Б. Л. Антипов, В. С. Сорокин, В. А. Терехов

МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ

Задачи и вопросы

Под редакцией проф. В. А. ТЕРЕХОВА

Допущено
Государственным комитетом СССР
по народному образованию
в качестве учебного пособия
для студентов вузов,
обучающихся по специальностям
электронной техники

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1990

ББК 32.85
А72
УДК 621.382

Рецензенты:
кафедра полупроводников и диэлектриков Киевского политехнического института (зав. кафедрой — доц. Ю. И. Якименко); кафедра физики твердого тела Воронежского государственного университета (зав. кафедрой — проф. Э. П. Домашевская)

Антипов Б. Л. и др.
А72 Материалы электронной техники: Задачи и вопросы. Учеб. пособие для вузов по специальностям электронной техники/Б. Л. Антипов, В. С. Сорокин, В. А. Терехов; Под ред. В. А. Терехова. — М.: Высш. шк., 1990. — 208 с.: ил.
ISBN 5-06-001538-6

Книга содержит вопросы и задачи, решение которых должно способствовать закреплению и углублению представлений о физических процессах и явлениях в проводниковых, полупроводниковых, диэлектрических и магнитных материалах, приобретению практических навыков по эффективному использованию материалов при разработке электронных приборов и устройств различного назначения. Даны решения типовых задач и задач повышенной сложности. Задачи для самостоятельного решения снабжены ответами.

Приведенные вопросы и задачи могут быть использованы на практических занятиях и коллоквиумах, при контроле самостоятельной работы студентов, в качестве индивидуальных домашних заданий, а также при подготовке к зачетам и экзаменам.

А $\frac{2304020000(4309000000)-427}{001(01)-90}$ 180—90 ББК 32.85
6Ф0.3

Учебное издание

Антипов Борис Львович
Сорокин Валерий Сергеевич
Терехов Владимир Анатольевич

МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ.
Задачи и вопросы

Заведующий редакцией *В. И. Трефилов.* Редактор *Е. В. Вязова.* Младший редактор *И. С. Скирдова.* Художественный редактор *Т. М. Скворцова.* Технический редактор *Г. А. Виноградова.* Корректор *В. В. Кожуткина.*

ИБ № 8561

Изд. № ЭР-510. Сдано в набор 26.03.90. Подп. в печать 13.06.90. Т—06992. Формат 60×88 1/16. Бум. офс. № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 12,74 усл. печ. л. 12,99 усл. кр.-отт. 13,01 уч.-изд. л. Тираж 21 000 экз. Зак. № 242. Цена 50 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Московская типография № 8 Государственного комитета СССР по печати, 101898, Москва, Хохловский пер., 7.

ISBN 5-06-001538-6

ПРЕДИСЛОВИЕ

Перед высшими учебными заведениями стоит задача формирования специалистов широкого профиля, сочетающих глубокие фундаментальные знания и обстоятельную практическую подготовку для работы в конкретной области науки и техники.

Целью изучения курса «Материалы электронной техники» является выработка у студентов физического и инженерного подхода при проектировании радиоэлектронных средств и выборе материалов для них. Этот курс является базовым для многих специальных дисциплин конструкторско-технологического и физического профиля. Знание свойств материалов и умение применять их на практике необходимо также специалистам по вычислительной технике, радиоэлектронике и электротехнике. Чтобы понять закономерности поведения материалов в различных условиях, инженер электронной техники должен обладать знаниями в области физики, химии, электротехники и электроники. Изучение данного курса вызывает у студентов определенные трудности, связанные как с использованием в радиоэлектронной аппаратуре широкой номенклатуры материалов и многообразием их свойств, так и с отсутствием навыков практического применения полученных ранее теоретических знаний. Решение задач и выполнение лабораторных работ способствует развитию этих навыков, позволяет глубже понять физическую сущность процессов и явлений в материалах, закрепить в памяти основные формулы и определения, а также значения или порядок величин важнейших параметров материалов.

Важную роль в развитии творческих способностей будущих специалистов, в приобретении ими практических навыков играет самостоятельная работа студентов. Данное учебное пособие предназначено прежде всего для самостоятельной работы и содержит более 700 задач и вопросов. Большое внимание уделено важнейшим и сравнительно новым материалам, применяемым в настоящее время в электронной технике. Значительную часть в каждой главе составляют задачи, связанные с практическим применением материалов в радиоэлектронной аппаратуре различного назначения.

Книга содержит задачи разной трудности и решения типо-

вых задач, а также некоторых задач повышенной сложности. В конце книги даны ответы к остальным задачам в виде общего выражения или конечного результата вычисления. Приведены также ответы на вопросы, поставленные в тех разделах, которые плохо усваиваются студентами или недостаточно полно освещены в учебной литературе. Поэтому книга может быть использована студентами не только на практических занятиях, но и при подготовке к коллоквиумам, зачетам и экзаменам.

Задачи повышенной сложности, для которых не приведены решения, можно использовать в качестве индивидуальных домашних заданий. Некоторые вопросы и задачи могут быть использованы для контроля текущей самостоятельной работы студентов в течение семестра, в том числе и с помощью технических средств обучения. В этом случае вопрос или задача должны иметь 2—5 вариантов ответа, один из которых правильный или наиболее полный.

Ранее задачники по курсу «Материалы электронной техники» не издавались, хотя вопросы и задачи по отдельным разделам курса можно найти в ряде монографий и учебных пособий. Бóльшая часть задач составлена авторами, небольшая часть задач, переработанных нами, заимствована из указанных в списке литературы учебных пособий.

При написании книги авторами был учтен многолетний опыт преподавания в Ленинградском электротехническом институте им. В. И. Ульянова (Ленина) и Московском институте радиотехники, электроники и автоматики.

Авторы приносят глубокую благодарность преподавателям и сотрудникам кафедры диэлектриков и полупроводников ЛЭТИ (зав. кафедрой — проф. Ю. М. Таиров) и кафедры радиоматериалов Московского института радиотехники, электроники и автоматики (зав. кафедрой — проф. Д. С. Рассказов), принимавшим участие в обсуждении ряда вопросов, а также проф. В. В. Пасынкову за внимание к работе и ценные советы.

Авторы искренне признательны рецензентам — коллективам кафедры полупроводников и диэлектриков Киевского политехнического института (зав. кафедрой — доц. Ю. И. Якименко) и кафедры физики твердого тела Воронежского государственного университета (зав. кафедрой — проф. Э. П. Домашевская) за ряд полезных замечаний и предложений.

Отзывы и пожелания по улучшению содержания книги просим направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

A — атомная масса, работа выхода электронов
a — период кристаллической решетки
B — магнитная индукция
B_m — максимальная магнитная индукция за цикл перемагничивания
B_r — остаточная индукция
B_s — индукция насыщения
b — коэффициент температурного изменения ширины запрещенной зоны
C — электрическая емкость, молярная теплоемкость
c — скорость электромагнитной волны в вакууме (скорость света), удельная теплоемкость
D — электрическая индукция, коэффициент диффузии
d — плотность вещества
E — напряженность электрического поля, освещенность
E_c — коэрцитивная сила
$E_{пр}$ — электрическая прочность
e — заряд электрона, мгновенное значение ЭДС
F — сила, вероятность, функция распределения
f — частота, функция
g — скорость генерации носителей заряда
H — напряженность магнитного поля
H_c — коэрцитивная сила
$H_{св}$ — критическая напряженность магнитного поля, при которой исчезает сверхпроводимость
h — постоянная Планка, толщина
I — ток, интенсивность излучения
I_m — амплитуда переменного тока
$I_{ут}$ — ток утечки
i — мгновенное значение тока
j — плотность тока
J — намагниченность
J_s — намагниченность насыщения
K — кратность кристаллической ячейки, константа магнитной анизотропии, масштабный коэффициент
k — постоянная Больцмана
$k_м$ — магнитная восприимчивость
$k_{упр}$ — коэффициент упругой связи
L — индуктивность, диффузионная длина носителей заряда
L_0 — число Лоренца
L_n — диффузионная длина электронов
L_p — диффузионная длина дырок
l — длина, расстояние
l — средняя длина свободного пробега носителя заряда
M — магнитный момент, молярная масса
m — масса
m^* — эффективная масса носителя заряда
m_0 — масса покоя электрона
m_n — эффективная масса электрона

m_p — эффективная масса дырки
N — число частиц, концентрация примесей, эффективная плотность состояний для носителей заряда
N_0 — число Авогадро
N_c — эффективная плотность состояний в зоне проводимости
N_v — эффективная плотность состояний в валентной зоне
N_a — концентрация акцепторов
$N_д$ — концентрация доноров
n — концентрация электронов, число витков, показатель преломления
n_0 — равновесная концентрация электронов
n_i — собственная концентрация электронов
P — поляризованность, мощность
P_a — активная мощность, диэлектрические потери
$P_{вт}$ — потери на вихревые токи
$P_г$ — потери на гистерезис
p — концентрация дырок, удельные потери, электрический (дипольный) момент, давление, пироэлектрический коэффициент
p_0 — равновесная концентрация дырок
p_i — собственная концентрация дырок
Q — заряд, добротность, количество теплоты
q — элементарный заряд
R — активное сопротивление, коэффициент отражения, универсальная газовая постоянная
R_H — коэффициент Холла
$R_\square$ — сопротивление квадрата поверхности
r — радиус, скорость рекомбинации, активное сопротивление
S — площадь
T — температура
U — разность потенциалов, электрическое напряжение
U_m — амплитуда переменного напряжения
$U_к$ — контактная разность потенциалов
$U_{пр}$ — пробивное напряжение
u — скорость теплового движения
V — объем
v — скорость дрейфа носителей заряда
W — энергия
W_0 — энергия ионизации
W_c — энергия, соответствующая дну зоны проводимости
W_F — энергия (уровень) Ферми
W_i — энергия, соответствующая середине запрещенной зоны
W_v — энергия, соответствующая потолку валентной зоны
w — число витков
x — расстояние, молярная доля компонента
x_C — емкостное сопротивление
x_L — индуктивное сопротивление
Z — относительный заряд ядра, порядковый номер элемента
z — полное сопротивление
α — показатель поглощения, температурный коэффициент
α_T — удельная термоЭДС
β — угол, отношение
γ — удельная проводимость
γ_i — собственная удельная проводимость
Δ — глубина проникновения электромагнитного поля
ΔW — ширина запрещенной зоны
ΔW_a — энергия ионизации акцепторов
$\Delta W_д$ — энергия ионизации доноров
$\Delta\gamma$ — фотопроводимость
δ — угол диэлектрических потерь, толщина
$\delta_м$ — угол магнитных потерь

$\varepsilon = \varepsilon'$ — относительная диэлектрическая проницаемость
ε_0 — электрическая постоянная
$\tilde{\varepsilon}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость
ε'' — коэффициент диэлектрических потерь
$\varepsilon_н$ — начальная диэлектрическая проницаемость
$\varepsilon_р$ — реверсивная диэлектрическая проницаемость
η — квантовый выход
θ — объемная концентрация, характеристическая температура, угол
$\Theta_К$ — температура Кюри
λ — длина волны
$\lambda_Т$ — удельная теплопроводность
μ — относительная магнитная проницаемость, подвижность носителей заряда
μ_0 — магнитная постоянная
$\tilde{\mu}$ — комплексная магнитная проницаемость
μ'' — вязкая магнитная проницаемость
μ_n — подвижность электронов
μ_p — подвижность дырок
$\mu_В$ — магнетон Бора
$\mu_н$ — начальная магнитная проницаемость
$\mu_{эф}$ — эффективная магнитная проницаемость
ν — частота
ρ — удельное сопротивление
ρ_s — удельное поверхностное сопротивление
σ — поверхностная плотность зарядов, механическое напряжение, предел прочности, коэффициент теплопередачи, активная проводимость
τ — время жизни носителей заряда
τ_0 — время релаксации, время свободного пробега носителей заряда
Φ — магнитный поток, световой поток
φ — фазовый сдвиг, потенциал
χ — диэлектрическая восприимчивость, энергия электронного сродства
Ψ — потокосцепление
ω — угловая частота

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Масса покоя электрона $m_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ кг
Заряд электрона $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ м/с
Число Авогадро $N_0 = 6{,}022 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$ $= 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Планка $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $= 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ эВ·с
Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К $= 8{,}62 \cdot 10^{-5}$ эВ/К
Магнетон Бора $\mu_В = 9{,}274 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Радиус Бора $a_0 = 0{,}5292 \cdot 10^{-10}$ м
Постоянная Фарадея $F = 9{,}648 \cdot 10^{-4}$ Кл·моль$^{-1}$
Число Лоренца $L_0 = 2{,}45 \cdot 10^{-8}$ В^2·К$^{-2}$
Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}314$ Дж·моль$^{-1}$·К$^{-1}$
1 эВ $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В книгу включены вопросы и задачи различной сложности, однако для их решения, как правило, не требуется знаний, выходящих за рамки типовой программы и учебников по курсу «Материалы электронной техники». Поэтому, прежде чем приступать к решению задач, следует изучить материал соответствующего раздела учебника или конспекта лекций.

Каждая глава сборника начинается с типовых задач, к которым даны решения. Прочитав условие задачи, не спешите смотреть решение, а попробуйте решить задачу самостоятельно. Разобрав типовые задачи, проверьте себя, решив несколько задач, к которым даны лишь ответы.

При решении задачи необходимо прежде всего установить, какие физические закономерности лежат в основе. Затем с помощью формул, выражающих эти закономерности, следует найти решение задачи или части ее в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), причем искомая величина должна быть выражена через заданные величины. После этого можно перейти к подстановке числовых данных, выраженных обязательно в одной и той же системе единиц. Как правило, следует пользоваться единицами системы СИ. Числовой ответ обязательно должен иметь наименование единицы измерения (размерность).

При получении числового ответа следует обращать внимание на точность окончательного результата, которая не должна превышать точности исходных величин. Большую часть задач достаточно решать с точностью до двух-трех знаков после запятой.

В некоторых задачах для нахождения искомых величин приходится решать систему двух достаточно громоздких уравнений. Иногда целесообразно сначала подставить в эти уравнения известные числовые коэффициенты, а затем находить искомые величины. Иногда более просто найти решение уравнений графическим путем. Можно также использовать известные программы для микрокалькуляторов.

Ко многим вопросам и задачам даны рисунки и графики, из которых необходимо взять нужные для решения исходные величины. При этом следует учитывать, что на графиках могут быть использованы разные шкалы: линейная, обратная, лога-

рифмическая и полулогарифмическая. При решении задач и в ответах на вопросы рекомендуем студентам чаще изображать графически температурные и частотные зависимости параметров, эквивалентные схемы, энергетические диаграммы, кристаллическую структуру материалов, эскизы изделий и т. п.

Необходимые для решения задач справочные данные чаще всего указаны в условиях. В отдельных случаях (обычно в задачах повышенной сложности) необходимые для решения данные можно взять из приложений, где приведены основные свойства материалов. При этом необходимо учитывать, что для многих материалов значения параметров могут быть указаны в определенном интервале и в зависимости от выбранного значения может быть получен ответ, несколько отличающийся от приведенного в сборнике.

Для решения ряда задач (они отмечены звездочкой) необходимы знания, несколько выходящие за рамки типовой программы и основных учебников. Эти задачи и вопросы могут быть рекомендованы студентам, желающим в ходе индивидуальной самостоятельной работы углубить свои знания. Их можно также использовать при изучении специальных дисциплин, входящих в учебные планы специальностей «Физика и технология материалов и компонентов электронной техники», «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы», «Электронные приборы и устройства», «Промышленная электроника», «Электроизоляционная, кабельная и конденсаторная техника» и др.

Глава 1
ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

§ 1.1. СТРОЕНИЕ АТОМА И ХИМИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ В ВЕЩЕСТВАХ

1.1.1. Исходя из постулата о том, что в атоме разрешенными для электронов орбитами являются только те, на длине которых укладывается целое число длин волн де Бройля λ, определить радиус стационарной орбиты и соответствующий ей энергетический уровень электрона для невозбужденного состояния атома водорода.

Решение

При движении электрона по стационарной орбите радиусом r центробежная сила уравновешивается силой кулоновского притяжения:

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \qquad (1.1)$$

где $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ кг — масса электрона; v — скорость движения электрона по орбите; $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл — заряд электрона; $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

В соответствии с постулатом

$$2\pi r=n\lambda=nh/(mv), \qquad (1.2)$$

где $n=1, 2, 3, ...$; $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с$=4{,}14\cdot10^{-15}$ эВ·с — постоянная Планка. Возводя в квадрат обе части уравнения (1.2), получаем

$$mv^2=\frac{n^2h^2}{4\pi^2r^2m}. \qquad (1.3)$$

Подстановка (1.3) в (1.1) дает

$$r=\frac{\varepsilon_0h^2n^2}{\pi e^2m}. \qquad (1.4)$$

Полная энергия электрона в атоме складывается из кинетической энергии движения по орбите и потенциальной энергии

притяжения к ядру. Полагая, что потенциальная энергия равна нулю при бесконечном удалении от ядра, можем записать

$$W=\frac{mv^2}{2}-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

С учетом (1.1) имеем

$$W=\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (1.5)$$

т. е. полная энергия электрона равна половине потенциальной. Подстановка (1.4) в (1.5) дает следующее выражение для энергии электрона в атоме:

$$W=-\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}.$$

Для невозбужденного состояния атома водорода $n=1$. Тогда имеем

$$r=\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}(6{,}62\cdot 10^{-34})^2}{\pi(1{,}6\cdot 10^{-19})^2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}=5{,}3\cdot 10^{-11}\ \text{м}=0{,}053\ \text{нм};$$

$$W=-\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^4\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{8\cdot(8{,}85\cdot 10^{-12})^2(6{,}62\cdot 10^{-34})^2}=-2{,}172\cdot 10^{-18}\ \text{Дж}=$$

$$=-13{,}57\ \text{эВ}.$$

1.1.2. Определить длину волны излучения атома водорода при переходе электрона с энергетического уровня с главным квантовым числом $n=3$ в основное состояние ($n=1$).

1.1.3. В приближении боровской модели атома водорода определите частоту кругового движения электрона по орбите для невозбужденного состояния атома.

1.1.4. Укажите распределение электронов по квантовым состояниям в свободных атомах кремния и меди. Какие электроны участвуют в химической связи, если эти вещества находятся в кристаллическом состоянии? Объясните различия в природе химической связи.

1.1.5. В молекуле воды угол связи H—O—H составляет 104,5°, а расстояние между ионами кислорода и водорода равно 0,107 нм. Вычислить электрический дипольный момент молекулы воды, предполагая связь атомов O—H ионной, и сравните его с моментом $p_{\text{экс}}=6{,}15\cdot 10^{-29}$ Кл·м, измеренным опытным путем. Чем вызвано несовпадение значений вычисленного и экспериментального моментов?

1.1.6. Электрический дипольный момент частицы вещества (атома, иона, молекулы, группы ионов) в системе СГС выражают в дебаях (1 D$=10^{-18}$ СГС-единицы дипольного момента). При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определите

электрический момент (в дебаях) пары О—Н в молекуле воды.

1.1.7. Каждая связь С—С в алмазе имеет энергию $W_{св}$ = =3,7 эВ. Сколько энергии необходимо затратить для испарения 0,1 г алмаза?

Решение

Число атомов, содержащихся в объеме вещества массой m,

$$N = mN_0/A,$$

где N_0 — число Авогадро; A — атомная (или молярная) масса.

Для алмаза массой 0,1 г

$$N = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}/(12 \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{21}.$$

Каждый атом углерода в структуре алмаза участвует в четырех ковалентных связях, поэтому число связей вдвое превышает число атомов. Энергия, необходимая для испарения 0,1 г алмаза,

$$W = 2NW_{св} = 2 \cdot 5 \cdot 10^{21} \cdot 3{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 5920 \text{ Дж}.$$

1.1.8. Какие из перечисленных молекул являются полярными: NH_3, H_2S, C_2H_4, C_6H_6, CO_2? Приведите другие примеры полярных и неполярных молекул.

1.1.9 *. Изобразите (качественно) зависимость энергии взаимодействия атомов водорода от межъядерного расстояния при различных ориентациях спинов электронов во взаимодействующих атомах. Каково при этом распределение электронной плотности между атомами?

1.1.10 *. Определить, какая из двух пар атомов: Li и F или Na и Cl — характеризуется большей разностью электроотрицательностей?

1.1.11 *. В спектре испускания атома водорода есть линия, соответствующая длине волны 0,656 мкм. Определить изменение энергии атома водорода при излучении, соответствующем данной спектральной линии.

§ 1.2. СТРОЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

1.2.1 *. Исходя из постулата Магнуса о том, что у ионных бинарных соединений устойчивой является лишь такая кристаллическая решетка, в которой меньший по размеру катион окружен более крупными анионами, найдите отношения радиусов ионов противоположного знака $K = r_K/r_A$, при которых возможно образование устойчивых структур с координационными числами 4, 6, 8 и 12.

Решение

Если координационное число равно четырем, то анионы располагаются по вершинам правильного тетраэдра, а катион — в его центре (рис. 1). Длина отрезка b, соединяющего вершину с центром тетраэдра, связана с длиной a ребра соотношением $b=a\sqrt{6}/4$. В предельном случае для данной координации выполняются равенства: $r_A+r_K=b$, $r_A+r_A=a$. Отсюда имеем

$$r_K=b-r_A=2r_A\sqrt{6}/4-r_A=0{,}225r_A.$$

При отношении ионных радиусов $r_K/r_A<0{,}225$ структура с координационным числом 4 становится неустойчивой, так как отталкивание анионов друг от друга сильнее их кулоновского притяжения к положительно заряженному иону.

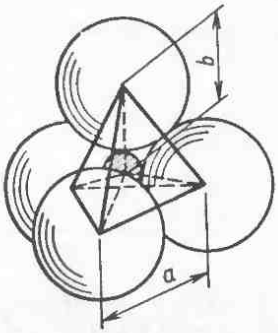


Рис. 1

Если координационное число равно шести (рис. 2, *а*) или восьми (рис. 3, *а*), то предельные отношения радиусов ионов можно найти из рис. 2, *б* и 3, *б*. При октаэдрическом окружении катиона (рис. 2, *б*) $b=2(r_A+r_K)=a\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot(r_A+r_A)$, откуда

$$r_K=r_A(\sqrt{2}-1)=0{,}414r_A.$$

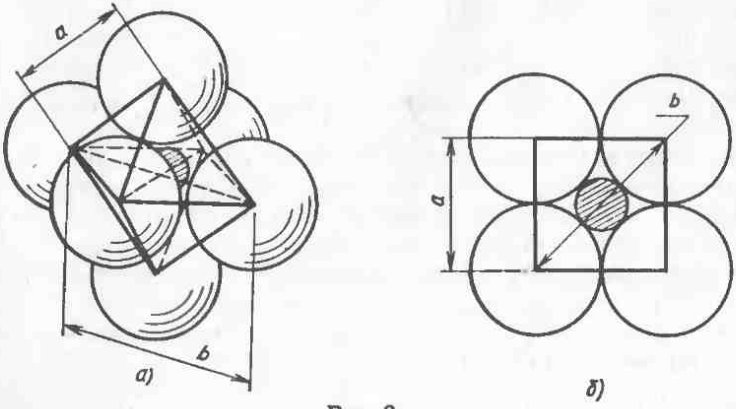


Рис. 2

Если координационное число равно восьми, то анионы располагаются по вершинам куба (рис. 3, *б*) и выполняются соотношения:

$$b=2(r_A+r_K)=a\sqrt{3}=\sqrt{3}(r_A+r_A).$$

откуда следует, что

$$r_K = r_A(\sqrt{3}-1) = 0{,}732 r_A.$$

Координационное число, равное 12, реализуется лишь в структурах с плотной кубической (рис. 4) или плотной гексагональной упаковкой шаров ионов. В этом случае

$$b = 2(r_A + r_K) = 2a = 2(r_A + r_A),$$

откуда получаем, что $r_K = r_A$.

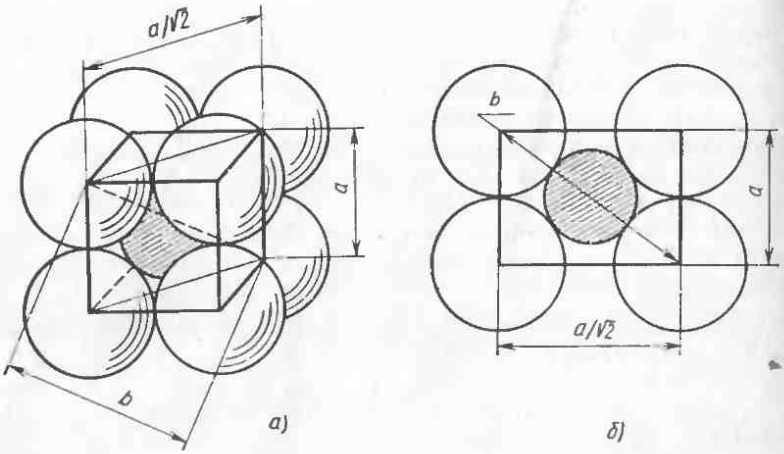


Рис. 3

На рис. 4 позиции анионов первой координационной сферы показаны светлыми кружочками.

