepsilon_1, \quad (18.3)$$

$$\left| \frac{\partial U(\Phi)}{\partial \Phi_k} \right| \leq \varepsilon_2, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (18.4)$$

$$\|\Phi_{i+1} - \Phi_i\| \leq \varepsilon_3 \quad (18.5)$$

На первый взгляд кажется, что метод наискорейшего спуска должен быть очень эффективным, поскольку одномерный поиск в нем каж-

дый раз начинается в «наилучшем» направлении. Однако поскольку направление наискорейшего спуска — свойство локальное, в действительности метод не является эффективным при решении большинства задач. Можно сказать, что его неэффективность является доказательством того, что хорошая локальная стратегия не обязательно хороша глобально. В качестве иллюстрации этого приведен рис. 18.1, из которого

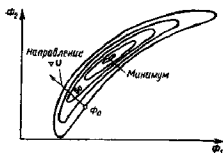


Рис. 18.1. Пример, в котором направление крутого спуска не приближает к минимуму

видно, что градиентное направление в Φ_0 не приближает к минимуму.

Для ускорения сходимости метода наискорейшего спуска предложены многочисленные модификации. Одна из них основана на использовании одномерного поиска в направлении, заданном формулой

$$s_i = \Phi_i - \Phi_{i-2}, \quad i \geq 2, \quad (18.6)$$

вместо обычно используемого направления отрицательного градиента. Направления, заданные в (18.6), обычно совпадают с направлением на минимум, и их использование улучшает сходимость. Этот метод носит название метода параллельных касательных [1—3]. Приведем процедуру в виде алгоритма

1. Метод параллельных касательных*

$\Phi_0 = \Phi$; Φ — начальная точка;

Получить s используя (18.2)

Получить λ^* минимизирующее $U(\Phi + \lambda s)$

$\Phi \leftarrow \Phi + \lambda^* s$

Repeat

Получить s , используя (18.2)

Получить λ^* , минимизирующее $U(\Phi + \lambda s)$

$\Phi \leftarrow \Phi + \lambda^* s$

$s \leftarrow \Phi - \Phi_0$

$\Phi_0 \leftarrow \Phi$

Получить λ^* минимизирующее $U(\Phi + \lambda s)$

$\Phi \leftarrow \Phi + \lambda^* s$

until (до сходимости)

Методы наискорейшего спуска и параллельных касательных называют методами первого порядка, поскольку в них используются производные только первого порядка. Методы второго порядка подразделяются на два типа, в которых точные значения вторых производных используются непосредственно или эти производные используются косвенно, за счет употребления информации предыдущих шагов. Методы для этих случаев рассматриваются в разд. 18.2 и 18.3 соответственно.

18.2 ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД НЬЮТОНА — РАФСОНА [4]

Разложение многомерной функции в ряд Тейлора можно записать следующим образом

$$U(\Phi + \Delta\Phi) = U(\Phi) + \nabla U^T \Delta\Phi + \frac{1}{2} \Delta\Phi^T H(\Phi) \Delta\Phi + \dots, \quad (18.7)$$

где $H(\Phi)$ — гессиан, определенный в (16.9). Рассмотрим точку в окрестности оптимальной точки $\Phi_{\min}$.

$$\Phi_{\min} = \Phi + \Delta\Phi \quad (18.8)$$

Дифференцируя (18.7) и используя тот факт, что

$$\nabla U(\Phi_{\min}) = 0, \quad (18.9)$$

имеем, отбрасывая члены более высокой степени:

$$0 \approx \nabla U(\Phi) + H(\Phi) \Delta \Phi \quad (18.10)$$

В случае, когда $H(\Phi)$ не вырожденная, систему линейных уравнений (18.10) можно легко разрешить относительно $\Delta \Phi$.

$$\Delta \Phi \approx -H^{-1}(\Phi) \nabla U(\Phi), \quad (18.11)$$

где $H^{-1}(\Phi)$ — матрица, обратная матрице гессиана. Для квадратичной функции $U(\Phi)$ выбор $\Delta \Phi$, заданного согласно (18.11), позволяет определить приращение параметров до минимума за один шаг. Если же $U(\Phi)$ не квадратичная, то члены высшего порядка в (18.7) и (18.10) отбросить нельзя, и для достижения лучшей аппроксимации требуется итеративная процедура. Схема итерации определяется соотношением

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i - \lambda_i H^{-1}(\Phi_i) \nabla U(\Phi_i), \quad (18.12)$$

где λ_i — длина шага вдоль направления s_i , вычисленная с помощью методов одномерной оптимизации. Направление s_i определяется как

$$s_i = \{-H^{-1}(\Phi_i) \nabla U(\Phi_i)\} \quad (18.13)$$

Итерации (18.12) могут быть выполнены и с единой длиной шага λ . Однако использование одномерного поиска дает немало преимуществ. Во-первых, минимум достигается за меньшее число шагов. Во-вторых, точка минимума находится всегда, в то время как метод, при котором длина шага фиксирована, может в некоторых случаях расходиться. В-третьих, метод Ньютона — Рафсона обычно не приводит к сходимости к седловой точке или к максимуму. Несмотря на указанные достоинства метод Ньютона — Рафсона не завоевал популярности, поскольку при его реализации наталкиваются на следующие трудности:

- 1) требуется хранить в памяти матрицу $H(\Phi_i)$ размера $n \times n$;
- 2) бывает трудно (а иногда и невозможно) вычислить элементы $H(\Phi_i)$, которые являются частными производными второго порядка;
- 3) требуется обращение матрицы $H(\Phi_i)$ и вычисление произведений $H^{-1}(\Phi_i) \nabla U(\Phi_i)$ на каждом этапе итерации.

Эти особенности делают метод практически непригодным для решения задач со сложной целевой функцией, зависящей от большого числа переменных.

18.3 МЕТОД ДЭВИДСОНА — ФЛЕТЧЕРА — ПАУЭЛЛА [5, 6]

Основной трудностью реализации обобщенного метода Ньютона — Рафсона, рассмотренного в разд. 18.2, является необходимость вычисления матрицы H и ее обращение на каждом этапе итерации. В методе Дэвидсона — Флетчера — Пауэлла эта трудность преодолевается благодаря использованию в уравнениях (18.11) — (18.13) определенного приближения для матрицы, обратной гессиану H вместо $H^{-1}(\Phi_i)$.

Эта аппроксимация при итерациях постепенно улучшается. Таким образом, на $(i+1)$ -й итерации аппроксимация G_i к $H^{-1}(\Phi_i)$ определяет направление поиска как

$$s_i = -G_{i-1} \nabla U(\Phi_i), \quad (18.14)$$

и результат поиска используется затем для улучшения аппроксимации. Последовательные шаги аппроксимации обратной матрицы осуществляются также с учетом того, чтобы получившиеся направления были сопряженными. На каждой итерации

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \lambda_i s_i, \quad (18.15)$$

$$G_i = G_{i-1} + \frac{s_i s_i^t}{s_i^t H s_i} + B_i, \quad (18.16)$$

Уравнение (18.16) получается следующим образом. Рассмотрим специальную матрицу

$$\sum_{j=1}^p \alpha_j s_j s_j^t, \quad (18.17)$$

которая позволяет найти аппроксимацию к H^{-1} . Множество направлений $s_1, \dots, s_p$ взаимно сопряжено по отношению к матрице H . Если домножить матрицу из (18.17) справа на $H s_r$ для $r=1, 2, \dots, p$, то согласно свойству сопряженности s_i

$$\left(\sum_{j=1}^p \alpha_j s_j s_j^t \right) H s_r = \alpha_r s_r s_r^t H s_r, \quad (18.18)$$

Если теперь положим

$$\alpha_r = 1 / (s_r^t H s_r), \quad (18.19)$$

то получим

$$\left(\sum_{j=1}^p \alpha_j s_j s_j^t \right) H s_r = s_r, \quad (18.20)$$

Поскольку s_r не является собственным вектором, то при $p=n$ (18.20) можно записать как

$$\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j s_j s_j^t \right) H = I, \quad (18.21)$$

где I — единичная матрица. Из (18.19) и (18.21) получаем

$$H^{-1} = \sum_{j=1}^n \frac{s_j s_j^t}{s_j^t H s_j}. \quad (18.22)$$

Соотношение (18.22) дает возможность предполагать, что, как только получено новое сопряженное направление, частичные суммы в (18.22) могут применяться для аппроксимации H^{-1} . Хотя свойство сопряженности использовано для получения формул (18.22), применение соотношений (18.22) само по себе не гарантирует того, что направ-

ления s_i окажутся взаимно сопряженными. Слагаемое B_i в (18.16) добавлено для того, чтобы за счет большей гибкости соотношений можно было достичь сопряженности

Если s_i ($i = 1, 2, \dots, i-1$) взаимно сопряжены по отношению к гессану H , то

$$s_i^T H s_i = 0 \quad (18.23)$$

или

$$s_i^T H G_{i-1} \nabla U(\Phi_i) = 0 \quad (18.24)$$

Если

$$s_i^T - s_i^T H G_{i-1}, \quad (18.25)$$

то

$$s_i^T \nabla U(\Phi_i) \approx 0 \text{ для } i=1, 2, \dots, i-1 \quad (18.26)$$

Уравнение (18.26) является основной теоремой для сопряженных направлений. Приведенные выкладки по принципу индукции показывают, что если соотношение (18.25) выполняется на каждом шаге, то s_i взаимно сопряжены. Чтобы обеспечить выполнение соотношения

$$s_i^T H G_{i-1} - s_i^T, \quad i=1, 2, \dots, i, \quad (18.27)$$

напишем его для $i = 1$ и подставим вместо G_i правую часть (18.16):

$$s_i^T H \left(G_{i-1} + \frac{s_i s_i^T}{s_i^T H s_i} + B_i \right) = s_i^T, \quad (18.28)$$

или

$$s_i^T H G_{i-1} + s_i^T + s_i^T H B_i = s_i^T, \quad (18.29)$$

или

$$s_i^T H (G_{i-1} + B_i) = 0 \quad (18.30)$$

По определению гессана, можно записать

$$H(\Phi_{i+1} - \Phi_i) = \nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i), \quad (18.31)$$

что, согласно (18.15), может быть записано как

$$H s_i = -\frac{1}{\lambda_i} \{ \nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i) \} \quad (18.32)$$

Используя (18.30), (18.32) и равенство $H = H^T$, получаем

$$\{ \nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i) \}^T (G_{i-1} + B_i) = 0 \quad (18.33)$$

Одно из решений (18.33), $B_i = -G_{i-1}$, тривиально в том смысле, что сводит (18.16) к виду

$$G_i = s_i s_i^T / (s_i^T H s_i), \quad (18.34)$$

что делает G_i функцией только i -го сопряженного направления. Если же положить

$$y_i = -\nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i) \quad (18.35)$$

и испытать в качестве решения

$$B_i = -G_{i-1} y_i y_i^T / (y_i^T G_{i-1} y_i), \quad (18.36)$$

то получим

$$y_i^T G_{i-1} - \frac{y_i^T G_{i-1} y_i y_i^T G_{i-1}}{y_i^T G_{i-1} y_i} = y_i^T G_{i-1} - y_i^T G_{i-1} = 0, \quad (18.37)$$

т. е. (18.36) — действительно является решением для B_i . Теперь значение B_i , заданное в форме (18.36), можно подставить в (18.16) и провести процедуру минимизации (18.14) — (18.16). Однако в соотношении (18.16) предполагается, что сама матрица H также известна и может быть использована для аппроксимации H^{-1} . Это возможно только в некоторых специальных случаях. В общем случае будем избегать использования точной формулы для H и приближать члены вида $s_i^T H s_i$ в (18.16), используя значения G_{i-1} , полученные на предыдущей итерации. Для этой цели запишем

$$s_i^T H s_i = \frac{(\Phi_{i+1} - \Phi_i)^T H s_i}{\lambda_i} = \frac{\{ \nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i) \}^T s_i}{\lambda_i}, \quad (18.38)$$

С учетом (18.14) соотношение (18.38) можно свести к

$$s_i^T H s_i = (1, \lambda_i) \{ \nabla U(\Phi_{i+1}) s_i + \nabla U(\Phi_i) \}^T G_{i-1} \{ \nabla U(\Phi_i) \} \quad (18.39)$$

Поскольку градиент в точке Φ_{i+1} ортогонален s_i , то первый член в правой части (18.39) равен нулю и справедливо равенство

$$s_i^T H s_i = (1, \lambda_i) \{ \nabla U(\Phi_i) \}^T G_{i-1} \{ \nabla U(\Phi_i) \} \quad (18.40)$$

Теперь можно формализовать метод. Для i -й итерации

1) вычислить

$$s_i = -G_{i-1} \nabla U(\Phi_i), \quad (18.41)$$

2) вычислить λ_i одномерной минимизацией $U(\Phi_i + \lambda_i s_i)$,

3) положить

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \lambda_i s_i, \quad (18.42)$$

$$y_i = \nabla U(\Phi_{i+1}) - \nabla U(\Phi_i) \quad (18.43)$$

4) вычислить

$$G_i = G_{i-1} + \frac{\lambda_i s_i s_i^T}{\{ \nabla U(\Phi_i) \}^T G_{i-1} \{ \nabla U(\Phi_i) \}} - \frac{G_{i-1} y_i y_i^T G_{i-1}}{y_i^T G_{i-1} y_i}. \quad (18.44)$$

В начале процесса в качестве G_0 можно взять единичную матрицу. В этом случае имеем начальную минимизацию вдоль направления крутого спуска, которая обычно оказывается довольно эффективной на

первых начальных шагах. Начальный выбор $G_0 = I$ обеспечивает положительную определенность G_0 . Можно показать, что при таком способе вычисления величин G_k из положительной определенности G_k следует положительная определенность G_{k+1} . Однако с учетом возможности погрешностей в вычислениях λ_k желательнее каждый раз проверять положительную определенность G в процессе итераций и в случае необходимости восстанавливать $G = I$.

18.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Методы минимизации, рассмотренные ранее, пригодны для минимизации любой скалярной целевой функции. Метод оптимизации наименьших квадратов требует, чтобы задача минимизации ставилась для суммы квадратов отклонений параметров проектирования так, что в этом разделе U всегда обозначает сумму квадратов отклонений. Этот раздел посвящен оптимизации целевых функций наименьших квадратов. Метод основан на гауссовском разрешении квадратичной формы. В алгоритме используются градиенты каждого члена без использования одномоментного поиска в пространстве проектирования.

Пусть минимизируемая целевая функция имеет вид

$$U = f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_m^2, \quad (18.45)$$

где $f_1, f_2, \dots, f_m$ — функции параметров проектирования $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n\}$, причем $m \geq n$. Минимизация U в (18.45) эквивалентна минимизации нормы m -мерного вектора целевой функции

$$f(\Phi) = \{f_1(\Phi), f_2(\Phi), \dots, f_m(\Phi)\}. \quad (18.46)$$

где $f_1(\Phi), f_2(\Phi), \dots, f_m(\Phi)$ — компоненты. Норму $f(\Phi)$ можно записать в виде $\|f(\Phi)\|$ $f(\Phi)$, что равно U согласно (18.45). Значение вектора целевой функции f в точке $\Phi + \Delta\Phi$ может быть оценено с помощью разложения в ряд Тейлора

$$f(\Phi + \Delta\Phi) \approx f(\Phi) + J(\Phi)\Delta\Phi, \quad (18.47)$$

где приращение $\Delta\Phi$ предполагается малым, поэтому членами более высокой степени можно пренебречь, $J(\Phi)$ — матрица Якоби, определенная в (16.21). В этом методе $\Delta\Phi$ выбирается так, что норма вектора $f(\Phi + \Delta\Phi)$, заданного правой частью (18.47), минимальна. Используя (18.46), получаем значение $\Delta\Phi$, дающее минимальное значение нормы $f(\Phi) + J(\Phi)\Delta\Phi$:

$$\Delta\Phi = -\{[J(\Phi)]^T J(\Phi)\}^{-1} [J(\Phi)]^T f(\Phi) \quad (18.48)$$

Для квадратичной функции f минимум (18.45) достигается за один шаг. Для целевых функций высшего порядка процесс нужно повторить, т.е. $f(\Phi)$ и $J(\Phi)$ вычислить в точке $\Phi + \Delta\Phi$ и таким образом получить новое значение $\Delta\Phi$. Процесс повторяется до тех пор, пока не достигается сходимость с нужной точностью. Общая проблема в использовании этого метода состоит в том, что приращение $\Delta\Phi$, вычисленное из (18.48), может оказаться слишком большим. В таких случаях, а так-

же если якобиан J меняется слишком быстро с изменением Φ , желательнее ограничить каждое значение $\Delta\Phi$ некоторым заранее заданным.

Метод может быть использован для различных задач оптимизации СВЧ цепей. Поскольку параметры рассеяния — комплексные, они могут быть рассмотрены как два компонента вектора целевой функции. Например, в случае минимизации входного коэффициента отражения Γ можно выразить в виде вектора

$$f = \{\operatorname{Re}(S_{11}), \operatorname{Im}(S_{11})\}^T, \quad (18.49)$$

который является двумерным вектором целевой функции. Другой пример — расчет гибридного соединения для минимизации коэффициента стоячей волны по напряжению и выравнивания деления мощностей. Обычно скалярная целевая функция может быть выражена как

$$U = A|S_{11}|^2 + B|S_{21} - jS_{41}|^2, \quad (18.50)$$

где S_{21} и S_{41} — коэффициенты связи, отличающиеся по фазе на 90° , A и B — весовые постоянные. Задачу можно переформулировать через вектор целевой функции, как

$$f = \{a \operatorname{Re}(S_{11}), a \operatorname{Im}(S_{11}), b \operatorname{Re}(S_{21} - jS_{41}), b \operatorname{Im}(S_{21} - jS_{41})\}^T, \quad (18.51)$$

где $a^2 = A$, $b^2 = B$.

Теперь рассмотренный только что метод можно использовать для минимизации нормы f . Для оптимизации в полосе частот целевые функции на каждой из частот можно рассматривать как компоненты вектора целевой функции.

Градиентные методы, рассмотренные в данной главе, обычно эффективнее прямых методов поиска, описанных в гл. 17.

Часть V ПРОГРАММЫ МАШИННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Глава 19 ПРОГРАММА АНАЛИЗА СВЧ УСТРОЙСТВ

В этой главе описаны возможности применения программы анализа СВЧ устройств [1—3]. Эта программа позволяет вычислить полную матрицу рассеяния многополосника по известным S -матрицам его компонентов. С помощью подпрограмм, входящих в программу, могут обрабатываться данные о различных компонентах на полосковых и микрополосковых линиях. Возможности программы могут быть расширены с целью проектирования узлов, построенных на любых других линиях передачи. Это достигается введением подпрограмм, описывающих соответствующие компоненты.

В программе анализа СВЧ устройств использованы характеристики полосковых и микрополосковых линий, рассмотренные в гл. 3 и характеристики моделей неоднородностей в линиях этих типов, приведенные в гл. 6. Для анализа схем используются матрицы рассеяния соединений, рассмотренные в подразд. 11.2.1. Так как уравнение (11.7) определяет значения волновых параметров на всех внешних и внутренних входах схемы, то рассматриваемая программа может использоваться и для анализа чувствительности методом присоединенных схем, описанным в гл. 12.

19.1 ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

19.1.1 БЛОК-СХЕМА

Блок-схема программы анализа показана на рис. 19.1. Исследуемая схема разлагается на компоненты с известными характеристиками, хранящимися в библиотеке. Считываемые данные содержат описание компонентов, информацию об их взаимных соединениях и рабочей частоте. В программе записаны формулы расчета матрицы рассеяния всех основных компонентов, из которых составляется анализируемая схема. Объединенная матрица рассеяния рассчитывается на основе матрицы рассеяния компонентов и способов их соединений между собой. Эта матрица разлагается на множители — нижнюю и верхнюю треугольные матрицы.

Вектор ϵ для i -го внешнего входа устанавливается в верхнее значение $\epsilon(i) = 1$. Решение уравнения $Wa = \epsilon$ с помощью методов прямого исключения — обратной постановки. Этот процесс повторяется для каждого внешнего входа.

19.1.2 ОПИСАНИЕ ПОДПРОГРАММ

1) REDATA — подпрограмма считывания входных данных. Первоначально считывается информация о типе анализируемой схемы — полосковой или микрополосковой. Другие данные содержат описание компонентов, информацию о соединениях входов и значения частот, на которых должна рассчитываться матрица рассеяния. Также считывается информация о необходимости в процессе анализа учитывать влияние неоднородностей. Эта подпрограмма вызывается основной программой.

2) ELCODE — подпрограмма преобразования mnemonic кода, описывающего тип компонента, в числовой код. Вызывается подпрограммой REDATA.

3) SETWNC — подпрограмма формирования W -матрицы ($W = \Gamma - S$), размещения отдельных компонентов в соответствии с внутренними соединениями и помещения матрицы рассеяния компонентов схемы в необходимые места.

4) SETUPS — подпрограмма, многократно вызываемая подпрограммой SETWNC, предназначена для помещения матрицы рассеяния компонентов в W -матрицу.

5) IMPFWD — подпрограмма расчета волнового сопротивления полосковых и микрополосковых линий на основе ширины полоскового проводника и других параметров, записанных в программе постоянно. Вызывается подпрограммой REDATA.

6) WIDTH — подпрограмма расчета ширины полоскового проводника требуемой для получения заданного волнового сопротивления.

7) FACTLU — подпрограмма разложения W -матрицы на множители — нижнюю и верхнюю треугольные матрицы. Подпрограмма вызывается основной программой.

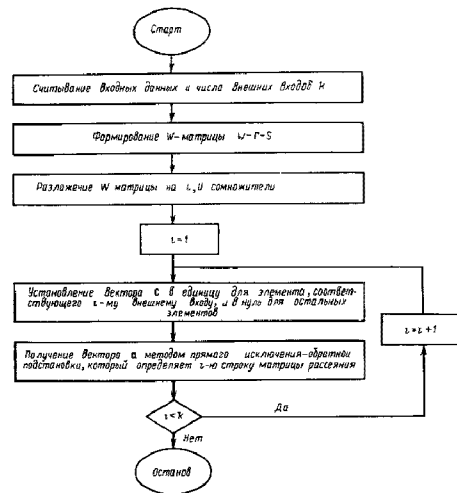
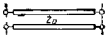


Рис. 19.1 Блок-схема программы анализа СВЧ схем

Таблица 19.1. Подпрограммы для расчета S -матриц некоторых элементов

	Отрезок линии передачи	LINESC
	Параллельная проводимость	SHNTSC
	Последовательное сопротивление	SERISC
	Скачок волнового сопротивления	STEPSC
	T-соединение	TEEJSC
	Разомкнутый конец линии	OPNESC
	Изгиб волнового проводника	BENDSC
	Зазор в центральном проводнике	GAPSC
	Отверстие в центральном проводнике полосковой линии	HOLESC
	Связанные линии	COUPLD
	Элемент, описываемый внешними S -параметрами	SPARA

8) FORBAK — подпрограмма расчета результата путем прямого исключения и обратной подстановки с использованием LU -сомножителей, полученных в подпрограмме FACTLU, вызывается основной программой.

Список подпрограмм для расчета матриц рассеяния некоторых компонентов приведен в табл. 19.1. Эти подпрограммы вызываются подпрограммой SETWNC.