Кулоновское взаимодействие между ионами является ненаправленным и ненасыщенным. Ненасыщенность ионной связи проявляется в том, что каждый ион стремится приблизить к себе как можно больше противоположно заряженных ионов, т. е. образовать структуру с возможно более высоким координационным числом. Поэтому координационное число растет с увеличением размера катиона. Пределы изменения отношения радиусов ионов для структур с различным координационным числом приведены в табл. 1.

Таблица 1

Координационное число	4	6	8	12
$K = r_K/r_A$	$0{,}225 \leqslant K \leqslant 0{,}414$	$0{,}414 \leqslant K \leqslant 0{,}732$	$0{,}732 \leqslant K \leqslant 1{,}0$	1,0

1.2.2 *. Покажите, что кристаллическая решетка типа алмаза эквивалентна двум взаимопроникающим гранецентрированным кубическим решеткам.

1.2.3 *. Радиусы ионов Li^+ и F^- равны соответственно 0,059 и 0,133 нм. Определите, может ли соединение LiF кристаллизоваться в структуре хлористого натрия.

1.2.4. Приведите примеры металлов, кристаллическая структура которых характеризуется плотной кубической упаковкой ионов-шаров.

1.2.5. Определить, сколько атомов приходится на одну элементарную ячейку в кристаллах с простой, объемно-центрированной и гранецентрированной кубической решеткой.

1.2.6. Гранецентрированная кубическая решетка состоит из атомов одного вида, имеет шесть атомов в центрах граней и, кроме того, восемь атомов в вершинах куба. Доказать, что объем, занимаемый атомами ячейки, составляет $\pi\sqrt{2}/6$ объема куба.

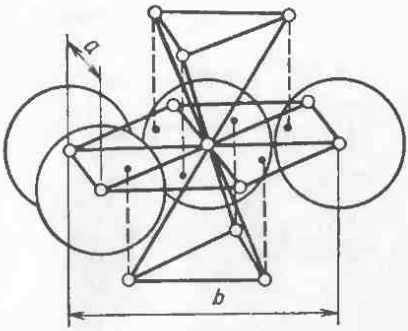


Рис. 4

1.2.7*. Определить углы между следующими кристаллографическими направлениями в кубическом кристалле: *а*) [001] и [111]; *б*) [011] и [101]; *в*) [011] и [111].

1.2.8. В кубической кристаллической решетке постройте плоскости с индексами Миллера (121) и $(1\bar{2}\bar{1})$.

1.2.9. В систему {111} кубического кристалла входят плоскости (111), $(\bar{1}11)$, $(1\bar{1}1)$, $(11\bar{1})$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}1\bar{1})$ и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$. Какие из этих плоскостей параллельны? Какую пространственную фигуру образуют все эти плоскости при взаимном пересечении?

1.2.10. Определить расстояние между ближайшими параллельными плоскостями {111} в кубической кристаллической решетке с периодом *a* элементарной ячейки.

1.2.11 *. Вычислить, сколько атомов располагается на 1 мм² плоскостей (100) и (111) в кристаллической решетке кремния, если межатомное расстояние $l=0{,}2352$ нм.

Решение

Кремний кристаллизуется в решетке алмаза, где межатомное расстояние l равно $^1/_4$ большой диагонали куба. Поэтому период решетки $a=4l/\sqrt{3}=4\cdot0{,}2352\cdot10^{-9}/\sqrt{3}=5{,}43\cdot10^{-10}$ м.

Из рис. 5 следует, что на плоскости (100) элементарной ячейки находится два атома кремния (поскольку каждый угловой атом одновременно принадлежит четырем соседним ячейкам): $n=4\cdot 1/4+1=2$. Отсюда поверхностная плотность атомов

$$N_S=n/S=n/a^2=2/(5{,}43\cdot 10^{-10})^2=6{,}78\cdot 10^{18}\ \text{м}^{-2}=6{,}78\cdot 10^{12}\ \text{мм}^{-2}.$$

На рис. 6 показано расположение атомов на плоскости (111). Равностороннему треугольнику площадью $S=(a\sqrt{2})^2\times\times\sqrt{3}/4=a^2\sqrt{3}/2$ принадлежит в среднем два атома: $n=3\times\times 1/6+3\cdot 1/2=2$. Поверхностная плотность атомов в этой плоскости

$$N_S=2n/(a^2\cdot\sqrt{3})=4/[\sqrt{3}(5{,}43\cdot 10^{-10})^2]=$$
$$=7{,}84\cdot 10^{18}\ \text{м}^{-2}=7{,}84\cdot 10^{12}\ \text{мм}^{-2}.$$

1.2.12 *. Приведите примеры полиморфных превращений для элементных веществ и химических соединений. Охарактеризуйте различие свойств политипов.

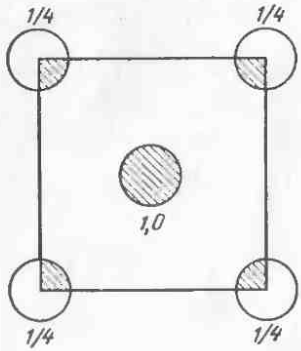


Рис. 5

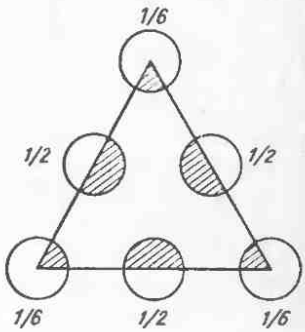


Рис. 6

1.2.13 *. Вычислите относительное изменение объема материала при переходе железа из гранецентрированной в объемноцентрированную кубическую решетку, если межатомные расстояния в этих структурах соответственно равны 0,254 и 0,248 нм.

1.2.14 *. Ион хлора имеет радиус 0,181 нм. Каков радиус наименьшего одновалентного положительного иона, который может соседствовать с восемью ионами хлора? Приведите пример щелочно-галоидного соединения, структура которого имеет подобную координацию ионов.

1.2.15 *. Докажите, что направление [*hkl*] в кубической кристаллической решетке нормально плоскости (*hkl*).

Решение

В кубической кристаллической решетке координатные оси ортогональны, причем масштабные коэффициенты по всем трем осям одинаковы. Поэтому плоскость (hkl) отсекает на координатных осях отрезки в пропорции $OA:OB:OC=\frac{1}{h}:\frac{1}{k}:\frac{1}{l}$. На рис. 7 направлению $[hkl]$ соответствует вектор **ON**. Для решения задачи достаточно доказать, что вектор **ON** перпендикулярен отрезкам BC и BA, являющимся следами плоскости (hkl).

Пусть ON' — проекция вектора **ON** на плоскость XOY. Легко убедиться, что треугольники OAB и OBD подобны. Поэтому отрезок AB нормален плоскости ZON', а значит, и вектору **ON**. Аналогично можно показать, что **ON** и BC также взаимно перпендикулярны. Отсюда следует, что вектор **ON** является нормалью к плоскости ABC.

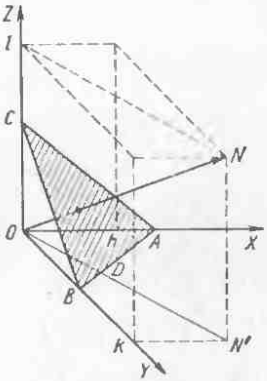


Рис. 7

1.2.16*. Укажите кристаллографические направления в ромбической решетке с размерами элементарной ячейки $a=0{,}25$ нм; $b=0{,}58$ нм; $c=0{,}43$ нм: $[2\bar{1}0]$, $[112]$, $[21\bar{1}]$.

1.2.17. Известно, что алюминий кристаллизуется в решетке гранецентрированного куба с периодом идентичности $a=0{,}4041$ нм. Вычислите концентрацию свободных электронов, полагая, что на каждый атом кристаллической решетки приходятся три электрона.

Решение

В решетке гранецентрированного куба на одну элементарную ячейку приходится четыре атома. Поэтому число атомов в единице объема

$$N=4/a^3=4/(0{,}4041\cdot10^{-9})^3=6{,}06\cdot10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Отсюда концентрация электронов

$$n=3N=18{,}18\cdot10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

1.2.18. Вычислите период кристаллической решетки меди, если ее плотность равна 8920 кг/м^3, а элементарная ячейка представляет собой гранецентрированный куб. Определите объем, приходящийся на один атом.

Решение

Рентгеновская плотность кристалла связана с периодом кубической решетки соотношением $d=Km/a^3$, где m — масса ато-

ма; K — число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку (кратность ячейки). В случае гранецентрированного куба $K=4$. Учитывая, что $m=A/N_0$ (см. решение задачи 1.1.7), получаем

$$a=\sqrt[3]{\frac{KA}{dN_0}}=\sqrt[3]{\frac{4\cdot 63{,}54\cdot 10^{-3}}{8920\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}}=3{,}72\cdot 10^{-10}\ \text{м}=0{,}\cancel{372}\ 0{,}362\ \text{нм}.$$

На один атом решетки приходится объем

$$V_1=a^3/K=(3{,}72\cdot 10^{-10})^3/4=\frac{5{,}15}{4}\cdot 10^{-29}\ \text{м}^3=1{,}18\cdot 10^{-29}$$

1.2.19. Расстояние между ближайшими атомами в кристаллической решетке вольфрама равно 0,2737 нм. Известно, что вольфрам имеет структуру объемно-центрированного куба. Найдите плотность материала.

1.2.20. Определите концентрацию свободных электронов в натрии, элементарная ячейка которого представляет собой объемно-центрированный куб с ребром $a=0{,}428$ нм.

1.2.21. В чем состоят различия между монокристаллами, поликристаллическими и аморфными веществами?

1.2.22. Приведите примеры точечных и протяженных дефектов структуры реальных кристаллов.

1.2.23*. Определите ковалентный тетраэдрический радиус атома кремния, если известно, что кремний кристаллизуется в структуре алмаза с периодом решетки $a=0{,}54307$ нм.

Глава 2
ПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 2.1. СТАТИСТИКА ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛАХ

2.1.1. Почему при образовании твердого тела энергетические уровни атомов расщепляются в энергетические зоны?

2.1.2. Чем отличаются зонные структуры проводника, полупроводника и диэлектрика?

2.1.3. От чего зависят ширина разрешенной зоны и число энергетических уровней в ней?

2.1.4. Каков физический смысл уровня Ферми?

2.1.5. Какими свойствами обладает «электронный газ» в состоянии вырождения?

2.1.6. Зависит ли средняя энергия $\overline{W}$ свободных электронов в металле от числа атомов, образующих кристалл?

2.1.7. Как влияет температура на концентрацию свободных электронов в металле?

2.1.8. Доказать, что средняя энергия свободных электронов в металле вблизи $T=0$ К составляет $^3/_5$ энергии Ферми.

Решение

При низкой температуре уровень Ферми W_F характеризует максимальную энергию электронов проводимости в металле. Распределение электронов по энергиям

$$dn(W)=N(W)f(W)dW,$$

где $dn(W)$ — число электронов, приходящихся на энергетический интервал от W до $W+dW$; $N(W)$ — плотность состояний в зоне проводимости, т. е. число состояний, приходящихся на единичный интервал энергий; $f(W)$ — вероятность заполнения квантовых состояний электронами.

В соответствии с распределением Ферми — Дирака для всех состояний с энергией $W<W_F$ функция $f(W)=1$, а для состояний с энергией $W>W_F$ функция $f(W)=0$. Для определения средней энергии электронов необходимо суммарную энергию всех электронов, находящихся в единице объема, разделить на их концентрацию n:

$$\overline{W}=\frac{1}{n}\int_0^{W_F} W\,\mathrm{d}n(W)=\int_0^{W_F} WN(W)\,\mathrm{d}W.$$

Учитывая, что

$$N(W)=4\pi\left(\frac{2m_n}{h^2}\right)^{3/2}W^{1/2},$$

$$n=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_n}{h^2}\right)^{3/2}W_F^{3/2},$$

где m_n — эффективная масса электрона, получаем

$$\overline{W}=\frac{3}{2W_F^{3/2}}\int_0^{W_F} WW^{1/2}\,\mathrm{d}W=\frac{3}{5}W_F.$$

2.1.9. Определить вероятность заполнения электронами энергетического уровня в металле, расположенного на $10\,kT$ выше уровня Ферми.

2.1.10. Определить, как и во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на 0,1 эВ выше уровня Ферми, если температуру металла повысить от 300 до 1000 К.

2.1.11. Рассчитать положение уровня Ферми и суммарную кинетическую энергию свободных электронов в 1 см^3 серебра при температуре вблизи абсолютного нуля, полагая, что число свободных электронов равно количеству атомов серебра.

Решение

Концентрация свободных электронов равна концентрации атомов, поэтому (см. решение задачи 1.1.7) $n=N_0d/A$, где d — плотность материала. Отсюда энергия Ферми

$$W_F=\frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N_0d}{\pi A}\right)^{2/3}=\frac{(6{,}62\cdot10^{-34})^2}{8\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}\left(\frac{(3\cdot6{,}02\cdot10^{23}\cdot10490}{3{,}14\cdot107{,}87\cdot10^{-3}}\right)^{2/3}=$$

$$=8{,}80\cdot10^{-19}\text{ Дж}=5{,}5\text{ эВ}.$$

Суммарная кинетическая энергия свободных электронов

$$W=V\int_0^{W_F} W\,\mathrm{d}n=\frac{8\pi V}{5h^3}(2m_n)^{3/2}W_F^{5/2}=$$

$$=\frac{8\cdot3{,}14\cdot10^{-6}}{5(6{,}62\cdot10^{-34})^3}(2\cdot9{,}1\cdot10^{-31})^{3/2}(8{,}8\cdot10^{-19})^{5/2}=3{,}08\cdot10^{4}\text{ Дж}.$$

2.1.12. Определить температуру, при которой вероятность нахождения электрона с энергией $W=0{,}5$ эВ выше уровня Ферми в металле равна 1%.

2.1.13. Как объяснить низкую теплоемкость электронного газа в металлах? Справедливо ли утверждение, что при высоких

температурах (выше характеристической температуры Дебая) молярная теплоемкость металлов незначительно отличается от молярной теплоемкости кристаллических диэлектриков?

2.1.14. Вычислить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов в медном проводнике, где энергия Ферми составляет 7 эВ.

2.1.15. Определить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов при $T \approx 0$ К в металле с простой кубической кристаллической решеткой, если на каждый атом кристалла приходится один свободный электрон. Период решетки равен a.

Решение

В кристалле с простой кубической решеткой на объем каждой элементарной ячейки приходится один атом и соответственно один свободный электрон. Поэтому концентрация свободных электронов определяется по формуле $n = a^{-3}$. С учетом этого минимальная длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mu_F} = \frac{h}{\sqrt{2mW_F}} = \frac{h}{\sqrt{2m\frac{h^2}{8m}\left(\frac{3}{\pi a^3}\right)^{2/3}}} = \frac{2a}{\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3}} \approx 2a.$$

2.1.16. Оценить среднее энергетическое расстояние δW между разрешенными энергетическими уровнями зоны проводимости в кристалле серебра объемом $V = 1$ см^3, если энергия Ферми $W_F = 5{,}5$ эВ.

Решение

Среднее энергетическое расстояние между разрешенными уровнями $\delta W = W_F/N$, где N — число уровней, заполненных электронами.

Концентрация электронов связана с энергией Ферми выражением

$$n = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_0}{h^2}\right)^{3/2} W^{3/2}.$$

Все уровни, лежащие ниже уровня Ферми W_F, практически полностью заполнены электронами, причем согласно принципу Паули на каждом уровне находится два электрона. Отсюда следует, что

$$\delta W = \frac{W_F}{nV/2} = \frac{4\pi}{3V}\left(\frac{2m_0}{h^2}\right)^{3/2} W_F^{1/2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3{,}14\,(2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31})^{3/2}\,(5{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19})^{1/2}}{3\,(6{,}62 \cdot 10^{-34})^3 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= 3 \cdot 10^{-41}\ \text{Дж} = 1{,}89 \cdot 10^{-22}\ \text{эВ}.$$

2.1.17. Энергия Ферми в кристалле серебра составляет 5,5 эВ. Найти максимальную u_{max} и среднюю $\bar{u}$ скорость электронов проводимости при температуре вблизи абсолютного нуля. При расчете примите эффективную массу электронов равной массе свободного электрона.

2.1.18. Найти максимальную u_{max} и среднюю $\bar{u}$ скорость теплового движения свободных электронов в металле при температуре вблизи абсолютного нуля, если концентрация электронов равна $8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

2.1.19. Вычислить концентрацию свободных электронов в кристалле меди, если известно, что плотность меди $8{,}92 \cdot 10^3$ кг/м^3. При расчете полагать, что на каждый атом кристаллической решетки приходится один электрон.

2.1.20. Положению уровня Ферми для алюминия при $T \approx 0$ К соответствует энергия 11,7 эВ. Рассчитать число свободных электронов, приходящихся на один атом. Эффективную массу электронов проводимости принять равной массе свободного электрона.

2.1.21 *. Определить энергию Ферми для лития, натрия, калия и цезия. Объясните, почему она уменьшается с увеличением атомного номера элемента.

2.1.22. Вычислите, какая часть электронов проводимости в металле при $T \approx 0$ К имеет кинетическую энергию, бо́льшую $W_F/2$.

2.1.23. Исходя из функции распределения электронов проводимости по энергиям, получить функцию распределения их в металле по скоростям при температуре вблизи абсолютного нуля. Изобразите примерный график этой функции при температуре, отличной от абсолютного нуля.

2.1.24 *. Вычислить энергию Ферми для магния при $T \approx 0$ К, если известно, что магний кристаллизуется в плотноупакованной гексагональной решетке с периодами: $a = 0{,}32$ нм; $c = 0{,}52$ нм, полагая, что на каждый атом решетки приходится два свободных электрона. Эффективную массу электронов проводимости принять равной массе свободных электронов.

Указание. Объем элементарной гексагональной ячейки $V = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 c$. В случае плотной гексагональной упаковки на каждую элементарную ячейку приходится шесть атомов.

2.1.25. Как изменится интервал δW между соседними уровнями энергии свободных электронов в металле, если объем кристалла уменьшится в 10 раз?

2.1.26 *. Экспериментально установлено, что максимальная энергия электронов проводимости в кристалле лития составляет 4,2 эВ. На основании представлений о свободных электро-

нах определить эффективную массу носителей заряда, полагая, что на каждый атом кристаллической решетки приходится один электрон. Плотность лития принять равной 0,533 Мг/м³.

§ 2.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

2.2.1. Почему удельное сопротивление металлов увеличивается с повышением температуры?

2.2.2. Что называют температурным коэффициентом удельного сопротивления? Является ли он константой для данного металла?

2.2.3. Как влияют примеси на удельное сопротивление металлов? Сформулируйте правило Матиссена.

2.2.4. Как меняется средняя длина свободного пробега электронов в идеально чистом металле и в металле с примесями при увеличении температуры (от абсолютного нуля)?

2.2.5. Почему металлические сплавы типа твердых растворов обладают более высоким удельным сопротивлением, чем чистые компоненты, образующие сплав?

2.2.6. Объясните, как изменяется удельное сопротивление двухкомпонентного металлического сплава, представляющего неупорядоченный твердый раствор, в зависимости от его состава.

2.2.7. Изобразите (качественно) график зависимости удельного сопротивления от состава бинарного сплава, компоненты которого обладают ограниченной взаимной растворимстью в твердой фазе.

2.2.8. Почему при термической закалке удельное сопротивление металлов возрастает, а при термическом отжиге — уменьшается? Почему металлоидные примеси сильнее влияют на удельное сопротивление металлов, чем примеси металлических элементов?

2.2.9. Как и почему изменяется удельное сопротивление металлов при плавлении?

2.2.10. Почему ферромагнитные металлы обладают нелинейной зависимостью удельного сопротивления от температуры?

2.2.11. Почему в формулы для плотности тока и удельной проводимости металлов входит концентрация всех свободных электронов, хотя реально в электропроводности участвует лишь небольшая часть электронов, имеющих энергию, близкую энергии Ферми?

2.2.12. Объясните зависимость удельного сопротивления тонких металлических пленок от их толщины.

2.2.13. Объясните поведение проводников в электромагнитном поле на высоких частотах. Нарисуйте (качественно) график распределения плотности тока по сечению цилиндрическо-

го проводника при воздействии на него напряжения высокой частоты. Укажите на графике глубину проникновения электромагнитного поля в проводник.

2.2.14. Какие металлы и в каких условиях могут переходить в состояние сверхпроводимости? Что является причиной образования куперовских пар?

2.2.15. Как влияет магнитное поле на критическую температуру перехода в состояние сверхпроводимости? Чем различаются сверхпроводники первого и второго рода?

2.2.16. В каких материалах обнаружено явление высокотемпературной сверхпроводимости? Какие перспективы открываются в случае широкого применения этих материалов в технике?

2.2.17. Как и почему изменяется удельное сопротивление металлов при механических воздействиях (сжатие, растяжение, изгиб, пластическая деформация)?

2.2.18. Определить максимальную частоту тепловых колебаний атомов в кристаллах алюминия, для которого температура Дебая $\Theta_D = 428$ К. Какую длину волны будет иметь фотон с эквивалентной энергией?

2.2.19. Вычислить длину свободного пробега электронов в меди при $T = 300$ К, если ее удельное сопротивление при этой температуре равно 0,017 мкОм/м.

Решение

Согласно представлениям квантовой теории, удельное сопротивление металлов связано с длиной свободного пробега электронов $\bar{l}$ соотношением

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} \frac{h}{e^2 n^{2/3} \bar{l}} .$$

Концентрация свободных электронов в меди

$$n = d\,\frac{N_0}{A} = \frac{8920 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{63{,}54 \cdot 10^{-3}} = 8{,}45 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Отсюда следует, что длина свободного пробега

$$\bar{l} = \left(\frac{3}{8 \cdot 3{,}14}\right)^{1/3} \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 (8{,}45 \cdot 10^{28})^{2/3}\, 0{,}017 \cdot 10^{-6}} = 3{,}89 \cdot 10^{-8}\ \text{м}.$$

2.2.20. Удельное сопротивление серебра при комнатной температуре равно 0,015 мкОм·м, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет $4{,}1 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. Определить, как и во сколько раз изменится длина свободного пробега электронов при нагревании проводника от 300 до 1000 К.

2.2.21. В медном проводнике под действием электрического поля проходит электрический ток плотностью 1 А/мм^2. Определить скорость дрейфа и отношение ее к средней суммарной скорости движения электронов при температуре 300 К.

2.2.22. При включении в электрическую цепь проводника диаметром 0,5 мм и длиной 43 мм разность потенциалов на концах проводника составила 2,4 В при токе 2 А. Определить удельное сопротивление материала проводника.

2.2.23. Определить время, в течение которого электрон пройдет расстояние 1 км по медному проводу, если удельное сопротивление меди 0,017 мкОм·м, а разность потенциалов на концах проводника $U=220$ В. За какое время электрон пролетит это же расстояние, двигаясь без соударений, при той же разности потенциалов? Каково время передачи сигнала?

Решение

Из закона Ома следует, что удельная проводимость $\gamma=env/E$. Концентрация свободных электронов в меди $n=8{,}45\cdot10^{28}$ м$^{-3}$ (см. решение задачи 2.2.19). Тогда средняя скорость дрейфа электронов

$$v=E/(\rho en)=U/(\rho enl)=$$

$$=\frac{220}{0{,}017\cdot10^{-8}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot8{,}45\cdot10^{28}\cdot10^{3}}=9{,}6\cdot10^{-4}\ \text{м/с}.$$

Время дрейфа электрона по проводнику $t=l/v=10^6$ с.

При отсутствии столкновений с узлами решетки электрон движется равноускоренно и время пролета

$$t_{\text{пр}}=\sqrt{2l/a}=\sqrt{2l^2m/(eU)}=\sqrt{\frac{2\cdot10^6\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot220}}=2{,}26\cdot10^{-4}\ \text{с}.$$

Передача энергии вдоль проводов линии осуществляется электромагнитным полем, распространяющимся вдоль проводов со скоростью света c. Полагая, что средой, окружающей провод, является воздух, время передачи сигнала

$$t_{\text{с}}=l/c=10^3/(3\cdot10^8)=3{,}33\cdot10^{-6}\ \text{с}.$$

2.2.24. Вычислить удельное сопротивление металлического проводника, имеющего плотность 970 кг/м^3 и молярную массу 0,023 кг/моль, если известно, что средняя скорость дрейфа электронов в электрическом поле напряженностью 0,1 В/м составляет $5\cdot10^{-4}$ м/с. Можно полагать, что на каждый атом кристаллической решетки приходится один электрон.

2.2.25. В металлическом проводнике с площадью поперечного сечения 10^{-2} мм^2 и сопротивлением 10 Ом концентрация свободных электронов равна $8{,}5\cdot10^{28}$ м$^{-3}$. Определить среднюю скорость дрейфа электронов при напряжении 0,1 В.

2.2.26. К медной проволоке длиной 6 м и диаметром 0,56 мм приложено напряжение 0,1 В. Сколько электронов пройдет через поперечное сечение проводника за 10 с, если удельное сопротивление меди равно 0,017 мкОм·м?

2.2.27. Одинаковым ли будет относительное изменение удельного сопротивления меди для двух температурных интервалов: 20—60°С и 60—100°С (по отношению к начальному значению в каждом из этих интервалов)?

2.2.28. Удельное сопротивление чистой меди при 20 и 100°С равно соответственно 0,0168 и 0,0226 мкОм·м. Пользуясь линейной аппроксимацией зависимости $\rho(T)$, определить температурный коэффициент удельного сопротивления при 0°С.

2.2.29. Доказать, что между температурными коэффициентами сопротивления проводника α_R, удельного сопротивления материала α_ρ и линейного расширения α_l существует следующая взаимосвязь: $\alpha_\rho = \alpha_R + \alpha_l$.

2.2.30. Определить температурный коэффициент линейного расширения α_l и удлинение нихромовой проволоки, если известно, что при повышении температуры от 20 до 1000°С электрическое сопротивление проволоки изменяется от 50 до 56,6 Ом. Длина проволоки в холодном состоянии $l = 50$ м. Температурный коэффициент удельного сопротивления нихрома принять равным $15 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

Решение

Температурный коэффициент сопротивления проволоки:

$$\alpha_R = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (T_2 - T_1)} = \frac{56{,}6 - 50}{50\,(1000 - 20)} = 1{,}35 \cdot 10^{-4}\ \text{К}^{-1}.$$

Тогда

$$\alpha_l = \alpha_\rho - \alpha_R = (15 - 13{,}5) \cdot 10^{-5} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{К}^{-1}.$$

Отсюда

$$\Delta l = l \alpha_l \Delta T = 50 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 980 = 0{,}735\ \text{м}.$$

2.2.31. При нагревании провода из манганина длиной 1,5 м и диаметром 0,1 мм от 20 до 100°С его сопротивление уменьшается на 0,07 Ом, а длина возрастает на 0,16%. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления. При расчетах принять, что при комнатной температуре для манганина удельное сопротивление $\rho = 0{,}47$ мкОм·м.

2.2.32*. Вычислить удельную теплоемкость меди при температуре 1000 К. Изобразите (качественно) на графике, как будет изменяться удельная теплоемкость меди при понижении температуры.

Решение

Удельная теплоемкость металла определяется выражением $c = c_{\text{кр}} + c_{\text{э}}$, где $c_{\text{кр}}$ — теплоемкость кристаллической решетки; $c_{\text{э}}$ — теплоемкость электронного газа. При температурах выше температуры Дебая Θ_D электронная теплоемкость составляет

небольшую часть полной теплоемкости кристалла. Для меди $\Theta_D = 343$ К, поэтому при $T = 1000$ К электронным вкладом в теплоемкость можно пренебречь.

При $T > \Theta_D$, согласно закону Дюлонга — Пти, молярная теплоемкость кристаллической решетки равна $3R$, где $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная. Тогда $c \approx c_{кр} = 3R/A = 3 \cdot 8{,}31/(63{,}54 \cdot 10^{-3}) = 392{,}5$ Дж/(кг·К).

При понижении температуры от 1000 К до Θ_D теплоемкость остается практически постоянной. В области температур ниже Θ_D наблюдается резкое уменьшение теплоемкости твердых тел.

2.2.33. Пользуясь законом Видемана — Франца, определить отношение удельных теплопроводностей серебра и олова при температуре: а) 20 и б) 200°С. Принять, что при температуре 20°С удельные сопротивления серебра и олова равны, соответственно 0,015 и 0,113 мкОм·м, а температурные коэффициенты удельного сопротивления составляют соответственно $4{,}1 \times 10^{-3}$ и $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

2.2.34. Определить, во сколько раз изменится удельная теплопроводность λ_T меди при изменении температуры ΔT от 20 до 200°С.

Решение

Согласно закону Видемана — Франца, $\lambda_T/\gamma = L_0 T$, где γ — удельная проводимость; $L_0 = 2{,}45 \cdot 10^{-8}$ В^2·К$^{-2}$ — число Лоренца. Отсюда следует, что

$$\frac{\lambda_{T_1}}{\lambda_{T_2}} = \frac{\rho_2 T_1}{\rho_1 T_2} = \frac{(1 + \alpha_\rho \Delta T) T_1}{T_2} = \frac{(1 + 4{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 280)\, 293}{\cancel{573}\ 473} = \cancel{1{,}12}\ 1{,}36$$

2.2.35. Вычислить удельную теплопроводность меди при комнатной температуре по измеренному значению ее удельного сопротивления $\rho = 0{,}017$ мкОм·м.

2.2.36. Определить, во сколько раз отличаются удельные теплоемкости серебра и свинца при комнатной температуре. Характеристическая температура Дебая равна 225 К для серебра и 105 К для свинца.

2.2.37. Для сплавов двух металлов A и B при температуре T_1 получены показанные на рис. 8 зависимости удельного сопротивления и температурного коэффициента удельного сопротивления α_ρ от состава сплава. Постройте (качественно) на этом же рисунке зависимость удельного сопротивления от состава сплава для температуры $T_2 > T_1$, считая,

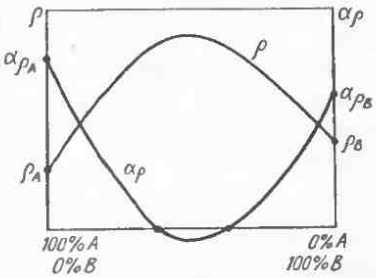


Рис. 8

что α_ρ от температуры практически не зависит.

2.2.38 *. В металлических сплавах Cu_3Au при медленном охлаждении до температур ниже 380°С наблюдается образование упорядоченной кристаллической структуры. Изобразите графики зависимости удельного сопротивления от температуры таких сплавов, получаемых путем закалки и при медленном охлаждении, и объясните характерные их различия.

2.2.39. Удельное сопротивление меди, содержащей 0,3 ат. % олова при температуре 300 К, составляет 0,0258 мкОм·м. Определить отношение β удельных сопротивлений меди при температурах 300 и 4,2 К: $\beta=\rho_{300}/\rho_{4,2}$.

Решение

Согласно правилу Маттисена, $\rho=\rho_т+\rho_{ост}$, где $\rho_т$ — сопротивление, обусловленное рассеянием электронов на тепловых колебаниях решетки; $\rho_{ост}$ — остаточное сопротивление, связанное с рассеянием электронов на неоднородностях структуры. Для чистой меди $\rho\approx\rho_т$. При $T=300$ К $\rho_т=0{,}0168$ мкОм·м. Вблизи температуры абсолютного нуля полное сопротивление реального металлического проводника равно остаточному сопротивлению. Отсюда следует, что

$$\beta=\frac{\rho_{300}}{\rho_{4,2}}=\frac{\rho_{300}}{\rho_{ост}}=\frac{\rho_{300}}{\rho_{300}-\rho_т}=\frac{0{,}0258}{0{,}0258-0{,}0168}=2{,}87.$$

2.2.40 *. Имеется два проводящих тела, прошедших одинаковую технологическую обработку. Химическим анализом установлено, что состав первого тела (Cu + 2 ат. % Zn), а второго — (Cu + 0,5 ат. % As). Определить, какой материал имеет более высокую удельную проводимость.

Решение

Согласно правилу Линде, изменение остаточного сопротивления на 1 ат. % примеси $\Delta\rho_{ост}=b(\Delta Z)^2$, где ΔZ — разность валентностей металла-растворителя (меди) и примесного атома. Константа b одинакова для атомов примесей одного периода периодической системы элементов, например для цинка и мышьяка. Так как медь одновалентна, то при введении цинка $\Delta Z=1$, а при введении мышьяка $\Delta Z=4$. Следует принять во внимание, что остаточное сопротивление линейно зависит от концентрации x примесных атомов. Таким образом, $\rho=\rho_т+\rho_{ост}=\rho_т+b(\Delta Z)^2x$, откуда

$$\rho_2-\rho_1=b(\Delta Z_2)^2x_{As}-b(\Delta Z_1)^2x_{Zn}=$$
$$=b\cdot(16\cdot0{,}5\cdot10^{-2}-2\cdot10^{-2})=0{,}06\,b.$$

Таким образом, первый материал обладает меньшим удельным сопротивлением, т. е. более высокой удельной проводимостью.

2.2.41. Определить, в каком из материалов — константане или никеле — влияние примесей сильнее сказывается на относительном изменении удельной проводимости.

2.2.42*. Остаточное удельное сопротивление серебра на 1 ат. % примеси золота составляет 0,4 мкОм·см. Рассчитайте и постройте зависимость удельного сопротивления твердых растворов Ag—Au от концентрации компонентов, предполагая справедливость закона Нордгейма для этой бинарной системы.

2.2.43. Используя условие задачи 2.2.39, вычислить, во сколько раз изменится отношение $\beta = \rho_{300}/\rho_{4,2}$, если содержание олова в медном проводнике снизить до 0,03 ат. %.

2.2.44. Удельное сопротивление медного проводника, содержащего 0,5 ат. % индия, равно 0,0234 мкОм·м. Определить концентрацию атомов индия в медном сплаве с удельным сопротивлением 0,0298 мкОм·м, полагая, что все остаточное сопротивление обусловлено рассеянием на примесных атомах индия.

2.2.45. Объясните, почему тонкие металлические пленки имеют отрицательный температурный коэффициент удельного сопротивления.

2.2.46. Температура перехода в сверхпроводящее состояние $T_{св}$ для олова в отсутствие магнитного поля равна 3,7 К, а критическая напряженность магнитного поля $H_{св}$ при температуре абсолютного нуля ($T=0$ К) составляет $2{,}4 \cdot 10^4$ А/м. Рассчитать максимально допустимое значение тока при температуре $T=2$ К для провода диаметром $d=1$ мм, изготовленного из сверхпроводящего олова. Определить для этой температуры диаметр провода, по которому может протекать ток 100 А без разрушения сверхпроводящего состояния.

Решение

Для сверхпроводников первого рода справедливо соотношение $H_{св}(T) = H_{св}(0)[1-(T/T_{св})^2]$, для олова $H_{св}(2\text{ К}) = 2{,}4 \times 10^4[1-(2{,}0/3{,}7)^2] = 1{,}7 \cdot 10^4$ А/м. Предельный ток ограничивается критической напряженностью магнитного поля на поверхности образца. Для цилиндрического провода

$$I_{св} = \pi d H_{св}(T) = 3{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}7 \cdot 10^4 = 53{,}4 \text{ А}.$$

Диаметр провода, по которому может протекать ток 100 А,

$$d_{100} = 100/(3{,}14 \cdot 1{,}7 \cdot 10^4) = 1{,}87 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Таким образом, плотность предельного тока в сверхпроводниках первого рода уменьшается с увеличением диаметра провода; при этом предельный ток пропорционален диаметру провода, а не площади его поперечного сечения.

2.2.47. Определить критическую температуру перехода проводника в состояние сверхпроводимости, если размер энергети-

ческой щели $2\Delta(0)=2{,}2$ мэВ. Как изменится эта температура при воздействии внешнего магнитного поля?

2.2.48*. Непрерывные экспериментальные наблюдения за током, наведенным в замкнутом контуре из сверхпроводящего материала, показали, что в течение одного года ток уменьшается в результате релаксации системы к равновесному состоянию всего на 0,01%. Принимая концентрацию электронов проводимости $n=4\cdot10^{28}$ м$^{-3}$, оцените удельное сопротивление материала в сверхпроводящем состоянии и сравните его с удельным сопротивлением меди в нормальных условиях.

Решение

В соответствии с кинетическим уравнением Больцмана затухание тока определяется выражением $i(t)=i_0\exp(-t/\tau)$, где τ — время релаксации. Отсюда следует, что

$$\frac{i_0-i}{i_0}=1-\exp(-t/\tau)=10^{-4}.$$

Для $t=3{,}15\cdot10^7$ с (1 год) $\tau=3{,}15\cdot10^{11}$ с.

Удельная проводимость материала связана с временем релаксации соотношением

$$\gamma=\frac{1}{\rho}=\frac{e^2n\tau}{m}=\frac{(1{,}6\cdot10^{-19})\cdot4\cdot10^{28}\cdot3{,}15\cdot10^{11}}{9{,}1\cdot10^{-31}}=3{,}54\cdot10^{32}\ \text{См/м}.$$

Сравнивая удельные сопротивления сверхпроводника и меди ($\rho_{Cu}=1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м), получаем

$$\rho/\rho_{Cu}=(3{,}54\cdot10^{32}\cdot1{,}7\cdot10^{-8})^{-1}=1{,}66\cdot10^{-25}.$$

2.2.49*. Критическая температура перехода металла в сверхпроводящее состояние равна 4,5 К. Определить граничную частоту переменного электромагнитного поля, выше которой при $T=0$ К происходит разрушение сверхпроводимости.

2.2.50. Оценить удельную теплопроводность λ_T магния при температуре 400°С, если удельное сопротивление при 0°С равно 0,044 мкОм·м, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет $4\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

§ 2.3. КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ТЕРМОЭДС

2.3.1. Определить внутреннюю контактную разность потенциалов, возникающую при соприкосновении двух металлов с концентрацией свободных электронов $n_1=5\cdot10^{28}$ м$^{-3}$ и $n_2=1\cdot10^{29}$ м$^{-3}$.

2.3.2. Определить напряженность электрического поля, возникающего в зазоре между пластинами плоского конденсатора, одна из которых изготовлена из алюминия, а другая из платины. Пластины соединены между собой медным проводом, а

длина зазора $l=5$ мм. Работа выхода электронов из алюминия, меди и платины составляет соответственно 4,25, 4,4 и 5,32 эВ. Как изменится напряженность поля, если алюминиевую и медную пластины закоротить проводом из платины при той же длине зазора?

Решение

Разность потенциалов на концах последовательной разнородной цепи определяется различием в работах выхода электронов из крайних проводников и не зависит от числа и состава промежуточных звеньев. Поэтому в первом случае имеем

$$E_1=\frac{A_{Al}-A_{Pt}}{el}=\frac{4{,}25-5{,}32}{5\cdot10^{-3}}=-214\ \frac{В}{м};$$

во втором

$$E_2=\frac{A_{Al}-A_{Cu}}{el}=\frac{4{,}25-4{,}4}{5\cdot10^{-3}}=-30\ \frac{В}{м}.$$

2.3.3. Почему разность потенциалов, возникающую при контакте двух различных металлов, нельзя измерить с помощью вольтметра?

2.3.4. В каких условиях возможно появление термоЭДС в замкнутой цепи? Назовите основные механизмы, ответственные за возникновение термоЭДС.

2.3.5. Ток в цепи, состоящей из термопары сопротивлением 5 Ом и гальванометра сопротивлением 8 Ом, равен 0,5 мА в случае, когда спай термопары помещен в сосуд с кипящей водой. Чему равна удельная термоЭДС термопары при температуре окружающей среды 20°С?

2.3.6. Оценить значение абсолютной удельной термоЭДС при температуре $T=300$ К для металла с концентрацией свободных электронов $n=6\cdot10^{28}$ м$^{-3}$.

2.3.7*. Объясните, почему относительная удельная термоЭДС уменьшается при понижении температуры и стремится к нулю по мере приближения температуры к абсолютному нулю.

2.3.8. Один спай термопары помещен в печь с температурой 200°С, другой находится при температуре 20°С. Вольтметр показывает при этом термоЭДС 1,8 мВ. Чему равна термоЭДС, если второй спай термопары поместить в сосуд: а) с тающим льдом; б) с кипящей водой?. Относительную удельную термоЭДС во всем температурном диапазоне 0—200°С считать постоянной.

2.3.9. Всегда ли горячий конец металлического проводника имеет положительную полярность термоЭДС?

2.3.10*. Докажите, что термоЭДС термопары, спаи которой имеют температуру T_3 и T_1, является алгебраической суммой

двух термоЭДС этой же термопары: одна из них соответствует температурам спаев T_3 и T_2, другая — температурам T_2 и T_1.

Решение

При достаточно большой разности температур обоих спаев термоЭДС можно вычислить по формуле

$$U_T = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_T \, dT;$$

где α_T — относительная удельная термоЭДС. В общем случае α_T является сложной функцией температуры и термоЭДС можно представить в виде $U(T_2, T_1) = f(T_2) - f(T_1)$.

Аналогично, при других температурах спаев

$$U(T_3, T_1) = f(T_3) - f(T_1),$$

$$U(T_3, T_2) = f(T_3) - f(T_2),$$

откуда

$$U(T_3, T_1) = U(T_3, T_2) + U(T_2, T_1).$$

Пользуясь этим соотношением, получившим в технике название закона промежуточных температур, можно производить корректировку градуировочных таблиц для термопар, если температура холодного спая в процессе измерений не соответствует условиям градуировки.

2.3.11 *. При измерении температуры в печи с помощью термопары Pt — (90% Pt+10% Rh) вольтметр показал 7,82 мВ. Температура холодного спая термопары была стабилизирована на уровне 100°С. Пользуясь градуировочной таблицей для данной термопары (табл. 2), определить температуру в печи.

Таблица 2

T, °С	0	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Термо-ЭДС, мВ	0,0	0,11	0,65	1,44	2,33	3,25	4,23	5,24	6,27	7,34	8,47	9,61

Решение

Как видно из табл. 2, для данной термопары зависимость термоЭДС от разности температур горячего и холодного спаев нелинейна, поэтому

$$U(T, 100) + U(100, 0) = U(T, 0),$$

в скобках указаны температуры спаев.

Из табл. 2 находим $U(100,0)=0,65$ мВ, тогда $U(T, 0)=$ $=7,82+0,65=8,47$ мВ. Найденной термоЭДС соответствует температура в печи $T=900°C$.

2.3.12 *. В замкнутую цепь, состоящую из медного, алюминиевого и платинового проводников, включен милливольтметр (рис. 9). Какую термоЭДС покажет прибор при температуре спаев, указанной на рис. 9, если для меди абсолютная удельная термоЭДС $\alpha_{Cu}=1,8$ мкВ/К, для алюминия $\alpha_{Al}=-1,3$ мкВ/К, для платины $\alpha_{Pt}=-5,1$ мкВ/К. Определить удельную термоЭДС алюминия относительно меди и относительно платины.

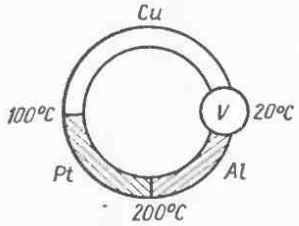


Рис. 9

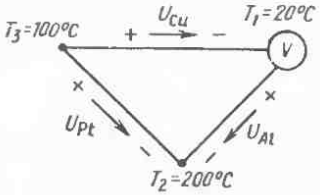


Рис. 10

Решение

Отрицательный знак абсолютной удельной термоЭДС означает, что металл имеет дырочную электропроводность, вследствие чего горячий конец заряжается отрицательно. При положительном знаке α полярность возникающей термоЭДС меняется на противоположную. Разность потенциалов между концами медного проводника (рис. 10)

$$U_{Cu}=\alpha_{Cu}(T_3-T_1)=1,8\cdot 80=144 \text{ мкВ}.$$

Аналогично для алюминиевого и платинового проводников

$$U_{Al}=\alpha_{Al}(T_2-T_1)=-1,3\cdot 180=-234 \text{ мкВ},$$

$$U_{Pt}=\alpha_{Pt}(T_2-T_3)=-5,1\cdot 100=-510 \text{ мкВ}.$$

ТермоЭДС замкнутой цепи определяется как алгебраическая сумма термоЭДС отдельных составляющих ветвей:

$$|U|=|U_{Pt}|-|U_{Al}|-|U_{Cu}|=510-234-144=132 \text{ мкВ}.$$

Относительная удельная термоЭДС равна алгебраической разности абсолютных удельных термоЭДС проводников, образующих термопару:

$$\alpha_{Al-Cu}=\alpha_{Al}-\alpha_{Cu}=-1,3-1,8=-3,1 \text{ мкВ/К}.$$

$$\alpha_{Al-Pt}=\alpha_{Al}-\alpha_{Pt}=-1,3-(-5,1)=3,8 \text{ мкВ/К}.$$

2.4.1. Какие основные виды проводников электрического тока вам известны?

2.4.2. Какие свойства меди обусловливают ее широкое применение в электронной технике? Что такое «водородная болезнь» меди?

2.4.3. Какими преимуществами и недостатками по сравнению с медью обладает алюминий как проводниковый материал?

2.4.4. Назовите неметаллические проводниковые материалы и приведите примеры их применения в электронной технике.

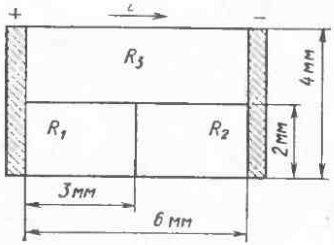


Рис. 11

2.4.5. Чем обусловлено широкое применение тантала в конденсаторостроении?

2.4.6. Каким образом обеспечиваются прочность и формоустойчивость вольфрамовых нитей и спиралей при высоких температурах эксплуатации?

2.4.7. Из никелевой ленты шириной 1 см и толщиной 1 мм необходимо изготовить шунт сопротивлением 0,4 Ом. Какой длины должна быть никелевая лента, если удельное сопротивление никеля 0,068 мкОм·м?

2.4.8. В цепь включены последовательно медная и нихромовая проволоки равной длины и диаметра. Найти отношение количеств теплоты, выделяющейся в этих проводниках, и отношение падений напряжений на проводах. Удельное сопротивление меди и нихрома равно соответственно 0,017 и 1 мкОм·м.

2.4.9. Пленочный резистор состоит из трех участков, имеющих различные сопротивления квадрата пленки $R_{\square 1}=10$ Ом; $R_{\square 2}=20$ Ом; $R_{\square 3}=30$ Ом (рис. 11). Определить сопротивление резистора.

2.4.10. Сопротивление провода из константана при 20 °С равно 500 Ом. Определить сопротивление этого провода при 450 °С, если при 20 °С температурный коэффициент удельного сопротивления константана $\alpha_\rho=-15\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, а температурный коэффициент линейного расширения составляет 10^{-5} К$^{-1}$.

2.4.11. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20 °С равно 35 Ом. Определить температуру нити лампочки, если известно, что при ее включении в сеть напряжением 220 В в установившемся режиме по нити проходит ток 0,6 А. Температурный коэффициент удельного сопротивления вольфрама при 20 °С можно принять равным $5\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

Решение

С учетом линейной зависимости сопротивления металлического проводника от температуры имеем: $R_2=R_1[1+\alpha_R(T_2-T_1)]$, где R_1, R_2 — сопротивления при комнатной температуре T_1 и при температуре T_2 соответственно. Для вольфрама можно считать, что $\alpha_R \approx \alpha_\rho$. Сопротивление нити лампочки в рабочем режиме $R_2=U/I=200/0{,}6=366{,}7$ Ом. Тогда

$$\Delta T=T_2-T_1=(R_2-R_1)/(R_1\alpha_R)=(366{,}7-35)/(35\cdot 5\cdot 10^{-3})=1895 \text{ К}.$$

Окончательно имеем $T_2=1895+293=2188$ К.

2.4.12 *. Требуется изготовить проволоку, которая выдерживает растяжение силой $F=50$ Н, не претерпевая пластической деформации; при этом сопротивление 1 м проволоки не должно превышать 0,02 Ом. Определить и сравнить наименьшие допустимые диаметры проволоки, изготовленной из отожженной меди и отожженного алюминия. Какая проволока экономически более выгодна, если цена 1 кг алюминия в 1,5 раза ниже цены 1 кг меди. Предел текучести $\sigma_т$ отожженной меди и отожженного алюминия принять равным соответственно 70 и 35 МПа.

Решение

Наименьший диаметр проволоки D_σ, при котором отсутствует пластическая деформация, определяется из выражения: $\sigma_т=4F/(\pi D_\sigma^2)$. Отсюда $D_\sigma=\sqrt{4F/(\pi\sigma_т)}$.

Наименьший диаметр, необходимый для обеспечения заданного сопротивления R проволоки длиной l, определяется по формуле

$$D_\rho=\sqrt{4\rho l/(\pi R)}=\sqrt{4\rho_l/(\pi R_1)},$$

где ρ — удельное сопротивление материала проволоки; $R_1=R/l$ — сопротивление 1 м проволоки.

Для меди

$$D_\sigma=\sqrt{4\cdot 50/(3{,}14\cdot 70\cdot 10^6)}=0{,}95\cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$D_\rho=\sqrt{4\cdot 0{,}017\cdot 10^{-6}/(3{,}14\cdot 0{,}02)}=1{,}04\cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Выбираем $D_{Cu\,min}=1{,}04$ мм.

Для алюминия

$$D_\sigma=\sqrt{4\cdot 50/(3{,}14\cdot 35\cdot 10^6)}=1{,}35\cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$D_\rho=\sqrt{4\cdot 0{,}028\cdot 10^{-6}/(3{,}14\cdot 0{,}02)}=1{,}335\cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Требованиям задания удовлетворяет $D_{Al\,min}=1{,}35$ мм.