19.1.3 ПРИМЕР

В качестве примера использования программы анализа СВЧ схем рассмотрим расчет трехдвухканального гибридного кольцевого соединения в микрополосковом исполнении. Топология этой цепи приведена на рис. 19.2. Эта цепь состоит из восьми элементов четырех T -соединений и четырех отрезков микрополосковых линий передачи. Цепь анализировалась дважды — первоначально без учета паразитных реактивных параметров T -соединений, а затем с их учетом. Частотные характеристики для обоих случаев приведены на рис. 19.3 и 19.4. Использовалась подложка толщиной 0,318 мм с диэлектрической постоянной $\epsilon_r = 2,55$. Центральная частота 3 ГГц. На рис. 19.3 приведен также график КСВН для подложки с $\epsilon_r = 9,8$. Из рисунка видно, что влияние реактивных неоднородностей

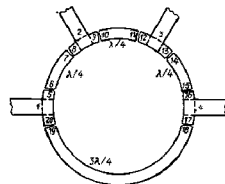


Рис. 19.2. Нумерация входов кольцевого гибридного соединения, исследуемого с помощью программы анализа СВЧ схем

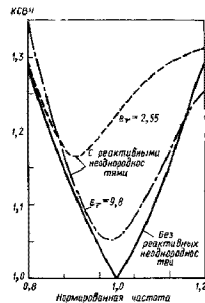


Рис. 19.3. КСВН кольцевого гибридного соединения с учетом и без учета влияния реактивных неоднородностей

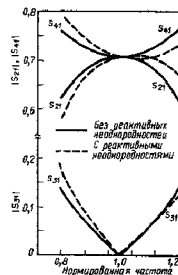


Рис. 19.4. Коэффициент связи и развязка кольцевого гибридного соединения с учетом и без учета реактивных неоднородностей

уменьшается с возрастанием диэлектрической постоянной подложки. Из этого примера следует, что в процессе анализа микрополосковых схем необходимо учитывать реактивные неоднородности.

19.2. ИНСТРУКЦИЯ ДЛЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

Исследуемая схема должна быть расчленена пользователем на компоненты, для которых в программе предусмотрена возможность расчета матриц рассеяния. К таким компонентам относятся: отрезки полосковых и микрополосковых линий, скачок ширины линии (скачок волнового сопротивления), Т-соединение, зазор в полосковом проводнике, параллельная проводимость, последовательное сопротивление, изгиб центрального проводника микрополосковой линии под произвольным углом, разомкнутый конец линии, согласованная нагрузка и соединяющие линии. Все выводы компонентов должны быть пронумерованы начиная от 1. Внешние входы нумеруются первыми.

Максимальное число выводов для программы, приведенной в разд. 19.3, составляет 56. Это значение может быть изменено путем изменения размеров массивов, описанных в блоках COMMON Массивы C, X в блоке COMMON SOLN, W — COMMON MTRX, NCN — в COMMON TOPQ, а также NPMAX в подпрограмме DATA в настоящее время вычисляет 60 элементов. Число элементов этих массивов должно быть не меньше, чем число входов.

Максимальное число компонентов, которое может обрабатываться программой анализа СВЧ схем, составляет 25. Чтобы увеличить это число, необходимо увеличить размеры массивов ELN, VALUE1, VALUE2, VALUE3, TYPE, IPORT, JPORT, KPORT, LPRT, NCODE в блоке COMMON ELMT, а также NEMAX в DATA подпрограммы REDATA (в настоящее время эти массивы вмещают 25 элементов). Число элементов этих массивов должно быть равно максимальному числу компонентов схемы, которые способна обрабатывать программа.

По умолчанию принимаются следующие параметры полосковой линии: расстояние между заземленными пластинами B=6,35 мм, толщина полоскового проводника T = 0,0355 мм, а диэлектрическая постоянная подложки ER (=ε) = 2,55. Параметры микрополосковой линии: высота подложки H = 3,17 мм, диэлектрическая постоянная ER = 2,55. Эти параметры могут быть изменены с соответствующими изменениями оператора DATA в подпрограмме BLOCK DATA.

Входные данные. Первая строка — текстовые данные, идентифицирующие задачу. Здесь используется имя задачи или любая другая информация.

Вторая строка — символ M при анализе микрополосковых схем или пробел — для полосковых схем.

В последующих строках описываются компоненты схемы. Все компоненты описываются последовательно одна за другой. Каждый компонент описывается одной строкой.

Колонки 2—5 каждой строки, описывающей компоненты, содержат значение переменной ELN в формате A4. Переменная ELN — это имя назначенное компоненту. Переменная ELN должна занимать четыре колонки (например TEE 7, OP 21 и т. д.).

Колонки 6—10 содержат переменную IPORT в формате I 5. IPORT — номер первого входа для четырехполосных компонентов, первого входа прямого канала для компонента типа Т-соединения или любой из четырех входов в случае секций связанных линий.

Колонки 11—15 содержат переменную JPORT в формате I 5. JPORT — номер второго входа в случае четырехполосного компонента, номер второго входа для прямого канала для Т-соединения. Для связанных линий это номер входа, связанного со входом IPORT.

Колонки 16—20 содержат переменную KPORT в формате I 5. KPORT — номер входа ответвленной линии в случае Т-соединения, номер изолированного входа для секции связанных линий. Для четырехполосных компонентов это поле должно быть оставлено свободным.

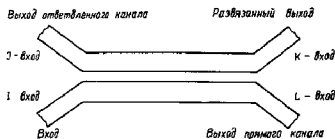


Рис 19.5 Нумерация входов секции связанных линий

Колонки 21—25 содержат переменную LPORT в формате I 5. LPORT — номер входа прямого канала для секции связанных линий. Эти позиции остаются свободными для компонентов имеющих менее четырех входов. Нумерация входов для секции связанных линий показана на рис. 19.5.

Колонка 26 — пробел.
Колонки 27, 28 — TYP в формате A2. TYP означает тип компонента согласно следующему списку:

- SA — параллельная проводимость,
- SI — последовательное сопротивление,
- TL — отрезок линии передачи,
- SW — скачок по ширине;
- GS — зазор в полосковом проводнике,
- BS — изгиб полоскового проводника на произвольный угол,
- RH — круглое отверстие в полосковом проводнике,
- TJ — Т-соединение,
- OE — разомкнутый конец,
- MT — согласованная нагрузка,
- SP — внешний список S параметров,
- CL — секция связанных линий.

Колонки 29, 30 — пробелы.

Колонки 31—42 содержат значение переменной VALUE1 в формате E12.5. Для элементов типов SA, SI, TL, GS, BS, RH, OE или MT в переменной VALUE1 записывается волновое сопротивление линии в омах или ширина полоскового проводника в метрах. Для элементов типов SW и TJ эта величина означает волновое сопротивление или ширину линии соединенной со входом номер IPORT. Для элемента типа SP в этих позициях должны быть пробелы, а для элемента типа CL — волновое сопротивление при четном возбуждении (в омах), или ширина (в метрах), или коэффициент связи секции связанных линий.

Колонки 43—54 содержат значение переменной VALUE2 в формате E12.5. В переменную VALUE2 для различных типов элементов записываются данные согласно приведенному списку:

- для SA — значение шунтирующей проводимости в омах,
- для SI — значение последовательного сопротивления в омах,
- для TL — длина линии передачи в метрах. Для микрополосковой линии этот параметр может задаваться также электрической длиной в радианах на центральной частоте;
- для GS — длина зазора в метрах,
- для SW — волновое сопротивление или ширина линии входа номер JPORT,
- для BS — угол поворота в градусах,
- для TJ — волновое сопротивление, или ширина линии, соединенной с входом KPORT,
- для CL — волновое сопротивление в омах при нечетном возбуждении, или зазор между связанными линиями в метрах или сопротивление связанных линий в зависимости от соответствующих данных, записанных в переменную VALUE1;
- для RH — диаметр отверстия в метрах,
- для элементов типов OE, SP и MT — в этих позициях должны быть пробелы,

Колонки 55—66 содержат значение переменной VALUE3 в формате E12.5. Для элемента типа CL здесь должно содержаться значение центральной частоты в герцах, если в переменную VALUE1 записан коэффициент связи, в остальных случаях здесь записывается длина секции связанных линий в метрах. Для микроволосковой линии здесь должно быть записана центральная частота в герцах, в остальных случаях здесь должны быть проблемы.

Колонка 67 — пробел.

В колонке 68 указывается информация о том, как задается линия. Пользователь может задавать волновое сопротивление линии в омах или ширину пологового проводника в метрах. Для одного и того же компонента должны задаваться либо только волновые сопротивления, либо только ширины линий. Если линия задается шириной пологового проводника, то в колонке 68 должен ставиться символ W. В противном случае соответствующее значение принимается за волновое сопротивление. Для связанных линий символ S или G пробел определяет, задан ли для этих линий коэффициент связи или нет. Для микроволосковых линий символ R означает, что длина линии задана в радианах.

Конец списка компонентов схемы определяет чистая строка.

В первой колонке следующей строки задается число внешних входов (IOP) в формате I1. Внешние (несоединенные) входы нумеруются первыми, начиная от единицы.

Следующий набор строк определяет внутренние соединения между различными компонентами. Каждая строка описывает одно внутреннее соединение между двумя соединяемыми входами. Колонки 6—10 и 16—20 содержат номера двух соединяемых входов в формате I5. Каждая строка равна номерам внутренних соединений.

Следующая строка определяет начальную частоту WST, конечную частоту WND, приращение частоты или коэффициент DW, тип шкалы NSCALE (линейная или логарифмическая). В этой строке содержится также информация о необходимости учета в процессе анализа реактивных неоднородностей.

Если частоты в этой строке выражены в герцах, то в первой колонке должен быть символ F. В противном случае считается, что единицей измерения частот является рад/с (угловая частота).

Если в процессе анализа необходимо учитывать влияние неоднородностей, то в колонке 3 этой строки должен быть символ D.

В колонках 6—20 содержится значение переменной WST в формате E15.6.

В колонках 21—35 содержится значение переменной WND в формате E15.6.

В колонках 36—50 содержится значение переменной DW в формате E15.6.

В колонках 51—53 записываются символы LIN, если требуется линейная шкала частот, или символы LOG, если требуется логарифмическая шкала. При линейной шкале DW означает приращение частоты. Если шкала частот логарифмическая, то DW — коэффициент, на который на каждом шаге умножается предыдущее значение частоты.

Если имеются элементы SP-типа, то дальше следуют дополнительные строки. Эти строки определяют внешнюю S-матрицу. S-параметры записываются в формате E10.3 в одну строку. Если имеется более одного элемента SP-типа, то S-параметры каждого последующего элемента SP-типа должны следовать за S-параметрами предыдущего элемента. Параметры рассеяния должны задаваться на каждой частоте.

Результатом работы программы является матрица рассеяния исследуемой схемы, входной KСВН и значения параметров рассеяния на всех заданных частотных точках. Для проверки на печать также выводится описание схемы. Частота печатается в формате E15.6 — одно значение в строке. В последующих строках печатается матрица рассеяния и задаваемые внешне S-параметры (если есть элементы SP-типа). Печать производится в формате 4 (E12.5, 2X, E12.5, 5X).

Для иллюстрации использования программы приведен пример расчета схемы трехдвухбольшого кольцевого гибридного соединения, описанного в подразд. 19.1.3. Расчленение схемы на основные компоненты и нумерация входов показаны на рис. 19.2.

Входной файл приведен на рис. 19.6. Распечатка результатов расчета по программе анализа СВЧ схем для этого случая показана на рис. 19.7.

```

R      РАСЧЕТ ГИБРИДНОГО КОЛЬЦА
R
TEF1 20 5 1 T J 70.7107 50.0 00001035
TEF2 8 9 2 T J 70.7107 50.0 00001036
TEF3 12 13 3 T J 70.7107 50.0 00001037
TEF4 16 17 4 T J 70.7107 50.0 00001038
TR11 6 7 T L 70.7107 1.5708 0.30E10 R 00001039
TR12 10 11 T L 70.7107 1.5708 0.30E10 R 00001040
TR13 14 15 T L 70.7107 1.5708 0.30E10 R 00001041
TR14 18 19 T L 70.7107 4.7124 0.30E10 R 00001042
R
4
5 6 00001043
7 8 00001044
9 10 00001045
11 12 00001046
13 14 00001047
15 16 00001048
17 18 00001049
19 20 00001050
F      0.240E10 0.360E10 0.200E10 101:W 00001051
00001052
00001053
00001054
00001055
00001056
00001057
00001058
00001059
00001060

```

Рис 19.6 Входной файл программы анализа кольцевого гибридного соединения

РАСЧИТЫВАЕТСЯ СХЕМА С КОМПОНЕНТАМИ НА МИКРОПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЯХ

№ ВЛН	JP	JP	KP	IP	TYP	VALUE1	VALUE2	VALUE3	X
17EE1	20	5			T	0.707107E 02	0.500000E 02		
27EE2	8	4	2		TJ	0.707107E 02	0.500000E 02		
37EE3	12	13	4		TJ	0.707107E 02	0.500000E 02		
47EE4	16	17	4		TJ	0.707107E 02	0.500000E 02		
57RL1	6	11			TL	0.707107E 02	0.175047E-01		R
67RL2	10	11			TL	0.707107E 02	0.175047E-01		R
77RL3	14	15			TL	0.707107E 02	0.175047E-01		R
87RL4	18	19			TL	0.707107E 02	0.525141E-01		R

ПЕРВЫЕ Ч ВХОДА ЗАДАЮТСЯ ВНЕШНИМ

СОДЕРЖАНИЕ ВНЕШНИХ ВХОДОВ

5	6
4	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20

НА АЛФАЧА ЧАСТОТА= 2.400000E 09ГЦ КОЕ НАР ЧАСТОТА= 3.600000E 09ГЦ

С ЧАЩ ОМ 2.000000E 08 Г ЛИН ШКАЛОМ

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НЕ УЧИТЫВАЕТСЯ

2.399999E 09 Ч

-0.505798E-01	0.11777E 00	0.34784E 00	-0.47417E 00	-0.65791E-01	0.12427E 00	0.60544E 00	0.46248E 00
0.397806E 00	-0.1217E 00	0.1150E 00	-0.3048E-01	0.17501E 00	-0.5741E 00	-0.5741E 00	0.12427E 00
-0.65791E-01	0.12427E 00	0.17012E 00	-0.6546E 00	0.17501E 00	-0.3194E-01	0.37784E 00	-0.47417E 00
-0.60544E 00	0.46248E 00	-0.65791E-01	0.12427E 00	0.39784E 00	-0.47417E 00	-0.505798E-01	0.11777E 00

2.599999E 09 Ч

-0.16440E-01	0.78813E 00	0.25959E 00	-0.60458E 00	0.24509E-01	0.77921E 01	0.41302E 00	0.60309E 00
0.25959E 00	-0.60458E 00	0.17787E 00	-0.51008E 00	0.27641E 00	-0.64329E 00	-0.25510E-01	0.77921E-01
0.24509E-01	0.78813E 00	0.2247E-01	-0.64329E 00	0.77847E-01	-0.57406E-01	0.29584E 00	0.60458E 00
-0.41302E 00	0.60309E 00	-0.24509E-01	0.77921E 00	0.25959E 00	-0.60458E 00	-0.16440E-01	0.78813E-01

К СВЧ ЗНАЧЕНИЯ С-ПАРАМЕТРОВ

1.17514	0.80919E-01	0.67274E 00	0.81444E-01	0.73095E 00
1.20764	0.67274E 00	0.94056E 01	0.81444E-01	0.73095E 00
1.43233	0.14061E 00	0.75201E 00	0.17774E 00	0.61896E 00
1.29403	0.76201E 00	0.14061E 00	0.16896E 00	0.12817E 00

2.799999E 09 Ч

1.17514	0.80919E-01	0.67274E 00	0.81444E-01	0.73095E 00
1.20764	0.67274E 00	0.94056E 01	0.81444E-01	0.73095E 00
1.43233	0.14061E 00	0.75201E 00	0.17774E 00	0.61896E 00
1.29403	0.76201E 00	0.14061E 00	0.16896E 00	0.12817E 00

С-ПАРАМЕТРЫ

1.07886	0.37935E-01	0.69415E 00	0.37889E-01	0.11296E 00
1.09440	0.37895E-01	0.39571E 01	0.71287E 00	0.27895E-01
1.09440	0.37895E-01	0.71287E 00	0.39571E 01	0.67915E 00
1.07886	0.71296E 00	0.37889E-01	0.67915E 00	0.37935E-01

2.999999E 09 Ч

1.07886	0.37935E-01	0.69415E 00	0.37889E-01	0.11296E 00
1.09440	0.37895E-01	0.39571E 01	0.71287E 00	0.27895E-01
1.09440	0.37895E-01	0.71287E 00	0.39571E 01	0.67915E 00
1.07886	0.71296E 00	0.37889E-01	0.67915E 00	0.37935E-01

Рис 19.7 Выходной файл (частично), полученный в результате анализа кольцевого гибридного соединения

```

      PROGRAM RASCHETA SVCH USTROISTV
      MA I N
      -----
      COMPLEX ST,C,X,SIG4,4)
      DIMENSION SMAG(4,4),VSWR(4)
      COMMON /PARA/ B,T,ER,H
      COMMON /REQ/ WST,WND,OW,NSCALE
      COMMON /FREQ/ BETA,WP
      COMMON /IOPB/ NCN(401),NP,NF,NPT
      COMMON /SOLN/ C(400),X(400)
      COMMON /DATA/ ST,PI
      DATA LIN,LOG /3HLINE 7HLOG/
      ST=0.0,1.0)
      PI=4.0*ATAN(1.0)
      CALL RDATA
      IOP=NPT-NP
      DO 5 J=1,IOP
      JP=NP+J
      NCN(J)=JP
      5 NCN(J)=JP
      IF(NSCALE=CQ,LIN) GOTO 10
      NW=ALOG10(WND/WST)/ALOG10(OW+1.5)
      10 DO 10 J=1,IOP
      20 WP=WST
      DO 23 J=1,NPT
      23 C(J)=0.0
      DO 100 I=1,NW
      BETA=WP*SQRT(ER)/(4.0*PI)
      WW=WP/(2.0*PI)
      PRINT 30,WW
      CALL SETWNC
      CALL FAC1U
      DO 25 J=1,IOP
      JP=NP+J
      C(JP)=1.0
      CALL FORBAK
      C(JP)=0.0
      DO 25 J=1,IOP
      JP=NP+JL
      S(JL,J)=C(JP)
      30 FORMAT(/15X,IP=15.6,'(C)')
      PRINT 32
      32 FORMAT(2X,'S-MATRICA PODIOM KEM')
      DO 35 IP=1,IOP
      PRINT 40,(S(IP,J),J=1,IOP)
      40 FORMAT(1X,4E15.6,5X,12.5,3X)
      PRINT 45
      45 FORMAT(4X,'CBI',17X,'NAME NR PARAMETP (C)')
      DO 50 IP=1,IOP
      DO 50 J=1,IOP
      50 SMAG(IP,J)=CABS(S(IP,J))
      DO 53 IP=1,IOP
      53 VSWR(IP)=1.0/SMAG(IP,IP) (1 SMAG(IP,IP))
      DO 55 IP=1,IOP
      55 PRINT 57,VSWR(IP),SMAG(IP,J),J=1,IOP)
      57 FORMAT(1X,F10.3,2X,4E15.6,14X)
      57 IF(NSCALE=EQ,LIN) GOTO 60
      WP=WP*OW
      GOTO 100
      60 WP=WP*OW
      100 CONTINUE
      STOP
      END
      BLOCK DATA
      INTEGER KA,SI,TE,SW,GS,B,T,JD,ER,H,NT,SP,CL
      COMMON/ PARA/ B,T,ER,H
      COMMON/ CODE/ KA,SI,TE,SW,GS,B,T,JD,ER,H,NT,SP,CL
      DATA B,T,ER,H /0.475E-2,0.355E-4,2.55,0.3175E-2/
      DATA SA,SI,TL,SW,GS,B,T,JD,ER,H,NT,SP,CL /2HSA,2H5I
      2HIT,2HNN,2HGS,2HBS,2HNT,2HJD,2HNR,2HNT,2HSP,2HCL/
      END
      DDPRDPTRAMA COPEDELEHHA MATPKH W
      SUBROUTINE SETWNC
      INTEGER LEN,TYPE
      COMPLEX S,W
      COMMON/MTRX/ W(40,60)
      COMMON/NT/ B(1,25),VALUE1(25),VALUE2(25),VALUE3(2*),TVPELEF*,
      1 LPOK1(25),LPORT(25),KPORT(25),LPOK(25),NCODE(25)
      COMMON/ TOP/ NCN(1601),NP,NF,NPT

```

```

COMMON /ENTX/ SI(4),VAL1,VAL2,VAL3
COMMON /SET/ IP,JP,KP,LP
COMMON /FREQ/ FETA,NP
DO 101 I=1,NPT
DO 102 J=1,NPT
10  HIT(I)=0.0
    DO 20 I=1,NPT
        J=MNC(I)
        WSI(J)=L0
20  DO 150 I=1,NE
        NC=NCOF(I)
        IP=IPOR1(I)
        VAL1=VALUE1(I)
        VAL2=VALUE2(I)
        VAL3=VALUE3(I)
        IF NC .EQ. 9, OR, NC .EQ. 12, JP=JPOR1(I)
        GOTO 140, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 130, 120, 170, 140), NC
40  CALL SHNTSC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
50  CALL SERISC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
60  CALL LINE SC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
70  CALL STEP SC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
80  CALL CAP SC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
90  CALL BEND SC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
100 CALL HOLE SC
    CALL SETUPS
    GOTO 150
110 KP=KPORT(I)
    CALL YEEJ SC
    CALL SETUPS
    W(IP,KP)=-S(1,3)

```

```

00000084
00000085
00000086
00000087
00000088
00000089
00000090
00000091
00000092
00000093
00000094
00000095
00000096
00000097
00000098
00000099
00000100
00000101
00000102
00000103
00000104
00000105
00000106
00000107
00000108
00000109
00000110
00000111
00000112
00000113
00000114
00000115
00000116
00000117
00000118
00000119
00000120
00000121
00000122
00000123
00000124
00000125

```

```

W(IP,KP)=-S(2,3)
W(KP,KP)=-S(3,3)
W(KP,IP)=-S(3,1)
W(KP,JP)=-S(3,2)
120 GOTO 150
    CALL OPWE SC
    W(IP,IP)=-S(1,1)
    GOTO 150
130 K=KPORT(I)
    LP=LPORT(I)
    IL=I
    CALL SPARAC(I)
    IF LP .EQ. 01 GOTO 132
    CALL SETUPS
    IF LP .NE. 01 GOTO 135
    IF KP .EQ. 01 GOTO 150
    W(IP,KP)=-S(2,3)
    W(JP,KP)=-S(2,3)
    W(KP,KP)=-S(3,3)
    W(KP,IP)=-S(3,1)
    W(KP,JP)=-S(3,2)
    GOTO 150
132 W(IP,IP)=-S(1,1)
    GOTO 150
135 W(IP,KP)=-S(2,3)
    W(IP,LP)=-S(2,4)
    W(JP,LP)=-S(2,4)
    W(KP,IP)=-S(3,1)
    W(KP,JP)=-S(3,2)
    W(KP,KP)=-S(3,3)
    W(KP,LP)=-S(3,4)
    W(LP,IP)=-S(4,1)
    W(LP,JP)=-S(4,2)
    W(LP,KP)=-S(4,3)
    W(LP,LP)=-S(4,4)
    GO TO 150
140 K=KPORT(I)
    LP=LPORT(I)
    CALL COUPLD
    CALL SETUPS
    W(IP,KP)=-S(1,3)

```

```

00000126
00000127
00000128
00000129
00000130
00000131
00000132
00000133
00000134
00000135
00000136
00000137
00000138
00000139
00000140
00000141
00000142
00000143
00000144
00000145
00000146
00000147
00000148
00000149
00000150
00000151
00000152
00000153
00000154
00000155
00000156
00000157
00000158
00000159
00000160
00000161
00000162
00000163
00000164
00000165
00000166
00000167

```


000000210
000000211
000000212
000000213
000000214
000000215
000000216
000000217
000000218
000000219
000000220
000000221
000000222
000000223
000000224
000000225
000000226
000000227
000000228
000000229
000000230
000000231
000000232
000000233
000000234
000000235
000000236
000000237
000000238
000000239
000000240
000000241
000000242
000000243
000000244
000000245
000000246
000000247
000000248
000000249
000000250