Стоимость 1 м проволоки $\varkappa=\varkappa_0 d\pi D^2_{min}l/4$, где $\varkappa_0$ — стоимость 1 кг проволоки; d — плотность материала. Тогда

$$\frac{\varkappa_{Cu}}{\varkappa_{Al}}=\frac{\varkappa_{0Cu}}{\varkappa_{0Al}}\ \frac{d_{Cu}}{d_{Al}}\ \frac{D^2_{Cu\,min}}{D^2_{Al\,min}}=\frac{1,5\cdot 8900\,(1,04\cdot 10^{-3})^2}{2700\,(1,35\cdot 10^{-3})^2}=2,93.$$

Таким образом, алюминиевая проволока почти в 3 раза дешевле медной.

2.4.13. От генератора ЭДС, равной 250 В, с внутренним сопротивлением 0,1 Ом необходимо протянуть к потребителю двухпроводную линию длиной 100 м. Какая масса алюминия пойдет на изготовление подводящих проводов, если максимальная потребляемая мощность 22 кВт при напряжении 220 В?

2.4.14. Под каким постоянным напряжением следует передавать электрическую энергию на расстояние $l=5$ км, чтобы при плотности тока $j=2,5\cdot 10^5$ А/м^2 в медных проводах двухпроводной линии электропередачи потери энергии в линии не превышали $n=1\%$.

2.4.15. От генератора напряжением 20 кВт требуется передать потребителю мощность 1000 кВт на расстояние 2,5 км. Определить минимальное сечение медных проводов, если потери мощности на линии не должны превышать 2%.

2.4.16. На диэлектрическую подложку нанесена металлическая пленка толщиной 0,1 мкм, имеющая форму прямоугольника размерами 1×5 мм. Сопротивление пленки при напряжении, приложенном в продольном направлении, составляет 100 Ом. Определить сопротивление квадрата пленки, а также сопротивление пленки в поперечном направлении (параллельно меньшей стороне прямоугольника).

2.4.17. Определить длину нихромовой проволоки диаметром 0,5 мм, используемой для изготовления нагревательного устройства с сопротивлением 20 Ом при температуре 1000°С, полагая, что при 20°С параметры нихрома: $\rho=1,0$ мкОм·м;

$$\alpha_\rho=1,5\cdot 10^{-4}\ \text{К}^{-1};\quad \alpha_l=1,5\cdot 10^{-5}\ \text{К}^{-1}.$$

2.4.18. Вычислить падение напряжения на полностью включенном реостате, изготовленном из константановой проволоки длиной 10 м при плотности тока 5 А/мм^2. Удельное сопротивление константана принять равным 0,5 мкОм·м.

2.4.19*. Углеродистый резистор и проволочный резистор, изготовленный из нихрома, имеют одинаковое номинальное сопротивление $R_{ном}=100$ Ом. Резисторы соединены параллельно и включены под напряжение $U=50$ В. Одинаковая ли мощность будет выделяться на этих резисторах?

Решение

В первый момент после подачи напряжения на резисторах выделяется одинаковая мощность $P_{нач}=U^2/R_{ном}=25$ Вт. Затем происходит разогрев резисторов до максимальной температуры, определяемой выделяющейся электрической мощностью

и условиями теплоотвода. Поскольку нихром имеет положительный температурный коэффициент удельного сопротивления, а проводящие модификации углерода — отрицательный, то при нагревании сопротивление резистора из нихрома становится больше номинального, а сопротивление углеродистого резистора, наоборот, уменьшается. Соответственно в углеродистом резисторе выделяется бо́льшая мощность.

2.4.20. Стержень из графита соединен последовательно с медным стержнем того же сечения. Определить, при каком отношении длин стержней сопротивление этой композиции не зависит от температуры. Удельные сопротивления меди и графита равны соответственно 0,017 и 8,0 мкОм·м, а значения α_ρ для этих материалов составляют $4{,}3\cdot10^{-3}$ и -10^{-3} $К^{-1}$.

2.4.21. К графитовому стержню длиной 0,2 м приложено напряжение 6 В. Определить плотность тока в стержне в первый момент после подачи напряжения, если удельное сопротивление графита равно $4\cdot10^{-4}$ Ом·м. Как и почему меняется плотность тока в стержне со временем?

2.4.22. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление 10,8 Ом. Масса медной проволоки 0,3 кг. Определить длину и диаметр намотанной на катушку проволоки.

2.4.23. Вычислить, во сколько раз сопротивление $R_\sim$ медного провода круглого сечения диаметром $d=1$ мм на частоте $f=10$ МГц больше сопротивления R_0 этого провода постоянному электрическому току.

Решение

Глубина проникновения электромагнитного поля в проводник

$$\Delta=\sqrt{\rho/(\pi f\mu_0\mu)},$$

где ρ — удельное сопротивление проводника; $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная; μ — относительная магнитная проницаемость материала. Поскольку медь диамагнитна, $\mu=1$. Тогда для меди на частоте 10 МГц

$$\Delta=\frac{1}{2\cdot3{,}14}\sqrt{\frac{0{,}017\cdot10^{-8}}{10^7\cdot10^{-7}}}=2{,}07\cdot10^{-5}\text{ м}.$$

Как видно, $\Delta\ll d$, а в случае сильно выраженного поверхностного эффекта коэффициент увеличения сопротивления провода круглого сечения

$$K_R=R_\sim/R_0=d/(4\Delta)=10^{-3}/(4\cdot2{,}07\cdot10^{-5})=12.$$

2.4.24. Как изменится активное сопротивление катушки индуктивности, изготовленной из медного провода диаметром 5 мм, на частоте 5 МГц, если медный провод покрыть слоем серебра толщиной 30 мкм?

2.4.25. Вычислить глубину проникновения электромагнитного поля в медный проводник на частотах 50 Гц и 1 МГц.

2.4.26. Определить отношение глубин проникновения электромагнитного поля в алюминиевый и стальной проводники на частоте 50 Гц и 1 МГц. При расчете полагать, что для малоуглеродистой стали $\mu=1000$; $\rho=0{,}1$ мкОм·м.

2.4.27. Найти сопротивление квадрата поверхности плоского проводника из латуни на частоте 10 МГц. Удельное сопротивление латуни постоянному току принять равным 0,08 мкОм·м.

2.4.28. Проволочный нихромовый и металлооксидный станнатный (на основе диоксида олова) резисторы, имеющие одинаковые номинальные сопротивления, включены параллельно и на них подано напряжение. Как будут меняться во времени токи, протекающие через эти резисторы? Отсчет времени вести с момента включения напряжения.

2.4.29. Те же резисторы, что и в предыдущей задаче, включены последовательно и на них подано напряжение. Как будет меняться во времени падение напряжения на каждом резисторе?

2.4.30. Сопротивление квадрата поверхности резистора (рис. 12, *а*), покрытого металлической пленкой *1*, равно $R_{\square}=100$ Ом.

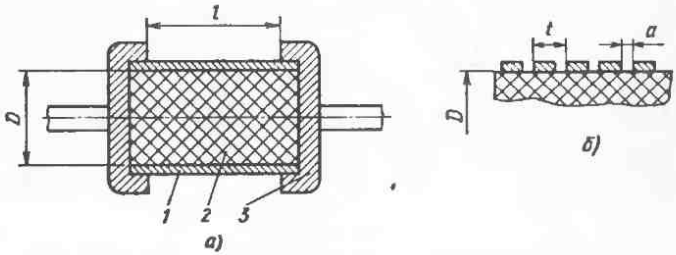


Рис. 12

Керамическое основание *2* резистора имеет диаметр $D=7{,}5$ мм, расстояние l между контактными узлами *3* равно 11 мм. а) Чему равно сопротивление этого резистора? б) Какое сопротивление будет иметь резистор, если сделать на нем спиральную нарезку, удалив часть резистивной пленки? Ширина изолирующей канавки $a=0{,}2$ мм (рис. 12, *б*); шаг нарезки $t=1$ мм.

2.4.31 *. Определить сопротивление шайбового высокочастотного резистора (рис. 13), изготовленного из пленки пиролитического углерода с сопротивлением квадрата $R_{\square}=300$ Ом. На рис. 13 обозначено: *1* — керамический диск с отверстием; *2* — контактные площадки, выполняющие функцию выводов резистора; *3* — резистивный элемент (пленка пироуглерода). Геометрические размеры резистивного элемента: $r_1=3$ мм, $r_2=7$ мм.

Решение

Ток I через такой резистор проходит радиально по резистивной пленке (рис. 14). Выделим в пределах резистивного элемента узкий кольцеобразный участок шириной dx, имеющий координату x, отсчитываемую от центра. Сопротивление этого участка $dR_x = \rho dx/(2\pi x\delta)$, где $\rho/\delta = R_\square$ — сопротивление квадрата резистивной пленки.

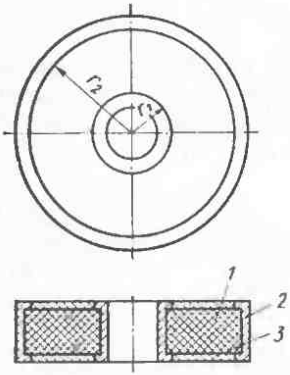


Рис. 13

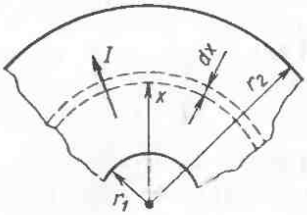


Рис. 14

Сопротивление резистивного элемента, расположенного с одной стороны диэлектрического диска с отверстием (шайбы),

$$R_э = \frac{R_\square}{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dx}{x} = \frac{R_\square}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{300}{2\cdot 3{,}14}\ln\frac{7}{3} = 40 \text{ Ом}.$$

Резистор содержит два таких элемента, включенных параллельно, т. е. сопротивление резистора $R = R_э/2 = 20$ Ом.

2.4.32 *. Миниатюрный резистор сопротивлением $R = 120$ Ом$\pm 10\%$, имеющий номинальную мощность рассеяния $P_{ном} = 0{,}05$ Вт, используется на частоте 50 Гц. Температурный коэффициент сопротивления резистора $\alpha_R = -2\cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. Известно, что из-за малых габаритов резистора при постоянном предельном напряжении $U_{пр} = 100$ В происходит поверхностный пробой между выводами. Определить, какое максимальное напряжение может быть приложено к этому резистору при температурах: а) 20°С; б) 100°С.

Решение

Максимальное напряжение, которое может быть подано на резистор, не должно превышать значения, рассчитанного исходя из номинальной мощности рассеяния и сопротивления (с

учетом допуска $\Delta R = \pm 0{,}1R$ и температурных изменений) по формуле $U_{max} = \sqrt{P_{ном}(R_T - \Delta R)}$. В то же время это напряжение не должно быть больше предельного напряжения $U_{пр}$, вызывающего поверхностный пробой.

а) При $T = 20°C$

$$U_{max} = \sqrt{0{,}05(120 - 120 \cdot 0{,}1)} = 2{,}32 \text{ В} < U_{пр};$$

б) сопротивление резистора при $T = 100°C$:

$$R_T = R[1 + \alpha_R(T - 20)] = 120[1 - 2 \cdot 10^{-3}(100 - 20)] = 100{,}8 \text{ Ом}.$$

Тогда $U_{max} = \sqrt{0{,}05(100{,}8 - 100{,}8 \cdot 0{,}1)} = 2{,}13 \text{ В} < U_{пр}$.

2.4.33 *. Решить предыдущую задачу для резистора того же типа и с той же номинальной мощностью рассеяния, имеющего сопротивление $R = 4{,}6$ МОм$\pm 20\%$.

Решение

Исходя из номинальной мощности рассеяния, имеем

$$U_{max} = \sqrt{0{,}05(5{,}6 \cdot 10^6 - 5{,}6 \cdot 10^6 \cdot 0{,}2)} = 473 \text{ В},$$

но это напряжение больше $U_{пр}$, поэтому максимальным (переменным) напряжением следует считать $U_{max} = U_{пр}/\sqrt{2} = 70{,}7$ В.

2.4.34. Медный и алюминиевый провода равной длины имеют одинаковые сопротивления. Определить отношение диаметров этих проводов. Вычислить, во сколько раз масса алюминиевого провода меньше массы медного провода.

2.4.35 *. Объясните, почему график зависимости удельного сопротивления от температуры для ферромагнитных материалов имеет излом в окрестности точки Кюри.

2.4.36. Объясните, почему при переходе с непрерывного режима питания электронагревательного элемента из хромоникелевого сплава на режим многократного включения и выключения электрического тока (для поддержания заданной температуры в нагреваемом объеме) срок службы нагревателя существенно сокращается (особенно при высоких рабочих температурах).

2.4.37. Для отопления помещения используют электрокамин, включаемый в сеть напряжением 220 В. Помещение теряет в сутки 10^5 кДж теплоты. Требуется поддерживать температуру в нем неизменной. Найти: а) сопротивление нагревательного элемента; б) длину нихромовой проволоки диаметром 0,7 мм, используемой для намотки спирали нагревательного элемента; в) мощность нагревателя. Удельное сопротивление нихрома принять равным 1 мкОм·м.

2.4.38. Найти количество теплоты, которое выделяется ежесекундно в единице объема медного провода при плотности тока 10 А/м^2.

2.4.39 *. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите через электроды проходит ток $2 \cdot 10^4$ А при разности потенциалов между ними 5 В. Найти время, в течение которого выделяется 10^3 кг алюминия. Сколько электрической энергии при этом затрачивается?

2.4.40. Один полюс источника тока присоединен к электрической схеме медным проводом, а другой — алюминиевым проводом такого же диаметра. Сравнить скорости дрейфа электронов в подводящих проводах, считая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости, а на каждый атом алюминия — три электрона проводимости.

2.4.41 *. Определить площадь поперечного сечения плавкого свинцового предохранителя, рассчитанного на предельный ток в цепи $I=6$ А, если удельное сопротивление свинца $\rho=0{,}19$ мкОм·м, плотность его $d=11{,}34$ Мг/м³, а температура плавления $T_{пл}=327°C$. Теплоотводом во внешнюю среду ввиду кратковременности аварийного режима пренебречь (с учетом требования быстродействия защиты при наступлении аварийного режима в цепи). Начальную температуру предохранителя принять равной 20°С.

Решение

Теплота, выделяющаяся в предохранителе при прохождении тока, идет на повышение его температуры: $\rho l I^2/S = clSd\Delta T$. Входящая в уравнение теплового баланса удельная теплоемкость свинца вблизи температуры плавления определяется теплоемкостью кристаллической решетки: $c \approx c_{кр} = 3R/A = 121$ Дж/(кг·К), откуда следует, что

$$S = \sqrt{\frac{\rho I^2 A}{3Rd\Delta T}} = \sqrt{\frac{0{,}19 \cdot 10^{-6} \cdot 36}{121 \cdot 11340\,(327-20)}} = 0{,}12 \cdot 10^{-6}\ м^2 = 0{,}12\ мм^2.$$

2.4.42. В цепь, состоящую из медного провода с площадью поперечного сечения $5 \cdot 10^{-6}$ м², включен свинцовый предохранитель с площадью поперечного сечения $2 \cdot 10^{-6}$ м². На какое повышение температуры проводов при коротком замыкании цепи рассчитан этот предохранитель, если температура окружающей среды 20°С?

2.4.43. Вагон освещается пятью последовательно соединенными лампами с нитью накаливания из вольфрама. На каждой лампе указаны ее параметры: 110 В; 25 Вт. Затем одну из этих ламп заменили лампой аналогичной конструкции, но с другими параметрами: 110 В; 40 Вт. Будет ли она гореть ярче прежней? Почему лампа большей мощности (при одинаковой конструкции) стоит дороже? Поясните ответ.

2.4.44 *. Через контакты реле-пускателя с контактным сопротивлением $R_к=0{,}01$ Ом в течение времени $t=10$ с проходит

ток. Контакты реле, изготовленные из молибдена, покрыты слоем оловянно-свинцового припоя толщиной $\delta=0{,}5$ мм и имеют площадь $S_к=5$ мм², но из-за шероховатости поверхности и наличия на ней непроводящих пленок ток проходит только через 20% общей площади контакта. Определить минимальный ток, при котором возможно расплавление покрытия контактов. Температура плавления припоя $T_{пл}=240°C$, его теплоемкость $c=190$ Дж/(К·кг), удельная теплота плавления $r=46$ кДж/кг, плотность $d=8{,}9$ Мг/м³. Конктакты находятся при температуре $T_0=20°C$. При расчете теплоотвод от зоны контакта не учитывать.

2.4.45. Какие материалы входят в состав контактола? Сформулируйте требования, предъявляемые к ним. Для каких целей используют контактолы в электронной технике?

Глава 3
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 3.1. СОБСТВЕННЫЕ И ПРИМЕСНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ

3.1.1. Что является основной причиной образования энергетических зон в твердом теле? Почему энергетические зоны, соответствующие внутренним электронным оболочкам атомов, перекрывают меньший интервал энергии, чем зона валентных электронов?

3.1.2. Как влияет симметрия кристаллической решетки на расщепление энергетических уровней в зоны?

3.1.3. Существует ли принципиальное различие между электронами проводимости в полупроводниках (и металлах) и свободными электронами?

3.1.4. При комнатной температуре средняя энергия тепловых колебаний атомов существенно меньше ширины запрещенной зоны полупроводников. Каким образом электроны из валентной зоны могут переходить в зону проводимости в собственном полупроводнике?

3.1.5. Сколько электронов находится на уровне Ферми в собственном полупроводнике? Как влияет температура на положение этого уровня?

3.1.6. Объясните, какая из дырок обладает большей энергией: в центре валентной зоны или у ее потолка.

3.1.7. При каких условиях энергетические уровни примесей можно считать дискретными?

3.1.8. Установите взаимосвязь между донорным или акцепторным поведением примесей замещения в ковалентных полупроводниках и валентностью примесных атомов.

3.1.9. Почему при вхождении в кристаллическую решетку полупроводника энергия ионизации примесного атома, играющего роль донора, уменьшается в десятки раз.

3.1.10. Объясните, в чем различие между вырожденным и невырожденным электронным газом. Определите, во сколько раз отличаются средние скорости теплового движения электронов проводимости в кремнии и меди (см. задачи 2.1.17—

2.1.18). Эффективную массу электронов в кремнии принять равной $0{,}5m_0$.

3.1.11. Каким аналитическим выражением можно описать температурную зависимость концентрации электронов в полупроводнике p-типа на участке истощения акцепторов?

3.1.12. Найти положение уровня Ферми в собственном германии при 300 К, если известно, что ширина его запрещенной зоны $\Delta W = 0{,}665$ эВ, а эффективные массы плотности состояний для дырок валентной зоны и для электронов зоны проводимости соответственно равны: $m_v = 0{,}388m_0$; $m_c = 0{,}55m_0$, где m_0 — масса свободного электрона.

Решение

Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике определяется выражением

$$W_F = \frac{W_c + W_v}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_v}{N_c} = W_i + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_v}{N_c},$$

$= W_i + \frac{3}{4}kT \ln\frac{m_p^*}{m_n^*}$

где W_i — уровень, соответствующий середине запрещенной зоны;

$$N_v = \frac{2(2\pi m_v kT)^{3/2}}{h^3}; \quad N_c = \frac{2(2\pi m_c kT)^{3/2}}{h^3}$$

— эффективная плотность состояний для дырок валентной зоны и для электронов зоны проводимости соответственно. В данном случае

$$N_v = \frac{2(2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}388\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300)^{3/2}}{(6{,}62\cdot 10^{-34})^3} = 6{,}04\cdot 10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

$$N_c = \frac{2(2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}55\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300)^{3/2}}{(6{,}62\cdot 10^{-34})^3} = 1{,}02\cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}.$$

Таким образом,

$$W_F - W_i = \frac{8{,}625\cdot 10^{-5}\cdot 300}{2}\ln\frac{6{,}04\cdot 10^{24}}{1{,}02\cdot 10^{25}} = -6{,}78\cdot 10^{-3}\ \text{эВ}$$

или

$$W_F - W_v = W_i - W_v + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_v}{N_c} = \frac{\Delta W}{2} + kT\ln\frac{N_v}{N_c} =$$

$$= 0{,}665/2 - 6{,}78\cdot 10^{-3} = 0{,}326\ \text{эВ},$$

т. е. уровень Ферми в собственном германии при комнатной температуре расположен на 6,78 мэВ ниже середины запрещенной зоны, но на 326 мэВ выше потолка валентной зоны. Результаты расчета показывают, что с ростом температуры уровень Ферми приближается к той зоне, которая имеет меньшую плотность состояний и поэтому заполняется быстрее.

3.1.13. Образец полупроводника содержит 0,17 моль вещества. Энергетическая протяженность зоны проводимости для этого материала составляет 10,2 эВ. Определить средний энергетический зазор между соседними уровнями зоны. Как изменится этот зазор, если объем полупроводника увеличить в два раза?

3.1.14. Уровень Ферми в полупроводнике находится на 0,3 эВ ниже дна зоны проводимости. Какова вероятность того, что при комнатной температуре энергетические уровни, расположенные на $3kT$ выше дна зоны проводимости, заняты электронами? Какова вероятность того, что на уровне, расположенном у потолка валентной зоны, содержатся дырки, если ширина запрещенной зоны полупроводника 1,1 эВ?

3.1.15. Определить вероятность заполнения электронами энергетического уровня, расположенного на $10kT$ выше уровня Ферми. Как изменится вероятность заполнения этого уровня электронами, если температуру увеличить в два раза?

3.1.16. Уровень Ферми полупроводника находится на 0,01 эВ выше потолка валентной зоны. Рассчитать: а) вероятность появления дырки на верхнем уровне валентной зоны при 300 и при 50 К; б) вероятность нахождения электрона на дне зоны проводимости при 300 К при ширине запрещенной зоны полупроводника 0,67 эВ.

3.1.17. Определить, на сколько различаются вероятности заполнения электронами нижнего уровня зоны проводимости в собственном германии и собственном кремнии: а) при 300 К; б) при 100 К.

3.1.18. Определить положение уровня Ферми при $T=300$ К в кристаллах германия, легированных мышьяком до концентрации 10^{23} м$^{-3}$.

3.1.19. Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в кремнии при $T=300$ К, если ширина его запрещенной зоны $\Delta W=1{,}12$ эВ, а эффективные массы плотности состояний $m_c=1{,}05m_0$, $m_v=0{,}56m_0$.

Решение

Собственная концентрация носителей заряда

$$n_i=\sqrt{N_cN_v}\exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right).$$

Эффективная плотность состояний (м$^{-3}$) для электронов в зоне проводимости (см. решение задачи 3.1.12)

$$N_c=\frac{2(2\cdot 3{,}14\cdot 1{,}05\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}38\cdot 10^{23}T)^{3/2}}{(6{,}62\cdot 10^{-34})^3}=2{,}69\cdot 10^{25}\left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}.$$

Эффективная плотность состояний (м$^{-3}$) для дырок в валентной зоне

$$N_v = \frac{2(2\cdot 3,14\cdot 0,56\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 1,38\cdot 10^{23}T)^{3/2}}{(6,62\cdot 10^{-34})^3} = 1,05\cdot 10^{25}\left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}.$$

Отсюда следует, что при $T=300$ К собственная концентрация

$$n_i = 10^{25}\sqrt{2,69\cdot 1,05}\exp\left(-\frac{1,12}{2\cdot 8,625\cdot 10^{-5}\cdot 300}\right) \approx 7\cdot 10^{15}\ \text{м}^{-3}.$$

3.1.20. Концентрация электронов проводимости в полупроводнике равна 10^{18} м$^{-3}$. Определить концентрацию дырок в этом полупроводнике, если известно, что собственная концентрация носителей заряда при этой же температуре равна 10^{16} м$^{-3}$.

3.1.21. Определить положение уровня Ферми и концентрацию неосновных носителей заряда при $T=400$ К в кремнии, легированном бором до концентрации 10^{23} м$^{-3}$. Для расчета использовать данные задачи 3.1.19.

Указание. Считать, что при $T=400$ К все атомы бора, создающие в кремнии мелкие акцепторные уровни, полностью ионизированы.

3.1.22. Уровень Ферми в кремнии при 300 К расположен на 0,2 эВ ниже дна зоны проводимости. Рассчитать равновесную концентрацию электронов и дырок в этом полупроводнике. Для расчета использовать данные задачи 3.1.19.

3.1.23. Уровень Ферми в германии при 300 К расположен на 0,1 эВ выше потолка валентной зоны. Рассчитать равновесные концентрации электронов и дырок в этом материале, используя данные задачи 3.1.12.

3.1.24. В собственном германии ширина запрещенной зоны при температуре 300 К равна 0,665 эВ. На сколько надо повысить температуру, чтобы число электронов в зоне проводимости увеличилось в два раза? Температурным изменением эффективной плотности состояний для электронов и дырок при расчете пренебречь.

3.1.25. При комнатной температуре в германии ширина запрещенной зоны $\Delta W=0,665$ эВ, а собственная концентрация носителей заряда $n_i=2,1\cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Во сколько раз изменится собственная концентрация n_i, если температуру повысить до 200°С. Эффективные массы плотности состояний для электронов и дырок взять из условия задачи 3.1.12. Коэффициент температурного изменения ширины запрещенной зоны $b=-3,9\times 10^{-4}$ эВ/К.

3.1.26. Определить, как изменится концентрация дырок в германии, содержащем мелкие доноры в концентрации $N_д = 10^{22}$ м$^{-3}$, при его нагревании от 300 до 400 К. При расчете использовать данные задачи 3.1.25.