6

```

FORMAT(1X,A4,15,5T,1X A2 2X,E12 F 2 5 F12 5 1X A1
1F,E1,N(E)-EQ,ABBB) GOTO 120
TYPE=TYP(NE)
CALL ELCODE(TYP,NC
NCODE(NE)=NC
1F,NP=LT,JPOR(NE)=NP=JPOR(NE)
1F,NC=EQ,12,AND,X=EQ,C) GOTO 24
1F,NC=EQ,12,AND,X=EQ,N) GOTO 25
1F,NC=EQ,3,AND,X=EQ,R) GOTO 26
1F,NC=GT,11,OR,X=NE,M GOTO 30
VAL=VALUE1(NE)
CALL IMPED(VAL,Z
VALUE1(NE)=Z
1F,NC=NE,4,AND,NC NE 6) GOTO 30
VAL=VALUE2(NE)
CALL IMPED(VAL,Z
VALUE2(NE)=Z
GOTO 30
24 VAL1=VALUE1(NE)
VAL2=VALUE2(NE)
VAL3=VALUE3(NE)
VAL3=VALUE3(NE)
CALL IMPCP(VA1 VAL2 VAL3,7DE,7DD CFINTH)
VALUE1(NE)=ZOE
VALUE2(NE)=ZOE
VALUE3(NE)=CPLNTH
GOTO 30
25 VAL1=VALUE1(NE)
VAL2=VALUE2(NE)
CALL IMPD(VA1,VAL2 ZOE,7DD)
VALUE1(NE)=ZOE
VALUE2(NE)=ZOE
GOTO 30
26 VAL1=VALUE1(NE)
VAL2=VALUE2(NE)
VAL3=VALUE3(NE)
CALL MED(VA1,MDE)
CALL ERFF(XD,ERF)
BETA1=2*PI*(VAL3*SQRT(FRF) 10 1609)
TRV=VAL2/BETA1
VALUE2(NE)=IRL
30 GOTO (49,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295,296,297,298,299,300,301,302,303,304,305,306,307,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317,318,319,320,321,322,323,324,325,326,327,328,329,330,331,332,333,334,335,336,337,338,339,340,341,342,343,344,345,346,347,348,349,350,351,352,353,354,355,356,357,358,359,360,361,362,363,364,365,366,367,368,369,370,371,372,373,374,375,376,377,378,379,380,381,382,383,384,385,386,387,388,389,390,391,392,393,394,395,396,397,398,399,400,401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423,424,425,426,427,428,429,430,431,432,433,434,435,436,437,438,439,440,441,442,443,444,445,446,447,448,449,450,451,452,453,454,455,456,457,458,459,460,461,462,463,464,465,466,467,468,469,470,471,472,473,474,475,476,477,478,479,480,481,482,483,484,485,486,487,488,489,490,491,492,493,494,495,496,497,498,499,500,501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512,513,514,515,516,517,518,519,520,521,522,523,524,525,526,527,528,529,530,531,532,533,534,535,536,537,538,539,540,541,542,543,544,545,546,547,548,549,550,551,552,553,554,555,556,557,558,559,560,561,562,563,564,565,566,567,568,569,570,571,572,573,574,575,576,577,578,579,580,581,582,583,584,585,586,587,588,589,590,591,592,593,594,595,596,597,598,599,600,601,602,603,604,605,606,607,608,609,610,611,612,613,614,615,616,617,618,619,620,621,622,623,624,625,626,627,628,629,630,631,632,633,634,635,636,637,638,639,640,641,642,643,644,645,646,647,648,649,650,651,652,653,654,655,656,657,658,659,660,661,662,663,664,665,666,667,668,669,670,671,672,673,674,675,676,677,678,679,680,681,682,683,684,685,686,687,688,689,690,691,692,693,694,695,696,697,698,699,700,701,702,703,704,705,706,707,708,709,710,711,712,713,714,715,716,717,718,719,720,721,722,723,724,725,726,727,728,729,730,731,732,733,734,735,736,737,738,739,740,741,742,743,744,745,746,747,748,749,750,751,752,753,754,755,756,757,758,759,760,761,762,763,764,765,766,767,768,769,770,771,772,773,774,775,776,777,778,779,780,781,782,783,784,785,786,787,788,789,790,791,792,793,794,795,796,797,798,799,800,801,802,803,804,805,806,807,808,809,810,811,812,813,814,815,816,817,818,819,820,821,822,823,824,825,826,827,828,829,830,831,832,833,834,835,836,837,838,839,840,841,842,843,844,845,846,847,848,849,850,851,852,853,854,855,856,857,858,859,860,861,862,863,864,865,866,867,868,869,870,871,872,873,874,875,876,877,878,879,880,881,882,883,884,885,886,887,888,889,890,891,892,893,894,895,896,897,898,899,900,901,902,903,904,905,906,907,908,909,910,911,912,913,914,915,916,917,918,919,920,921,922,923,924,925,926,927,928,929,930,931,932,933,934,935,936,937,938,939,940,941,942,943,944,945,946,947,948,949,950,951
```



```

000000418
000000420
000000421
000000422
000000423
000000424
000000425
000000426
000000427
000000428
000000429
000000430
000000431
000000432
000000433
000000434
000000435
000000436
000000437
000000438
000000439
000000440
000000441
000000442
000000443
000000444
000000445
000000446
000000447
000000448
000000449
000000450
000000451
000000452
000000453
000000454
000000455
000000456
000000457
000000458
000000459

000000460
000000461
000000462
000000463
000000464
000000465
000000466
000000467
000000468
000000469
000000470
000000471
000000472
000000473
000000474
000000475
000000476
000000477
000000478
000000479
000000480
000000481
000000482
000000483
000000484
000000485
000000486
000000487
000000488
000000489
000000490
000000491
000000492
000000493
000000494
000000495
000000496
000000497
000000498
000000499
000000500

```

ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S-МАТРИЦЫ ДЛЯ РАЗРЫВА ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

```

SUBROUTINE GAPSC
  LOGICAL MSP
  COMPLEX S(4,4),VA1,VA2,VAL1
  COMMON /ENTR/ S(4,4),VA1,VA2,VAL1
  COMMON /DAT/ ST,PI
  COMMON /PARA/ B,TE,R,H
  COMMON /FREQ/ FREQ,BETA,WP
  COMMON /MSTP/ MSP
  REAL MD,ME,MO,KE
  IF(MSP) GO TO 4
  TEMP=PI/2.0*VAL2/B
  BAP=B*BETA*F/(AL*BS*(COS(TEMP))
  BAP=B*BETA*F/(2.0*PI)*AL*OG(1+SH(TEMP))/SINH(TEMP))
  BS=BETA*VAL2/2.0
  BA=(SINH(BS)+COS(BS)*BAP)/(COS(BS)-BAP*SINH(BS))
  BB=(1-SINH(BS)+COS(BS)*BAP)/(2.0*BAP*BAP)/(COS(BS)-2.0*BAP*BAP)+
  *SINH(BS)-BA)
  DEL=(1.0-2.0*BAP*BA+BA**2)+2.0*BAP*BA+BB *ST*(COS(BS) SIN BS+ST
  S(1,1)=1.0-2.0*BAP*BA+BA**2/DEL
  S(1,2)=2.0*BAP*ST/DEL
  S(2,1)=S(1,2)
  S(2,2)=S(1,1)
  RETURN
4 CALL WIDTH(VA1,WD)
  CALL FREFF(WD,FREQ)
  SW=VAL2/WD
  WH=WD/H
  WD=WH*(0.419*AL*OG(10*(WH-0.3653)
  KDI=25.1+AS*AC*OG(10*(WH-
  IF(SW*(1.0-0.9*AND(SW-GE.0.1)*GO TO 20
  IF(SW*(1.0-0.9*AND(SW-1.0)*GO TO 5
  ME=1.565/WH*0.10-1.
  KE=1.97-0.03/WH
  GO TO 25
5 PRINT IO
10 FORMAT(5X,'НАПЯТИЕ НА РАДИКАЛЬНЫХ ДИАГОНАЛЯХ В МИКРОПОДСЕКОВИИ',
  *,'ЛИНИИ',/5X,'ПРОВЕРЬТЕ ЗНАЧЕНИЯ S/W РАДИКАЛЬНЫХ')
  STOP
20 ME=0.8075

```

```

00000502
00000503
00000504
00000505
00000506
00000507
00000508
00000509
00000510
00000511
00000512
00000513
00000514
00000515
00000516
00000517
00000518
00000519
00000520
00000521
00000522
00000523
00000524
00000525
00000526
00000527
00000528
00000529
00000530
00000531
00000532
00000533
00000534
00000535
00000536
00000537
00000538
00000539
00000540
00000541
00000542

```

```

25 KE=2.043*WH**0.12
  COD=WD*(0.1E-11)+SW**NO*EXP(KE)
  CEV=WD*(0.1E-11)+SW**NO*EXP(KE)
  CDD=CDD*(1E/9.0)*WD*8
  CEV=CEV*(1E/9.0)*WD*9
  CG=0.5*CEV
  DL=CG*(0.7E09)*VAL/(SOR*(1E))
  BB=WP*CG
  BA=WP*CP
  BL=WP*SOR*F/(F+DL/(0.3E09))
  DEL=(1/(VAL*1+2.0*BAP*BA+2.0*BAP*BA)+ST/(VAL1)*(COS(BL)
  -SINH(BL)*ST)
  S(1,1)=1.0-VAL1**2-2.0*BAP*BA+BA**2/DEL
  S(1,2)=2.0*BAP*ST/(DEL*VA1)
  S(2,1)=S(1,2)
  S(2,2)=S(1,1)
  RETURN
END

```

```

00000543
00000544
00000545
00000546
00000547
00000548
00000549
00000550
00000551
00000552
00000553
00000554
00000555
00000556
00000557
00000558
00000559
00000560
00000561
00000562

```

ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S-МАТРИЦЫ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО КЗТКА

```

ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ И КЗТКА ПОД ПРЯМЫМ УГЛОМ МИКРОПОДСЕКОВИИ
SUBROUTINE BENDSC
  LOGICAL DISC,MSP
  COMPLEX S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
  COMMON /ENTR/ S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
  COMMON /DISC/ DISC
  COMMON /PARA/ B,TE,R,H
  COMMON /FREQ/ FREQ,BETA,WP
  COMMON /MSTP/ MSP
  REAL LB
  IF(DISC)GO TO 3
  S(1,1)=0.0
  S(1,2)=1.0
  S(2,1)=1.0
  S(2,2)=0.0
  RETURN
3 IF(MSP)GO TO 5
  CALL WIDTH(VA1,WD)

```

```

00000563
00000564
00000565
00000566
00000567
00000568
00000569
00000570
00000571
00000572
00000573
00000574
00000575
00000576
00000577
00000578
00000579
00000580
00000581
00000582
00000583

```

```

D=30.0*PI*(B-T)/VAL1
ANRB2=VAL2*PI/360.0
TBL=(0-MD)*SIN(ANRB2)/COS(ANRB2)*BETA
XB=-1.0/(BETA+D*SIN(ANRB2)/COS(ANRB2))
XSM=0.5*VAL2/360.0
SI=0.5223+ALOG(XSM)/40.394
XA=BETA/D*PI*(5.181-96.35-1.0/XSM)
DEL=(1.0-2.0*XA*XB-XA**2+2.0*SI*(XA+XB))*
*(COS(TBL)-SI*SIN(TBL))
S(1,1)=-4.10-2.0*XA*XB+XA*XA/DEL
S(1,2)=2.0*XB*SI/DEL
S(2,1)=S(1,2)
S(2,2)=S(1,1)
RETURN
5 IF(VAL2-NE.90) GOTO 25
CALL WIDTH(VAL1,WD)
WH=WD/H
LB=HW/100.0*(A.+SQRT(WH)-4.21)*10.1E 08J
IF(WH.GE.1.) GOTO 10
CB=WH*((14.-ER+12.5)*WH-(1.83*ER+2.25))/SQRT(WH)+0.02*ER/
/WH*(10.1E-11)
GOTO 20
10 CB=WH*(19.5*ER+1.25)*WH+5.2*ER+7.1*(10.1E 11)
20 XA=WP/LB/2.
XB=-1./WP*CB)
DEL=VAL1*VAL1+XA*XA-2.*XA*XB+ST*2.-VAL1*(XA+XB)
S(1,1)=-1*(VAL1*VAL1+XA*XA+2.*XA*XB)/DEL
S(1,2)=SI*2.-XB*VAL1/DEL
S(2,1)=S(1,2)
S(2,2)=S(1,1)
RETURN
25 PRINT 30
30 FORMATT(5X,'В ПОДПРОГРАММУ РАСЧЕТ ИЗГИБА НА УГОЛ,'
* ОТЛЮЧЕН О 90 ГРАДУСОВ, НЕ ВКЛЮЧЕН 1/,'
* ОСТАНОВ')
STOP
END
ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА 5-МАТРИЦЫ ДЛЯ ОТВЕРСТИЯ В ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ
(РАСЧЕТ ОТВЕРСТИЯ В МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ
В ПОДПРОГРАММУ НЕ ВКЛЮЧЕН)
-----

```

CC
CC
CC
CC

```

SUBROUTINE HOLES3
LOGICAL NSP
COMPLEX S,ST,DEL
COMMON /ZENTX/ S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
COMMON /DAT/ ST,PI
COMMON /PARA/ B,T,ER,H
COMMON /FREQ/ BETA,WP
COMMON /MSTP/ NSP
IF(NSP) GOTO 5
O=30.0*PI*(B-T)/VAL1
BBP=-1.5*BB/D/(BETA*VAL2**3)
BAP=0.25/BBP
BR=BETA*VAL2/2.0
BA=(SIN(BR)+BAP*(COS(BR))/(COS(BR)-BAP*SIN(BR))
BB=0.5*(SIN(BR)+2.0*BBP*(COS(BR)))/
/(COS(BR)-2.0*BBP*(SIN(BR))-BA)
DEL=(1.0-2.0*BB*BB-BAP**2+2.0*ST*(BA+BB))*(COS(2.0*BR)-ST*
*SIN(2.0*BR))
S(1,1)=4.10-2.0*BA*BB+BA**2/DEL
S(1,2)=2.0*BB*ST/DEL
S(2,1)=S(1,2)
S(2,2)=S(1,1)
RETURN
5 PRINT 10
10 FORMATT(5X,'ПОДПРОГРАММА ДЛЯ ОТВЕРСТИЯ В МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ
* НЕИТ СЧЕТ ЗАКОНЧЕН')
STOP
END
SUBROUTINE FORBAK
COMPLEX X,W,C,R
COMMON /TPOZ/ NCN(60),NP,NE,NPT
COMMON /MTRX/ W(60,60)
COMMON /SOLN/ C(60),X(60)
PPRHOE ИСЧИСЛЕНИЕ
L=NCN(1)
X(T)=C(1)/W(1)
DO 20 I=2,NPT
R=0.0
TPR=NCN(I)
IL=I-1
DO 10 L=1,IL
LPR=NCN(L)

```

C

```

10 R=R+W(I,LPR)*X(LPR)
20 X(IPR)=C(I)-R)/W(I,IPR)
C  OBPATNAH ПОДСТАНОВКА
   NPI=NMT-1
   DO 40 K=1 NPI
   I=NPT-K
   R=0.0
   IPR=NCN(I)
   I1=I+1
   DO 30 L=1,NPT
   LPR=NCN(L)
30 R=R+W(I,LPR)*X(LPR)
40 X(IPR)=X(IPR)-R
   RETURN
C  END
C  ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S МАТРИЦЫ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ
C  -----
C  SUBROUTINE SHNTSC
C  COMPLEX S
C  COMMON /EMTX/ S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
C  YC=1.0/VAL1
C  S(1,1)=-VAL2/(VAL2+2.0*YC)
C  S(1,2)=2.0*YC/(VAL2+2.0*YC)
C  S(2,1)=S(1,2)
C  S(2,2)=S(1,1)
C  RETURN
C  END
C  ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S МАТРИЦЫ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
C  SUBROUTINE SERISC
C  -----
C  COMPLEX S
C  COMMON /EMTX/ S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
C  S(1,1)=-VAL2/(VAL2+2.0*VAL1)
C  S(1,2)=2.0*VAL1/(VAL2+2.0*VAL1)
C  S(2,1)=S(1,2)
C  S(2,2)=S(1,1)
C  RETURN
C  END
C  SUBROUTINE SETUPS
C  COMPLEX S,X
C  COMMON /EMTX/ S(4,4),VAL1,VAL2,VAL3
C  COMMON /EMTX/ W(60,60)
C  -----
C  COMMON /SETT/ IP,JP,KP,LP
C  W(IP,IP)=-S(1,1)
C  W(IP,JP)=-S(1,2)
C  W(JP,IP)=-S(2,1)
C  W(JP,JP)=-S(2,2)
C  RETURN
C  END
C  ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S-МАТРИЦЫ РАЗОМКНУТОГО КОНЦА ЛИНИИ
C  -----
C  SUBROUTINE OPNESC
C  LOGICAL DISC,MSP
C  COMPLEX S,ST
C  COMMON /DISK/ DISC
C  COMMON /EMTX/ S(4,4) VAL1,VAL2,VAL3
C  COMMON /DAT/ ST,P
C  COMMON /PARA/ B,T,ER,H
C  COMMON /PRE/ BETA,WP
C  COMMON /MSTP/ MSP
C  IF(DISC) GOTO 3
C  S(1,1)=1.0
C  RETURN
3 IF(MSP) GOTO 5
C  CALL WIDTH(VAL1,W0)
C  CA=B*ALOG(2.0)/PI
C  TANBL=(CA+2.0*WD)/(4.0*CA+2.0*WD)*SIN(BETA*CA)/COS(BETA*CA)
C  S(1,1)=(1.0-TANBL*ST)/(1.0+TANBL*ST)
C  RETURN
5 CALL WIDTH(VAL1,W0)
C  CALL REFF(W0,ERE)
C  WH=WD*H
C  DL=0.432*H*(ERE+0.3)/(WH+0.264)/(ERE-0.258)*(WH+0.8)
C  BL=DL*W0*SQR(ERE/10.3E09)
C  TANBL=STAN(BL)/COS(BL)
C  S(1,1)=(1.0-ST*TANBL)/(1.0+ST*TANBL)
C  RETURN
C  END
C  ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S-МАТРИЦЫ Т-СОЕДИНЕНИЯ
C  -----
C  SUBROUTINE TEJSC
C  LOGICAL DISC,MSP
C  REAL HP
C  COMPLEX S,ST,DT,ZT

```

```

COMMON /PARA/ B,T,ER,H
COMMON /OAT/ ST,P1
COMMON /DISK/ DISC
COMMON /ENTX/ S14,*J,VAL1 VAL2 VAL3
COMMON /FREQ/ BETA,MWP
COMMON /MSTP/ MSP
IF(DISC) GOTO 1
C=VAL1+2.0*VAL2
S(1,1)=-VAL1/C
S(1,2)=2.0*VAL2/C
S(1,3)=2.0*SQRT(VAL1*VAL2)/C
S(3,3)=(VAL1-2.0*VAL2)/C
GOTO 30
1 IF(MSP) GOTO 5
TH=15.0*PI*(B T)*BETA/(VAL2*SQRT(ER))
NP=SIN(TH)/TH
ZP=VAL2/NP**2
DUM=0.78*NMP*VALL
XA=-TH*DUM**2/(PI*VAL2)
TEMP=15.0*(B T)*BETA/(VAL1*SQRT(ER))
IF(VAL1/VAL2<LT.O.5) GOTO 2
XB=2.0*VAL1*TEMP/NP**2*(ALOG(1.45*VAL2/VAL1))+2.0*TEMP**2-XA/2.0
GOTO 4
2 BTY=2.0*TEMP*(ALOG(1.0/SIN(PI/2.0*VAL1/VAL2)))+
+0.5*TEMP**2*CDSP1/2.0*VAL1/VAL2**4
XB=VAL1/NP**2*(BTY+2.0*TEMP*(ALOG(2.0)+PI/6.0*
*VAL1/VAL2-1.5*TEMP**2))-XA/2.0
4 ZT=VAL1-2.0*ZP*(XA-2.0*XB)*ST
DT=ZT*(VAL1+XA*ST)
S(1,1)=- (VAL1**2+2.0*XA*XB*XA**2-2.0*ZP*XA*ST)/DT
S(1,2)=2.0*VAL1*(ZP+XB*ST)/DT
S(1,3)=2.0*SQRT(VAL1*ZP)/ZT
S(3,3)=(VAL1-2.0*ZP*(XA-2.0*XB)*ST)/ZT
GOTO 30
5 CALL WIDTH(VAL1,W1)
CALL WIDTH(VAL2,W2)
CALL EREFF(W1,ERE1)
CALL EREFF(W2,ERE2)
D1=120.*PI*W/(VAL1*SQRT(ERE1))
D2=120.*PI*W/(VAL2*SQRT(ERE2))
BETA1=WP*SQRT(ERE1)/(O.3E09)
BETA2=WP*SQRT(ERE2)/(O.3E09)

```

```

00000752
00000753
00000754
00000755
00000756
00000757
00000758
00000759
00000760
00000761
00000762
00000763
00000764
00000765
00000766
00000767
00000768
00000769
00000770
00000771
00000772
00000773
00000774
00000775
00000776
00000777
00000778
00000779
00000780
00000781
00000782
00000783
00000784
00000785
00000786
00000787
00000788
00000789
00000790
00000791
00000792
00000793

```

```

ALEMDA=(O.3E+09)*2.*PI/WP
RZ=VAL1/VAL2
RD=O1/ALEMDA
TEMP=O1*WRZ*PI/ALEMDA
AN=SIN(TEMP)/TEMP
DSI=O.05*O2*WRZ*AN*AN
IF(RZ<GT.2.) GOTO 10
O2=O1/2.-O.14*O1*(1.-+2.*RD)**2-2.*ALOG(RZ)*RZ
GOTO 15
10 DS2=O1/2.-O.14*O1*(1.-+2.*RD)**2-2.*ALOG(1./RZ)/RZ
15 IF(RZ<GT.O.5) GOTO 20
BT=RD/VAL1*(-(1.-2.*RD)*RZ)
GOTO 25
20 ZN=VAL2/(AN*AN)
DEN=VAL1+2.*ZN*ST*BT+VAL1*ZN
S(1,1)=- (VAL1+ST*BT*VAL1*ZN)/DEN
S(1,2)=2.*ZN/DEN
S(1,3)=2.*SQRT(VAL1*ZN)/DEN
S(3,3)=(VAL1-2.*ZN*ST*BT*VAL1*ZN)/DEN
TH1=BETA1*DS1
TH2=BETA2*DS2
S(1,1)=S(1,1)*(COS(2.*TH1)+ST*SIN(2.*TH1))
S(1,2)=S(1,2)*(COS(2.*TH1)+ST*SIN(2.*TH1))
S(1,3)=S(1,3)*(COS(2.*TH1)+ST*SIN(2.*TH1))
S(3,3)=S(3,3)*(COS(2.*TH2)+ST*SIN(2.*TH2))
30 S(2,1)=S(1,1)
S(2,2)=S(1,2)
S(3,1)=S(1,3)
S(3,2)=S(1,3)
RETURN
END

```

```

00000794
00000795
00000796
00000797
00000798
00000799
00000800
00000801
00000802
00000803
00000804
00000805
00000806
00000807
00000808
00000809
00000810
00000811
00000812
00000813
00000814
00000815
00000816
00000817
00000818
00000819
00000820
00000821
00000822
00000823
00000824
00000825
00000826
00000827
00000828
00000829
00000830
00000831
00000832
00000833
00000834
00000835

```

```

C ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛИНИИ
C -----
C ПО ШРИФТУ ПОЛОСОВОГО ПРОВОДНИКА
C -----
SUBROUTINE IMPFWD(WD,Z)
LOGICAL MSP
COMPLEX ST
COMMON /PARA/ B T ER H
COMMON /MSTP/ MSP