3.1.27. Найти полную концентрацию ионизированных примесей $N_и$ в полупроводнике n-типа, если концентрация компенсирующих акцепторов $N_а$, а концентрация основных носителей заряда n.

3.1.28. Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в арсениде галлия при температуре 300 и 500 К, если эффективные массы плотности состояний $m_c=0{,}067m_0$; $m_v=0{,}48m_0$, а температурное изменение ширины запрещенной зоны подчиняется выражению $\Delta W(T)=1{,}522-5{,}8\cdot10^{-4}T^2/(T+300)$.

3.1.29. Определить положение уровня Ферми при температуре $T=300$ К в арсениде галлия, легированном теллуром до концентрации $N_{Te}=10^{23}$ м$^{-3}$. При расчете использовать данные предыдущей задачи. Объяснить, почему и как смещается уровень Ферми этого полупроводника с понижением температуры.

3.1.30. Вычислить, во сколько раз различаются равновесные концентрации дырок при комнатной температуре в кристаллах кремния и арсенида галлия, имеющих одинаковую концентрацию донорных примесей $N_д=10^{21}$ м$^{-3}$. Для расчета использовать данные задачи 3.1.19.

3.1.31. Определить, как изменится концентрация электронов в арсениде галлия, легированном цинком до концентрации $N_{Zn}=10^{22}$ м$^{-3}$, при повышении температуры от 300 до 500 К. Полагать, что при 300 К все атомы цинка полностью ионизированы.

3.1.32. Кристалл арсенида индия легирован серой так, что избыточная концентрация доноров $N_д-N_а=10^{22}$ м$^{-3}$. Можно ли считать, что при температуре $T=300$°С электрические параметры этого полупроводника близки параметрам собственного арсенида индия, если эффективные массы плотности состояний для электронов $m_c=0{,}023m_0$, для дырок $m_v=0{,}43m_0$, а ширина запрещенной зоны (эВ) InAs изменяется с температурой по закону $0{,}462-3{,}5\cdot10^{-4}\,T$.

Решение

Ширина запрещенной зоны ΔW арсенида индия при температуре $T=573$ К равна 0,26 эВ. Собственная концентрация носителей заряда при этой температуре

$$n_i=2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{3/2}(m_cm_v)^{3/4}\exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right)=$$

$$=2\,\frac{(2\pi\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\cdot573)^{3/2}}{(6{,}62\cdot10^{-34})^3}(0{,}023\cdot0{,}43)^{3/4}(9{,}1\cdot10^{-31})^{3/2}\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{0{,}26}{2\cdot8{,}625\cdot10^{-5}\cdot573}\right)=1{,}5\cdot10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

Отсюда следует, что при $T=573$ К собственная концентрация носителей заряда $n_i\gg(N_д-N_а)$, т. е. полупроводник по свойствам близок собственному.

3.1.33. Вычислить положение уровня Ферми при $T=300$ К в кристаллах германия, содержащих $2\cdot10^{22}$ м$^{-3}$ атомов мышьяка и 10^{22} м$^{-3}$ атомов галлия.

Решение

Так как $N_д > N_а$, то такой частично компенсированный полупроводник проявляет электропроводность n-типа. При этом избыточная концентрация доноров $N_д' = N_д - N_а$. При комнатной температуре все примеси ионизированы, поэтому $n \approx N_д'$. Из выражения $n = N_c \exp[-(W_c - W_F)/kT]$ находим положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости:

$$W_c - W_F = kT \ln \frac{N_c}{N_д'} = 8{,}625\cdot10^{-5}\cdot300 \ln \frac{1{,}02\cdot10^{25}}{10^{22}} = 0{,}179 \text{ эВ}.$$

3.1.34. Рассчитать число атомов в единице объема кристалла кремния при температуре 300 К, если период кристаллической решетки $a=0{,}54307$ нм.

3.1.35. Определить число атомов галлия и мышьяка в единице объема кристалла арсенида галлия GaAs, если известно, что плотность материала при 300 К равна 5,32 Мг/м^3.

3.1.36*. Вычислить период кристаллической решетки антимонида индия InSb, если известно, что плотность кристаллов совершенной структуры и высокой чистоты составляет 5,78 Мг/м^3. Выполнить аналогичный расчет для кристаллов кремния и германия, приняв их плотности равными 2,3283 и 5,3267 Мг/м^3 соответственно.

Решение

В состав элементарной ячейки типа цинковой обманки входит четыре формульные единицы InSb. Поэтому плотность d связана с периодом a кубической ячейки соотношением $d = 4M_{InSb}/(N_0 a^3)$, где M_{InSb} — молярная масса соединения. Отсюда

$$a_{InSb} = \sqrt[3]{\frac{4M}{N_0 d}} = \sqrt[3]{\frac{4\cdot236{,}52}{6{,}02\cdot10^{26}\cdot5780}} = 6{,}478\cdot10^{-10} \text{ м} = 0{,}6478 \text{ нм},$$

где N_0 — число Авогадро.

Аналогичный расчет для кремния и германия дает: $a_{Si} = 0{,}5432$ нм; $a_{Ge} = 0{,}5657$ нм.

3.1.37. Для примесного полупроводника p-типа в определенном интервале температур получена температурная зависимость концентрации дырок (рис. 15). Как изменится эта зависимость, если в этот полупроводник дополнительно ввести донорную примесь с концентрацией $N_д$, полагая, что $N_д < p_0$?

3.1.38. В кристаллах арсенида галлия на каждые 10^6 атомов галлия приходится один атом цинка. Полагая, что эффек-

тивная масса плотности состояний для дырок валентной зоны $m_v = 0{,}48 m_0$, найти положение уровня Ферми при 300 К.

3.1.39 *. В приближении модели водородоподобного атома рассчитать для кремния и германия энергию ионизации донора $\Delta W_д$ и боровский радиус его электронной орбиты $r_д$. При расчете эффективную массу электронов m_n в кремнии и германии принять равной соответственно $0{,}5 m_0$ и $0{,}2 m_0$. Диэлектрические проницаемости полупроводников: $\varepsilon_{Si} = 12{,}5$; $\varepsilon_{Ge} = 16$.

Решение

Приняв модель водородоподобного атома примеси, энергию ионизации доноров можно определить из выражения $\Delta W_д = W_0 m_n / (\varepsilon^2 m_0)$, где $W_0 = 13{,}6$ эВ — энергия ионизации атома водорода. При этом радиус орбиты донора $r_д = \varepsilon r_0 m_0 / m_n$, где $r_0 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м — радиус первой боровской орбиты атома водорода.

Для кремния $\Delta W_д = 13{,}6 \times 0{,}5/(12{,}5)^2 = 0{,}043$ эВ; $r_д = 12{,}5 \times 5{,}3 \cdot 10^{-11}/0{,}5 = 1{,}32 \cdot 10^{-9}$ м $= 1{,}32$ нм.

Для германия $\Delta W_д = 0{,}01$ эВ; $r_д = 4{,}24$ нм.

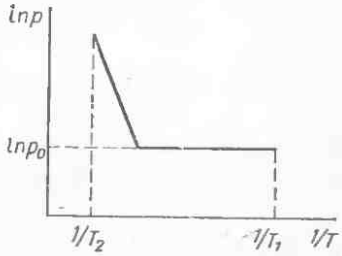


Рис. 15

3.1.40*. В арсениде галлия эффективная масса электронов $m_n = 0{,}07 m_0$, а диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 13$. Определить, при какой минимальной концентрации доноров станут заметны эффекты, связанные с перекрытием электронных оболочек соседних примесных атомов.

Решение

Перекрытие электронных оболочек соседних примесных атомов происходит при такой концентрации доноров, когда расстояние между ближайшими атомами примеси $l \leqslant 2r_д$, где $r_д$ — боровский радиус орбиты водородоподобного центра (см. решение задачи 3.1.39). Среднее расстояние между примесными атомами связано с их концентрацией соотношением $l = \sqrt[3]{(N_д)^{-1}}$. Отсюда искомая концентрация доноров

$$N_{д\,min} = (2r_д)^{-3} = \left(\frac{m_n/m_0}{2r_0\varepsilon}\right)^3 = \left(\frac{0{,}07}{2 \cdot 0{,}53 \cdot 10^{-10} \cdot 13}\right)^3 = 1{,}3 \cdot 10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

3.1.41 *. В приближении модели водородоподобного атома оценить, во сколько раз отличаются энергии ионизации доноров в кремнии и в арсениде галлия, если эффективные массы электронов соответственно равны $0{,}5 m_0$ и $0{,}067 m_0$, а диэлектрические проницаемости этих материалов: $\varepsilon_{Si} = 12{,}5$; $\varepsilon_{GaAs} = 13{,}1$ (см. решение задачи 3.1.39).

3.1.42. Определить положение уровня Ферми в кристалле арсенида галлия, легированном цинком до концентрации 10^{23} м$^{-3}$ при температуре: а) 300 К; б) 400 К. Считать, что при комнатной температуре все атомы цинка ионизированы.

3.1.43. В кристаллах арсенида галлия растворено 10^{-5} ат. % теллура. Найти положение уровня Ферми относительно середины запрещенной зоны при $T=500$ К. При расчете использовать данные задачи 3.1.28. Плотность арсенида галлия $d=5{,}32$ Мг/м^3.

Решение

Число атомов галлия и мышьяка в единице объема

$$N_{Ga}=N_{As}=N_{GaAs}=\frac{d}{M_{GaAs}}N_0=\frac{5320\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{144{,}64\cdot 10^{-3}}=$$

$$=2{,}214\cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Так как все атомы доноров ионизированы, то концентрация электронов в полупроводнике равна концентрации атомов теллура:

$$n=N_{Te}=(N_{Ga}+N_{As})\cdot 10^{-7}=2{,}214\cdot 2\cdot 10^{28}\cdot 10^{-7}=4{,}428\cdot 10^{21}\ \text{м}^{-3}.$$

Эффективная плотность состояний в зоне проводимости при $T=500$ К

$$N_c=\frac{2(2\pi m_n kT)^{3/2}}{h^3}=\frac{2(2\pi\cdot 0{,}067\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 500)^{3/2}}{(6{,}62\cdot 10^{-34})^3}=$$

$$=9{,}36\cdot 10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

Найдем положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости:

$$W_c-W_F=kT\ln\frac{N_c}{n}=$$

$$=1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 500\ln\left(\frac{9{,}36\cdot 10^{23}}{4{,}428\cdot 10^{21}}\right)\frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}}=0{,}231\ \text{эВ}.$$

Ширина запрещенной зоны при заданной температуре

$$\Delta W=1{,}522-5{,}8\cdot 10^{-4}T^2/(T+300)=1{,}341\ \text{эВ}.$$

Положение уровня Ферми относительно середины запрещенной зоны

$$W_F-W_i=\Delta W/2-(W_c-W_F)=0{,}44\ \text{эВ}.$$

3.1.44*. В эпитаксиальных слоях арсенида галлия избыточная концентрация доноров $N_д-N_а=5\cdot 10^{21}$ м$^{-3}$. Определить положение уровня Ферми и концентрацию неосновных носителей

заряда при температуре 500 К. При расчетах использовать данные задачи 3.1.28.

3.1.45*. Установлено, что в кристалле арсенида галлия массовая доля серы 10^{-5}% и массовая доля цинка 10^{-5}%. Определить положение уровня Ферми при температуре 1000 К. Полагать плотность арсенида галлия $d=5{,}32$ Мг/м^3.

3.1.46*. Для получения эффективных светодиодов красного излучения эпитаксиальные слои фосфида галлия легированы одновременно цинком, кислородом и теллуром. В результате анализа установлено, что концентрация этих примесей в кристалле составляет $3\cdot10^{23}$; $8\cdot10^{22}$ и $1{,}5\cdot10^{23}$ м$^{-3}$ соответственно. Найти концентрацию основных носителей заряда.

3.1.47*. В кристалле антимонида индия на каждые 10^6 атомов сурьмы приходится один атом кремния и два атома олова. Определить концентрации электронов и дырок в этом полупроводнике при комнатной температуре, если собственная концентрация носителей заряда в антимониде индия $n_i=2\cdot10^{22}$ м$^{-3}$, а его плотность $d=5{,}78$ Мг/м^3.

Решение

Концентрация атомов сурьмы

$$N_{Sb}=\frac{d}{M_{InSb}}N_0=\frac{5780\cdot6{,}02\cdot10^{23}}{236{,}57\cdot10^{-3}}=1{,}47\cdot10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Кремний замещает в решетке InSb узлы мышьяка и является акцептором, а олово замещает индий и является донором. Поэтому кристалл InSb должен обладать электропроводностью n-типа. Избыточная концентрация доноров

$$N_д-N_а=N_{Sn}-N_{Si}=1{,}47\cdot10^{28}\cdot10^{-6}=1{,}47\cdot10^{22}\ \text{м}^{-3}.$$

Из условия электрической нейтральности кристалла следует: $N_д^+-N_а^-+p-n=0$. Используя соотношение «действующих масс» для носителей заряда, получаем $n^2-n(N_д-N_а)-n_i^2=0$, откуда $n=0{,}735\cdot10^{22}+\sqrt{(0{,}54+2)\cdot10^{44}}=2{,}33\cdot10^{22}$ м$^{-3}$.
Тогда $p=n_i^2/n=4\cdot10^{44}/(2{,}33\cdot10^{22})=1{,}72\cdot10^{22}$ м$^{-3}$.

3.1.48*. Определить длину волны де Бройля для электронов, движущихся со средней тепловой скоростью в кристалле арсенида галлия при комнатной температуре, если эффективная масса электронов $m_n=0{,}07m_0$. Полученный результат сравнить с длиной волны де Бройля для электронов, движущихся в кристалле меди. Какой вывод можно сделать о влиянии микродефектов структуры на подвижность электронов в полупроводниках и металлах?

3.1.49. В собственный германий, у которого в нормальных условиях $n_i=p_i=2{,}1\cdot10^{19}$ м$^{-3}$, ввели мелкие доноры в концентрации $N_д=n_i=2{,}1\cdot10^{19}$ м$^{-3}$. Можно ли считать, что результи-

рующая концентрация электронов возрастает в два раза, если ионизированы все доноры?

3.1.50. Докажите, что для равновесных концентраций основных и неосновных носителей заряда справедливы следующие выражения:

$$n_0 = n_i \exp\left(-\frac{W_i - W_F}{kT}\right); \qquad p_0 = p_i \exp\frac{W_i - W_F}{kT},$$

где W_i — уровень, соответствующий середине запрещенной зоны.

3.1.51 *. В результате прецизионных структурных исследований установлено, что период решетки кристалла арсенида галлия $a = 0{,}565298$ нм, а его плотность $d = 5{,}31662$ Мг/м³. Полагая, что единственным видом нестехиометрических дефектов структуры являются вакансии в металлоидной подрешетке, определить точный состав твердой фазы и концентрацию дефектов. Плотность GaAs стехиометрического состава принять равной 5,318 Мг/м³.

Решение

По экспериментальному значению периода решетки находим рентгеновскую плотность GaAs, т. е. плотность бездефектного кристалла:

$$d_p = \frac{4M_{GaAs}}{N_0 a^3} = \frac{4 \cdot 144{,}6416 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23} (5{,}65298 \cdot 10^{-10})^3} = 5320{,}16 \text{ кг/м}^3.$$

Разность между рентгеновской и экспериментально измеренной (истинной) плотностями $\Delta d = d_p - d = 5{,}32016 - 5{,}31662 = 3{,}54 \times 10^{-3}$ Мг/м³.

В соответствии с условием задачи считаем, что наблюдаемый «дефицит массы» обусловлен отсутствием части атомов мышьяка в узлах кристаллической решетки. Общая масса «отсутствующих» атомов мышьяка в расчете на единицу объема

$$N = \frac{\Delta d N_0}{A_{As}} = \frac{3{,}54 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{74{,}9216 \cdot 10^{-3}} = 2{,}84 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Концентрация атомов мышьяка в арсениде галлия стехиометрического состава

$$N_{As} = \frac{d_{GaAs}}{M_{GaAs}} N_0 = \frac{5318{,}0 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{144{,}6416 \cdot 10^{-3}} = 2{,}21 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Атомная доля вакантных узлов $x = N/N_{As} = 1{,}28 \cdot 10^{-3}$.

Уточненный состав твердой фазы: $GaAs_{1-0{,}00128}$ или $GaAs_{0{,}99872}$.

§ 3.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

3.2.1. Оценить тепловую и дрейфовую скорости электронов при 300 К в германии n-типа с концентрацией доноров $N_д = 10^{22}$ м$^{-3}$, если плотность тока через образец $j = 10^4$ А/м^2, а эффективная масса электронов проводимости $m_n = 0{,}12 m_0$.

3.2.2. Определить, во сколько раз дрейфовая скорость электронов в германии n-типа с $N_д = 10^{22}$ м$^{-3}$ отличается от дрейфовой скорости электронов в меди при пропускании через них электрического тока одинаковой плотности $j = 10^4$ А/м^2. Объясните причину различия скоростей.

3.2.3. Определить удельное сопротивление полупроводника n-типа, если концентрация электронов проводимости в нем равна 10^{22} м$^{-3}$, а их подвижность $\mu_n = 0{,}5$ м^2/(В·с).

3.2.4. Что понимается под рассеянием носителей заряда в полупроводниках, каковы основные механизмы этого явления? Оценить среднее время и длину свободного пробега носителей заряда при температуре $T = 300$ К, если их подвижность $\mu = 0{,}1$ м^2/(В·с), а эффективная масса $m^* = 0{,}26 m_0$.

3.2.5. При напряженности электрического поля 100 В/м плотность тока через полупроводник $6 \cdot 10^4$ А/м^2. Определить концентрацию электронов проводимости в полупроводнике, если их подвижность $\mu_n = 0{,}375$ м^2/(В·с). Дырочной составляющей тока пренебречь.

3.2.6. Вычислить отношение полного тока через полупроводник к току, обусловленному дырочной составляющей: а) в собственном германии; б) в германии p-типа с удельным сопротивлением 0,05 Ом·м. Принять собственную концентрацию носителей заряда при комнатной температуре $n_i = 2{,}1 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n = 0{,}39$ м^2/(В·с), подвижность дырок $\mu_p = 0{,}19$ м^2/(В·с).

Решение

На основе закона Ома получаем выражение для отношения полного тока к его дырочной составляющей:

$$\beta_p = \frac{I}{I_p} = \frac{e(n\mu_n + p\mu_p)}{ep\mu_p} = 1 + \frac{n\mu_n}{p\mu_p},$$

где n и p — концентрации электронов и дырок соответственно.

В собственном полупроводнике $n_i = p_i$ и, следовательно,

$$\beta_i = 1 + \mu_n/\mu_p = 1 + 0{,}39/0{,}19 = 3{,}05.$$

В полупроводнике p-типа с удельным сопротивлением, много меньшим собственного, вкладом электронов в электропроводность в первом приближении можно пренебречь. С учетом этого получаем концентрацию основных носителей заряда $p \approx (e\mu_p\rho)^{-1} = 6{,}58 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$ и концентрацию неосновных носителей заряда $n = n_i^2/p = 6{,}7 \cdot 10^{17}$ м$^{-3}$.

Зная концентрацию электронов, можно уточнить отношение полного тока к дырочной составляющей:

$$\beta_p = 1 + \frac{6{,}7 \cdot 10^{17} \cdot 0{,}39}{6{,}58 \cdot 10^{20} \cdot 0{,}19} = 1{,}002.$$

3.2.7. Определить собственную удельную проводимость германия при комнатной температуре, используя значения концентрации и подвижностей носителей заряда из условия предыдущей задачи.

3.2.8. К стержню из арсенида галлия длиной 50 мм приложено напряжение 50 В. За какое время электрон пройдет через весь образец, если подвижность электронов $\mu_n = 0{,}9$ м²/(В·с).

3.2.9. Удельное сопротивление собственного кремния при $T = 300$ К равно 2000 Ом·м, собственная концентрация носителей заряда $n_i = 1{,}5 \cdot 10^{16}$ м$^{-3}$. Чему равно при этой температуре удельное сопротивление кремния n-типа с концентрацией электронов $n = 10^{20}$ м$^{-3}$? Полагать, что подвижность электронов в три раза больше подвижности дырок и что это соотношение сохраняется как для собственного, так и для примесного полупроводника с заданной степенью легирования.

3.2.10. Вычислить удельное сопротивление германия p-типа с концентрацией дырок $4 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Найти отношение электронной проводимости к дырочной. Собственную концентрацию и подвижность носителей заряда взять такими же, как в задаче 3.2.6.

3.2.11. Образец кремния n-типа при температуре $T_1 = 300$ К имеет удельное сопротивление $\rho = 0{,}05$ Ом·м, причем концентрация электронов в нем не изменяется при нагревании до температуры $T_2 = 500$ К. Определить, на сколько изменяется концентрация неосновных носителей заряда в этом температурном диапазоне. При температуре T_1 подвижность электронов $\mu_n = 0{,}14$ м²/(В·с). Значение собственной концентрации носителей заряда взять из задачи 3.1.19. Коэффициент температурного изменения ширины запрещенной зоны $b = 2{,}84 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

$n_i = 7 \cdot 10^{15}$ м$^{-3}$

Решение

По заданным значениям ρ и μ_n находим концентрацию основных носителей заряда при температуре T_1:

$$n = \frac{\gamma}{e\mu_n} = \frac{1}{e\mu_n\rho} = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}05} = 8{,}93 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Концентрацию неосновных носителей заряда (дырок) определяем из соотношения «действующих масс»:

$$p = n_i^2/n = (7 \cdot 10^{15})^2/(8{,}93 \cdot 10^{20}) = 5{,}5 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}.$$

При температуре T_2

$$N_c = 5{,}79 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}; \quad N_v = 2{,}26 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3};$$

$$\Delta W_2 = \Delta W_1 - b(T_2 - T_1) = 1{,}12 - 2{,}84 \cdot 10^{-4} \cdot 200 = 1{,}063\ \text{эВ}.$$

Собственная концентрация носителей заряда при температуре T_2

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT_2}\right) =$$

$$= 10^{25} \sqrt{5{,}79 \cdot 2{,}26} \exp\left(-\frac{1{,}063}{2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \cdot 500}\right) = 1{,}6 \cdot 10^{20}\ \text{м}^{-3}.$$

Отсюда находим концентрацию неосновных носителей заряда

$$p = (1{,}6 \cdot 10^{20})^2 / (8{,}93 \cdot 10^{20}) = 2{,}87 \cdot 10^{19}\ \text{м}^{-3}.$$

Таким образом, на участке истощения доноров при повышении температуры от 300 до 500 К концентрация дырок в кремнии n-типа возрастает в $2{,}87 \cdot 10^{19} / (5{,}5 \cdot 10^{10}) = 5{,}2 \cdot 10^{8}$ раз.

3.2.12. Постройте (качественно) температурную зависимость концентрации неосновных носителей заряда в примесном полупроводнике на участке истощения примесей в виде функции $\ln p_n = f(1/T)$ или $\ln n_p = f(1/T)$. Укажите, что характеризует наклон полученной на графике зависимости.

3.2.13. При температуре $T = 300$ К концентрация дырок в германии p-типа равна $2{,}1 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$, а концентрация электронов в 100 раз меньше. Подвижность дырок и электронов взять такими же, как в задаче 3.2.6. На основании этих данных найти собственное удельное сопротивление германия.

3.2.14. При температуре $T = 300$ К собственное удельное сопротивление антимонида галлия равно 10 Ом·м. Используя данные приложения 3, определить собственную концентрацию носителей заряда этого полупроводника.

3.2.15. В каких случаях удельная проводимость полупроводников уменьшается при увеличении суммарного содержания электрически активных примесей?

3.2.16. Эпитаксиальный слой арсенида галлия, легированный серой, имеет при комнатной температуре удельное сопротивление $5 \cdot 10^{-3}$ Ом·м. Определить концентрацию доноров в слое, если подвижность электронов 0,8 м^2/(В·с).

3.2.17. Через пластину кремния с удельным сопротивлением 0,01 Ом·м проходит электрический ток плотностью 10 мА/мм^2. Найти средние скорости дрейфа электронов и дырок, если их подвижности 0,14 и 0,05 м^2/(В·с) соответственно.

3.2.18. Рассчитать концентрацию электронов и дырок в германии p-типа с удельным сопротивлением 0,05 Ом·м при температуре 300 К. Недостающие данные взять из условия задачи 3.2.6.

Решение

Удельное сопротивление связано с концентрацией электронов и дырок уравнением $1/\rho = en\mu_n + ep\mu_p = en_i^2\mu_n/p + ep\mu_p$.

Для концентрации дырок получаем квадратное уравнение вида

$$p^2 - \frac{p}{e\mu_p\rho} + \frac{n_i^2\mu_n}{\mu_p} = 0.$$

Подставляя исходные данные, имеем

$$p^2 - 6{,}58 \cdot 10^{20} + 9{,}03 \cdot 10^{38} = 0,$$

откуда $p = 6{,}565 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$.

Второе решение квадратного уравнения отбрасываем, так как оно соответствует полупроводнику n-типа. Концентрация неосновных носителей заряда

$$n = n_i^2/p = (2{,}1 \cdot 10^{19})^2/(6{,}565 \cdot 10^{20}) = 6{,}72 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}.$$

3.2.19*. Определить, при какой концентрации примесей удельная проводимость германия при температуре 300 К имеет наименьшее значение. Найти отношение собственной удельной проводимости к минимальной при той же температуре. Для решения использовать данные задачи 3.2.6.