```



```

COMMON /DAT/ ST,PI
IF(MSP) GOTO 5
CF=2.0*ALOG(1.0+B.T)/(B.T) T/B*ALOG(T*(2.0+B.T)/(B.T)*2)
TF(WD/(B-T)-1.2 O 35) GOTO 3
ME=WD
GOTO 4
3 ME=WD-(0.35*B-WD)*2/(B+12.0*T)
4 Z=30.0*PI*(B-T)/(SQRT(ER)*(ME+B*CF/PI))
RETURN
5 MH=WD/M
CALL EREFF(WD,ERE)
IF(MH-GE.1) GOTO 10
Z=60./SQRT(ERE)*ALOG(B/MH+0.25*MH)
10 Z=120.*PI/(SQRT(ERE)*(MH+1.393+0.667*ALOG(MH+1.445)))
RETURN
END
ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА ШИРИНЫ ПОЛОСКОВОГО ПРОВОДНИКА
-----
ПО ВОЛНОВОМУ СОПРОТИВЛЕНИЮ ЛИННИ
-----
SUBROUTINE WIDTHN (Z,WD)
LOGICAL MSP
COMPLEX ST
COMMON /DAT/ ST,PI
COMMON /PARA/B,T,ER,M
COMMON /MSP/ MSP
TF(MSP) GOTO 5
P=1.0-T/B
CF=2.0*ALOG(1.0+1.0/P)/T/B*ALOG(1.0/P**2-1.0)
X=30.0*PI*P/(SQRT(ER)*Z)-CF/P
TF(Z*SQRT(ER)*(1.0+2.3*T/B) GT 170.0) GOTO 3
WD=B*X
RETURN
3 S=4.0*T/B+0.85
WD=B*(S-SQRT(S*S-X*(1.0+T/B+1.0 O 1225)))
RETURN
5 B=60.*PI*(B-1+ALOG(2.*B-1.))*ER-1 /
/12.VER*(ALOG(B-1.1+0.39-0.61/ER))
IF(WD/MH-GE.2) RETURN
A=SQRT((ER+1.1)/2.)*Z/60.*(ER-1)*0.23+0.11/ER/(ER+1.1)
00000836
00000837
00000838
00000839
00000840
00000841
00000842
00000843
00000844
00000845
00000846
00000847
00000848
00000849
00000850
00000851
00000852
00000853
00000854
00000855
00000856
00000857
00000858
00000859
00000860
00000861
00000862
00000863
00000864
00000865
00000866
00000867
00000868
00000869
00000870
00000871
00000872
00000873
00000874
00000875
00000876
00000877

WD=B*M*EXP(IA) EXP(2*A)
RETURN
END
ПОДПРОГРАММА ЧТЕНИЯ ВНЕШНИХ S-ПАРАМЕТРОВ
-----
SUBROUTINE SPARA(I)
COMPLEX S
COMMON /MTX/ S(4,4),VAL1 VAL2 VAL3
COMMON /SETT/ I,P,J,K,L,P
PRINT 2,I
2 FORMAT(5X, ВНЕШНИЙ S-МАТРИЦА ДЛЯ ЭЛЕМЕНТА НОМЕР (4 IS ))
DO 5 I=1,4
5 READ(5,10)S(I,J),J=1 4
10 FORMAT(1BE10.3)
IF(LP.NE.0) GOTO 40
IF(KP.NE.0)GOTO 30
IF(JP.NE.0)GOTO 20
PRINT 50,S(1,1)
RETURN
20 DO 25 J=1,2
25 PRINT 50,(S(I,J),J=1 2)
RETURN
30 DO 35 J=1 3
35 PRINT 50,(S(I,J),J=1 3)
RETURN
40 DO 45 J=1,4
45 PRINT 50,(S(I,J),J=1,4)
50 FORMAT(1X,4(E12.5,X,1E12 5 5X))
RETURN
END
ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА ЗОВ И ZOO СВЯЗАННЫХ ЛИННИ
-----
ПО ИХ ШИРИНЕ И ЗАДОРУ МЕЖДУ НИМИ
-----
SUBROUTINE IMPED(VAL1,VAL2,ZOE,ZOO)
LOGICAL MSP
REAL KKE,KE,KEP,KO,KOP,KKO,K K,KK
COMPLEX ST
COMMON /DAT/ ST,PI
COMMON /PARA/ B,T,ER,M
COMMON /MSP/ MSP
00000878
00000879
00000880
00000881
00000882
00000883
00000884
00000885
00000886
00000887
00000888
00000889
00000890
00000891
00000892
00000893
00000894
00000895
00000896
00000897
00000898
00000899
00000900
00000901
00000902
00000903
00000904
00000905
00000906
00000907
00000908
00000909
00000910
00000911
00000912
00000913
00000914
00000915
00000916
00000917
00000918

```

```

IF(4*SP) GOTO 35
KE=TANH(0.5*PI*VAL1/B)*TANH(0.5*PI*(VAL1+VAL2)/B)
KEP=SQRT(1.-KE*KE)
KD=TANH(0.5*PI*VAL1/B)/TANH(0.5*PI*(VAL1+VAL2)/B)
KOP=SQRT(1.-KO*KO)
IF(KE*KE-LE-0.5) GOTO 5
IF(KE*KE-GT-1.0) GOTO 15
KKE=PI/ALOG(2.0*(1.+SQRT(KE)))/(1 SQRT(KE)))
GOTO 10
5 KKE=ALOG(2.0*(1.+SQRT(KEP)))/(1 SQRT(KEP)))/PI
ZDE=30.-PI*KKE/2/SQRT(KE)
IF(KO*KO-LE-0.5) GOTO 25
IF(KO*KO-GT-1.0) GOTO 15
KKO=PI/ALOG(2.0*(1.+SQRT(KO)))/(1 SQRT(KO)))
GOTO 30
15 PRINT 20
20 FORMATE(10X,'НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ШИРИНЫ И(ИЛИ) ДЛИНЫ ЗАБОРА',
* /10X,'НЕОБХОДИМО ЗАМЕНИТЬ ПЕРФОРКАТУ ДАННЫХ ОСТАВОВ')
STOP
25 KKO=ALOG(2.0*(1.+SQRT(KOP)))/(1 SQRT(KOP)))/PI
ZDO=30.-PI*KKO/2/SQRT(KE)
RETURN
35 CF=B.85*(0.1E-11)*ER*VAL1/H
CALL EREFF(VALL,ERE)
CALL IMPMOD(VALL,Z)
CF=0.5*(SQRT(ERE))/(Z*(0.3E09))-CP
A=EXP(-0.1*INXP(2.-33-2.53*VAL1/A))
CFP=CF/(1.+A*H/VAL2*TANH(0.5*VAL2/H))*SQRT(ER/ERE)
K=VAL2/(A*(VAL2/H*2.-VAL1/H))
KP=SQRT(1.-KK)
TF(K*K,GE-0.5) GOTO 40
KK=PI/PI*ALOG(2.0*(1.+SQRT(KP)))/(1.-SQRT(KP)))
GOTO 45
40 KK=PI/ALOG(2.0*(1.+SQRT(K)))/(1 SQRT(K)))
45 CGD=B.85*(0.1E-11)*KK
CGD=B.85*(0.1E-11)*ER/PI*ALOG(1 /TANH(P*(VAL2/(4 *H))))+
OD=65*CF/(0.02*SQRT(ERE)*H/VAL2+1 1 /ER*ER)
CEA=CP+CF+CGP
CDA=CP+CF+CGD+CGO
IF(ER-EQ-1.1) GOTO 50
EA=1.
ERE=1.
00000919
00000920
00000921
00000922
00000923
00000924
00000925
00000926
00000927
00000928
00000929
00000930
00000931
00000932
00000933
00000934
00000935
00000936
00000937
00000938
00000939
00000940
00000941
00000942
00000943
00000944
00000945
00000946
00000947
00000948
00000949
00000950
00000951
00000952
00000953
00000954
00000955
00000956
00000957
00000958
00000959
00000960

CDE=CP+CF+CGP
CDD=CP+CF+CGD+CGO
GO TO 35
50 ZDE=1./((0.3E09)*SQRT(CEA+CED))
ZDO=1./((0.3E09)*SQRT(CDA+CDD))
RETURN
END
C ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА S-МАТРИЦЫ СВЯЗАННЫХ ВЛИНН
C
SUBROUTINE COUPLD
LOGICAL MSP
COMMON /MTX/ S(4,4),VALL VAL2 VAL3
COMMON /DAT/ ST,PI
COMMON /FREQ/ BETA,WP
COMMON /PARA/ B,T,ER,H
COMMON /MSTP/ MSP
RT=SQRT(VALL VAL2)
IF(MSP) GOTO 2
TH=BETA*VAL3
GOTO 3
2 ZMULT=SQRT(VALL VAL2)
CALL HIGHTH(ZMULT,WD)
CALL EREFF(WD,ERE)
BETA1=WP*SQRT(ERE)/(0.3E09)
TH=BETA1*VAL3
3 DEN=2.0*COSS(TH)+ST*SIN(TH)*(RZ+1 /RZ)
RHO=ST*SIN(TH)*(RZ-1./RZ)/DEN
TRC=2.0/DEN
DO 5 I=1,4
DO 5 J=1,4
5 S(1,J)=0.0
S(1,2)=RHO
S(1,4)=TRC
S(2,1)=S(1,2)
S(2,3)=S(1,4)
S(3,2)=S(1,4)
S(3,4)=S(1,2)
S(4,1)=S(1,4)
S(4,3)=S(1,2)
RETURN
END
00000961
00000962
00000963
00000964
00000965
00000966
00000967
00000968
00000969
00000970
00000971
00000972
00000973
00000974
00000975
00000976
00000977
00000978
00000979
00000980
00000981
00000982
00000983
00000984
00000985
00000986
00000987
00000988
00000989
00000990
00000991
00000992
00000993
00000994
00000995
00000996
00000997
00000998
00000999
00010000
00010001
00010002

```

20.1 ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих главах рассматривались моделирование, анализ и оптимизация СЧУ схем. Промышленность СЧУ чрезвычайно консервативна и весьма осторожна в применении этих новаций при проектировании. Как следствие на некоторых испытаниях, обобщая нижеприведенный опыт, СЧУ устройств платит только 10–20 % своего рабочего времени на непосредственно на разработку; остальное время тратится на различные текущие работы, зачастую ассоциируемые с характером — так как поиск компонентов, аппаратуры и данных или на бухгалтерскую работу. Слишком много схем разрабатывается вручную методом экспериментальными методами на основе физических соображений. Это резко контрастирует с автоматизированной промышленностью, где уже с середины шестидесяти годов широко применяются и применяются методы моделирования.

В промышленности положение еще хуже. Уровень производства слишком часто зависит от настроения рабочего, менеджера или от занятости технического персонала. В настоящее время особо важное значение приобретает сочетание современных методов массового производства с оптимальными схемными решениями, что должно привести к значительному, повышенному уровню стандартизации.

Неэффективность разработки, низкий уровень производства и отсутствие спешности заставило руководителей производства пересмотреть путь повышения эффективности работы. Для этого известно только один путь — интеграция различных методов для целей проектирования, изготовления и управления, который приведет к увеличению времени и стоимости разработки, повышению качества и тем самым производительности!!!

У некоторых поставщиков ЭВМ имеются эффективные системы автоматизированного проектирования (САПР), автоматизированного проектирования, автоматизированных испытаний и автоматизированного управления. Некоторые из них сейчас используются для проектирования, производства, испытаний, управления, но все еще очень мало используются для координации и совместного использования ЭВМ при сборке информации, доступной в управлении. Несмотря на то что информация достаточно большого объема, необходимая для работы этих систем, является общей, очень немногие современные системы способны связываться непосредственно друг с другом. Многие из них представляют для ЭВМ различных марок, имеют разные языки и форматы файлов. В настоящее время в области совместной работы систем еще много нерешенных задач.

Существует большое число библиотек, где хранятся данные о компонентах, материалах, стандартах, испытательных методах для любого производства. Удаление всей этой информации из ЭВМ для incorpora-

```

ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА ZOE И ZOO СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ ПО
КОЭФФИЦИЕНТУ СВЯЗИ И ВОЛНОВОМУ СОПРОТИВЛЕНИЮ
-----
SUBROUTINE IMPFCF(VAL1,VAL2,VAL3,ZOE,ZOO CPLNTH)
LOGICAL MSP
COMMON/MSTP/ MSP
COMMON/PIBK/ BETA,WP
COMMON /PARA/ B,T,ER,H
IF(MSP) GOTO 5
CPLNTH=(0.3E09)/(VAL3*4 *SQRT(ER))
GOTO 10
5 CALL WIDTH(VAL2,WO)
CALL FREFF(WO,ERE)
CPLNTH=(0.3E09)/(VAL3*4 *SQRT(ERE))
ZOE=SQRT(1.1+VAL1)/(1.1-VAL1)+VAL2
ZOO=SQRT(1.1-VAL1)/(1.1-VAL1)+VAL2
RETURN
END
ПОДПРОГРАММА РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПОСТОЯННОЙ
-----
SUBROUTINE EREFF(W,ERE)
COMMON /PARA/ B,T,ER,H
FMH=1./SQRT(1.1+12./WM)
IF(WH.GT.1.) GOTO 5
FMH=FMH+0.04*(1.-WM)*.992
5 ERE=ER+(1.-1./2+*(ER-1.)*FMH/2.
RETURN
END

```

```

000010003
000010004
000010005
000010006
000010007
000010008
000010009
000010010
000010011
000010012
000010013
000010014
000010015
000010016
000010017
000010018
000010019
000010020
000010021
000010022
000010023
000010024
000010025
000010026
000010027
000010028
000010029
000010030
000010031
000010032
000010033
000010034

```

Глава 20

ОБЗОР ПРОГРАММ МАШИННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

20.1. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих главах рассматривались моделирование, анализ и оптимизация СВЧ схем. Промышленность СВЧ чрезвычайно консервативна и весьма осторожна в применении этих новых идей проектирования. Как следует из некоторых источников, «обычный» инженер-разработчик СВЧ устройств тратит только 10—20 % своего рабочего времени непосредственно на разработку; остальное время тратится на различные текущие работы, зачастую вспомогательного характера — такие как поиск компонентов, аппаратуры и данных или на «бумажную» работу. Слишком много схем «разрабатывается» мучительно медленно экспериментальными методами на основе физических соображений. Это резко контрастирует с электронной промышленностью, где уже с середины шестидесятих годов широко принимаются и применяются методы моделирования.

В производстве положение еще хуже. Уровень производства слишком часто зависит от настроения рабочего, монтажника или от занятости технического персонала. В настоящее время особо важное значение приобретает сочетание современных методов массового производства с оптимальными схемными решениями, что должно привести к значительному повышению уровня стандартизации.

Неэффективность разработок, низкий уровень производства и отсутствие специалистов заставило руководителей производства пересмотреть пути повышения эффективности работы. Для этого имеется только один путь — интеграция машинных методов для целей проектирования, изготовления и управления, который приведет к уменьшению времени и стоимости разработок, повышению качества и увеличению производительности [1].

У некоторых поставщиков ЭВМ имеются эффективные системы автоматизированного проектирования (САПР), автоматизированного производства, автоматизированных испытаний и автоматизированного управления. Некоторые из них сейчас используются для проектирования, производства, испытаний, управления, но все еще очень мало сделано для координации и совместного использования ЭВМ при сквозном проектировании, производстве и управлении. Несмотря на то, что информация достаточно большого объема, необходимая для работы этих систем, является общей, очень немногие современные системы способны связываться непосредственно друг с другом. Многие из них предназначены для ЭВМ различных марок, имеют разные языки и форматы файлов. В настоящее время в области совместной работы систем еще много нерешенных задач.

Существует большое число библиотек, где хранятся данные о компонентах, материалах, стандартах, испытательных методиках для любого производства. Хранение всей этой информации в ЭВМ для непосред-

ственного использования специализированными программами в конечном итоге приведет к улучшению конструкций, повышению их надежности и сокращению цикла разработки.

Взаимодействие человека с системами в настоящее время упрощается благодаря интенсивному использованию графических средств ЭВМ. Системы, необходимые для конкретных видов оборудования или потоков линий, могут быть объединены для обеспечения заданных требований. Эти системы расположены в различных местах, можно связать между собой информационными линиями связи.

202 СИСТЕМА ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ПРОИЗВОДСТВА

В этом разделе приводится пример идеального цикла проектирования и производства СВЧ усилителей. Большинство установившихся решений и утомительных расчетов выполняет ЭВМ, взаимодействие с человеком обеспечивается в графической интерактивной форме. Такая система, называемая системой проектирования и производства (СПП) показана на рис. 20.1. Далее она поясняется на примере процедуры конструирования СВЧ усилителя.

Требования, предъявляемые к характеристикам усилителя, устанавливаются инженерами системы. Для подготовки и записи технических требований усилителя в раздел базы данных используются графические возможности и возможности системы генерации текстов. После завершения этой работы инженеры системы просматривают библиотеку разработанных ранее модулей. В том случае, если обнаруживается модуль, соответствующий требованиям новой системы, он немедленно включается в систему конструирования.

Если инженер системы приходит к выводу о необходимости разработки нового усилителя, то эта задача направляется к разработчикам СВЧ устройств. Инженер-разработчик СВЧ устройств вызывает технические требования, предъявляемые к разрабатываемому усилителю, из банка данных СПП. Во многих случаях для выполнения заданных технических требований оказывается достаточным модифицировать уже существующий усилитель и разработчик может выбрать один из имеющихся модулей в качестве исходного для оптимизации. В этом случае нет необходимости в полном описании нового модуля.

Если принимается решение о том, что предпочтительнее начать проектирование с начальной точки, а не с использования или модификации известного усилителя, то разработчик вызывает из библиотеки СПП характеристики транзисторов, чтобы выбрать приборы, позволяющие наилучшим образом обеспечить выполнение заданных требований. Это делается по требуемым значениям коэффициента усиления и полосы пропускания. Банк данных выдает список приборов, которые могут удовлетворить заданным требованиям.

После выбора транзисторов программа генерирует их эквивалентные схемы [2]. Затем разработчик просматривает библиотеку схем с гласующих четырехполюсников и выбирает топологию входной, выходной и межкаскадной цепей для их использования в разрабатываемой конструкции. Если этот выбранный ряд четырехполюсников располо-

жить определенным образом в библиотеке, то он будет использоваться в качестве начального при последующем синтезе. В тех случаях, когда требуется новая топология, разработчик обращается к расчетным средствам СПП для того, чтобы синтезировать схему. Если схемные средства непригодны для создания требуемой топологии, то используются графические средства СПП.

После полного составления схемы она подвергается оптимизации для улучшения электрических характеристик разрабатываемого усилителя. Оптимизация осуществляется варьированием электрических параметров компонентов в согласующих цепях. Этот процесс осуществляется под наблюдением разработчика. При этом должны быть обеспечены приемлемые значения всех заданных характеристик, таких как неравномерность усиления, согласование входа и выхода, коэффициент шума, стабильность и др.

Иногда схема не оптимизируется. Это указывает на то, что выбранная схема не может обеспечить выполнение заданных требований. В этом случае разработчик должен попытаться изменить технические требования или начать проектирование с самого начала — выбрать другие транзисторы, число каскадов и (или) другие согласующие четырехполюсники. Если же оптимизация оказывается удачной, то осуществляется исследование влияния допусков параметров активных и пассивных компонентов при их изменении в заданных пределах на характеристики устройств. Это исследование осуществляется методом Монте-Карло. И наконец, программа, используя банк данных материалов, преобразует электрические параметры линий передач в геометрические размеры на выбранной подложке. Если оптимальный электрический расчет не может быть физически реализован на реальных материалах, то разработчик должен повторить некоторые этапы описанного процесса.

При необходимости разработки конструкции используется содержащаяся в СПП специальная конструкторская графическая программа расчета топологии. В эту программу передаются физические размеры компонентов схемы из расчетного файла усилителя. Если в расчете используются какие-либо дискретные компоненты, такие как конденсаторы, то их размеры берутся из библиотеки дискретных компонентов. Разработчик, работая на графическом дисплее в интерактивном режиме, создает конструкторский эскиз усилителя с учетом ограничений, записанных в библиотеке правил конструирования. Результатом этого шага является эскиз усилителя в конструкторском файле.

Разработчик СВЧ устройства, работая с этим эскизом, а также с библиотекой экспериментальных средств и методов, определяет программу испытаний усилителя. Выбранная программа испытаний может вызвать необходимость введения в некоторые контролируемые точки усилителя ответвителей или соединителей, после чего возможна окончательная конструктивная проработка усилителя. Эта программа используется также для изготовления необходимых новых измерительных приспособлений и приобретения нового измерительного оборудования.

После окончательного завершения конструирования с учетом необходимых дополнительных элементов в контролируемых точках ус-

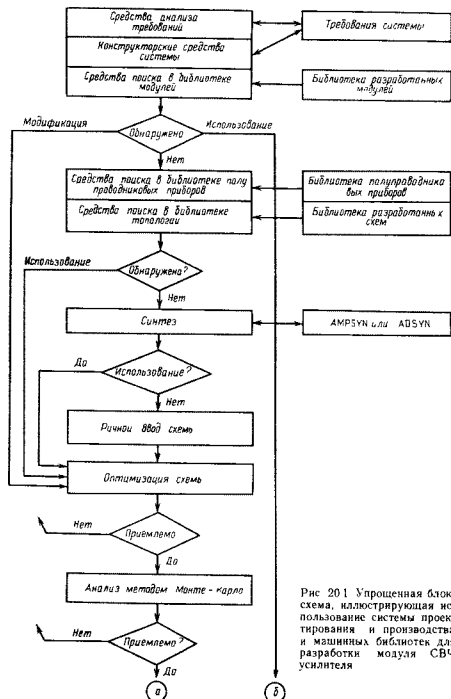


Рис 20.1 Упрощенная блок-схема, иллюстрирующая использование системы проектирования и производства и машинных библиотек для разработки модуля СВЧ усилителя

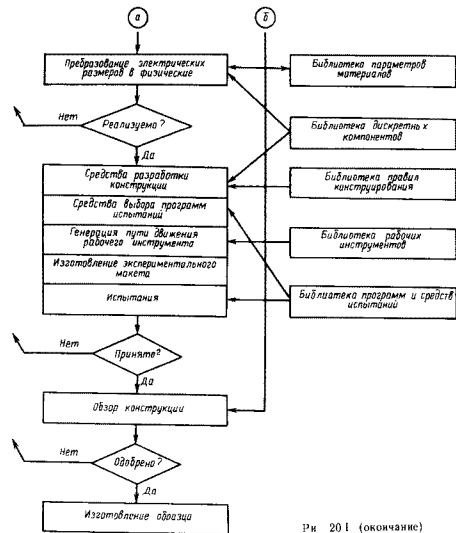


Рис 20.1 (окончание)

интеграции данные конструкции совместно с информацией библиотек численно описывающей управление рабочим инструментом оборудования, используются для формирования пути движения режущего инструмента при изготовлении корпуса и фотошаблонов для изготовления плат.

Затем изготавливается, собирается и испытывается макет. Если в результате экспериментального исследования выявляется необходимость в корректировке расчета, то некоторые его этапы могут быть продолжены для разработки нового макета до тех пор, пока не будут удовлетворены все заданные технические требования. Затем конструкторские и экспериментальные данные предъявляются для оконча-

или параллельное — и затем вводит команды XEQ и SRC для расчета S-матрицы элемента. На следующем шаге должны быть введены команды XEQ и CAS (каскадное соединение) для соединения элемента с предыдущим четырехполюсником. Здесь не используется никакие ключевые обозначения, а разработчику предоставляется полная свобода выбора своих собственных комбинаций. Все функции могут вводиться непосредственно с клавиатуры или размещаться в схемном файле для автоматического выполнения.

В качестве примера использования этой программы приведены результаты анализа трехэлементного согласующего четырехполюсника. На рис. 20.2 показана его схема, таблица затуханий и график частотной характеристики в диапазоне затуханий до 3 дБ.

20.3.2 MICRO-COMPACT[®], ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМ НА НАСТОЛЬНОМ КАЛЬКУЛЯТОРЕ HP-9845 В/Т

Программа MICRO-COMPACT[®] позволяет производить анализ и оптимизацию линейных схем четырехполюсников в полосе частот. Основные строительные блоки выбираются из библиотеки схем MICRO-COMPACT[®], комбинируются в подсистемы и затем соединяются между собой для формирования окончательной схемы. Эта программа может обрабатывать схемы со сложными внутренними связями, включая многократные цепи обратной связи, комбинации последовательных, параллельных и каскадных соединений. Имеется возможность вывода информации в виде диаграмм как в прямоугольных, так и в полярных координатах.