Решение

Минимум удельной проводимости находим из условия $d\gamma/dn = 0$. Учитывая, что $\gamma = en\mu_n + ep\mu_p = en\mu_n + \frac{en_i^2}{n}\mu_p$, после дифференцирования получим

$$e\mu_n - en_i^2\mu_p/n^2 = 0.$$

Решая это уравнение, находим:

$$n = n_i\sqrt{\mu_p/\mu_n}; \quad p = n_i\sqrt{\mu_n/\mu_p}.$$

Для германия при 300 К получаем:

$$n = 2{,}1 \cdot 10^{19}\sqrt{0{,}19/0{,}39} = 1{,}47 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3};$$

$$p = 2{,}1 \cdot 10^{19}\sqrt{0{,}39/0{,}19} = 3{,}01 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Таким образом, минимальную удельную проводимость имеет слаболегированный полупроводник p-типа.

Учитывая, что собственная удельная проводимость определяется уравнением $\gamma_i = en_i(\mu_n + \mu_p)$, находим искомое отношение

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_{min}} = \frac{\mu_n + \mu_p}{2\sqrt{\mu_n\mu_p}} = \frac{0{,}39 + 0{,}19}{2\sqrt{0{,}39 \cdot 0{,}19}} = 1{,}065.$$

3.2.20. Вычислить отношение собственной удельной проводимости к минимальной при $T=300$ К для антимонида индия, имеющего следующие параметры: $n_i=2\cdot10^{22}$ м$^{-3}$; $\mu_n=7{,}8$ м^2/(В·с), $\mu_p=0{,}075$ м^2/(В·с).

3.2.21. В собственном германии при 300 К концентрация атомов $4{,}4\cdot10^{28}$ м$^{-3}$, а концентрация электронов проводимости $2{,}1\cdot10^{19}$ м$^{-3}$. Чему равна концентрация дырок при этой температуре в примесном германии, содержащем один атом донорных примесей на 10^6 атомов основного вещества?

3.2.22. Определить ток через образец кремния прямоугольной формы размерами $l\times b\times h=5\times2\times1$ мм, если вдоль образца приложено напряжение 10 В. Известно, что концентрация электронов в полупроводнике $n=10^{21}$ м$^{-3}$, их подвижность $\mu_n=0{,}14$ м^2/(В·с).

3.2.23. При исследовании температурной зависимости концентрации носителей заряда для чистого кремния в области собственной электропроводности получены следующие результаты: при температуре $T_1=463$ К собственная концентрация $n_{i1}=10^{20}$ м$^{-3}$, а при $T_2=781$ К $n_{i2}=10^{23}$ м$^{-3}$. На основании этих данных рассчитать ширину запрещенной зоны при $T=300$ К, если коэффициент ее температурного изменения $b=-2{,}84\times10^{-4}$ эВ/К.

Решение

Температурная зависимость собственной концентрации

$$n_i=\sqrt{N_cN_v}\exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right)=AT^{3/2}\exp\left(-\frac{\Delta W_0-bT}{2kT}\right)=$$

$$=BT^{3/2}\exp\left(-\frac{\Delta W_0}{2kT}\right),$$

где A и B — постоянные, не зависящие от температуры; ΔW_0 — ширина запрещенной зоны, линейно экстраполированная к $T=0$ К. Тогда для двух экспериментальных точек имеем

$$\ln\frac{n_{i1}}{T_1^{3/2}}=\ln B-\frac{\Delta W_0}{2kT_1};\qquad \ln\frac{n_{i2}}{T_2^{3/2}}=\ln B-\frac{\Delta W_0}{2kT_2}.$$

Вычитая из второго уравнения первое, после преобразований получаем

$$\Delta W_0=2k\ln\left[n_{i2}T_1^{3/2}/(n_{i1}T_2^{3/2})\right]/(1/T_1-1/T_2)=$$

$$=\frac{2\cdot8{,}625\cdot10^{-5}\ln\left[10^{23}\cdot463^{3/2}/(10^{20}\cdot781^{3/2})\right]}{1/463-1/781}=1{,}201\text{ эВ}.$$

Ширина запрещенной зоны для $T=300$ К

$$\Delta W=\Delta W_0+bT=1{,}201-2{,}84\cdot10^{-4}\cdot300=1{,}116\text{ эВ}.$$

3.2.24. Определить минимальную атомную долю примесей $N_{пр}$ в антимониде индия, ниже которой собственная электропроводность доминирует в полупроводнике даже при комнатной температуре. Для расчета использовать данные задач 3.1.36 и 3.2.20. Провести аналогичную оценку для германия.

3.2.25. Почему у антимонида индия собственная удельная проводимость определяется только концентрацией электронов, а вкладом дырок можно практически пренебречь?

3.2.26. Почему рассеяние на ионизированных примесях относительно слабо сказывается на подвижности носителей заряда при повышенных температурах?

3.2.27. Рассчитать удельное сопротивление кристаллов арсенида галлия, легированных хромом до концентрации $2\cdot10^{21}$ м$^{-3}$ при температуре 300 К, если энергия ионизации атомов хрома $\Delta W_a=790$ мэВ, а подвижность дырок $\mu_p=0{,}04$ м^2/(В·с). Эффективную массу дырок принять равной 0,48 m_0.

3.2.28. Может ли удельное сопротивление полупроводников возрастать при нагревании?

3.2.29. Определить, при каком содержании акцепторов удельное сопротивление антимонида индия p-типа равно собственному удельному сопротивлению антимонида индия при 300 К. Параметры собственного антимонида индия взять из условия задачи 3.2.20. Считать, что подвижность носителей заряда одинакова в собственном и примесном полупроводниках.

3.2.30*. Кристалл кремния n-типа при температуре 300 К имеет удельное сопротивление $\rho=0{,}1$ Ом·м. Определить, при какой температуре в этом материале начинает доминировать собственная электропроводность, если температурное изменение подвижности носителей заряда в собственном и примесном полупроводниках определяется выражениями: $\mu_n=0{,}14\,(T/300)^{-3/2}$; $\mu_p=0{,}05\,(T/300)^{-3/2}$, а ширины запрещенной зоны — выражением $\Delta W(T)=1{,}205-2{,}84\cdot10^{-4}\,T$. Для расчета эффективной плотности состояний использовать данные задачи 3.1.19.

Решение

Полагая, что при $T=300$ К все доноры полностью ионизированы, находим концентрацию примесей

$$N_д=(\rho e\mu_n)^{-1}=(0{,}1\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}14)^{-1}=4{,}464\cdot10^{20}\ \text{м}^{-3}.$$

Поскольку на участке истощения доноров концентрация носителей заряда не изменяется, температурное изменение удельной проводимости (См/м) подчиняется уравнению

$$\gamma=eN_д\mu_n=1{,}6\cdot10^{-19}\cdot4{,}464\cdot10^{20}\cdot0{,}14\left(\frac{T}{300}\right)^{-3/2}=5{,}2\cdot10^{4}(T)^{-3/2}.$$

Удельная проводимость собственного полупроводника (См/м)

$$\gamma_i = en_i(\mu_n + \mu_p) = e\sqrt{N_c N_v}(\mu_n + \mu_p)\exp[-(\Delta W_0 - bT)/(2kT)] =$$

$$= e\sqrt{N_c N_v}(\mu_n + \mu_p)\exp[b/(2k)]\exp[-\Delta W_0/(2kT)].$$

Используя числовые значения N_c и N_v из задачи 3.1.19, получаем

$$\gamma_i = 1{,}6\cdot 10^{-19}\left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}\cdot 10^{25}\sqrt{2{,}69\cdot 1{,}05}\,(0{,}14 + 0{,}05)\left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}\times$$

$$\times\exp\left(\frac{2{,}84\cdot 10^{-4}}{2\cdot 8{,}625\cdot 10^{-5}}\right)\exp\left(-\frac{1{,}205}{2\cdot 8{,}625\cdot 10^{-5}T}\right) =$$

$$= 2{,}65\cdot 10^{6}\exp\left(-\frac{6985}{T}\right).$$

Искомая температура находится из условия

$$5{,}2\cdot 10^{4}(T)^{-3/2} = 2{,}65\cdot 10^{6}\exp(-6985/T).$$

После упрощения и логарифмирования этого уравнения имеем $\lg\frac{1}{T} = 1{,}138 - \frac{2022}{T}$ Полученное уравнение можно решить численными методами или графически. Графическое решение показано на рис. 16, где через $f(T)$ обозначена правая часть уравнения. Как видно из рис. 16, искомому решению отвечает значение $\frac{1}{T} = \frac{1{,}9}{10^3}\frac{1}{\text{К}}$, т. е. при $T > 523$ К в данном образце преобладает собственная электропроводность.

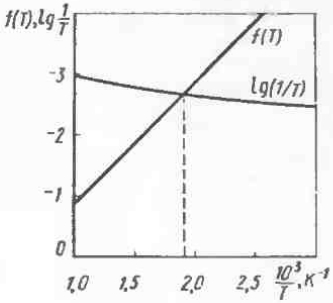


Рис. 16

3.2.31*. Доказать, что высокое, близкое собственному удельное сопротивление полупроводникового материала не может однозначно свидетельствовать о высокой степени его чистоты.

3.2.32. Изобразите (качественно) на рисунке, как будет изменяться удельное сопротивление полупроводника с постоянной концентрацией доноров, если в него последовательно вводить все большее количество акцепторов.

3.2.33*. В результате измерений установлено, что при температуре $T_1 = 300$ К удельное сопротивление собственного германия $\rho_{i1} = 0{,}5$ Ом·м, а при температуре $T_2 = 500$ К удельное сопротивление $\rho_{i2} = 1{,}25\cdot 10^{-3}$ Ом·м. Полагая, что подвижность электронов и дырок при нагревании изменяется соответственно по закону: $\mu_n = 0{,}38(T/300)^{-3/2}$ и $\mu_p = 0{,}19(T/300)^{-3/2}$, определить

температурную зависимость ширины запрещенной зоны (в линейном приближении). Эффективная масса плотности состояний для электронов зоны проводимости $m_c = 0{,}55\ m_0$, а для дырок валентной зоны $m_v = 0{,}388\ m_0$.

Решение

Для собственной удельной проводимости полупроводника имеем (см. решение задач 3.2.23 и 3.2.30)

$$\gamma_i = \frac{1}{\rho_i} = AT^{3/2} \exp\left(\frac{b}{2k}\right) \exp\left(-\frac{\Delta W_0}{2kT}\right)(\mu_n + \mu_p) = B \exp \frac{-\Delta W_0}{2kT},$$

где A и B — константы, не зависящие от температуры; ΔW_0 — ширина запрещенной зоны, экстраполированная к температуре $T = 0$ К. После логарифмирования имеем:

$$\ln \gamma_{i1} - \ln \gamma_{i2} = -\Delta W_0 \frac{1/T_1 - 1/T_2}{2k};$$

$$\Delta W_0 = \frac{2k \ln(\rho_{i2}/\rho_{i1})}{1/T_2 - 1/T_1} = \frac{2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \ln(1{,}25 \cdot 10^{-3}/0{,}5)}{1/500 - 1/300} = 0{,}775 \text{ эВ}.$$

При $T = 300$ К

$$n_i = \frac{\gamma_i}{e(\mu_k + \mu_p)} = \frac{1/0{,}5}{1{,}6 \cdot 10^{-19}(0{,}39 + 0{,}19)} = 2{,}16 \cdot 10^{19} \text{ м}^3.$$

С учетом этого $\exp\left(-\frac{\Delta W_0 - bT}{2kT}\right) = \frac{n_i}{\sqrt{N_c N_v}}$.

Отсюда следует, что при $T = 300$ К (см. решение задачи 3.1.12)

$$\Delta W = \Delta W_0 - bT = 2kT \ln \frac{\sqrt{N_c N_v}}{n_i} =$$

$$= 2kT \ln \frac{2(2\pi kT)^{3/2}(m_c m_v)^{3/4}}{n_i h^3} = 2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \times$$

$$\times 300 \ln \frac{2(2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{3/2}(0{,}55 \cdot 0{,}388)^{3/4}(9{,}1 \cdot 10^{-31})^{3/2}}{2{,}16 \cdot 10^{19}(6{,}62 \cdot 10^{-34})^3} =$$

$$= 0{,}663 \text{ эВ}.$$

Тогда

$$b = \frac{\Delta W_0 - \Delta W}{T} = \frac{0{,}775 - 0{,}663}{300} = 3{,}75 \cdot 10^{-4} \frac{\text{эВ}}{\text{К}}.$$

Таким образом, для температурной зависимости ширины запрещенной зоны (эВ) получаем

$$\Delta W(T) = 0{,}775 - 3{,}75 \cdot 10^{-4} T.$$

3.2.34. На сколько увеличится удельная проводимость антимонида индия с собственной электропроводностью при измене-

нии температуры от 20 до 21 °С, если ширина запрещенной зоны $\Delta W = 0{,}172$ эВ, а подвижность электронов и дырок изменяется по закону $T^{-3/2}$. Коэффициент температурного изменения ширины запрещенной зоны $b = -2{,}8 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

Решение

Температурное изменение собственной удельной проводимости полупроводника определяется выражением (см. решение задачи 3.2.30) $\gamma_i = B \exp\left(-\frac{\Delta W_0}{2kT}\right)$. Отсюда следует, что

$$\frac{d\gamma_i}{dT} = B \exp\left(-\frac{\Delta W_0}{2kT}\right) \frac{\Delta W_0}{2kT^2} = \gamma_i \frac{\Delta W_0}{2kT^2}$$

и $\Delta\gamma_i/\gamma_i = \Delta W_0 \Delta T/(2kT^2)$. Учитывая, что

$$\Delta W_0 = \Delta W - bT = 0{,}172 + 2{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 293 = 0{,}254 \text{ эВ},$$

находим

$$\frac{\Delta\gamma_i}{\gamma_i} = \frac{0{,}254}{2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \cdot 293^2} = 1{,}73 \cdot 10^{-2} = 1{,}73\%.$$

3.2.35. Решить предыдущую задачу для германия с собственной электропроводностью, если температурная зависимость ширины запрещенной зоны (эВ) имеет вид $\Delta W(T) = 0{,}782 - 3{,}9 \cdot 10^{-4}\, T$.

3.2.36. В идеально скомпенсированном полупроводнике концентрация электронов равна концентрации дырок. Можно ли считать, что при всех температурах удельное сопротивление такого полупроводника равно собственному удельному сопротивлению?

3.2.37. Наиболее чистые кристаллы кремния имеют концентрацию электронов 10^{19} м$^{-3}$, а их подвижность 0,14 м^2/(В·с). Определить, во сколько раз удельное сопротивление этих кристаллов меньше собственного удельного сопротивления кремния при 300 К. Для решения использовать данные задач 3.1.19 и 3.2.30.

3.2.38. Определить концентрацию электронов и дырок при $T = 300$ К в образце германия, который имеет концентрацию донорных примесей $N_д = 2 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$ и концентрацию акцепторных примесей $N_а = 3 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$.

3.2.39. Вычислить при температуре 300 К удельное сопротивление кристалла германия, в котором на каждые 10^7 атомов кристаллической решетки приходится один атом сурьмы. Известно, что период решетки германия $a = 0{,}5657$ нм, а подвижность электронов $\mu_n = 0{,}39$ м^2/(В·с).

3.2.40. Образец кремния содержит в качестве примеси фосфор с концентрацией атомов $2 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$. Какую нужно создать концентрацию атомов галлия в этом полупроводнике, чтобы

тип электропроводности изменился на противоположный, а удельное сопротивление стало равным 0,5 Ом·м? При расчетах полагать, что подвижность дырок $\mu_p = 0{,}05$ м²/(В·с). Выразить требуемую концентрацию галлия в массовых долях, если плотность кремния $d = 2{,}328$ Мг/м³.

3.2.41. В кристалле сверхчистого германия с периодом идентичности решетки $a = 0{,}5657$ нм при температуре 300 К один из каждых $2 \cdot 10^9$ атомов ионизирован. Полагая, что подвижность электронов и дырок равна соответственно 0,39 и 0,19 м²/(В·с), определить удельное сопротивление материала в данных условиях.

3.2.42*. Вычислить для температуры $T = 40$ К концентрацию дырок и удельное сопротивление кремния p-типа, легированного бором до концентрации $N_a = 10^{22}$ м⁻³, если эффективная масса плотности состояний для дырок валентной зоны $m_v = 0{,}56\, m_0$, положение энергетического уровня бора $W_v + 0{,}045$ эВ, а подвижность дырок изменяется с температурой согласно выражению $\mu_p = 0{,}045 \cdot (T/300)^{-3/2}$.

Решение

Эффективная плотность состояний для дырок валентной зоны

$$N_v = \frac{2\,(2\pi m_v kT)^{3/2}}{h^3} = \frac{2\,(2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}56 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{23} \cdot 40)^{3/2}}{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^3} =$$

$$= 5{,}1 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}.$$

При $T = 40$ К энергия теплового возбуждения

$$kT = 8{,}625 \cdot 10^{-5} \cdot 40 = 3{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ} \ll \Delta W_a = 0{,}045 \text{ эВ}.$$

Поэтому для концентрации дырок справедливо выражение

$$p = \sqrt{N_a N_v} \exp\left[-\Delta W_a/(2kT)\right] =$$

$$= \sqrt{5{,}1 \cdot 10^{23} \cdot 10^{22}} \exp\left(-\frac{0{,}045}{2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \cdot 40}\right) = 1{,}05 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Низкотемпературная подвижность дырок, ограниченная рассеянием на тепловых колебаниях решетки,

$$\mu_p = 0{,}045 \left(\frac{40}{300}\right)^{-3/2} = 0{,}928 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}).$$

Удельное сопротивление материала при $T = \cancel{300}$ 40 К

$$\rho = (ep\mu_p)^{-1} = (1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}05 \cdot 10^{20} \cdot 0{,}928)^{-1} = 6{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

3.2.43. Определить энергию ионизации доноров в кремнии n-типа, если концентрация электронов $n_1 = 10^{20}$ м⁻³ при температуре $T_1 = 50$ К и $n_2 = 10^{18}$ м⁻³ при $T_2 = 28$ К.

3.2.44*. В результате измерений установлено, что кристаллы арсенида галлия, легированные теллуром, при комнатной температуре имеют удельное сопротивление $\rho=10^{-3}$ Ом·м, подвижность электронов $\mu_n=0{,}5$ м²/(В·с) и содержат железо как остаточную примесь в массовой доле 10^{-5}%. Вычислить, какое удельное сопротивление имели бы кристаллы при отсутствии примеси железа. Изменением подвижности электронов от содержания примесей пренебречь. Плотность арсенида галлия принять равной 5,32 Мг/м³.

3.2.45. Оценить максимальную удельную проводимость, которую может иметь примесный кремний при комнатной температуре. Какие факторы ограничивают ее значение?

3.2.46. Перечислите основные физические факторы, которые обусловливают нарушение закона Ома в полупроводниках при воздействии на них сильного электрического поля.

3.2.47*. Кристаллы арсенида галлия *n*-типа имеют удельное сопротивление $\rho=2\cdot10^{-5}$ Ом·м, подвижность электронов $\mu_n=0{,}2$ м²/(В·с) и в качестве основной легирующей примеси содержат кремний в количестве 10^{-2} ат.%. Полагая, что все атомы кремния электрически активны, определить, сколько их находится в узлах галлия и сколько в узлах мышьяка. Плотность материала $d=5320$ кг/м³.

Решение

В единице объема арсенида галлия содержится $N_{Ga}+N_{As}=4{,}42\cdot10^{28}$ м⁻³ атомов (см. ответ к задаче 3.1.35). Отсюда общая концентрация атомов кремния в решетке GaAs:

$$N_{Si}=4{,}42\cdot10^{28}\cdot10^{-4}=4{,}42\cdot10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

Концентрация электронов определяется разностью концентраций доноров и акцепторов:

$$n=N_д-N_а=(e\rho\mu_n)^{-1}=(1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2\cdot10^{-5}\cdot0{,}2)^{-1}=1{,}56\cdot10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

Кремний является амфотерной примесью в GaAs и проявляет акцепторные свойства при вхождении в узлы мышьяка и донорные — при замещении атомов галлия. Поэтому $N_{Si}(Ga)-N_{Si}(As)=1{,}56\cdot10^{24}$ м⁻³.

Из приведенных формул следует, что

$$N_{Si}(Ga)=3\cdot10^{24}\ \text{м}^{-3};\quad N_{Si}(As)=1{,}42\cdot10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

3.2.48. Сравнить относительные изменения удельных проводимостей меди и собственного германия при повышении температуры от 20 до 21 °С. Необходимые для расчета данные взять из приложений.

3.2.49*. В результате диффузии фосфора в кремний по толщине пластины сформировалось неоднородное распределение доноров, которое можно аппроксимировать экспоненциальной

функцией вида $N_д(x)=N_S\exp(-x/L_D)$, где N_S — поверхностная концентрация доноров; L_D — диффузионная длина. Определить напряженность внутреннего электрического поля, обусловленного неоднородностью состава полупроводника, если $N_S=10^{26}$ м$^{-3}$; $L_D=10$ мкм. Возникнет ли электрический ток, если противоположные плоскости пластины полупроводника соединить проводником?

3.2.50. Определить: а) какая концентрация атомов акцепторной примеси требуется для получения арсенида галлия с удельной проводимостью 10 мСм/см при комнатной температуре; б) каково при этом отношение атомов акцепторной примеси к числу атомов галлия; в) какова удельная проводимость арсенида галлия, если он содержит в такой же концентрации атомы донорной примеси? Подвижность дырок и электронов принять равной 0,045 и 0,8 м^2/(В·с) соответственно.

3.2.51. Вычислить собственное удельное сопротивление арсенида галлия при температурах 300 и 500 К, если температурные изменения подвижности электронов и дырок определяются выражениями: $\mu_n=0{,}85(T/300)^{-2}$; $\mu_p=0{,}045(T/300)^{-2{,}5}$.

Для расчета использовать данные приложения 3.

3.2.52. Образец германия содержит 10^{20} м$^{-3}$ донорных атомов и $7\cdot10^{19}$ м$^{-3}$ акцепторных примесных атомов. При данной температуре собственное удельное сопротивление германия равно 0,5 Ом·м. Определить равновесные концентрации электронов и дырок, а также плотность дрейфового тока, который будет проходить по образцу под действием электрического поля напряженностью 200 В/м. Подвижность электронов и дырок соответственно равна 0,39 и 0,19 м^2/(В·с).

3.2.53. Через кристалл кремния n-типа с удельным сопротивлением 0,1 Ом·м пропускают электрический ток плотностью 200 мА/см^2. За какое время электроны проходят расстояние 10 мкм, если их подвижность 0,14 м^2/(В·с)? Как и почему изменится время дрейфа, если электрический ток той же плотности пропускать через кристалл кремния n-типа с более высоким удельным сопротивлением?

3.2.54. Оценить среднюю длину свободного пробега электронов в арсениде галлия при $T=300$ К, если их эффективная масса $m_n=0{,}07\ m_0$, а подвижность $\mu_n=0{,}85$ м^2/(В·с).

3.2.55. Удельное сопротивление антимонида индия с концентрацией дырок $p=10^{23}$ м$^{-3}$ при $T=300$ К составляет $3{,}5\cdot10^{-4}$ Ом·м. Определить подвижность электронов и дырок, если их отношение $\mu_n/\mu_p=40$, а собственная концентрация носителей заряда в антимониде индия при этой температуре $n_i=2\cdot10^{22}$ м$^{-3}$.

3.2.56. Полупроводник легирован акцепторной примесью до концентрации $N_a=2n_i$. Определить, во сколько раз изменится удельная проводимость полупроводника по отношению к собственной, если отношение подвижностей электронов и дырок

$\mu_n/\mu_p = b$. Считать, что все акцепторы находятся в ионизированном состоянии.

Решение

В соответствии с соотношением «действующих масс» для носителей заряда имеем: $np = n_i^2$. Из условия электронейтральности кристалла следует, что $p = n + N_a^-$. Отсюда для концентрации основных носителей заряда получаем уравнение $p^2 - 2n_i p - n_i^2 = 0$. Его решение: $p = (1 + \sqrt{2})n_i$. Второе решение отбрасываем, исходя из физического смысла.

Концентрация неосновных носителей заряда $n = n_i/(1 + \sqrt{2})$. Удельная проводимость легированного полупроводника

$$\gamma = en\mu_n + ep\mu_p = en_i\mu_p(0{,}414b + 2{,}414).$$

Собственная удельная проводимость полупроводника при той же температуре

$$\gamma_i = en_i(\mu_n + \mu_p) = en_i\mu_p(b + 1).$$

Отсюда находим отношение удельных проводимостей:

$$\gamma/\gamma_i = (0{,}414b + 2{,}414)/(b + 1).$$

3.2.57. Решить предыдущую задачу для антимонида индия, концентрация акцепторных примесей которого $N_a = 5n_i$. Отношение подвижности электронов к подвижности дырок $\mu_n/\mu_p = 50$.