Оптимизация осуществляется методом адаптивного случайного поиска [4], который позволяет найти глобальный минимум. Целевая функция при оптимизации выбирается пользователем.

Программа MICRO-COMPACT[®] позволяет автоматически производить документирование по команде HELP, а внутренний редактор обеспечивает видоизменение схем. Сложные схемы могут сохраняться в кассетах с данными для последующего использования.

Несмотря на то, что анализ осуществляется в частотной области, программа позволяет преобразовывать результаты во временную область для наблюдения импульсных характеристик схем на экране видеотерминала. Программа MAMA (Microwave And Measurement Analysis) [5] может выбирать результаты измерений, проводимых в частотной области непосредственно из автоматического анализатора четырехполюсников HP, и преобразовывать их во временные характеристики для удобного наблюдения на экране видеотерминала. Эта программа предназначена для работы на настольном калькуляторе типа HP-9845 В/Т.

Пример. Оптимизация широкополосного усилителя с обратной связью. Возможность улучшить первоначальные характеристики продемонстрирована на примере оптимизации однокаскадного усилителя с обратной связью [6]. Усилитель должен обеспечить усиление 10 ± 0.2 . Рабочий диапазон частот составляет от 10—2000 МГц.

Схема каскада усилителя показана на рис. 20.3. На низких частотах усиление и входное и выходное сопротивления поддерживаются на заданных уровнях.

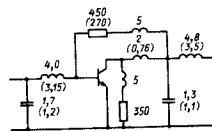


Рис. 20.3. Схема усилителя с обратной связью. Диапазон 10—2000 МГц. В скобках указаны значения параметров, полученные в результате оптимизации.

CIRCUIT OPTIMIZATION WITH 6 VARIABLES

INITIAL CIRCUIT ANALYSIS

FRQ	S11 (MAGN<ANGL)	S21 (MAGN<ANGL)	S21 (MAGN<ANGL)	S22 (MAGN<ANGL)	S21 DB	K FACT.
10.00	.37<	1 3.99<	175 3 .122<	4 .25<	4	12 03 1.16
100.00	.36<	15 3.93<	165.5 .120<	7 2 .25<	2	11.90 1.19
250.00	.35<	-41 3.88<	147.1 .117<	-19.8 .25<	1	11.78 1.21
500.00	.35<	-80 3.88<	117.8 .111<	-39.1 .25<	-9	11.78 1.26
750.00	.32<	-117 3.89<	92.9 .102<	-57.9 .20<	-27	11.80 1.34
1000.00	.27<	-149 3.89<	67.0 .096<	-75.8 .13<	-56	11.79 1.44
1250.00	.19<	-175 3.88<	35.3 .092<	-94.5 .10<	-118	11.78 1.53
1500.00	.11<	150 3.82<	-1 .087<	-115.0 .16<	179	11.65 1.61
1750.00	.11<	40 3.61<	-35.5 .078<	-137.1 .29<	143	11.15 1.71
2000.00	.28<	-11 3.13<	-70.6 .067<	-158.9 .43<	122	9 90 1.77

OPTIMIZATION BEGINS WITH FOLLOWING VARIABLES

VARIABLES
(1): 1.7000
(2): 4.0000
(3): 450.00
(4): 2.0000
(5): 1.3000
(6): 4.8000
ERR. F. = 2.989

ERR. F. = .201
ERR. F. = .171
ERR. F. = .139
ERR. F. = .089
ERR. F. = .087

(1): 1.2049
(2): 3.1513
(3): 270.30
(4): .76444
(5): 1.1320
(6): 3.4805
ERR. F. = .087

FINAL ANALYSIS FOLLOWS

FRQ	S11 (MAGN<ANGL)	S21 (MAGN<ANGL)	S21 (MAGN<ANGL)	S22 (MAGN<ANGL)	S21 DB	K FACT.
10.00	.17<	5 3.16<	175.8 .164<	.7 .08<	18	9.99 1.20
100.00	.16<	-11 3.12<	168.0 .162<	-5.7 .08<	25	9.88 1.22
250.00	.16<	-40 3.10<	153.2 .159<	-16.3 .11<	33	9.83 1.24
500.00	.17<	-82 3.14<	129.4 .151<	-32.7 .15<	32	9.94 1.26
750.00	.19<	-127 3.17<	109.6 .138<	-49.2 .15<	22	10.01 1.32
1000.00	.20<	-161 3.17<	89.4 .127<	-64.2 .13<	10	10.01 1.40
1250.00	.18<	174 3.19<	64.3 .121<	-78.6 .13<	-16	10.07 1.45
1500.00	.16<	151 3.22<	36.8 .116<	-94.2 .12<	-54	10.16 1.48
1750.00	.16<	110 3.22<	9.9 .107<	-110.5 .13<	-117	10.17 1.56
2000.00	.20<	61 3.11<	-17.0 .098<	-126.3 .21<	-167	9.84 1.63

Рис. 20.4. Оптимизация усилителя диапазона 10—2000 МГц с помощью программы MICRO-COMPACT. В процессе оптимизации одновременно варьировались шесть компонентов.

с помощью резистора параллельной обратной связи RL -цепь обеспечивает на радиальную обратную связь до частот около 1000 МГц. На частотах выше 1000 МГц усиление поддерживается постоянным с помощью согласующих цепей на входе и выходе. Теперь схема может оптимизироваться минимизацией следующей целевой функции:

$$EF = \frac{1}{10} \sum_{f=100}^{f=2000} (|S_{11}|^2 + |S_{22}|^2) \\ \tau(C_{\text{задан}} - C_{\text{получ}})^2 \quad (20.1)$$

Оптимизация уменьшает целевую функцию от 2,92 до 0,59. Окончательные значения компонентов показаны на схеме в скобках. Результаты прогона программы на калькуляторе показаны на рис. 20.4

Несмотря на то, что приведенная на рис. 20.3 схема достаточно проста, оптимизация может оказаться весьма затруднительной, как из-за потенциальной неустойчивости усилителя, так и из-за наличия нескольких «локальных минимумов», что может привести к ошибочным результатам. Опыт работы показывает, что в этих случаях использование чисто градиентных методов поиска не всегда удобно для нахождения оптимума

20.3.3 SUPER COMPACT[®]

Эта новая программа заменяет основную программу оптимизации схем COMPACT, которая использовалась в СВЧ промышленности всего мира последние годы. Программа SUPER-COMPACT[®] использует простые входные данные и обеспечивает возможность гибкого взаимодействия с ЭВМ в процессе оптимизации двух-, шести- и восьмиполосников. Пользователь имеет возможность создать целевую функцию, в которую могут быть включены комбинации S -, Y - и Z -параметров, а также комплексные сопротивления или проводимости. Для различных входов и выходов требуемые характеристики могут быть различными, что позволяет одновременно оптимизировать желаемые характеристики (такие, как связь и развязки). Схемы могут оптимизироваться в различных состояниях. Например, эквивалентная схема переключателя может оптимизироваться одновременно в режимах «включено» и «выключено». Единственный интерактивный сегмент оптимизации позволяет пользователю комбинировать поисковые методы — градиентный или адаптивный случайный, и, следовательно, с высокой степенью вероятности эффективно находить глобальный минимум. Интерактивные графопроектировщики вычерчивают схемы с частотными характеристиками любых параметров четырех-, шести- или восьмиполосников в полярных или декартовых координатах. Кроме того, для любого заданного четырехполосника на круговой диаграмме могут быть также начерчены окружности постоянного шума, постоянного усиления и стабильности схемы. Для обеспечения точного исследования критических участков характеристики на видеотерминале может обеспечиваться их увеличение.

Для обеспечения информацией о результатах измерений параметров транзисторов и диэлектрических материалов в программу включены несколько банков данных. На дисках пользователя могут создаваться и накапливаться местные банки данных. Банки данных могут вызываться на командном уровне и отыскиваться компоненты с заданными техническими характеристиками, такими как максимальный коэффициент усиления или минимальный коэффициент шума. Имеются и непосредственно графики характеристик устройств.

СВЧ разработчики могут использовать линии передачи различных типов: микрополосковые и полосковые линии, копланарные волноводы, линии с подвешенной подложкой. Компоненты могут характеризоваться электрическими параметрами или геометрическими размерами. При анализе схем учитывается влияние дисперсии, излучения, теоретических, многослойной металлизации, шероховатости поверхности, диэлектрических потерь и потерь в проводниках. Для

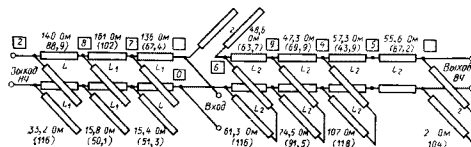


Рис. 20.5. Схема диплексерного СВЧ фильтра. В скобках указаны оптимизированные значения волновых сопротивлений

```
D: 90
L1: 10GHZ
L2: 10GHZ
* Create three-port block
BLK
* Low-Pass Section
OST 2 0 20=230,33.20,120? ELEN=D F=L1
TRL 2 8 20=230,120.0,120? ELEN=D F=L1
OST 8 0 20=230,30.00,120? ELEN=D F=L1
TRL 8 7 20=230,120.0,120? ELEN=D F=L1
OST 7 0 20=230,30.00,120? ELEN=D F=L1
TRL 7 1 20=230,120.0,120? ELEN=D
+ F=25GHZ, L1,10GHZ?
* High-Pass Section
OST 1 6 20=230,64.29,120? ELEN=D F=L2
SST 6 0 20=230,61.33,120? ELEN=D F=L2
OST 6 9 20=230,48.56,120? ELEN=D F=L2
SST 9 0 20=230,74.54,120? ELEN=D F=L2
TRL 9 4 20=230,47.28,120? ELEN=D F=L2
SST 4 0 20=230,106.9,120? ELEN=D F=L2
TRL 4 5 20=230,57.34,120? ELEN=D F=L2
SST 5 3 20=230,55.60,120? ELEN=D F=L2
SST 3 0 20=230,120.0,120? ELEN=D F=L2
BLK1- 3POR 1 2 3
END
FREQ
STEP 2E9 4E9 5E7 STEP 4E9 5E9 2 5E7
END
OUT
PRI BLK1 S R1=50
END
```

Рис. 20.6. Схемный файл программы SUPER COMPACT для 6-полосного диплексерного фильтра

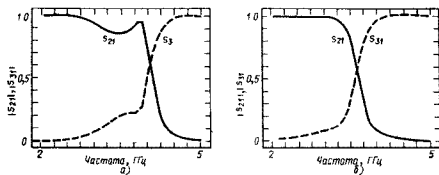


Рис. 20.7. Характеристики диэлектрического фильтра.

а — в случае приведения значений волновых сопротивлений линий передачи в диапазон $30 < Z < 120$ Ом, б — в результате оптимизации, характеристики улучшаются как в полосе пропускания, так и в полосе заграждения

большинства используемых на практике диэлектрических материалов погрешность приближенных выражений в замкнутой форме для микрополосковых и полосковых линий составляет менее 1 %. Синтез линий передачи производится автоматическим способом расчета геометрических размеров по электрическим параметрам.

Оптимизация схемы программой SUPER-COMPACT[®] продемонстрирована на примере проектирования СВЧ диэлектрического фильтра с полосой пропускания 2—3,3 и 4—5 ГГц в 50-омном тракте. Фильтр реализуется на коаксиальных линиях.

Исходная схема, показанная на рис. 20.5, была получена путем независимо го синтеза двух одиночных фильтров (высокочастотного и низкочастотного) в предположении, что линии передачи идеальные (без потерь). Оба фильтра соединены сплюснутыми концами так, чтобы образовался диэлектрический ступенчатый фильтр. В скобках указаны оптимизированные значения компонентов

Описание элементов файла SUPER-COMPACT[®] показано на рис. 20.6. Строки данных, начинающиеся со звездочки, являются комментариями. Эти данные используются только как справочные. Знак «+» в первой колонке обозначает строку продолжения. В приведенном файле схема из-за соответствующего соединения внутренних узлов является шестиполосной. Электрические длины линии передачи описываются сразу после описания схемы. Описание каждого компонента и описание способа его соединения в схеме осуществляется в одной строке входной информации. Между знаками вопроса указываются нижняя и верхняя границы и начальное значение параметра при оптимизации. Заметим, что некоторые волновые сопротивления линий в файле данных не соответствуют данным, указанным в схеме на рис. 20.5. Волновые сопротивления, превышающие 120 Ом, уменьшены до 120 Ом, а волновые сопротивления, меньшие 30 Ом, увеличены до 30 Ом

Для физической реализуемости волновые сопротивления линий передачи должны находиться в пределах 30—120 Ом. В исходной схеме фильтра фактический диапазон сопротивлений линий передачи составляет 15, 45—161, 5 Ом и поэтому этот фильтр не может быть изготовлен. Если волновые сопротивления произвольно изменять в пределах реализуемого диапазона, то характеристики фильтра становятся неприменимыми (рис. 20.7 а). Поэтому схема фильтра оптимизировалась в допустимом диапазоне изменения волновых сопротивлений линий передачи 30—120 Ом. Кроме волновых сопротивлений пятнадцати линий передачи переменными считаются также значения длин соответствующих отрезков линий низкочастотного фильтра. Несмотря на то, что низкочастотный фильтр содержит шесть отрезков линий передачи, их длины при оптимизации поддерживаются

одинаковыми. В процессе оптимизации минимизируется следующая целевая функция:

$$\begin{aligned} \text{ERRF} = & \sum_{f=3000}^{f=7000} \{ W_1 |S_{11}|^2 + W_{21} |S_{21} - 0|^2 + W_{31} |S_1 - (-20)|^2 - \\ & - W_2 |S_{22}| - \sum_{f=4000}^{f=5000} |W_f / S_{11}|^2 + W_{21} |S_{21} - (-20)|^2 \\ & + W'_{21} |S_1 - 0|^2 + W'_{31} |S_{11}| \} \end{aligned} \quad (20.21)$$

где S_{21} и S_{11} выражены в децибелах. Коэффициенты W и W' — это весовые коэффициенты, определяющиеся различием S -параметров в двух разных диапазонах частот. Коэффициенты W_{21} и W'_{21} определяются таким образом, что их значения стремятся к нулю, если минимальные затухания S_{21} и (или) S_{11} в полосе затухания достигают 20 дБ. Заметим также, что величины S_{11} минимизируются в двух частотных диапазонах, а величины $|S_{22}|$ и $|S_{33}|$ — только в соответствующих полосах пропускания.

Как видно из рис. 20.7 б, оптимизация значительно улучшает характеристики. Значения компонентов, полученные в результате оптимизации, указаны на рис. 20.5 в скобках.

20.3.4. AMPSYN, СИНТЕЗ СОГЛАСУЮЩИХ ЦЕПЕЙ ИЗ ЭЛЕМЕНТАХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Программа AMPSYN [8] позволяет синтезировать согласующие цепи из элементов с сосредоточенными параметрами и преобразовывать конструкцию из элементов с сосредоточенными параметрами в соответствующие конструкции из элементов с распределенными параметрами. Программа AMPSYN позволяет пользователю так выбрать топологию, чтобы паразитные элементы входили в состав цепи, т. е. компенсировались. Программа осуществляет трансформацию волновых сопротивлений, что обеспечивает возможность правильного построения схем при заданных сопротивлениях нагрузок. Поскольку синтезируемые схемы получены в результате точного расчета, то они обеспечивают получение отличных первоначальных характеристик многокаскадных усилителей. В случае необходимости в дальнейшем эти характеристики могут быть еще улучшены с помощью оптимизации.

Программа AMPSYN позволяет разработчику сравнивать между собой различные схемы, имеющие одинаковые частотные характеристики но различные значения номиналов входящих в них компонентов. Это позволяет удобно осуществлять выбор физически реализуемых схем и схем обеспечивающих «поглощение» паразитных элементов.

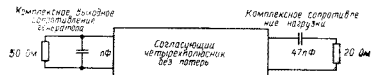


Рис. 20.8. Результат синтеза схемы согласования произвольных комплексных нагрузок. Чтобы согласующий четырехполюсник мог компенсировать паразитные реактивные элементы генератора и нагрузок, первым элементом схемы должна быть параллельная емкость, а последним — последовательная емкость

Пример. Синтез схемы согласования комплексных сопротивлений нагрузок В качестве примера использования программы AMPSYN рассмотрим синтез по лосового фильтра четвертого порядка, предназначенного для согласования комплексных нагрузок (рис. 20.8). Схема согласования должна иметь полосу рабочих частот 100–300 МГц, неравномерность АЧХ в рабочей полосе частот не более 0,2 дБ (с равными пульсациями) и вносимые потери 0,1 дБ.

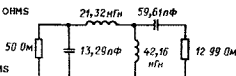
Результат выполнения программы AMPSYN показан на рис. 20.9. Первоначально топология схемы выражается через последовательные и параллельные конденсаторы и катушки индуктивности (команда TY). Затем синтезируется схема (команда SY) и производится пропорциональное изменение размеров в соответствии с заданным сопротивлением источника и верхней предельной частотой

Первоначальный синтез показывает, что входная емкость оказывается недостаточно, чтобы в нее можно было бы включить паразитную емкость источника, равную 15 пФ, а сопротивление нагрузки меньше требуемого значения 20 Ом. Для получения заданного сопротивления нагрузки может использоваться трансформация, а увеличить входную емкость можно рассматривая различные варианты построения схем.

Команда PA определяет значения входной и выходной емкостей, соответствующих различным вариантам схем. Заметим, что в одном из вариантов выходная емкость 46,19 пФ совпадает с паразитной емкостью нагрузки в пределах точности 2%, а входная емкость 18,27 пФ достаточно высока, чтобы включить в себя паразитную емкость источника, равную 15 пФ. Будем использовать этот вариант и

```
COMMAND: GA
NO. OF ELEMENTS NO. OF HIGH PASS ELEMENTS = 4, 2
DESIRED SLOPE (DB/OCTAVE) = 0
BANDWIDTH (F UPPER/F LOWER) = 3
MIN BANDPASS INSERTION LOSS (DB) = 1
INBAND RIPPLE (DB) = 2
ENTER RE TO RESTART
ER FOR EQUIPPLE
MF FOR MAXIMALLY FLAT
CH FOR LP CHERYSHEV ? ER
```

```
COMMAND: TY
ELEMENT 1 IS CP
ELEMENT 2 IS LS
ELEMENT 3 IS LP
ELEMENT 4 IS CS
COMMAND: SY
RS = 50
NEW FH(GHZ) = .3
R(SOURCE) = 50.0000 OHMS
CP = 13.2975 PF
LS = 21.3280 NH
LP = 42.1685 NH
CS = 59.6117 PF
R(LOAD) = 12.9970 OHMS
F UPPER = 0.3000 GHZ
```



```
COMMAND: PA
DESIRED LOAD IMPEDANCE = 20
```

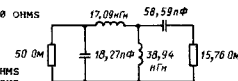
ZERO POSITIONS	INPUT		OUTPUT	
	MAX	CAP (PF)	MIN	CAP (PF)
O O	13.2975		38.7387	
I O	15.0672		56.0384	
O I	18.2772		46.1966	
I I	21.7959		63.4964	

```
CHANGE MIL, SLOPE ALL, OR NOTHING (C/S/A/N): N
COMMAND: MZ
TYPE O TO IMPROVE PARASITIC ABSORPTION ON THE OUTPUT
I TO IMPROVE ABSORPTION ON THE INPUT
```

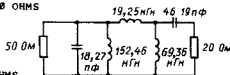
COMPLEX ZERO PAIRS

```
ZERO 1 REAL PART = 0.0469 IMAG PART = +- 0.3762 : O
ZERO 2 REAL PART = 0.1087 IMAG PART = +- 0.8726 : I
```

```
COMMAND: SY
RS = 50
NEW FH(GHZ) = .3
R(SOURCE) = 50.0000 OHMS
CP = 18.2772 PF
LS = 17.0910 NH
LP = 38.9475 NH
CS = 58.5981 PF
R(LOAD) = 15.7673 OHMS
F UPPER = 0.3000 GHZ
COMMAND: IT
LOAD IMPEDANCE = 15.7673
DESIRED LOAD IMPEDANCE = 20
SEARCHING FOR HIGHER TRANSFORMATIONS
TRANSFORMATION 1 POSSIBLE BETWEEN ELEMENTS 2 AND 3
MIN VALUE OF LOAD = 15.7673
MAX VALUE OF LOAD = 32.6416
```



```
PI REALIZATION
R SOURCE = 50.0000 OHMS
CP = 18.2772 PF
LS = 152.4600 NH
LP = 19.2488 NH
LP = 69.3582 NH
CS = 46.1967 PF
R(LOAD) = 20.0000 OHMS
F UPPER = 0.3000 GHZ
```



```
TEE REALIZATION
R SOURCE = 50.0000 OHMS
CP = 18.2772 PF
LS = 12.1737 NH
LP = 43.8648 NH
LS = 5.5381 NH
CS = 46.1967 PF
R(LOAD) = 20.0000 OHMS
F UPPER = 0.3000 GHZ
```

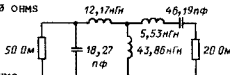


Рис. 20.9 (правая часть)

Рис. 20.9 Результаты выполнения программы AMPSYN

Рис. 20.9 (левая часть)

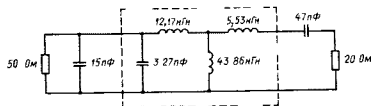


Рис. 20.10. Окончательная схема согласования на которой входная емкость разделена на две части

15 пФ — емкость генератора, 327 пФ — емкость реализуемая схемой, выходная емкость практически полностью совпадает с емкостью нагрузки 47 пФ. Поэтому дополнительная емкость отсутствует.

примем значение емкости 46,19 пФ за паразитную емкость нагрузки. На входе значение емкости 18,27 пФ представим в виде суммы двух параллельных элементов.

После трансформации соотношений следует окончательный синтез (когда да IT). Результаты окончательного синтеза схемы приведены на рис. 20.10

20.3.5 СИНТЕЗ СОГЛАСУЮЩИХ ЦЕПЕЙ НА ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CADSYN

Программа CADSYN — программа синтеза согласующих цепей на элементах с распределенными параметрами. Эта программа позволяет проектировать устройства на линиях передачи определенной (равной) длины. Исходными данными при синтезе являются ширина полосы пропускания, неравномерность коэффициента передачи, длина линий передачи, вносимые потери и топология схемы. При необходимости все эти параметры могут корректироваться. Передачей синтезом для прогнозируемых характеристик устройства рассчитываются теоретические ограничения произведения коэффициента усиления на ширину полосы пропускания [9]. Работа в интерактивном режиме обеспечивает возможность разработки согласующих цепей с произвольным преобразованием комплексных сопротивлений при реализуемых значениях элементов. Все этапы синтеза достаточно просты. Даже неопытные разработчики, незнающие с современными методами синтеза, легко могут освоить расчет согласующих цепей с помощью этой программы.

Программа CADSYN оперирует с элементами с распределенными параметрами пяти типов:

- разомкнутый параллельный шлейф — OP,
- короткозамкнутый параллельный шлейф — SP,
- разомкнутый последовательный шлейф — OS,
- короткозамкнутый последовательный шлейф — SS
- каскадная линия (единичный элемент) — CL (или UE)

Топология задается пользователем в очень простой форме с учетом базовых элементов, описания которых имеются в программе. Список стандартных элементов может быть выведен на печать.

На практике комплексные сопротивления большинства генераторов и нагрузок могут быть приближенно представлены в виде резистора и реактивного элемента, такого как последовательный или параллельный шлейф в линии передачи, или отрезка линии. Длина реактивного элемента определяет длины всех линий передачи синтезируемой схемы. Типовые элементы (OP, UE и т. д.) размещаются в нужном месте в соответствии с заданной топологией. В идеальном случае выбор значений параметров элементов схемы, равных реактивным сопротивлениям на грузок, может обеспечить полную компенсацию паразитных параметров.

Программа CADSYN аналогична программе AMPSYN и здесь не рассматривается.

20.3.6 ПРОГРАММА FILSYN

Программа FILSYN является основной целевой программой расчета фильтров, позволяющей точно синтезировать схемы как на линиях передачи определенной (равной) длины, так и на элементах с сосредоточенными параметрами (LC). Программа включает в себя расчет фильтров следующих типов: нижних частот, нижних частот с линейными фазовыми характеристиками, верхних частот, режкторных, полосовых (как обычных, так и параметрических). В полосе пропускания характеристика может задаваться максимально-плоской или чебышевской, а в полосе задерживания — монотонной, или экстремальной или произвольной. Возможен расчет схем как с одной, так и с двумя нагрузками. Схема с двумя нагрузками, в частности, использовалась при разработке диалексного фильтра. Разработчик может задавать свою собственную топологию или подходящую топологию может подобрать машина.

```

PLACER: P, FILSYN F LADDER L DIGITAL D OR END E
> E
ENTER TITLE
> MICROWAVE LOWPASS FILTER
FILTER KIND - LUMPED: 0, BILINEAR DIGITAL 1 OR MICROWAVE 2
> 2
ENTER QUARTER WAVE FREQUENCY IN HZ
> 1000
FILTER TYPE LOWPASS: 1, HIGHPASS: 2 LIN PHASE LOWPASS 3 BANDPASS 4
> 1
UPPER EDGE OF THE PASSBAND IN HZ
> 100
PASSBAND MAX-FLAT: 0, EQUAL-RIPPLE 1 FUNCTIONAL INPUT 2
> 1
MAX IS THE BAND EDGE LOSS IN DB
> 2
STOPBAND - MONOTONIC: 0, EQUAL-MINIMA 1 OR SPECIFIED 2
> 0
ENTER NUMBER OF UNIT ELEMENTS
> 2
ENTER FREQUENCY-LOSS PAIR IN UPPER STOPBAND
> 100 40
ENTER INPUT TERMINATION IN OHMS
> 50
ENTER OUTPUT TERMINATION (0, INDICATES OPEN OR SHORT)
> 50
ENTER THE NUMBER OF INCREMENTS (UP TO 5 NO ANALYSIS ENTER 0)
> 1
ENTER 1 FREQUENCY INCREMENTS IN HZ
> 100
ENTER 2 CORNER FREQUENCIES IN HZ
> 0 1000
GENERAL FILTER SYNTHESIS PROGRAM
MICROWAVE LOWPASS FILTER
LOW-PASS FILTER
EQUAL RIPPLE PASS BAND
BANDEDGE LOSS = 0.2000 DB.
MAX. PASSBAND VSWR = 1.5186
UPPER PASSBAND EDGE FREQUENCY = 5.00000000+09 HZ
QUARTER-WAVE FREQUENCY = 1.00000000+10 HZ
MONOTONIC STOPBAND
MULTIPLICITY OF ZERO AT QUARTER WAVE PR = 3
NUMBER OF UNIT ELEMENTS = 2
NUMBER OF UNIT TRANSMISSION ZERO PAIRS = 0
OVERALL FILTER DEGREE = 5
INPUT TERMINATION = 5.00000000+01 OHMS
OUTPUT TERMINATION = 1.00000000+01 OHMS
REQUESTED TERMINATION RATIO = 1.00000000+00
NEAREST AVAILABLE TERMINATION RATIO = 1.00000000+00

```

Рис. 20.11. Результаты выполнения программы FILSYN в интерактивном режиме. Входные данные пользователя подчеркнуты

FREQUENCY IN Hz	LOSS IN DB	PHASE IN DEGREES	DELAY IN SECONDS
0.000000+00	0.000000	0.000000	1.156400-10
1.000000+09	0.128297	41.294844	1.134110-10
2.000000+09	0.179841	82.554002	1.185940-10
3.000000+09	0.004177	128.948990	1.411730-10
4.000000+09	0.181790	184.052278	1.661820-10
5.000000+09	0.200000	243.946581	3.276640-10
6.000000+09	12.152432	3.919582	1.538130-10
7.000000+09	26.740836	40.051456	6.932800-11
8.000000+09	41.395314	60.478958	4.792240-11
9.000000+09	61.611075	76.089167	4.007470-11
1.000000+10	901.585931	90.000000	3.794440-11

LATTICE: L, COMPUTER CONFIG.: C, INPUT SIDE IN OUTPUT SIDE OUT
 > C
 WISH TO SEE INTERMEDIATE RESULTS: Y/N
 > Y
 ** EVEN NUMBERED BRANCHES ARE SERIES, ODD ONES SHUNT **

MICROWAVE LOWPASS FILTER

**** ALL VALUES ARE IMPEDANCES ****

1	R	5.00000000+01
5	...	3.79446100+01
	.	.
7	U E	8.40077060+01
	.	.
13	C	2.42116660+01
	.	.
15	U E	8.40077060+01
	.	.
19	C	3.79446100+01
21	R	5.00000000+01

Рис. 20.12. Результаты расчета элементов СВЧ фильтра нижних частот пятого порядка и его частотной характеристики

Программа FILSYN позволяет осуществлять на командном уровне преобразования схемы, что обеспечивает возможность ее подходящей реализации. Результатом анализа являются передаточная функция и окончательные параметры схемы.

Выравнивание группового времени задержки может производиться двумя способами: секция полоскового выравнивателя может объединяться с фильтром или выравниватель может присоединяться к фильтру каскадно с помощью подпрограммы DELAY. Выравниватели также могут выполняться на элементах как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами.

Наряду с пассивными цепями программа FILSYN может синтезировать цифровые и активные фильтры. Для иллюстрации возможности применения программы FILSYN при проектировании фильтров приведен пример синтеза фильтра нижних частот 5-гигагерцового диапазона, состоящего из двух единичных элементов в трех параллельных разомкнутых шлейфов. Результаты выполнения программы FILSYN приведены на рис. 20.11, а соответствующие характеристики фильтра представлены на рис. 20.12.

K class 1

- [1] Southworth, G.C., "Hyper-Frequency Waveguides — General Considerations and Experimental Results," *Bell Sys Tech J*, Vol. 15, April 1936, pp 284-309
- [2] Carson, J.R., S.P. Meade, and S.A. Schelkunoff, "Hyper-Frequency Waveguides — Mathematical Theory," *Bell Sys. Tech. J*, April 1936, pp. 310-333
- [3] Southworth, G.C., "Some Fundamental Experiments with Waveguides," *Proc. IRE*, Vol. 25, July 1937, pp 807-822
- [4] Southworth, G.C., "Survey and History of the Progress of Microwave Arts," *Proc. IRE*, Vol 50, No 5, May 1962, pp 1199-1206
- [5] Smith, P.H., "Transmission Line Calculator," *Electronics*, Vol. 12, Jan. 1939, pp. 29-31. and Smith, P.H., "An Improved Transmission Line Calculator," *Electronics*, Vol. 17, Jan 1944, pp 130-133, 318, 320, 322, 324-325
- [6] Fox, A.G., "An Adjustable Waveguide Phase Changer," *Proc. IRE*, Vol 35, Dec. 1947, pp. 1489-1498
- [7] Tyrrell, W.A., "Hybrid Circuits for Microwaves," *Proc. IRE* Vol 35, Nov. 1947, pp. 1294-1306
- [8] Mumford, W.W., "Directional Couplers," *Proc. IRE*, Vol 35, Feb. 1947, pp 160-165
- [9] Barrett, R.M., and M.H. Barnes, "Microwave Printed Circuits," *National Conf. on Airborne Electronics*, IRE, Ohio May 1951
- [10] Peters, R.W., et al., *Handbook of Tri plate Microwave Components*, Sanders Associates, Nashua, New Hampshire, 1956
- [11] Howe, H., Jr., *Stripline Circuit Design*, Dedham, Mass: Artech House, 1974
- [12] Wheeler, H.A., "Directional Coupler," U.S. Patent No. 2,606,974 filed 16 May 1946, issued 12 Aug. 1952
- [13] Greig, D.D., and H.F. Engelmann, "Microstrip — A New Transmission Technique for the Kilomegacycle Range," *Proc. IRE*, Vol 40, Dec 1952, pp 1644-1650

- [14] Assadourian, F., and E. Rimai, "Simplified Theory of Microstrip Transmission Systems," *Proc IRE*, Vol. 40, Dec 1952, pp 1651-1657
- [15] Wheeler, H.A., "Transmission Line Properties of Parallel Wide Strips by Conformal Mapping Approximation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT-12 1964, pp 280-289.
- [16] Wheeler H.A., "Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-13, 1965, pp 172-185
- [17] Schilling, S W, et al., "The Real World of Micromin Substrates - Part 1 to Part 5," *Microwaves*, Vol. 7, Dec 1968, pp. 52-56, Vol. 8, Jan. 1969, pp. 44-46, 57-60; Sept. 1969, pp 36-38; Dec 1969, pp 54-57, Vol 10, March 1971, pp 54-56.
- [18] "Microwave Integrated Circuits," Special Issue *IEEE Trans on Electron Devices*, Vol. ED-15 July 1968
- [19] "Microwave Integrated Circuits, Special Issue, *IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques* Vol MTT-19 July 1971
- [20] Gupta, K.C., and Amarjit Singh (Eds.), *Microwave Integrated Circuits*, New Delhi, Wiley Eastern Pvt. Ltd and New York, Halsted Press (John Wiley and Sons), 1974
- [21] Frey, J., ed., *Microwave Integrated Circuits* Dedham Mass Artech House, 1974.
- [22] Cohn, S.B., "Slot Line on a Dielectric Substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-17, 1969 pp 768-778
- [23] Gupta, K.C., R. Garg, and I.J. Bahl, *Microstrip Lines and Slotlines*, Dedham, Mass. Artech House, 1979.
- [24] Aitchison, C.S., et al., "Lumped Microwave Circuits - Part I to Part V," *Design Electronics*, Sept. 1971, pp 23-28; Oct. 1971, pp. 30-39; Nov. 1971, pp. 42-51. Also *Philips Tech. Rev.*, Vol. 32, 1971, pp 305-314
- [25] Pengelly, R.S., and D.C. Rickard, "Design, Measurements and Application of Lumped Elements up to J band," *Proc 7th European Microwave Conf.*, 1977, Copenhagen, pp 460-464
- [26] Okoshi, T., and T. Miyoshi, "The Planar Circuit - An Approach to Microwave Integrated Circuitry," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 20, 1972, pp. 245-252.
- [27] Mehal, E.W., and R.W. Wacker "GaAs Integrated Microwave Circuits," *IEEE Trans. Electron Devices* Vol. ED 15, July 1968, pp. 513-516.
- [28] Hasan, M M, and S.K. Mullick, "Monolithic MICs" in *Microwave Integrated Circuits*, K.C. Gupta and Amarjit Singh, Eds., Halsted Press (John Wiley and Sons), 1974
- [29] "Future of Microwaves is Monolithic " Editorial *Microwave System News*, Vol. 8, No 11, 1978 p 60
- [30] "Microwave Field-Effect Transistors," Special Issue, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 24 June 1976
- [31] Gupta, K.C., *Microwaves*, New Delhi: Wiley Eastern Ltd 1979 and New York: Halsted Press (John Wiley) 1980, Ch. 10 on "Microwave Integrated Circuits."
- [32] Perlman, B.S., and V.G. Gelnovatch, "Computer Aided Design, Simulation and Optimization," in *Advances in Microwaves*, L. Young and H. Sobol, Eds. Vol. 8, New York Academic Press 1974
- [33] White, J.F., *Semiconductor Control*, Dedham, Mass Artech House, 1977, see Ch 6 on "Mathematical Techniques and Computer Aided Design " pp. 177-243.
- [34] "S-Parameters, Circuit Analysis and Design, Hewlett Packard, *Application Note No. 95* September 1968
- [35] Lee, C.M., et al., "Semiconductor Device Simulation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 22 1974 pp 160-177
- [36] Hartmann, K., and M.J.O. Strutt, "Computer Simulation of Small Signal and Noise Behaviour of Microwave Bipolar Transistors up to 12 GHz," *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, Vol MTT-22 1974, pp. 178-183.
- [37] Silvester, P., and Z.J. Csendes, "Numerical Modeling of Passive Microwave Devices," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, 1974, pp. 190-201
- [38] Hackborn, R.A., "An Automatic Network Analyzer System," *Microwave Journal* Vol. 11, No. 5, 1968

- [39] Oliver, B.M., and J.M. Cage, *Electronic Measurements and Instrumentation*, New York: McGraw Hill, 1971
- [40] Hoer, C.A., "A Network Analyzer Incorporating Two Six-Port Reflectometers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 25, 1977, pp. 1070-1074.
- [41] Engen, G.F., "The Six-Port Reflectometer: An Alternative Network Analyzer," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 25, 1977, pp. 1075-1080
- [42] Monaco, V.A. and P. Tibeno, "Computer-Aided Analysis of Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, 1974, pp. 249-263
- [43] Bonfatti, F., et al., "Microwave Circuit Analysis by Sparse-Matrix Techniques," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, 1974, pp. 264-269.
- [44] Bandler, J.W., and R.T. Seviora, "Wave Sensitivities of Networks," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 20, 1972, pp. 138-147
- [45] Rao, S.S., *Optimization - Theory and Applications*, New Delhi, Wiley Eastern Limited, 1978.
- [46] Bandler, J.W., "Optimization Methods for Computer-Aided Design," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 17, 1969, pp. 533-552
- [47] Bandler, J.W., "Computer Optimization of Inhomogeneous Waveguide Transformers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 17, 1969, pp. 563-571.
- [48] Fletcher, R., and M.J.D. Powell, "A Rapidly Convergent Descent Method of Minimization," *Comput. J.*, Vol. 6
- [49] Fletcher, R., "A New Approach to Variable Metric Algorithms," *Comput. J.* Vol. 13, Aug. 1970, pp. 317-322
- [50] Sanchez-Sinencio, E., and T.N. Trick, "CADMIC - Computer-Aided Design of Microwave Integrated Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-22, 1974 pp. 309-316.

K r a n n e 2

- [1] Desoer, C.A., and E.S. Kuh, *Basic Circuit Theory*, New York McGraw-Hill, 1969

- [2] Collin, R.E., *Foundations of Microwave Engineering*, New York: McGraw-Hill, 1966, Chapter 4 on "Circuit Theory for Waveguiding Systems," pp. 170-182.
- [3] Perlman, B.S., and V.G. Gelnovatch, "Computer Aided Design, Simulation and Optimization," in *Advances in Microwaves*, Vol. 8, pp. 332-341, Academic Press, 1974
- [4] Gupts, K.C., *Microwaves*, New Delhi Wiley Eastern, 1979, Chapter 5 on "Microwave Network Representation"
- [5] Hewlett Packard, "S-parameters, Circuit Analysis and Design," *Application Note No. 95*, September 1968.
- [6] Kuh, E.S. and R.A. Rohrer, *Theory of Linear Active Networks* San Francisco, Calif: Holden-Day, 1967, p. 271
- [7] Carlin, H.J., and A.B. Giordano, *Network Theory*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1964 chapter 4 on "The Scattering Matrix."
- [8] Kuh, E.S., and R.A. Rohrer, *Theory of Linear Active Networks Technology* (New York) Vol. 80, No. 1 July 1967 pp. 55-72

K r a n n e 3

- [1] Coaxial lines and waveguides have been discussed in several texts. For example see: S. Ramo et al., *Fields and Waves in Communication Electronics* New York: John Wiley, 1965
- [2] Bahl, I.J., and Ramesh Garg, "Designer's Guide to Stripline Circuits," *Microwaves* Vol. 17, Jan. 1978, pp. 90-96.
- [3] Howe, H., Jr., *Stripline Circuit Design* Dedham, Mass. Artech House, 1974
- [4] Cohn, S.B., "Characteristic Impedance of Shielded Strip Transmission Line," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 2, July 1954, pp. 52-55
- [5] Cohn, S.B., "Problems in Strip Transmission Lines," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT 3, March 1955, pp. 119-126
- [6] Wheeler, H.A., "Transmission Line Properties of a Stripline Between Parallel Planes," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 26, Nov. 1978, pp. 866-876
- [7] Gunston, M.A.R., *Microwave Transmission Line Impedance*

- Data*, London: Van Nostrand Reinhold, 1972, pp 38 39
- [8] Vendehn, G.D., "Limitations on Stripline Q," *Microwave J*, Vol 13, May 1970, pp. 63-69.
 - [9] Gupta, K C., *et al.*, *Microstrip Lines and Slotlines*, Dedham, Mass Artech House, 1979
 - [10] Schneider, M.V., "Microstrip Lines for Microwave Integrated Circuits," *Bell System Tech J.*, Vol 48 1969, pp. 1421-1444
 - [11] Yamashita, E., and K Atsuki, "Analysis of Microstrip-like Transmission Lines by Non-Uniform Discretization of Integral Equation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol MTT 24, 1976, pp. 195-200
 - [12] Buntschuh, C., "A Study of the Transmission Line Properties of Trapped Inverted Microstrip Line," *RADC-TR-74-311, AD No A 003633*, Dec 1974
 - [13] McLevige, W.V., *et al.*, "New Waveguide Structures for Millimeter Wave and Optical Integrated Circuits," *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 23, 1975, pp 788-794
 - [14] Davis, R.T., "Millimeter-waves: Controversy Brews Over Transmission Media " *Microwaves* Vol 15 March 1976, pp. 32-42
 - [15] Marcuvitz, N, *Waveguide Handbook*, New York McGraw Hill, 1951, pp 399-402
 - [16] Knox, R.M., and P.P. Toullos, "Integrated Circuits for the Millimeter through Optical Frequency Range," in *Proc. Symposium on Submillimeter Waves* Polytechnic Inst of Brooklyn (N.Y.), March 1970.
 - [17] Wheeler, H.A. "Formulas for the Skin Effect *Proc IRE* Vol. 30, Sept 1942, pp. 412-424
 - [18] Bahl, I.J., and D.K Trivedi, "A Designers Guide to Microstrip," *Microwaves* Vol. 16, May 1977, pp 174-182
 - [19] Wheeler, H.A., "Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 13, 1965, pp 172-185.
 - [20] Wheeler, H.A., "Transmission-line Properties of a Strip on a Dielectric Sheet on a Plane," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT-25, Aug. 1977, pp. 631-647
 - [21] Hammerstad, E O., "Equations for Microstrip Circuit Design," in *Proc European Microwave Conf* 1975 pp 268-272
 - [22] Bahl, I.J., and Ramesh Garg, "Simple and Accurate Formulas for Microstrip with Finite Strip Thickness " *Proc IEEE* Vol. 65 Nov. 1977, pp 1611-1612
 - [23] Getsinger, W.J., "Microstrip Dispersion Model," *IEEE Trans Microwave Theory Tech* Vol MTT-21 1973, pp. 34 39
 - [24] Edwards T.C., and R.P Owens, "2-18 GHz Dispersion Measurements on 10-100 Ohm Microstrip Line on Sapphire," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol MTT 24, Aug. 1976, pp. 506 513
 - [25] Bianco, B, *et al.*, "Frequency Dependence of Microstrip Parameters *Alta Frequenza*, Vol 43. 1974, pp. 413-416
 - [26] Kuester, E.F., and D.C. Chang "An Appraisal of Methods for Computation of the Dispersion Characteristics of Open Microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 27, 1979, pp 691-694
 - [27] Kuester, E.F., and D.C. Chang, "Theory of Dispersion in Microstrip of Arbitrary Width," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 28, March 1980, pp. 259-265
 - [28] Pucel, R.A., *et al.*, "Losses in Microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-16, 1968, pp. 342-350 Also see correction in *IEEE Trans.*, MTT-16, 1968, p 1064
 - [29] Cohn, S.B "Slotline on a Dielectric Substrate " *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-17, 1969, pp. 768-778.
 - [30] Garg, R., and K.C. Gupta, "Expression for Wavelength and Impedance of Slotline," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT-24, 1976, p. 532.
 - [31] Garg, R., and K.C. Gupta "Slotline and its Applications in MICs " *ACES (I.I.T. Kanpur) Tech. Report*, TR-34-75 1975
 - [32] Wen, C.P., "Coplanar Waveguide: A Surface Strip Transmission Line Suitable for Non-Reciprocal Gyromagnetic Device Application," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol. MTT-17, Dec 1969, pp. 1087-1090.
 - [33] Davis, M.E., *et al.*, "Finite-Boundary Correction to the Coplanar Waveguide Analysis," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-21, Sept 1973, pp. 594-596.

- [34] Hatsuda, T., "Computation of Coplanar Type Strip Line Characteristics by Relaxation Method and its Applications to Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-23, Oct. 1975, pp. 795-802
- [35] Yamashite, E., and S. Yamazaki, "Parallel-strip Line Embedded in or Printed on a Dielectric Sheet," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-16, Nov. 1968, pp. 972-973
- [36] Kitazawa, T., et al., "A Coplanar Waveguide with Thick Metal-coating," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-24, Sept. 1976, pp. 604-608
- [37] Cohn, S.B., "Shielded Coupled-Strip Transmission Line," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-3, October 1955, pp. 29-38.
- [38] Garg, R., and L.J. Bahl, "Characteristics of Coupled Microstriplines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-27, July 1979, pp. 700-705. Also see correction in *IEEE Trans. MTT* 28, 1980, p. 272.
- [39] Garg, R., "Design Equations for Coupled Microstrip Lines," *Int. J. Electron.*, Vol. 47, 1979, pp. 587-591.
- [40] Jansen, R.H., "High-speed Computation of Single and Coupled Microstrip Parameters including Dispersion, High Order Modes, Loss and Finite Strip Thickness," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-26, Feb. 1978, pp. 75-82.
- [41] Getsinger, W.J., "Dispersion of Parallel-coupled Microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-21, 1973, pp. 144-145
- [42] Carlin, H.J., and P.P. Civalleri, "A Coupled-line Model for Dispersion in Parallel-coupled Microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-23, 1975, pp. 444-446
- [43] Akhtarzad, S. et al., "The Design of Coupled Microstrip Lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-23, June 1975, pp. 488-492
- [44] Hinton, J.H. "On Design of Coupled Microstrip Lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-28, March 1980, p. 272

K r a n s e 4

- [1] Bandler, J.W., et al., "Integrated Approach to Microwave Design," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-24, Sept. 1976, pp. 584-591
- [2] Garg, R., "The Effect of Tolerances on Microstrip Line and Slotline Performances," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-26, Jan. 1978, pp. 16-19
- [3] Garg, R., "A Designer's Guide to Tolerance Analysis," *Microwaves*, Vol. 17, No. 3, March 1978, pp. 54-60.
- [4] Gupta, K.C., et al., *Microstrip Lines and Slotlines*, Dedham, Mass: Artech House, 1979.