§ 3.3. НЕРАВНОВЕСНЫЕ НОСИТЕЛИ ЗАРЯДА

3.3.1. Назовите основные факторы, от которых зависят время жизни и диффузионная длина неравновесных носителей заряда.

3.3.2. Сравните (качественно) времена жизни и диффузионные длины неравновесных носителей заряда в собственном и компенсированном полупроводниках, имеющих одинаковые удельные сопротивления.

3.3.3. Диффузионная длина электронов в кристаллах кремния, арсенида галлия и германия равна 1 мм. Используя справочные данные приложения 3, определить время жизни электронов в этих материалах при комнатной температуре.

3.3.4. В образце кремния n-типа при температуре $T = 300$ К время жизни неосновных носителей заряда $\tau_p = 5$ мкс, их подвижность $\mu_p = 0{,}04$ м^2/(В·с). В одну из плоскостей образца вводится и поддерживается постоянной во времени избыточная концентрация дырок $\Delta p_0 = 10^{19}$ м$^{-3}$. Определить плотность диффузионного тока в непосредственной близости от этой плоскости. На какой глубине концентрация дырок составит 10^{18} м$^{-3}$? Считать, что толщина образца значительно больше диффузионной длины носителей заряда.

Решение

Из соотношения Эйнштейна находим коэффициент диффузии дырок:

$$D_p = \mu_p kT/e = 0{,}04 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \cdot 300/1{,}6 \cdot 10^{-19} = 1{,}03 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Диффузионная длина неосновных носителей заряда

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{1{,}03 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 7{,}19 \cdot 10^{-5}\ \text{м} \approx 72\ \text{мкм}.$$

Распределение дырок по толщине образца при одномерной диффузии характеризуется уравнением $\Delta p = \Delta p_0 \exp(-x/L_p)$, где x — расстояние от поверхности. Плотность диффузионного тока при одномерной диффузии

$$j_p = -eD_p \frac{dp}{dx} = \frac{eD_p}{L_p} \Delta p(x).$$

Для $x=0$ (т. е. в непосредственной близости от поверхности)

$$j_p = \frac{eD_p}{L_p} \Delta p_0 = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}03 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{19}}{7{,}2 \cdot 10^{-5}} = 23\ \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Глубина x_1, на которой достигается заданная концентрация неосновных носителей заряда,

$$x_1 = -L_p \ln \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} = -72 \ln \frac{10^{18}}{10^{19}} = 166\ \text{мкм}.$$

3.3.5. Вычислить время жизни неосновных носителей заряда в полупроводнике, если их установившаяся концентрация при воздействии источника возбуждения составляет 10^{20} м$^{-3}$, а начальная скорость уменьшения избыточной концентрации при отключении источника $7{,}1 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$/с. Найти избыточную концентрацию Δn через время $t=2$ мс после выключения источника возбуждения.

3.3.6. По истечении времени $t_1 = 10^{-4}$ с после прекращения генерации электронно-дырочных пар, равномерной по объему полупроводника, избыточная концентрация носителей заряда оказалась в 10 раз больше, чем в момент $t_2 = 10^{-3}$ с. Определить время жизни неравновесных носителей заряда, считая его постоянным, не зависимым от интенсивности возбуждения.

3.3.7. Определить (качественно), как будет изменяться время жизни дырок в кремнии n-типа при повышении температуры от комнатной до температуры, при которой наступает собственная электропроводность.

3.3.8. Вычислить диффузионную длину дырок в германии n-типа, если время жизни неосновных носителей заряда $\tau_p = 10^{-4}$ с, а коэффициент диффузии $D_p = 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ м^2/с.

3.3.9. В однородный полубесконечный полупроводник n-типа в плоскости $x=0$ непрерывно инжектируются дырки, так что

$\Delta p(0)=10^{20}$ м$^{-3}$. Вычислить избыточную концентрацию дырок на расстоянии $x=2$ мм от поверхности, если $\tau_p=10^{-4}$ с; $D_p=1{,}2\cdot10^{-3}$ м^2/с.

3.3.10. На поверхности однородной пластины кремния p-типа с помощью светового зонда происходит генерация электронно-дырочных пар. Считая задачу одномерной, определить диффузионную длину электронов, если их избыточная концентрация при удалении от поверхности на 2 мм уменьшается в 20 раз.

3.3.11. Определить время жизни и подвижность электронов в невырожденном германии при температуре 300 К, если диффузионная длина электронов $L_n=1{,}5$ мм, коэффициент диффузии $D_n=9{,}8\cdot10^{-3}$ м^2/с.

3.3.12. Вычислить диффузионную длину и коэффициент диффузии дырок в невырожденном кремнии при комнатной температуре, если время жизни дырок $\tau_p=400$ мкс, а их подвижность $\mu_p=0{,}05$ м^2/(В·с).

3.3.13. При легировании полупроводника донорными примесями время жизни неосновных носителей заряда уменьшилось в пять раз, а их подвижность снизилась на 30%. Определить, на сколько изменилась диффузионная длина дырок при легировании полупроводника по сравнению с нелегированным материалом.

3.3.14. На сколько изменится коэффициент диффузии электронов в невырожденном полупроводнике при повышении температуры на 10%, если подвижность электронов изменяется пропорционально $T^{-3/2}$?

3.3.15. Оценить напряженность электрического поля, при которой становятся существенными отступления от закона Ома, если средняя длина свободного пробега электронов в полупроводниковом материале $\bar{l}=10^{-7}$ м.

3.3.16*. Укажите, в каком из перечисленных полупроводников критическая напряженность электрического поля, при которой существенны отклонения от закона Ома, имеет наименьшее и наибольшее значения: n-Si, p-Si, n-Ge; p-Ge?

3.3.17. Определить частоту генерации колебаний СВЧ в кристалле фосфида индия с толщиной высокоомной области 10 мкм, если пороговая напряженность поля, при которой проявляется эффект Ганна, $E_{пор}=0{,}6$ МВ/м, а подвижность электронов в верхней долине $\mu_n=0{,}03$ м^2/(В·с).

3.3.18. Оцените возможную частоту генерации электромагнитных колебаний при прохождении домена Ганна через образец арсенида галлия длиной $l=100$ мкм, если дрейфовая скорость носителей заряда $v=10^7$ см/с.

§ 3.4. ОПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ И ФОТОПРОВОДИМОСТЬ

3.4.1. Назовите основные механизмы поглощения света в полупроводниках. Какие из механизмов являются фотоактивными?

3.4.2. В чем заключается принципиальное отличие рекомбинационных ловушек от ловушек захвата? Как изменяется фотопроводимость полупроводников при увеличении числа рекомбинационных ловушек?

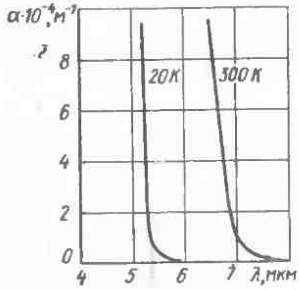


Рис. 17

3.4.3. Какие причины обусловливают нелинейное изменение фотопроводимости полупроводников в зависимости от интенсивности облучения?

3.4.4. Вычислите энергию фотонов для красного излучения ($\lambda = 700$ нм). Укажите, какие полупроводники прозрачны для этого излучения, а какие поглощают его.

3.4.5. На рис. 17 показан спектр собственного поглощения антимонида индия для двух различных температур. На основе этих данных оцените ширину запрещенной зоны полупроводника при указанных температурах.

3.4.6. Вычислить минимальную длину световой волны, для которой арсенид галлия, имеющий ширину запрещенной зоны 1,43 эВ при температуре 300 К, является оптически прозрачным. Как будет изменяться эта граничная длина волны с понижением температуры?

3.4.7. С помощью данных, приведенных в приложении 3, определить пороговую длину волны собственного поглощения арсенида галлия при температуре кипения жидкого азота.

3.4.8. Определить скорость оптической генерации g неравновесных носителей заряда в пластине кремния на глубине 100 мкм от освещаемой поверхности при фотовозбуждении монохроматическим излучением интенсивностью $I_0 = 10^{20}$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, если показатель поглощения материала на длине волны излучения $\alpha = 5\cdot 10^4$ м$^{-1}$, а коэффициент отражения излучения $R = 0{,}3$.

Решение

Скорость оптической генерации, т. е. число носителей заряда, возбуждаемых светом в единицу времени в единице объема полупроводника, зависит от показателя поглощения и интенсивности излучения на заданной глубине x. Изменение интенсив-

вости излучения подчиняется закону Бугера—Ламберта $I(x)=I_0(1-R)\exp(-\alpha x)$.

Число квантов, поглощаемых в слое единичной площади толщиной dx, определяется выражением $dI=I(x)\alpha dx$. Скорость оптической генерации

$$g(x)=\frac{dI}{dx}=\alpha I_0(1-R)\exp(-\alpha x)=$$

$$=5\cdot10^4\cdot10^{20}\cdot(1-0{,}3)\exp(-5\cdot10^4\cdot100\cdot10^{-6})=2{,}36\cdot10^{22}\ \text{м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}.$$

3.4.9. При температуре 300 К для монохроматического излучения с длиной волны 1 мкм показатель поглощения кремния $\alpha=10^4$ м$^{-1}$, а коэффициент отражения излучения $R=0{,}3$. Определить, какая доля потока излучения $\Phi(h)$ пройдет через пластину кремния толщиной $h=300$ мкм при нормальном падении лучей.

3.4.10. Определить избыточную концентрацию носителей заряда в эпитаксиальном слое кремния толщиной $b=20$ мкм при оптическом возбуждении монохроматическим излучением с интенсивностью $I=10^{21}$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, если время жизни неравновесных носителей заряда $\tau=10$ мкс, а показатель собственного поглощения кремния на длине волны излучения $\alpha=2000$ м$^{-1}$. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта η принять равным единице.

Решение

Так как $b\ll1/\alpha$, то скорость оптической генерации g практически постоянна по всему объему эпитаксиального слоя.

Избыточная концентрация носителей заряда в установившемся режиме

$$\Delta n=\tau g=\tau\eta\alpha I=10\cdot10^{-6}\cdot2000\cdot10^{21}=2\cdot10^{19}\ \text{м}^{-3}.$$

3.4.11. При тех же условиях, что и в задаче 3.4.10, найти относительное изменение удельной проводимости кремния под действием оптического возбуждения, если удельное сопротивление материала в темноте $\rho_T=0{,}2$ Ом·м, а подвижность электронов и дырок 0,14 и 0,05 м^2/(В·с) соответственно.

3.4.12. Определить отношение удельных проводимостей пленки сульфида кадмия n-типа толщиной 100 мкм в темноте и при однородном оптическом возбуждении γ_c монохроматическим излучением интенсивностью $I_0(1-R)=10^{20}$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, если равновесная концентрация электронов в образце $n_0=10^{19}$ м$^{-3}$, показатель поглощения $\alpha=10^2$ м$^{-1}$, а время жизни неравновесных носителей заряда $\tau_n=10$ мс. Вкладом дырок в фотопроводимость пренебречь. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта положить равным единице.

3.4.13. Изобразите (качественно) спектральные характеристики собственной фотопроводимости полупроводника при двух различных скоростях поверхностной рекомбинации.

3.4.14. В каком из полупроводниковых материалов собственная фотопроводимость наблюдается при наибольшей длине волны падающего на полупроводник излучения: Ge, Si, SiC, InSb, GaAs, GaP, CdS?

3.4.15*. Длинноволновой границе внешнего фотоэффекта сурьмяноцезиевого фотокатода при температуре вблизи абсолютного нуля соответствует длина волны $\lambda_1=0{,}65$ мкм, а порог фотопроводимости в этом материале наблюдается при $\lambda_2=2{,}07$ мкм. Определить положение дна зоны проводимости данного полупроводника относительно энергетического уровня вакуума.

3.4.16*. На пластину из арсенида галлия площадью $S=100$ мм^2 и толщиной $b=0{,}5$ мм падает монохроматическое излучение длиной волны $\lambda=556$ нм. Определить, какое число электронно-дырочных пар ежесекундно генерируется в объеме полупроводника при освещенности $E=100$ лк. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта принять равным единице. Процессами отражения пренебречь. На заданной длине волны показатель поглощения материала $\alpha=10^6$ м$^{-1}$.

Решение

На заданной длине волны показатель поглощения GaAs велик, глубина поглощения $1/\alpha \ll b$. Поэтому все фотоны падающего излучения поглощаются в объеме полупроводника, а каждый поглощенный фотон рождает новую пару носителей заряда. На пластину падает световой поток $\Phi=ES=100\cdot 100\times 10^{-6}=10^{-2}$ лм. На длине волны $\lambda=0{,}556$ мкм мощность излучения 1 Вт соответствует световому потоку 683 лм. Мощность излучения, падающего на пластинку полупроводника, $P=(683)^{-1}\cdot 10^{-2}=1{,}46\cdot 10^{-5}$ Вт. Данной длине волны соответствует энергия фотонов $h\nu=hc/\lambda=2{,}23$ эВ. Отсюда находим число фотонов, поглощаемых в объеме полупроводника в единицу времени. Оно равно числу генерируемых электронно-дырочных пар

$$N_{\text{ф}}=\frac{P}{h\nu}=\frac{1{,}46\cdot 10^{-5}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}23}=4{,}1\cdot 10^{13}\ \text{с}^{-1}.$$

3.4.17*. Пластина германия n-типа длиной $l=10$ мм, шириной $a=2$ мм и толщиной $b=0{,}5$ мм имеет продольное сопротивление $R=2$ кОм. Время жизни неосновных носителей заряда $\tau=100$ мкс. На образец нормально поверхности падает монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda=0{,}546$ мкм. На этой длине волны световой эквивалент потока излучения $K_\lambda=625$ лм/Вт. Считая, что весь падающий на образец световой

поток полностью расходуется на генерацию электронно-дырочных пар, определить, при какой освещенности образца его сопротивление уменьшится в два раза. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта η принять равным единице, а подвижность электронов μ_n и дырок μ_p соответственно 0,39 и 0,19 м²/(В·с). При данной температуре собственная концентрация носителей $n_i=2{,}1\cdot10^{19}$ м⁻³. Поверхностной рекомбинацией пренебречь.

Решение

Найдем удельное сопротивление германия

$$\rho_0=Rab/l=2\cdot10^3\cdot2\cdot0{,}5\cdot10^{-6}/10^{-2}=0{,}2 \text{ Ом·м}.$$

Удельное сопротивление связано с концентрацией носителей заряда соотношением

$$1/\rho_0=e(n_0\mu_n+p_0\mu_p)=e(n_0\mu_n+n_i^2\mu_p/n_0).$$

Отсюда получаем уравнение для равновесной концентрации электронов

$$n_0^2-\frac{n_0}{e\mu_n\rho_0}+\frac{n_i^2\mu_p}{\mu_n}=0.$$

Подставляя в него значения из условия задачи, имеем

$$n_0^2-\frac{n_0}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}39\cdot0{,}2}+\frac{(2{,}1\cdot10^{+19})^2\cdot0{,}19}{0{,}39}=0$$

или

$$n_0^2-8\cdot10^{19}n_0+2{,}15\cdot10^{38}=0.$$

Решением этого уравнения является $n_0=7{,}72\cdot10^{19}$ м⁻³.

Равновесная концентрация дырок

$$p_0=n_i^2/n_0=(2{,}1\cdot10^{19})^2/(7{,}72\cdot10^{19})=5{,}7\cdot10^{18} \text{ м}^{-3}.$$

При поглощении света в образце генерируется равное число неравновесных электронов Δn и дырок Δp. Поэтому удельная проводимость освещенного образца

$$\gamma_c=e(\Delta n+n_0)\mu_n+e(\Delta p+p_0)\mu_p=2/\rho_0=10 \text{ См/м}$$

или $10=1{,}6\cdot10^{19}\Delta n(0{,}39+0{,}19)+1/0{,}2$. Отсюда $\Delta n=\Delta p=5{,}4\times\times10^{19}$ м⁻³.

Общее число неравновесных электронов и дырок, создаваемых при поглощении фотонов во всем объеме образца V:

$$\Delta n_\Sigma=\Delta p_\Sigma=\Delta nV=5{,}4\cdot10^{19}(10\cdot2\cdot0{,}5)\,10^{-9}=5{,}4\cdot10^{11}.$$

Вследствие рекомбинации число электронно-дырочных пар в образце уменьшается со скоростью $r=\Delta n_\Sigma/\tau=5{,}4\cdot10^{11}/10^{-4}=$

$=5{,}4\cdot10^{15}$ с$^{-1}$. Чтобы в образце поддерживалось необходимое динамическое равновесие, т. е. неизменное число неравновесных носителей заряда, должно выполняться условие $r=\eta N_\Phi$, где N_Φ — число фотонов, ежесекундно поглощаемых в объеме полупроводника. Требуемый световой поток

$$\Phi=N_\Phi\frac{hc}{\lambda}K_\lambda=\frac{5{,}4\cdot10^{15}\cdot6{,}62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}\cdot625}{0{,}546\cdot10^{-6}}=1{,}23\text{ лм}.$$

Тогда освещенность образца

$$F=\Phi/S=1{,}23/(10\cdot2\cdot10^{-6})=6{,}15\cdot10^{4}\text{ лк}.$$

3.4.18. Длинноволновой границе фотопроводимости собственного полупроводника соответствует $\lambda=1{,}86$ мкм. Вычислить температурный коэффициент удельного сопротивления материала для $T=300$ К.

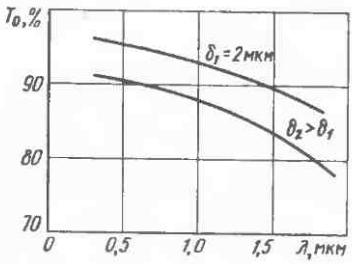


Рис. 18

3.4.19. Изобразите (качественно) на одном графике спектральные характеристики собственной фотопроводимости для кремния и германия. Объясните различия в положении кривых.

3.4.20. На рис. 18 показаны спектральные характеристики оптического пропускания τ_0 двух прозрачных электродов разной толщины на основе диоксида олова с одинаковой удельной проводимостью. Определить для диоксида олова показатель поглощения α излучения зеленого цвета, используя верхнюю кривую, полученную для электрода толщиной 2 мкм. Какова толщина δ другого электрода?

3.4.21. Изобразите (качественно) спектральные характеристики собственной фотопроводимости арсенида индия и сульфида свинца при двух различных температурах. Объясните качественные различия в температурном изменении фотоэлектрических свойств этих материалов.

3.4.22. Какова должна быть ширина запрещенной зоны полупроводникового материала, чтобы длина волны рекомбинационного излучения приходилась на видимую область спектра?

3.4.23*. На пластину полупроводника размерами $l\times b\times d$ перпендикулярно плоской поверхности падает поток монохроматического излучения интенсивностью I_0. Показатель преломления полупроводника n_0 и показатель оптического поглощения α. Полагая, что в создании фототока I_Φ принимают участие только электроны, и пренебрегая темновым током, доказать, что

$$I_\Phi=e\mu_n\tau_n\eta\frac{b}{l}I_0\frac{4n_0U}{(n_0+1)^2}(1-e^{-\alpha d}),$$

где τ_n — время жизни электронов; η — квантовый выход внутреннего фотоэффекта; d — размер полупроводниковой пластины (в направлении падения света); U — напряжение, приложенное вдоль пластины (по размеру l).

Решение

В соответствии с законом Бугера — Ламберта изменение интенсивности излучения при удалении от поверхности в глубь полупроводника $I(x)=I_0(1-R)\exp(-\alpha x)$. При нормальном падении световых лучей коэффициент френелевского отражения $R=(n_0-1)^2/(n_0+1)^2$.

Выделим тонкий слой толщиной dx, в пределах которого интенсивность излучения можно считать постоянной. Тогда в стационарных условиях для избыточной концентрации электронов справедливо выражение

$$\Delta n(x)=g(x)\tau_n=\eta\alpha\tau_n I_0(1-R)\exp(-\alpha x),$$

где $g(x)$ — скорость оптической генерации носителей заряда (см. решение задачи 3.4.8).

Электрический ток, протекающий в слое dx на глубине x,

$$dI_ф=\gamma(x)Eb\,dx=eb\Delta n(x)\mu_n\frac{U}{l}dx.$$

Суммируя проводимость всех слоев и переходя к интегралу, найдем полный фототок

$$I_ф=e\mu_n b\frac{U}{l}\int_0^d\Delta n(x)\,dx=e\mu_n\tau_n\eta U\frac{b}{l}\,I_0\frac{4n_0}{(n_0+1)^2}(1-e^{-\alpha d}).$$

3.4.24*. Используя решение предыдущей задачи, определить фототок $I_ф$ через фоторезистор сульфида кадмия площадью 10×1 мм и толщиной 1 мкм при воздействии на него монохроматического излучения с $\lambda=0{,}5$ мкм и плотностью потока 10 Вт/м², падающего нормально плоской поверхности полупроводника. Электрическое напряжение, приложенное вдоль фоточувствительной пленки, составляет 5 В. В рассматриваемом спектральном диапазоне коэффициент поглощения $\alpha=10^4$ см$^{-1}$, показатель преломления $n_0=2{,}26$. Подвижность электронов $\mu_n=0{,}03$ м²/(В·с), время их жизни $\tau_n=10^{-3}$ с. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта положить равным единице. Темновым током пренебречь. Указать, как изменится фототок, если на фоточувствительную пленку из CdS воздействовать монохроматическим излучением ($\lambda=1$ мкм).

3.4.25. Известно, что в фоторезисторах из собственного сульфида кадмия фототок создается главным образом электронами. Докажите, что отношение числа электронов, проходящих

во внешней цепи под действием внешнего поля, к числу носителей заряда, возбуждаемых светом в полупроводнике, определяется выражением $G=\tau_n/t$, где τ_n — время жизни электронов; t — время их дрейфа между электродами.

Решение

Для упрощения анализа рассмотрим случай слабого поглощения, когда скорость оптической генерации носителей заряда практически постоянна во всем объеме полупроводника. Тогда $G=\frac{I/e}{gV}$, где $V=lbd$ — объем полупроводника; l — расстояние между электродами; g — скорость оптической генерации носителей заряда.

Пренебрегая темновым током, получаем выражение для тока в освещенном фоторезисторе

$$I=I_ф=\sigma_ф U=\gamma_ф \frac{bd}{l} U=e\Delta n\mu_n bdE,$$

где $\Delta n=\tau_n g$. Тогда

$$G=\frac{\tau_n g\mu_n bdE}{glbd}=\frac{\tau_n U_n}{l}=\frac{\tau_n}{t}.$$

Аналогично можно решить задачу и для случая неравномерного поглощения света.

3.4.26. Определить отношение числа носителей заряда, проходящих в единицу времени через электроды фоточувствительного полупроводника, к числу фотонов, поглощаемых полупроводником за этот же промежуток времени, если известно, что при полном поглощении монохроматического излучения ($\lambda=565$ нм) мощностью 100 мкВт фототок составляет 10 мА. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта принять равным единице.

3.4.27. Определить максимальную ширину запрещенной зоны, которую может иметь полупроводник, используемый в качестве фотодетектора, если он должен быть чувствительным к излучению с длиной волны $\lambda \doteq 565$ нм.

3.4.28. На полупроводниковый фотодетектор площадью 0,5 мм² падает поток монохроматического излучения ($\lambda=0{,}565$ мкм) плотностью 20 мкВт/м². Определить: а) число электронно-дырочных пар, ежесекундно генерируемых в объеме полупроводника, полагая, что каждый фотон создает лишь одну пару носителей заряда; б) во сколько раз изменится скорость генерации, если плотность потока излучения уменьшится вдвое; в) как изменится скорость оптической генерации, если длина волны λ уменьшится вдвое.

§ 3.5. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ И ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

3.5.1. Прямоугольный образец полупроводника n-типа с размерами $a=50$ мм, $b=5$ мм и $\delta=1$ мм помещен в магнитное поле с индукцией $B=0{,}5$ Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости образца. Под действием напряжения $U_a=0{,}42$ В, приложенного вдоль образца, по нему протекает ток $I_a=20$ мА. Измерения показывают ЭДС Холла $U_H=6{,}25$ мВ. Найти удельную проводимость, подвижность и концентрацию носителей заряда для этого полупроводника, полагая, что электропроводность обусловлена носителями только одного знака.

Решение

Удельное сопротивление полупроводника

$$\rho=\frac{U_a b\delta}{I_a a}=\frac{0{,}42\cdot 5\cdot 10^{-6}}{20\cdot 10^{-3}}=2{,}1\cdot 10^{-3}\ \text{Ом}\cdot\text{м}.$$

Отсюда следует, что удельная проводимость $\gamma=1/\rho=480$ См/м. Коэффициент Холла вычисляем по формуле

$$R_H=\frac{U_H\delta}{I_a B}=\frac{6{,}25\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}5}=6{,}25\cdot 10^{-4}\ \text{м}^3/\text{Кл}.$$

Концентрация электронов

$$n=(R_H e)^{-1}=(6{,}25\cdot 10^{-4}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19})^{-1}=10^{22}\ \text{м}^{-3}.$$

Из выражения $\gamma=en\mu_n$ следует, что подвижность электронов $\mu_n=\gamma R_H=480\cdot 6{,}25\cdot 10^{4}=0{,}3$ м^2/(В·с).