K r a n s e 5

- [1] Gupta, K.C., et al. *Microstrip Lines and Slotlines*, Dedham Mass: Artech House, 1979, Chapters 3 and 4 on "Microstrip discontinuities."
- [2] Marcuvitz, N. (Ed.), *Waveguide Handbook*, New York: McGraw Hill, 1951
- [3] Green, H.E., "The Numerical Solution of Transmission Line Problems," in *Advances in Microwaves*, Vol. 2, New York: Academic Press, 1967, pp. 327-393.
- [4] Whinnery, J.R., et al., "Coaxial-line Discontinuities," *Proc. I.R.E.*, Vol. 32, Nov. 1944, pp. 695-709
- [5] Whinnery, J.R., and H.W. Jamieson, "Equivalent Circuits for Discontinuities in Transmission Lines," *Proc. I.R.E.*, Vol. 32, Feb. 1944, pp. 98-115
- [6] Montgomery, C.G., et al., *Principles of Microwave Circuits*, New York: McGraw-Hill, 1948, Sec. 9.6, p. 295
- [7] Somlo, P.I., "The Computation of Coaxial-line Step Capacitance," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-15, Jan. 1967, pp. 48-53.
- [8] Gogioso, L., et al., "A Variational Approach to Compute the Equivalent Capacitance of Coaxial Line Discontinuities," in *Proc. Int. Microwave Symposium*, 1979, pp. 580-583
- [9] Lewin, L., *Theory of Waveguides*, London: Newnes-Butterworths, 1975

- [10] Chang, K., and P.J. Khan, "Equivalent Circuit of a Narrow Axial Strip in Waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-24, Sept. 1976, pp. 611-615
- [11] Chang, K., and P.J. Khan, "Analysis of a Narrow Capacitive Strip in Waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, May 1974, pp. 536-541
- [12] Bianco, B., et al., "Open-circuited Coaxial Lines as Standards for Microwave Measurements," *Electron. Lett.*, Vol. 16, March 8 1980, pp 373-374

Reference 6

- [1] Oliner A.A., "Equivalent Circuits for Discontinuities in Balanced Strip Transmission Line," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-3, March 1955 pp. 134-143.
- [2] Altschuler, H.M., and A A Oliner, 'Discontinuities in the Center Conductor of Symmetric Strip Transmission Line ' *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-6 May 1960, pp 328-339
- [3] Bahl, I.J., and R. Garg, A Designer's Guide to Stripline Circuits " *Microwaves*, Vol 17, No 1, Jan. 1978, pp. 90-96
- [4] Gupta, K C., et al. *Microstrip Lines and Slotlines* Dedham Mass: Artech House 1979.
- [5] Garg, R., and I.J. Bahl, "Microstrip Discontinuities " *Int J Electronics*, Vol. 45, No. 1 1978, pp. 81-87.
- [6] Banedek, P., and P. Silvester, "Equivalent Capacitance for Microstrip Gaps and Steps," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-20, Nov. 1972, pp. 729-733.
- [7] Silvester, P., and P. Banedek, "Equivalent Capacitances of Microstrip Open Circuits " *ibid.* Vol. MTT 20 Aug 1972 pp 511-516
- [8] Silvester, P., and P. Banedek, "Microstrip Discontinuity Capacitances for Right Angled Bands, T-junctions and Crossings," *ibid.*, Vol. MTT-21 May 1973, pp. 341-346. (Also correction: Vol. MTT-23, May 1975, p 456).
- [9] Farrar, A., and A.T. Adams, "Matrix Methods for Microstrip Three-Dimensional Problems," *ibid.*, Vol. MTT-20, Aug 1972 pp 497-504

- [10] Farrar, A., and A.T. Adams, "Computation of Lumped Microstrip Capacities by Matrix Methods - Rectangular Sections and End Effect " *ibid.* Vol. MTT-19 May 1971 pp 495-497
- [11] Maeda, M., Analysis of Gap in Microstrip Transmission Lines " *ibid.*, Vol. MTT-20, June 1972, pp. 390-396.
- [12] Horton, R., "The Electrical Characterization of a Right Angled Bend in Microstrip Line," *ibid.*, Vol. MTT-21, June 1973 pp 427-429
- [13] Itoh, T., et al., 'A Method for Computing Edge Capacitance of Finite and Semi-Finite Microstrip Lines,' *ibid.*, Vol. MTT 20, 1972 pp 847-849
- [14] Thomson, A.F., and A. Gopinath, "Calculation of Microstrip Discontinuity Inductances," *ibid.*, Vol. MTT-23, Aug. 1975, pp. 648-655
- [15] Gopinath, A., et al., "Equivalent Circuit Parameters of Microstrip Change in Width and Cross-Junctions," *ibid.*, Vol. MTT-24, March 1976 pp. 142-144
- [16] Napoli, L.S. and J.J. Hughes "Foreshortening of Microstrip Open Circuits on Alumina Substrates," *ibid.*, Vol. MTT 19 June 1971, pp. 559-561.
- [17] Easter, B., "The Equivalent Circuit of Some Microstrip Discontinuities," *ibid.*, Vol. MTT-23, Aug. 1975, pp. 655-660
- [18] Stephens, I.M., and B. Easter, "Resonant Techniques for Establishing the Equivalent Circuits for Small Discontinuities in Microstrip," *Electronics Lett.*, Vol. 7, Sept. 23, 1971, pp. 582-584
- [19] Groll, H., and W. Weidmann, "Measurement of Equivalent Circuit Elements of Microstrip Discontinuities by a Resonant Method " *NTZ*, Vol. 28, No. 2, 1975, p. 74
- [20] Wolff, I., and W. Menzel, "A Universal Method to Calculate the Dynamical Properties of Microstrip Discontinuities," in *Proc. 5th Europ. Micro Conf.*, (Hamburg) 1975, pp 263-267
- [21] Mehran, R., "The Frequency-Dependent Scattering Matrix of Microstrip Right-Angle Bends, T-Junctions and Crossings," *AEU*, Vol. 29 1975, pp 454-460.

- [22] Mehran, R., "Frequency Dependent Equivalent Circuits for Microstrip Right-Angle Bends, T-Junctions and Crossings," *AEU*, Vol 30, 1975, pp 80-82.
- [23] Buontempo, V and M. Reggiani, "Determinations of Transmission Line and Discontinuity Characteristics in Microwave Integrated Circuits" *Rev Tecnica Selenia* Vol 2(2) 1975, pp 33-52
- [24] Hammerstad, E O., "Equations for Microstrip Circuit Design," in *Proc 5th Europ Micro Conf* (Hamburg), 1975, pp 268-272
- [25] Itoh, T., "Analysis of Microstrip Resonators," *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, Vol MTT 22, Nov 1974, pp 946-952
- [26] Hofer, W.J.R., "Equivalent Series Inductivity of a Narrow Transverse Slit in Microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-25, Oct. 1977, pp 822-824
- [27] Jahnke, E., and F. Emde, *Table of Functions* New York N Y: Dover Publications, p. 16 1945
- [28] Chadha, R., and K.C. Gupta, "A Microwave Circuit Analysis Program," *Tech. Report DOE/EE/36-6*, Department of Electrical Engineering, IIT Kanpur (India), May 1979

TABLE 7

- [1] Caulton, M., "Lumped Elements in Microwave Integrated Circuits" in *Advances in Microwaves*, Vol. 8 L. Young and H. Sobol, (Eds.), New York: Academic Press, 1974
- [2] Gupta, K.C., "Lumped Elements for MICs," in *Microwave Integrated Circuits*, K.C Gupta and A. Singh (Eds.) New Delhi Wiley Eastern 1974, Ch. 6.
- [3] Gupta K.C. *Microwaves*, New Delhi Wiley Eastern 1979, Ch. 11
- [4] Pengelly, R.S., and D.C. Rickard "Design Measurement and Application of Lumped Elements up to J-band," in *Proc 7th European Microwave Conf*, (Copenhagen) 1977, pp 460-464
- [5] Terman, F.E. *Radio Engineer Handbook*, New York McGraw Hill, 1943, p 51

- [6] Gopinath, A., and P. Silvester, "Calculation of Inductance of Finite-Length Strips and its Variations with Frequency," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT-21, 1973 pp. 380-386
- [7] Chaddock, R.E., 'The Application of Lumped Element Techniques to High Frequency Hybrid Integrated Circuits,' *Radio and Electronics Engg. (GB)* Vol. 44, 1974, pp. 414-420. 1974
- [8] Grover F.W., *Inductance Calculations* Princeton NJ Van Nostrand 1946.
- [9] Dukes J.M.C., *Printed Circuits Their Design and Application*. London: Macdonald, 1961.
- [10] Wheeler, H.A., "Simple Inductance Formulas for Radio Coils," *Proc IRE* Vol. 16 Oct. 1928, pp. 1398-1400.
- [11] Wolff, I., and N. Knoppik, "Rectangular and Circular Microstrip Disk Capacitors and Resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, Oct. 1974, pp. 857-864
- [12] Alley, G.D., "Interdigital Capacitors and Their Applications to Lumped-element Microwave Integrated Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-18, Dec. 1970 pp 1028-1033
- [13] Aitchison, C.S., *et al.*, 'Lumped Microwave Circuits. Part III: Filters and Tunnel-diode Amplifiers,' *Design Electronics*, Vol. 9 No 2, Nov 1971 pp. 42-51
- [14] Aitchison, C.S., "Lumped Components for Microwave Frequencies," *Philips Tech. Rev.*, Vol. 32, No. 9/10/11/12 1971, pp 305-314
- [15] Daly, D.A., *et al.*, "Lumped Elements in Microwave Integrated Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol. MTT 15 Dec 1967, pp 713-721.
- [16] Aitchison, C.S., *et al.*, "Lumped-circuit Elements at Microwave Frequencies," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 19 Dec 1971, pp. 928-937
- [17] Katoh, H., "A Lumped Element Approach to Microwave Integrated Circuits," *Trans. of IECE of Japan*, Vol 56B, No 6, June 1973, pp 218-220

- [1] Okoshi, T., et al. "Planar 3-db Hybrid Circuit," *Electron. Commun. Japan*, Vol. 58-B, August 1975, pp. 80-90.
- [2] Miyoshi, T., and S. Miyauchi, "The Design of Planar Circulators for Wide-band Operation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT-28 March 1980 pp 210-214
- [3] Okoshi, T., and T. Miyoshi, "The Planar Circuit — An Approach to Microwave Integrated Circuitry," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-20, April 1972, pp 245-252
- [4] Altschuler, H.M., and A.A. Oliner, "Discontinuities in the Center Conductor of Symmetric Strip Transmission Line," *IRE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol MTT-8 May 1960, pp. 328-339
- [5] Gupta, K.C., et al. *Microstrip Lines and Slotlines* Dedham, MA: Artech House 1979, p. 130.
- [6] Chadha, R., and K.C. Gupta, "Segmentation Method Using Impedance-Matrices for Analysis of Planar Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 29, Jan. 1981, pp 71-74
- [7] Morse, P.M., and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics* New York: McGraw Hill, 1953, Ch. 7
- [8] Okoshi, T., and T. Takeuchi, "Analysis of Planar Circuits by Segmentation Method," *Electron. Commun. Japan*, Vol. 58-B, August 1975, pp. 71-79.
- [9] Chadha R. and K.C. Gupta, "Green's Functions for Triangular Segments in Planar Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 28, Oct 1980, pp 1139-1143
- [10] Chadha, R., and K.C. Gupta, "Green's Functions for Circular Sectors, Annular Rings and Annular Sectors in Planar Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 29, Jan. 1981, pp 68-71.
- [11] Okoshi, T., et al., "The Segmentation Method — An Approach to the Analysis of Microwave Planar Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT-24, October 1976,

pp 662-668.

- [12] Sharma, P.C., and K.C. Gupta, "Desegmentation Method for Analysis of Two-Dimensional Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*. Vol. MTT 29 Oct. 1981 (to appear)
- [13] Silvester, P., "Finite Element Analysis of Planar Microwave Networks," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol MTT 21, Feb. 1973, pp. 104-108
- [14] Zienkiewicz, O.C., *The Finite Elements Method* London McGraw-Hill, 1977.
- [15] Schneider, M.V., "Millimeter wave Integrated Circuits," *IEEE G-MTT Int. Microwave Symp. Digest*, 1973, pp. 16-18
- [16] Schneider, M.V., and W.W. Snell, Jr., "A Scaled Hybrid Integrated Multiplier from 10 to 30 GHz," *BSTJ* Vol 50 July/August 1971, pp. 1933-1942

K r m a e 9

- [1] "Selection and Use of Microwave Diode Switches and Limiters," *Hewlett Packard Application Note No. 932* May 1973
- [2] Gupta K.C. *Microwaves* New Delhi: Wiley Eastern, 1979 Ch. 4
- [3] White, M.H., and M.O. Thurston, "Characterization of Microwave Transistors," *Solid-State Electron* Vol 13 1970, pp 523-542
- [4] Cooke, H.F., "Microwave Transistors: Theory and Design," *Proc. IEEE* Vol. 59, Aug. 1971, pp. 1163-1181.
- [5] Hartmann, K., et al., "Equivalent Network for Three Different Microwave Bipolar Transistor Packages in the 2-10 GHz Range," *Electron. Lett.*, Vol. 7, Sept. 9, 1971, pp 510-511
- [6] Liechti, C.A., "Characteristics of Dual-gate GaAs MESFETs," *Proc. 1974 European Microwave Conf.*, pp. 87-91
- [7] Mimura, T., et al., "GaAs Microwave MOSFET," *IEEE Trans. Electron. Devices*, Vol ED-25, June 1978, pp. 573-579.
- [8] Pucel, R.A., et al., "Signal and Noise Properties of Gallium Arsenide Microwave Field-effect Transistors," in *Advances in Electronics and Electron Physics*. L. Marton, Ed., Vol.

- 38, New York Academic Press, 1975, pp 195-265
- [9] Furutsuka, et al., "GaAs Dual-gate MESFET's," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol ED-25, June 1978, pp 580-586
- [10] Ogawa M., et al., "Submicron Single-gate and Dual-gate GaAs MESFET's with Improved Low Noise and High Gain Performance," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT 24, June 1976, pp. 300-305
- [11] Chua, L.O., and Y.W. Sing, "A Nonlinear Lumped Circuit Model for Gunn Diodes," *Int. J. Circuit Theory Applications*, Vol. 6, No 4, Oct. 1978, pp. 375-408
- [12] Gupta, M.S., "A Small-signal and Noise Equivalent Circuit for IMPATT Diodes," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 21, Sept. 1973, pp. 591-594
- [13] Gupta, M.S., "Large-signal Equivalent Circuit for IMPATT-diode Characterization and its Application to Amplifiers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT 21 Nov 1973 pp. 689-694.

K r n a n e 10

- [1] Oliver, B.M., and J.M. Cage, *Electronic Measurements and Instrumentation*, New York: McGraw-Hill, 1971.
- [2] Hackborn, R.A., "An Automatic Network Analyzer System," *Microwave J.*, Vol. 11, Nov. 5, 1968
- [3] Adam, S.F., *Microwave Theory and Applications*, Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1969, pp. 347-502
- [4] Hoer, C.A., "Using Six-port and Eight-port Junctions to Measure Active and Passive Circuit Parameters," National Bureau of Standards, *Tech. Note 673*, 1975
- [5] Engen, G.F., "The Six-port Reflectometer: An Alternative Network Analyzer," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT 25, 1977, pp. 1075-1083.
- [6] Engen, G.F., "Advances in Microwave Measurement Science," *Proc. IEEE*, Vol. 66, 1978, pp. 374-384
- [7] Engen, G.F., "An Improved Circuit for Implementing the Six-port Technique for Microwave Measurements," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT 25, 1977, pp 1080-1083.

- [8] Bauer, R.F., and P. Penfield, Jr., "De-embedding and Un-terminating," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol MTT-22, 1974, pp 282-288.
- [9] Rehnmark, S., "On the Calibration Process of Automatic Network Analyzer Systems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-22, 1974 pp. 457-458.
- [10] Da Silva, E.F., and M.K. McPhun, "Calibration of Microwave Network Analyzer for Computer Corrected S-parameter Measurements," *Electron Lett.*, Vol 9, March 1973, pp 126-128
- [11] Kruppa, W., and K.F. Sodomsky, "An Explicit Solution for the Scattering Parameters of a Linear Two-port Measured with an Imperfect Test Set," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT 19, Jan. 1971, pp 122-123.
- [12] Hand, B.P., "Developing Accuracy Specifications for Automatic Network Analyzer Systems," *Hewlett Packard J* Vol 21, Feb 1970, pp. 16-19
- [13] Franzen, N.R., and R.A. Speciale, "A New Procedure for System Calibration and Error Removal in Automated S-parameter Measurements," *Proc. 5th European Microwave Conf.*, Hamburg 1975, pp 69-73
- [14] Chua, L.O., and P.M. Lin, *Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*, Englewood Cliffs N.J.: Prentice-Hall, 1975 Chapter 14.
- [15] Uhlir, A., Jr., "Correction for Adapters in Microwave Measurements," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol MTT 22, 1974, pp. 330-332.
- [16] Barnett, S., *Matrices in Control Theory with Applications to Linear Programming* New York Van Nostrand, 1971, p. 130.

K r n a n e 11

- [1] Chua, L.O., and P.M. Lin, *Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1975
- [2] Monaco V.A., and P. Tiberio, "On the Transformation of a Lumped Element Linear Network into a Circuit Com-

- posed of Multiports" *Alta Freq* Vol 39 Nov 1970 pp. 1013-1014.
- [3] Reed J., and G.J. Wheeler, "A Method of Analysis of Symmetrical Four-port Networks," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-4, Oct. 1956, pp. 246-252
 - [4] Weinberg, L., "Scattering Matrix and Transfer Scattering Matrix," in *Amplifiers* R.F. Shea, Ed New York: McGraw Hill, 1966
 - [5] Monaco, V.A., and P. Tiberio, "Computer-Aided Analysis of Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol. MTT-22, Mar 1974, pp. 249-263.
 - [6] Monaco, V.A., and P. Tiberio, "Automatic Scattering Matrix Computation of Microwave Circuits" *Alta Freq.* Vol 39 Feb. 1970, pp 59-64.
 - [7] Okoshi T., et al., "The Segmentation Method — An Approach to the Analysis of Microwave Planar Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-24, Oct. 1976, pp 662-668
 - [8] Chadha, R. and K.C. Gupta, "Segmentation Method Using Impedance Matrices for Analysis of Planar Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT-29, Jan 1981 pp. 71-74
 - [9] Sharma, P.C., and K.C. Gupta, "Desegmentation Method for Analysis of Two-dimensional Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-29, Oct. 1981 (to appear)
 - [10] Sharma, P.C., and K.C. Gupta, "A Generalized Method for De-embedding of Multiport Networks" (to be published)

K r a n i e 12

- [1] Calahan, D.A., *Computer-Aided Network Design*, New York McGraw-Hill, 1972, Ch. 5, "Sensitivity Calculations"
- [2] Chua, L.O., and P.M. Lin, *Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*, Englewood Cliffs, New Jersey Prentice-Hall Inc., 1975, Ch. 15, "Frequency-Domain and Time-Domain Sensitivity Calculations."

- [3] Fidler, J.K., and C. Nightingale *Computer Aided Circuit Design*, Middlesex U.K.: Thomas Nelson and Sons Ltd., 1978 Ch. 6 on "Sensitivity."
- [4] Iuculano G., et al., "A Computer Program for Sensitivity and Group Delay Evaluation of Linear Networks," *Alta Freq.*, Vol. 40, Nov. 1971, pp. 873-880
- [5] Bandler, J.W., and R.E. Seviroa, "Wave Sensitivities of Networks," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT-20, Feb. 1972, pp. 138-147.
- [6] Rauscher C., "A Fast Evaluation of S-parameter Sensitivities," *A E U.*, Band 28, Heft 3 1974, pp. 113-114
- [7] Sablatash, M., and R. Seviroa "Sensitivity Invariants for Scattering Matrices," *IEEE Trans. Circuit Theory*, Vol CT-18, Mar 1971 pp. 282-284
- [8] Rauscher, C., and G. Epprecht, "Large-change Sensitivity Analysis of a Microwave Network by Means of Scattering Parameters," *A E U.*, Band 28 Heft 2, 1974, pp 95-96

K r a n i e 13

- [1] Geher, K., *Theory of Network Tolerances* Budapest Akademiai Kiado 1971
- [2] Calahan, D.A., *Computer-Aided Network Design*, New York McGraw-Hill, 1972, Ch. 7 on "Tolerance Analysis."
- [3] Fidler, J.K., and C. Nightingale, *Computer Aided Circuit Design*, Middlesex U.K.: Thomson Nelson and Sons Ltd., 1978, Sec. 6.3 on "Tolerance Analysis."
- [4] Director, S.W., and G.D. Hachtel, "The Simplicial Approximation Approach to Design Centering," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. CAS-24, July 1977, pp 363-372.
- [5] Bandler, J.W., et al., "Integrated Approach to Microwave Design," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol MTT 24 Sept. 1976, pp. 584-591.
- [6] Karafin, B.J., "Optimum Assignment of Component Tolerances for Electrical Networks," *B S T J* Vol 50, No 4, April 1971, pp. 1225-1242
- [7] Gupta, K.C., and R. Chadha, "Design Real World Stripline

Circuits," *Microwaves* Vol 17, No 12, Dec 1978, pp. 70-80.

- [8] Monroe, M E, *Theory of Probability*, New York McGraw Hill, 1951
 - [9] Chambers, R.P., "Random Number Generation on Digital Computers," *IEEE Spectrum* Vol 4, Feb 1967 pp 48-56
- К рмие 14
- [1] Branin, F H., "Transient Analysis of Lossless Transmission Lines," *Proc. IEEE*, Vol. 55, 1967, pp. 2012-2013
 - [2] Dvorak, V. "Transient Analysis of Non-uniform Transmission Lines," *Proc. IEEE*, Vol. 58, 1970, pp. 844-845
 - [3] Ames, W.F., *Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering* New York: Academic Press, 1965, Chap. 7
 - [4] Silverberg, M., and O. Wing, "Time Domain Computer Solutions for Networks Containing Lumped Nonlinear Elements" *IEEE Trans. Circuit Theory*, Vol. CT 15, 1968 pp. 292-294
 - [5] Allen, J.L. "Time-domain Analysis of Lumped-Distributed Networks," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. MTT-27, 1979, pp. 890-896.
 - [6] Calahan, D.A., *Computer-Aided Network Design*, New York: McGraw-Hill, 1972, Chapter 4 "Transient Analysis of Dynamic Networks," pp. 80-105.
 - [7] Fidler, J.K., and C. Nightingale, *Computer Aided Circuit Analysis*, Middlesex (U.K.): Thomas Nelson and Sons Ltd 1978, Chap. 5, "Transient Analysis," pp. 127-169.
 - [8] Rohrer, R.A., *Circuit Theory An Introduction to the State Variable Approach*, New York McGraw-Hill, 1970
 - [9] Chua, L.O., and P.M. Lin, *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits. Algorithms and Computational Techniques*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1975, Chapters 8 to 11
- rмие 15
- [1] Chua, L.O., and P.M. Lin, *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques* Englewood Cliffs New Jersey Prentice Hall, Inc ,

1975, Chapter 16, "Introduction to Sparse-Matrix Techniques for Circuit Analysis"

- [2] Fox, L. *An Introduction to Numerical Linear Algebra* New York: Oxford University Press, Inc., 1965.
- [3] Bonfatti, F., et al., "Microwave Circuit Analysis by Sparse matrix Techniques," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* Vol. MTT 22, March 1974, pp. 264-269
- [4] Rose, D.J., and R.A. Willoughby, eds., *Sparse Matrices and Their Applications*, New York. Plenum Press 1972
- [5] Tewarson R P *Sparse Matrices* New York Academic Press, 1973
- [6] Bunch, J.R. and D.J. Rose, *Sparse Matrix Computations* New York Academic Press, 1976.
- [7] Duff, I.S., A Survey of Sparse Matrix Research, 'Proc IEEE', Vol. 65 1977, pp. 500-535.
- [8] Markowitz, H.M., "The Elimination Form of the Inverse and its Application to Linear Programming" *Management Sci.*, Vol. 3, 1957 pp. 255-269
- [9] Duff, L.S., "On the Number of Non-Zeros Added when Gaussian Elimination is Performed on Sparse Random Matrices," *Math. Comput.*, Vol. 28, 1974, pp. 219-230.
- [10] Haeh, H.Y., and M.S. Ghousi, "On Optimal Pivoting Algorithms in Sparse Matrices," *IEEE Trans. Circuit Theory* Vol. CT-19, 1972, pp. 93-96.
- [11] Knuth, D.E. *The Art of Computer Programming*. Vol 1 Fundamental Algorithms Reading MA Addison Wesley 1968
- [12] Gustavson, F.G., et al., "Symbolic Generation of an Optimal Crout Algorithm for Sparse Systems of Linear Equations" *J Assoc. Comput. Math.*, Vol. 17, 1970, pp. 87-109
- [13] Curtis, A.R., and J.K. Reid, "The Solution of Large Sparse Unsymmetric Systems of Linear Equations," *J. Inst. Math Appl.*, Vol. 8 1971, pp. 344-353
- [14] Ogbuobiri, E.C., et al., "Sparsity-Directed Decomposition for Gaussian Elimination of Matrices," *IEEE Trans. Power App. Syst* Vol. PA-89 1970 pp. 141-150

- [1] Temes, G.C. and D. A. Calahan, "Computer-Aided Network Optimization, the State of Art," *Proc IEEE*, Vol 55 Nov 1967, pp. 1832-1863
- [2] Waren, A.D., L.S. Lasdon, and D.F. Suchman, "Optimization in Engineering Design," *Proc IEEE* Vol 55 Nov 1967, pp. 1865-1897
- [3] Bandler, J.W., "Optimization Methods for Computer-Aided Design," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol MTT-17 Aug. 1969, pp. 533-552
- [4] Temes, G.C., "Optimization Methods in Circuit Design" in *Computer Oriented Circuit Design*, F.F. Kuo and W.G. Magnuson, Jr., Eds., Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1969
- [5] Director, S.W., "Survey of Circuit-Oriented Optimization Techniques," *IEEE Trans. Circuit Theory* Vol CT-18 Jan. 1971, pp. 3-10.
- [6] Charalambous, C., "A Unified Review of Optimization" *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-22 March 1974, pp. 289-300
- [7] Fidler, J.K., and C. Nightingale, *Computer Aided Circuit Design*, Middlesex: Thomas Nelson and Sons Ltd., 1978 Chapter 7 on "Circuit Optimization"
- [8] Rao S.S., *Optimization - Theory and Applications*, New Delhi: Wiley Eastern Limited, 1978
- [9] Lavi, A., and T.P. Vogel, Eds. *Recent Advances in Optimization Techniques*, New York: Wiley, 1966
- [10] Box, M.J., D. Davies, and W.H. Swann, *Non-linear Optimization Techniques*, Edinburgh Scotland: Oliver and Boyd, 1969
- [11] Box, M.J. "A Comparison of Several Current Optimization Methods and the Use of Transformation in Constrained Problems," *Computer J.*, Vol. 9, May 1966, pp. 67-77.
- [12] Fiacco, A.V., and G.P. McCormick, "The Sequential Unconstrained Minimization Technique for Nonlinear Programming, a Primal-Dual Method," *Management Sci.*, Vol 10, Jan 1964, pp. 360-366

- [13] Fiacco, A.V., and G.P. McCormick, "Computational Algorithm for the Sequential Unconstrained Minimization Technique for Non-linear Programming," *Management Sci.* Vol. 10, July 1964, pp. 601-617
- [14] Wilde, D.J., *Optimum Seeking Methods* Englewood Cliffs N.J.: Prentice Hall 1964
- [15] Powell, M.J.D., "An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives" *Computer J.*, Vol. 7, July 1964, pp. 155-162
- [16] Fletcher, R., and C.M. Reeves, "Function Minimization by Conjugate Gradients," *Computer J.*, Vol. 7, July 1964 pp. 149-154.

- [1] Hooke, R., and T.A. Jeeves, "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems," *Jour. ACM* Vol. 8, 1961, pp. 212-229.
- [2] Powell, M.J.D., "An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives," *Computer J.*, Vol. 7 No 4 1964, pp. 303-307
- [3] Bandler, J.W., and P.A. MacDonald "Optimization of Microwave Networks by Razor Search," *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, Vol MTT-17 1969, pp. 552-562
- [4] Rosenbrock, H.H., "An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function," *Computer J* Vol 3, Oct 1960, pp. 175-184
- [5] Spendley, W. G.R. Hext and F.R. Himsforth, "Sequential Application of Simplex Designs in Optimization and Evolutionary Operation," *Technometrics* Vol. 4, 1962 p. 441.
- [6] Nelder, J.A., and R. Mead, "A Simplex Method for Function Minimization," *Computer J* Vol. 7, 1965, p. 308
- [7] Rao, S.S., *Optimization: Theory and Applications*, New Delhi: Wiley Eastern Limited, 1978, p. 270
- [8] Ralston A., *A First Course in Numerical Analysis*, New

York McGraw Hill, 1965

- [9] Swann, W H., "Report on the Development of a New Direct Search Method of Optimization," Central Instrument Laboratory, Imperial Chemical Industries Ltd England Research Note 64/3, June 1964.

K r n a m e 18

- [1] Shah, R.V., R.J. Buehler, and O. Kempthorne, Some Algorithms for Minimizing a Function of Several Variables *J SIAM*, Vol 12, March 1964, pp. 74-92
- [2] Wilde, D J., *Optimum Seeking Methods* Englewood Cliffs N.J.: Prentice Hall, 1964.
- [3] Rao, S.S., *Optimization: Theory and Applications* New Delhi: Wiley Eastern Limited, 1978
- [4] Powell, M.J.D., "Minimization of Functions of Several Variables," in *Numerical Analysis: An Introduction*, J Walsh, Ed Washington, DC Thompson, 1967.
- [5] Davidon, W.C., "Variable Metric Method of Minimization *Argonne National Laboratory Report No. ANL 5990*, 1959
- [6] Fletcher, R., and M.J.D. Powell, "A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization " *Computer J* Vol 6, No 2, 1963, pp. 163-168.

K r n a m e 19

- [1] Chadha, R., and K.C. Gupta, 'A Microwave Circuit Analysis Program,' *Tech Report*, No DOE/EE/36-6 Dept. of Electrical Eng , IIT Kanpur, May 1979.
- [2] Chadha, R., and K.C. Gupta "Computer-Aided Analysis of Stripline Circuits Including Discontinuity Reactance Effects," *Jour. Instn. Electronics Telecomm Engrs (India)* Vol 26 1980, pp. 290-292
- [3] Kumar, G., and K.C. Gupta, "Extension of MCAP for Microstrip Circuit Analysis," *Tech Report*, No DOE/EE/36 7, Dept. of Electrical Eng , IIT Kanpur, 1980

K r n a m e 20

- [1] Besser, L W Brown and R Wales, "System Merges Total

Computer Control," *Microwave Systems News* April 1980

- [2] Medley, M., Jr., and J.L. Allen, "Broadband GaAs FET Amplifier Design Using Negative Image Device Models," *Microwave Theory and Transactions*, Sept 1979
- Medley, M., Jr., and J.L. Allen, "Improved Device Modelling for Matching Network Synthesis," *MTT Microwave Symposium Digest* 1979
- [3] Allen, J.L., Ph D., and M.W Medley, Jr , *Microwave Circuit Design Using Programmable Calculators* Dedham: Artech House, Inc 1980.
- [4] Gucker, G.R., "Stochastic Gradient Algorithms for Searching Multidimensional Multinodal Surfaces," Stanford University Center for Systems Research, Information Systems Lab, *Technical Report No. 6778-7*, October 1969.
- [5] Stunehelfer, H.E., Jr., and H.E. Stunehelfer, Sr., "Microwave Analysis Using Time Domain Plots Created from Frequency Domain Reflections," *IEEE MTT Symposium Technical Digest*, June 1981.
- [6] Besser, L., "Microwave Circuit Design," *Electronic Engineering*, October, 1980.
- [7] Besser, L., C Holmes, M. Ball M Medley, and S March, "Computer-Aided Design for the 1980s " *IEEE MTT Symposium Technical Digest*, June 1981
- [8] Mellor, D.J., "Calculator-Based Synthesis Routine Speeds Microwave Amplifier Design," *IEEE MTT S International Microwave Symposium Digest*, 1977
- [9] Ku, W.H., and W.C. Petersen "Optimum Gain-Bandwidth Limitations of Transistor Amplifiers as Reactively Constrained Active Two-Port Networks," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, June 1975
- [10] Szentirmai, G "Interactive Filter Design by Computer," *IEEE Circuits and Systems*, October and December 1978

СПИСОК РАБОТ ПЕРЕВЕДЕННЫХ НА РУССКИЙ ЯЗЫК

- 3.7. Гаистон М. А. Справочник — волноводным сортирователям фидерных линий СВЧ: Пер. с англ./Под ред. А. Э. Фрадина — М.: Связь, 1976 — 150 с.
- 5.9. Левкин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач Пер. с англ./Под ред. В. И. Вольмана — М.: Радио и связь, 1981. — 311 с.
- 6.27. Янке Е., Энде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми: Пер. нем. — М.: Физматгиз, 1959 — 420 с.
- 8.7. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. В 2 т.; Пер. с англ./Под ред. С. П. Аллакуева и др. — М.: ИЛ, 1958—1960 — 2 г.
- 9.4. Кук. Вопросы теории и проектирования СВЧ транзисторов / ТИИЭР — 1971. — т. 59, № 8 — С. 35—56.
- 10.6. Энгел Г. Ф. Успехи в области СВЧ измерений — ТИИЭР — 1978 т. 66, № 4 — С. 8—20.
- 11.1; 11.2; 14.9, 15.1. Чуа Л. О. Пен-Мин Ли. Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы: Пер. с англ. Под ред. В. И. Ильина — М.: Энергия, 1980 — 638 с.
- 12.1; 13.2; 14.6. Калахан Д. А. Методы машинного расчета электронных схем. Пер. с англ./Под ред. С. И. Сиридааса — М.: Мир, 1970 — 344 с.
- 12.3; 13.3; 14.7; 16.7. Фидлер Дж. К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем: Пер. с англ./Под ред. Г. К. Казенина — М.: Высшая школа, 1985. — 216 с.
- 13.1. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей Пер. с англ./Под ред. Ю. Л. Хотунцева. — М.: Сов. радио, 1973 — 200 с.
- 14.2. Дворак. Анализ переходных процессов в неоднородных линиях передачи/ТИИЭР — 1970 — т. 58, № 56 — С. 123—124.
- 15.7. Дафф И. С. Обзор исследований по разреженным матрицам / ТИИЭР 1977 — т. 65, № 4 — С. 5—46.
- 16.1. Темеш, Калахан. Машинная оптимизация электрических цепей. Обзор / ТИИЭР — 1967 — т. 55, № 11 — С. 65—98.
- 16.2. Ворек, Лассон, Зукман. Оптимизация в техническом проектировании / ТИИЭР — 1967 — т. 55, № 1 — С. 122—135.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ/В. В. Никольский, В. П. Орлов, В. Г. Феоктистов и др.; Под ред. В. В. Никольского — М.: Радио и связь, 1982 — 272 с.
2. Аюки М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования/Пер. с англ. под ред. Б. Т. Поляка — М.: Наука, 1977 — 343 с.
3. Батищев Д. И. Понятные методы оптимального проектирования — М.: Сов. радио, 1975. — 216 с.
4. Буаурис Х., Шенелье П. Цепи сверхвысоких частот/Пер. с франц. под ред. А. Л. Зиновьева. — М.: Сов. радио, 1979 — 286 с.
5. Вычислительные методы в электродинамике/Под ред. Миры, Пер. англ. под ред. Э. Л. Бурштейна. — М.: Мир, 1977 — 485 с.
6. Гусятинер М. С., Горбачев А. И. Подуриодические сверхвысококачественные диоды. — М.: Радио и связь, 1983 — 224 с.
7. Носседа Ю. Я., Коганов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоатомиздат, 1981. — 240 с.
8. Кац Б. М., Мещанов В. П., Фельдштейн А. Л. Оптимальный синтез устройств СВЧ с Т-волнами/Под ред. В. П. Мещанова — М.: Радио и связь, 1984 — 287 с.
9. Козлов В. Н., Юфит Г. А. Проектирование СВЧ устройств с помощью ЭВМ. — М.: Сов. радио, 1975. — 176 с.
10. Конструирование и расчет полосковых устройств/Под ред. Ковалева И. С. — М.: Сов. радио, 1974. — 295 с.
11. Липине А. А. Оптимальный синтез линейных электронных схем — М.: Связь, 1978. — 335 с.

12. Малорацкий Л. Г. Микроминиатюризация элементов и устройств СВЧ — М.: Сов. радио, 1976. — 216 с.
13. Малорацкий Л. Г., Явич Л. Р. Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях — М.: Сов. радио, 1972. — 232 с.
14. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики — М.: Наука, 1980 — 535 с.
15. Нефедов Е. И., Филалковский А. Т. Полосковые линии передачи. Электродинамические основы автоматизированного проектирования интегральных схем СВЧ — М.: Наука, 1980 — 312 с.
16. Папкеев С. Д., Минимов Р. И., Могилевский В. Д. Машинные методы оптимизации в технике связи. Учеб. пособие для электротехнических институтов связи/Под ред. С. Д. Папкеева. — М.: Связь, 1976. — 272 с.
17. Полак Э. Численные методы оптимизации. Единый подход/Пер. с англ. под ред. И. А. Ватгеля — М.: Мир, 1974. — 376 с.
18. Сазонов Д. М., Грядин А. Н., Мишустин Б. А. Устройства СВЧ — М.: Высшая школа, 1981 — 295 с.
19. СВЧ полупроводниковые приборы и их применение/Под ред. Г. Уитса на Пер. с англ. под ред. В. С. Эткина — М.: Мир, 1972 — 662 с.
20. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем — М.: Сов. радио, 1976 — 608 с.
21. Скалаев М. А., Бригнец С. Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств — М.: Сов. радио, 1970 — 248 с.
22. Сирагетдинов Т. К. Оптимизация систем с распределенными параметрами — М.: Наука, 1977 — 479 с.
23. Справочник по элементам полосковой техники О. И. Мазелова, В. П. Мещанова, И. И. Прохорова и др.; Под ред. А. Л. Фельдштейна — М.: Связь, 1979 — 336 с.
24. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств С. И. Бахарева, В. И. Вольмана, и др.; Под ред. В. И. Вольмана — М.: Радио и связь, 1982 — 328 с.
25. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников в СВЧ — М.: Связь, 1971. — 388 с.
26. Хелайин Дж. Пассивные и активные цепи СВЧ/Пер. с англ. В. А. Певзера под ред. А. С. Галина — М.: Радио и связь, 1981. — 290 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	
Предисловие	6

Часть I ВВЕДЕНИЕ 9

Глава I СВЧ техника и машинное проектирование 9

1.1 Развитие СВЧ техники	9
1.2 Машинное проектирование	13
1.3 Основные вопросы, освещенные в книге	16

Глава 2 Математическое описание СВЧ цепей 20

2.1 ABCD параметры	20
2.2 Параметры рассеяния	23
2.2.1 Определение и основные свойства	23
2.2.2 Связь S матриц с другими матрицами	25
2.3 Матрицы передачи	2

Приложение 2.1 ABCD, S и T матрицы для элементов широко используемых четырехполюсников 28

Часть II МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СВЧ УСТРОЙСТВ 32

Глава 3 Линии передачи 32

3.1 Коаксиальные линии	33
3.2 Волноводы	35
3.2.1 Прямоугольные волноводы	36
3.2.2 Круглые волноводы	37
3.3 Полосковые линии	38
3.4 Микрополосковые линии	41

3.5 Щелевая линия	44
3.6 Копланарные линии	46
3.7 Связанные полосковые линии	49
3.8 Связанные микрополосковые линии	51

Глава 4 Чувствительность линии передачи 57

4.1 Введение	57
4.1.1 Определение	57
4.1.2 Применение анализа чувствительности	57
4.1.3 Анализ допусков линий передачи	58
4.2 Коаксиальные линии	60
4.3 Волноводы	61
4.4 Полосковые и микрополосковые линии	63
4.4.1 Полосковые линии	63
4.4.2 Микрополосковые линии	65
4.5 Щелевые и копланарные линии	68
4.5.1 Щелевые линии	68
4.5.2 Копланарные линии	71
4.6 Связанные полосковые и микрополосковые линии	75
4.6.1 Связанные полосковые линии	75
4.6.2 Связанные микрополосковые линии	77

Глава 5 Неоднородности в коаксиальных линиях и волноводах 80

5.1 Введение	80
5.2 Неоднородности в коаксиальных линиях	81
5.2.1 Емкостный шаг в коаксиальных линиях	81
5.2.2 Скачок диаметра проводников коаксиальной линии	84
5.2.3 Емкостные диафрагмы в коаксиальной линии	95
5.2.4 Т-соединение или штырь в коаксиальной линии	87
5.3 Неоднородности в прямоугольных волноводах	87
5.3.1 Штырь в волноводе	87
5.3.2 Металлические полосы в волноводах	93
5.3.3 Диафрагмы или окна в волноводах	99
5.3.4 Ступеньки в волноводах	100
5.3.5 Повороты на прямой угол или угловые волноводы	104
5.3.6 Т-соединение	106
5.3.7 Круглые и эллиптические отверстия в волноводах	108

Глава 6 Неоднородности в полосковых и микрополосковых линиях 111

6.1 Неоднородности в полосковой линии	112
6.1.1 Разомкнутый конец линии	114
6.1.2 Круглое отверстие в центральном проводнике полосковой линии	114
6.1.3 Разрыв центрального проводника	115
6.1.4 Скачок по ширине линии	115
6.1.5 Гибкий центральный проводник	116
6.1.6 Т-соединение	117
6.2 Неоднородности в микрополосковых линиях	118
6.2.1 Разомкнутый конец линии	118
6.2.2 Разрыв микрополоскового проводника	119
6.2.3 Пауза в микрополосковом проводнике	120
6.2.4 Скачок по ширине микрополоскового проводника	120

Глава 15 Методы матричных операций 274

15.1. Метод исключения Гаусса	274
15.2 Ведушие элементы	278
15.3 LU факторизация и прямое исключение — обратная подстановка	279
15.3.1 LU-факторизация	280
15.3.2 Прямое исключение и обратная подстановка	283
15.4 Действия над разреженными матрицами	285
15.4.1 Перегруппировка уравнений	286
15.4.2 Структура данных для перегруппировки	290
15.4.3 LU-факторизация и прямое исключение — обратная подстановка	294
15.4.4 Замечания по действиям с разреженными матрицами	299

Часть IV ОПТИМИЗАЦИЯ 300

Глава 16 Введение в оптимизацию 300

16.1. Основные понятия и определения	301
16.2 Целевые функции оптимизации схемы	305
16.2.1. Общие определения	305
16.2.2 Среднестепенная аппроксимация p -го порядка	306
16.2.3. Минимаксная аппроксимация	307
16.3 Ограничения	309
16.3.1 Преобразование ограничений	309
16.3.2 Штраф за нарушение ограничений	310
16.3.3. Последовательная минимизация без ограничений	311
16.4 Одномерная оптимизация	312
16.4.1 Методы исключения	312
16.4.2 Интерполяционные методы	316

Глава 17 Методы оптимизации прямого поиска 323

17.1 Метод поиска по образцу	323
17.1.1. Метод Хука и Дживса	324
17.1.2. Метод Пауэлла	325
17.1.3. Метод Левия	327
17.2 Метод вращения координат	328
17.3 Симплексный метод	331

Глава 18 Градиентные методы оптимизации 335

18.1 Метод наискорейшего спуска	336
18.2 Обобщенный метод Ньютона — Рафсона	337
18.3 Метод Дэвидсона — Флетчера — Пауэлла	338
18.4 Оптимизация целевых функций наименьших квадратов	342

Часть V ПРОГРАММЫ МАШИННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ 344

Глава 19 Программа анализа СВЧ устройств 344

19.1 Описание программы	344
19.1.1. Блок-схема	344
19.1.2. Описание подпрограмм	344
19.1.3. Пример	347
19.2 Инструкция для пользователей	348
19.3 Программа расчета СВЧ устройств	354

Глава 20 Обзор программ машинного проектирования 379

20.1. Введение	379
20.2 Система проектирования и производства	380
20.3. Программа машинного проектирования СВЧ схем	384
20.3.1. HANDY-COMPACT [®] , анализ схем на микрокалькуляторе HP 41C	384
20.3.2. MICRO COMPACT [®] , оптимизация схем на настольном калькуляторе HP-9845 B/T	386
20.3.3. SUPER-COMPACT [®]	388
20.3.4. AMPSYN, синтез согласующих цепей на элементах с сосредоточенными параметрами	391
20.3.5. Синтез согласующих цепей на элементах с распределенными параметрами с помощью программы CADSYN	394
20.3.6. Программа FILSYN	395
Список литературы	397
Список работ, переведенных на русский язык	422
Дополнительный список литературы	422

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

В 1988 г. в издательстве «Радио и связь»

выйдут книги

Автоматизированное проектирование антенн и устройств СВЧ. Учеб. пособие для вузов / Д. И. Воскресенский, С. Д. Кременецкий, А. Ю. Гринев, Ю. В. Котов. 165 л., ил. — 90 к.

Рассмотрены основные понятия и изложены методы автоматизированного проектирования антенн и устройств СВЧ. Основное внимание уделено принципам проектирования распределительных и излучающих систем антенн СВЧ. Рассматриваются этапы автоматизированного проектирования различных типов излучающих и распределительных систем антенн с учетом специфики расчета и использования. Большое внимание уделено автоматизированному проектированию сканирующих антенных решеток.

Для студентов и аспирантов радиотехнических факультетов вузов; может быть рекомендована специалистам в области расчета и применения антенн.

Влах И. Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем: Пер. с англ. — 30 л., ил. — 2 р. 40 к.

Книга канадских авторов содержит основные сведения о наиболее целесообразных методах, алгоритмах и программах анализа и проектирования электронных схем с помощью ЭВМ. Рассмотрены методы оптимизации и макромоделирования схем, а также вопросы анализа установившегося режима. Иллюстрирующие изложение примеры программ могут быть использованы в практической деятельности.

Для инженеров, технических работников, занимающихся вопросами автоматизации проектирования в радиоэлектронике.

Производственное издание

К. Гулта, Рамеш Гардж, Ракеш Чахда

МАШИННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СВЧ УСТРОЙСТВ

Заведующий редакцией О. В. Гавриленко
Редактор И. И. Рыжов
Художественный редактор Т. В. Бузарова
Переплет художника А. С. Дзусел
Технический редактор А. Н. Зодатарская
Корректор Т. Л. Дмитриенко

ИБ № 938

Сдано в набор 8.12.1986	Подписано в печать 17.04.1987	Формат 60×90 ^{1/4} ...
Бумага офсет. № 2	Паритурная литературная	Усл. печ. л. 270.
Усл. кр.-отт. 270.	Уч.-изд. л. 2590.	Тираж 10 000 экз. Изд. № 21505
Заказ № 2259 Цена 2 р.		

Издательство «Радио и связь», 101008 Москва, Пятницкая, 46

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательства, полиграфии и книжной торговли
129011 Москва, Б. Переславская, 46

Вермишев Ю. Х. Основы автоматизации проектирования — 21 л. ил. — 2 р. 70 к.

Излагается комплекс вопросов, общих для современных систем автоматизации проектирования различных классов и назначения. Формулируются требования к автоматизированному проектированию и методы их реализации. Рассматриваются структуры современных САПР, инвентарные средства программно-информационного обеспечения, этапы проектных работ, организация сквозных процессов автоматизированного проектирования, автоматизация поиска технических решений и выпуска технической документации. Излагаются задачи управления данными в САПР, а также ряд пользовательских аспектов САПР.

Для научных работников, может быть полезна инженерам-пользователям и разработчикам САПР.

Крутько П. Д., Максимов А. И., Скворцов Л. М. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем / Под ред. П. Д. Крутько — 21 л. ил. — 1 р. 40 к.

Изложены методика разработки алгоритмов исследования и проектирования линейных и нелинейных систем автоматического управления. Рассмотрены задачи, наиболее часто встречающиеся в инженерной практике: от построения математических моделей систем до расчета параметров управляющих алгоритмов. Представлены алгоритмы и программы на языке Фортран IV, предназначенные для непосредственного применения пользователем. Приведены пакеты прикладных программ, в которых реализованы эффективные методы анализа и синтеза линейных и нелинейных систем.

Для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием и исследованием систем управления.

Приобрести эти книги Вы можете в книжных магазинах, распространяющих научно-техническую литературу.