3.5.2*. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить ЭДС Холла в образце меди тех же размеров, по которому проходит тот же ток. Концентрацию электронов проводимости в меди принять равной $8{,}45\cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. Сравнить полученный результат с результатом предыдущей задачи.

Указание. Обратите внимание на взаимосвязь ЭДС Холла с концентрацией носителей заряда.

3.5.3. Плоский прямоугольный образец фосфида индия с удельным сопротивлением $\rho=2\cdot 10^{-3}$ Ом·м и подвижностью электронов $\mu_n=0{,}4$ м^2/(В·с) помещен в магнитное поле ($B=1$ Тл), вектор индукции которого перпендикулярен плоскости кристалла. Вдоль образца пропускают ток $I=20$ мА. Определить силу Лоренца, действующую на электроны, если площадь поперечного сечения образца $S=2$ мм^2.

3.5.4. Образец арсенида галлия с удельным сопротивлением $5\cdot 10^{-4}$ Ом·м характеризуется коэффициентом Холла $3\cdot 10^{-4}$ м^3/Кл. Определить: а) напряженность холловского поля, возникающего при пропускании через образец тока плотностью 10 мА/мм^2 и воздействии магнитного поля с индукцией 2 Тл;

б) напряженность внешнего электрического поля для создания заданной плотности тока.

3.5.5. Доказать, что при заданных напряженностях электрического и магнитного полей ЭДС Холла прямо пропорциональна подвижности носителей заряда.

3.5.6. Кристалл кремния легирован бором до концентрации $N_a = 10^{22}$ м$^{-3}$. Вычислить коэффициенты Холла для температур 40 и 400 К, если энергия ионизации бора в кремнии $\Delta W_a = 45$ мэВ, а эффективная масса плотности состояний для дырок валентной зоны $m_v = 0{,}56\ m_0$.

3.5.7. Определить подвижность и концентрацию электронов в кремнии n-типа, удельное сопротивление которого $\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ Ом·м, а коэффициент Холла $R_H = 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ м^3/Кл.

3.5.8*. В кремнии n-типа с концентрацией доноров $N_д = 2 \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$ при температуре $T_1 = 20$ К коэффициент Холла $R_{H1} = 428$ м^3/Кл, а при температуре $T_2 = 40$ К $R_H = 0{,}21$ м^3/Кл. Определить энергию ионизации доноров.

Решение

Концентрация носителей заряда при $T = 40$ К

$$n = (R_H e)^{-1} = (0{,}21 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19})^{-1} = 2{,}98 \cdot 10^{19}\ \text{м}^{-3}.$$

Поскольку $n \ll N_д$, можно воспользоваться формулой

$$n = \sqrt{N_c N_д} \exp[\Delta W_д/(2kT)].$$

Тогда коэффициент Холла

$$R_H = \frac{1}{ne} = \frac{\exp[-\Delta W_д/(2kT)]}{e\sqrt{N_c N_д}}.$$

Учитывая, что $N_c \sim T^{3/2}$, приходим к соотношению

$$\ln \frac{R_{H2} T_2^{3/4}}{R_{H1} T_1^{3/4}} = \frac{\Delta W_д}{2k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right).$$

Отсюда находим энергию ионизации доноров

$$\Delta W_д = \frac{2k \ln\left[R_{H2} T_2^{3/4}/(R_{H1} T_1^{3/4})\right]}{1/T_2 - 1/T_1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8{,}625 \cdot 10^{-5} \ln[0{,}21 \cdot 40^{3/4}/(428 \cdot 20^{3/4})]}{1/40 - 1/20} = 4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{эВ}.$$

3.5.9. Объясните, при каких условиях и в каких полупроводниковых материалах ЭДС Холла может обращаться в нуль.

3.5.10. Изобразите (качественно) температурные зависимости коэффициента Холла для полупроводников с электропроводностью p- и n-типов и объясните, почему они отличаются.

3.5.11. Пленка антимонида индия n-типа размерами $l \times b = 70 \times 10$ мм расположена в плоскости, перпендикулярной магнитному полю Земли. Вычислить, какую разность потенциалов нужно приложить вдоль пленки (по длине l), чтобы на других ее сторонах получить ЭДС Холла $U_н = 1$ мВ. Индукцию магнитного поля Земли принять равной 44 мкТл, а подвижность электронов $\mu_n = 7{,}8$ м²/(В·с).

3.5.12. а) Определить тип электропроводности полупроводника, если ЭДС Холла имеет полярность, указанную на рис. 19. б) Изменится ли значение ЭДС Холла, если ширину полупроводниковой пластины b уменьшить в два раза: 1) при неизменных напряженностях электрического и магнитного полей; 2) при неизменных индукции магнитного поля и плотности тока через образец; 3) при неизменных индукции магнитного поля и токе через образец?

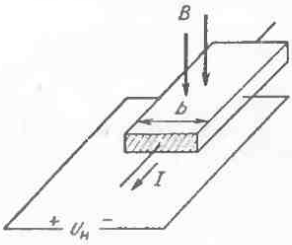


Рис. 19

3.5.13*. Установлено, что при повышении температуры полупроводника коэффициент Холла не изменяется, тогда как его удельное сопротивление несколько возрастает, но при некоторой более высокой температуре обе эти величины резко уменьшаются. Объясните такое поведение полупроводника, а также что будет происходить, если образец охлаждать, а не нагревать.

3.5.14*. Вычислить коэффициент Холла для германия с собственной электропроводностью при температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 500$ К, полагая, что подвижности электронов и дырок изменяются в соответствии с выражениями: $\mu_n = 0{,}39(T/300)^{-3/2}$; $\mu_p = 0{,}19(T/300)^{-3/2}$. Параметры зонной структуры, необходимые для расчета собственной концентрации носителей заряда, взять из условия задачи 3.1.12. $\Delta E_g = 0{,}665$ эВ

Решение

Если в электропроводности полупроводника участвуют носители заряда двух типов, то коэффициент Холла определяется выражением

$$R_H = -\frac{A}{e}\,\frac{n(\mu_n/\mu_p)^2 - p}{[n(\mu_n/\mu_p) + p]^2},$$

где A — коэффициент, зависящий от механизмов рассеяния, преобладающих в полупроводнике.

Полагая, что при комнатной и более высоких температурах на значение коэффициента Холла влияет в основном рас-

сеяние на тепловых колебаниях узлов решетки (при этом $A=1{,}18$), для собственного полупроводника имеем

$$R_{\text{Н}}=-\frac{1{,}18}{e}\,\frac{\mu_n/\mu_p-1}{n_i(\mu_n/\mu_p+1)}.$$

При температуре T_1 собственная концентрация носителей заряда в германии равна $2{,}1\cdot10^{19}$ м$^{-3}$, а при T_2 она равна $1{,}9\cdot10^{22}$ м$^{-3}$ (см. задачу 3.1.25). Отсюда находим коэффициент Холла

$$R_{\text{Н}}=-\frac{1{,}18\,(0{,}39/0{,}19-1)}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2{,}1\cdot10^{19}\,(0{,}39/0{,}19+1)}=-0{,}12\ \text{м}^3/\text{Кл}.$$

Аналогично для $T=500$ К находим $R_{\text{н}}=-1{,}34\cdot10^{-4}$ м^3/Кл.

3.5.15. Определить ЭДС Холла, возникающую в пластине германия толщиной 0,5 мм с собственной электропроводностью при температуре $T=300$ К, если вдоль пластины проходит электрический ток $I=10$ мА. Вектор магнитной индукции ($B=0{,}6$ Тл) перпендикулярен плоскости пластины. Для расчета коэффициента Холла использовать условие предыдущей задачи.

3.5.16. Установлено, что при некоторой температуре в кристалле антимонида индия ЭДС Холла обращается в нуль. Определить, какая доля электрического тока через образец при этой температуре переносится дырками, если отношение подвижности электронов к подвижности дырок равно 100.

3.5.17. Решить предыдущую задачу для германия, учитывая, что $\mu_n=0{,}39$ м^2/(В·с); $\mu_p=0{,}19$ м^2/(В·с).

3.5.18. Вычислить, при каком соотношении концентраций электронов и дырок в кремнии ЭДС Холла обращается в нуль, если их подвижности равны соответственно 0,14 и 0,05 м^2/(В·с).

3.5.19*. В результате измерений установлено, что в пластине кремния p-типа при температуре $T=500$ К наблюдается инверсия знака коэффициента Холла. Найти концентрацию акцепторов в полупроводнике, если $\mu_n=0{,}14$ м^2/(В·с); $\mu_p=0{,}048$ м^2/(В·с), причем отношение подвижностей остается неизменным во всем температурном интервале измерений. Данные для расчета собственной концентрации носителей заряда взять из задач 3.1.19 и 3.2.11.

Решение

При температуре инверсии знака коэффициента Холла выполняется условие (см. решение задачи 3.5.14) $n\mu_n^2-p\mu_p^2=0$. Отсюда следует: $p=n\mu_n^2/\mu_p^2$. Используя соотношение «действующих масс» для носителей заряда: $np=n_i^2$, получаем $p=n_i\mu_n/\mu_p$.

При $T=500$ К собственная концентрация носителей заряда в кремнии $n_i=1{,}6\cdot10^{20}$ м$^{-3}$ (см. решение задачи 3.2.11). Поэтому концентрация дырок при температуре инверсии

$$p = 1{,}6 \cdot 10^{20} \cdot 0{,}14/0{,}048 = 4{,}67 \cdot 10^{20}\ \text{м}^{-3}.$$

При понижении температуры до 300 К концентрация дырок остается практически неизменной и равной концентрации акцепторов. Таким образом, $N_a = 4{,}7 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$.

3.5.20. Какая разность потенциалов возникает между концами образца собственного германия при его неравномерном нагреве, если перепад температуры по образцу $\Delta T = 10$ К, а температура более холодного конца равна 500 К? Параметры данной структуры германия взять из условия задачи 3.1.12. Отношение подвижностей носителей заряда μ_n/μ_p принять равным двум.

Решение

Разность потенциалов между концами полупроводника при неравномерном его нагреве пропорциональна разности температур: $\Delta U_T = \alpha_T \Delta T$, где α_T — относительная термоЭДС, которая в собственном полупроводнике определяется выражением

$$\alpha_T = \frac{k}{e}\left[\frac{\mu_n}{\mu_n + \mu_p}\left(2 + \ln\frac{N_c}{n_i}\right) - \frac{\mu_p}{\mu_n + \mu_p}\left(2 + \ln\frac{N_v}{p_i}\right)\right],$$

где значения концентрации носителей заряда, а также эффективной плотности состояний для электронов в зоне проводимости и для дырок в валентной зоне для собственного германия могут быть найдены из выражений, приведенных в решении задачи 3.1.12.

При температуре $T = 500$ К имеем: $n_i = p_i = 1{,}87 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$; $N_c = 2{,}2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$; $N_v = 1{,}3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Тогда

$$\alpha_T = 8{,}625 \cdot 10^{-5}\left[\frac{1}{1 + 0{,}5}\left(2 + \ln\frac{2{,}2 \cdot 10^{25}}{1{,}87 \cdot 10^{22}}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2 + 1}\left(2 + \ln\frac{1{,}3 \cdot 10^{25}}{1{,}87 \cdot 10^{22}}\right)\right] = 2{,}8 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{В}}{\text{К}} = 0{,}28\ \frac{\text{мВ}}{\text{К}},$$

$$\Delta U_T = \alpha_T \Delta T = 0{,}28 \cdot 10 = 2{,}8\ \text{мВ}.$$

3.5.21*. Вычислить дифференциальную термоЭДС для кремния n-типа с концентрацией фосфора $N_д = 10^{22}$ м$^{-3}$ при температуре $T = 300$ К. На сколько изменится значение термоЭДС, если температуру полупроводника повысить до 400 К.

Решение

Для полупроводника n-типа дифференциальная термоЭДС

$$\alpha_T = \frac{k}{\gamma}\left[n\mu_n\left(2 + \ln\frac{N_c}{n}\right)\right] = \frac{k}{e}\left(2 + \ln\frac{N_c}{n}\right),$$

где γ — удельная проводимость полупроводника.

При комнатной и более высоких температурах все мелкие доноры в кремнии ионизированы, поэтому $n=N_д$. При $T=300$ К имеем $N_c=2{,}69\cdot10^{25}$ м$^{-3}$ (см. решение задачи 3.1.19), откуда

$$\alpha_T=8{,}625\cdot10^{-5}\left(2+\ln\frac{2{,}69\cdot10^{25}}{10^{22}}\right)=8{,}54\cdot10^{-4}\ \text{В/К}=854\ \text{мкВ/К}.$$

При $T=400$ К получаем

$$N_c=2{,}69\cdot10^{25}\left(\frac{400}{300}\right)^{3/2}=4{,}14\cdot10^{25}\ \text{м}^{-3}$$

и соответственно $\alpha_T=891$ мкВ/К. Таким образом, при повышении температуры на 100 К удельная термоЭДС возрастает на 4,3%.

Рис. 20

3.5.22. При перепаде температуры $\Delta T=3$ К по толщине кремниевой пластины n-типа между плоскостями образца возникает термоЭДС $\Delta U_T=2{,}5$ мВ. Определить концентрацию доноров в материале, если средняя температура образца $T=500$ К.

3.5.23. Почему значения термоЭДС полупроводников резко уменьшаются при переходе от примесной к собственной электропроводности? Каков знак термоЭДС полупроводников с собственной электропроводностью? У каких полупроводников и в каких условиях удельная термоЭДС обращается в нуль?

3.5.24. Имеется два кристалла германия p-типа с концентрацией акцепторов $N_{a1}=10^{20}$ м$^{-3}$ и $N_{a2}=10^{22}$ м$^{-3}$. Во сколько раз различаются значения дифференциальной термоЭДС этих кристаллов при комнатной температуре?

3.5.25. Определить направление термоЭДС в полупроводнике, обусловленной тем, что его концы находятся при разных температурах, если известно, что основными носителями заряда в полупроводнике являются дырки.

3.5.26. На рис. 20 показана схема для исследования термоэлектрического эффекта в полупроводниках. Вычислить при средней температуре $T=300$ К, на сколько отличаются относительная дифференциальная термоЭДС термопары медь — полупроводник и абсолютная дифференциальная термоЭДС полупроводника, в качестве которого взят кремний p-типа с концентрацией мелких акцепторов $N_a=10^{21}$ м$^{-3}$.

3.5.27. При пропускании тока через собственный полупроводник под действием поперечного магнитного поля происходит отклонение электронов и дырок к одной и той же боковой грани образца. Возникающее при этом холловское поле не может воспрепятствовать одновременному поперечному смещению электронов и дырок. Объясните, каким образом в полупровод-

ности достигается состояние динамического равновесия. Почему у боковых граней не происходит бесконечного накопления носителей заряда?

§ 3.6. ПОЛУЧЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

3.6.1. Почему для изготовления большинства полупроводниковых приборов требуются монокристаллические материалы и не могут быть использованы поликристаллические образцы?

3.6.2. Каким образом производится кристаллизационная очистка кремния и германия? Какой метод получил наиболее широкое распространение для выращивания крупных монокристаллов этих полупроводников?

3.6.3. Назовите основные операции технологического цикла получения кремния полупроводниковой чистоты. Что служит исходным сырьем при получении полупроводниковых кристаллов кремния и германия?

3.6.4. В чем заключается принципиальное отличие зонной плавки германия и кремния?

3.6.5. С какой целью производят выращивание эпитаксиальных слоев кремния на монокристаллических подложках при изготовлении интегральных схем?

3.6.6. Какая существует взаимосвязь между коэффициентом диффузии и растворимостью примесей в кремнии и германии?

3.6.7. Почему для формирования областей p-типа в кремниевых планарных приборах в качестве диффундирующей акцепторной примеси в подавляющем большинстве используют бор, хотя алюминий и галлий имеют более высокие коэффициенты диффузии в кремнии?

3.6.8. Какие преимущества кремния обусловливают его широкое применение при изготовлении транзисторов и интегральных схем?

3.6.9. Назовите примеси в германии, легирование которыми обеспечивает малое время жизни неравновесных носителей заряда в нем. Приведите примеры практического использования таких материалов в полупроводниковых приборах.

3.6.10*. Рассчитать количество сурьмы, необходимое для выращивания кристалла германия n-типа с удельным сопротивлением $\rho=0{,}01$ Ом·м из расплава массой $m_l=4$ кг в предположении равномерного распределения легирующей примеси по объему кристалла. Коэффициент распределения сурьмы между твердой и жидкой фазами $k_{Sb}=N_s/N_l=3\cdot10^{-3}$ (N_s, N_l — концентрация примесей в твердой и жидкой фазе соответственно), плотность расплава $d_l=5600$ кг/м^3, подвижность электронов $\mu_n=0{,}38$ м^2/(В·с).

Решение

Заданному удельному сопротивлению соответствует концентрация электронов

$$n=(e\mu_n\rho)^{-1}=(1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-2}\cdot0{,}38)^{-1}=1{,}64\cdot10^{21}\ \text{м}^{-3}.$$

При комнатной температуре все атомы сурьмы в германии полностью ионизированы, поэтому концентрация электронов равна концентрации доноров: $n=N_д=N_{Sb}=N_s$.

Требуемая концентрация сурьмы в жидкой фазе

$$N_l=N_s/k_{Sb}=1{,}64\cdot10^{21}/(3\cdot10^{-3})=5{,}47\cdot10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

Определив объем исходного расплава $V_l=m_l/d_l=4/5600=7{,}14\cdot10^{-4}$ м^3, найдем суммарное число атомов сурьмы в жидкой фазе

$$Q_l=N_lV_l=5{,}47\cdot10^{23}\cdot7{,}14\cdot10^{-4}=3{,}9\cdot10^{20}.$$

Масса легирующей навески

$$m_{Sb}=\frac{Q_l}{N_0}A_{Sb}=\frac{3{,}9\cdot10^{20}}{6{,}02\cdot10^{23}}\cdot121{,}75\cdot10^{-3}=7{,}9\cdot10^{-5}\ \text{кг}.$$

3.6.11*. В 1 кг германия содержится 23,4 мг мышьяка. Считая, что примесь распределена равномерно, определить концентрацию основных носителей заряда и удельное сопротивление материала при температуре $T=300$ К. Недостающие для расчета данные взять из справочника.

3.6.12*. В кристалле кремния массой 1,5 кг равномерно по объему распределено 0,3 мг фосфора и 0,4 мг галлия. Считая, что атомы примеси полностью ионизированы, вычислить концентрации основных и неосновных носителей заряда при температуре $T=300$ К, а также удельное сопротивление кремния. Зависимость подвижности носителей заряда от степени и характера легирования материала взять из справочника.

3.6.13*. Максимальная растворимость алюминия в кремнии достигается при температуре $T=1200$ °С и составляет $2\cdot10^{25}$ ат./м^3. Сколько алюминия может раствориться в слитке кремния массой 1 кг?

3.6.14. Какой тип химической связи характерен для полупроводниковых соединений типа $A^{III}B^{V}$? Каковы закономерности изменения электрофизических свойств этих полупроводников?

3.6.15*. Изобразите расположение атомов галлия и мышьяка в структуре GaAs вдоль кристаллографического направления [111]. Почему плоскости (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ сложены из разноименных атомов? В чем проявляется анизотропия свойств кристаллов арсенида галлия вдоль кристаллографических направлений [111] и $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$?

3.6.16. Каким образом осуществляют синтез и выращивание крупных монокристаллов разлагающихся полупроводниковых соединений?

3.6.17. Сформулируйте основные условия полной взаимной растворимости компонентов при образовании твердых растворов на основе полупроводниковых химических соединений.

3.6.18*. Найти наименьшее межатомное расстояние в кристалле арсенида галлия, если рентгеновская плотность кристалла при комнатной температуре составляет 5,32 Мг/м³.

3.6.19*. Известно, что при температуре 800 °С растворимость мышьяка x^l_{As} в жидком галлии составляет 2,0 ат. %. Рассчитать, какое количество арсенида галлия m_{GaAs} необходимо растворить в 10 г галлия, чтобы получить насыщенный раствор-расплав при данной температуре.

Решение

По определению атомной доли

$$x^l_{As}=\frac{N_{As}}{N_{Ga}+N_{As}}=\frac{N_{As}}{N'_{Ga}+N''_{Ga}+N_{As}}=\frac{N_{As}}{N'_{Ga}+2N_{As}},$$

где N'_{Ga} — число атомов галлия в исходной навеске; $N''_{Ga}=N_{As}$ — число атомов галлия, поступивших в расплав при растворении GaAs. Тогда

$$N_{As}=\frac{N'_{Ga}x^l_{As}}{1-2x^l_{As}}=N_{GaAs}=\frac{m_{GaAs}N_0}{M_{GaAs}};$$

где N_0 — число Авогадро. Необходимое количество арсенида галлия

$$m_{GaAs}=\frac{m_{Ga}M_{GaAs}x^l_{As}}{A_{Ga}\left(1-2x^l_{As}\right)}=\frac{10\cdot 144,63\cdot 0,02}{69,72\,(1-2\cdot 0,02)}=0,432\text{ г}.$$

3.6.20*. Рассчитать массу элементарных компонентов, используемых для образования 1 мм³ твердого раствора $Al_{0,4}Ga_{0,6}As$. Считать, что в твердых растворах $Al_xGa_{1-x}As$ соблюдается закон Вегарда. Необходимые сведения о бинарных соединениях, образующих твердый раствор, взять из справочника.

Решение

По закону Вегарда период решетки $a=0,4a_{AlAs}+0,6a_{GaAs}=0,4\cdot 0,5661+0,6\cdot 0,5653=0,5656$ нм.

Плотность твердого раствора

$$d=\frac{4M_{Al_{0.4}Ga_{0.6}As}}{N_0a^3}=\frac{4\cdot 127,55\cdot 10^{-3}}{6,02\cdot 10^{23}\,(0,5656\cdot 10^{-9})^3}=4683\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

с учетом того, что в состав элементарной ячейки кристаллической решетки со структурой сфалерита входит в среднем четыре формульные единицы $Al_{0,4}Ga_{0,6}As$. Масса синтезируемого материала $m = dV = 4683 \cdot 10^{-9} = 4,683$ мг.

Количество алюминия

$$m_{Al} = \frac{0,4 A_{Al} m}{M_{Al_{0,4}Ga_{0,6}As}} = \frac{0,4 \cdot 27 \cdot 4,683}{127,55} = 0,397 \text{ мг.}$$

Аналогично находим массы других компонентов: $m_{Ga} = 1,535$ мг; $m_{As} = 2,75$ мг.

3.6.21*. Определить плотность твердого раствора $Ga_{0,5}In_{0,5}P$ в предположении справедливости закона Вегарда. Периоды решеток исходных бинарных соединений, образующих твердый раствор, принять равными 0,545 и 0,587 нм.

3.6.22*. Вычислить период решетки твердого раствора $GaAs_{0,6}P_{0,4}$, если плотность материала $d = 4,89$ Мг/м^3.

3.6.23*. Определить период кристаллической решетки твердого раствора $Ga_{0,2}In_{0,8}As_{0,85}Sb_{0,15}$ по известным параметрам решеток исходных бинарных соединений: $a_{GaAs} = 0,5653$ нм; $a_{InAs} = 0,6058$ нм; $a_{GaSb} = 0,6096$ нм; $a_{InSb} = 0,6479$ нм в предположении справедливости закона Вегарда.

3.6.24. Каким типом электропроводности обладают полупроводники типа $A^{III}B^{V}$, легированные атомами элементов IV группы Периодической таблицы элементов?

3.6.25*. Определить длину волны излучения, возникающего при прямой межзонной рекомбинации в твердых растворах $Ga_{0,8}In_{0,2}As$ при температуре $T = 300$ К, если известно, что ширина запрещенной зоны твердого раствора $Ga_{0,5}In_{0,5}As$ равна 0,74 эВ.

Решение

Изменение энергетических зазоров в зависимости от состава твердого раствора может быть аппроксимировано плавной кривой параболического вида $\Delta W(x) = \Delta W_1 x + \Delta W_2 (1-x) - b x (1-x)$, где ΔW_1 и ΔW_2 — ширина запрещенной зоны бинарных соединений, образующих твердый раствор; x — состав твердого раствора; b — эмпирический коэффициент нелинейности.

Ширина запрещенной зоны арсенида галлия $\Delta W_1 = 1,43$ эВ, а арсенида индия $\Delta W_2 = 0,36$ эВ. Для твердого раствора состава $x = 0,5$ имеем: $0,74 = 1,43 \cdot 0,5 + 0,36 \cdot 0,5 - b \cdot 0,5 \cdot 0,5$. Отсюда коэффициент нелинейности $b = 0,62$.

Ширина запрещенной зоны твердого раствора $Ga_{0,8}In_{0,2}As$

$$\Delta W = 1,43 \cdot 0,8 + 0,36 \cdot 0,2 - 0,62 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 1,12 \text{ эВ.}$$

Длина волны рекомбинационного излучения

$$\lambda = hc/\Delta W = 4,14 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^8 / 1,12 = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1,11 \text{ мкм.}$$

3.6.26*. В чем состоит принципиальное отличие зависимостей подвижности носителей заряда от состава материала для полупроводниковых и металлических твердых растворов?

3.6.27*. Определить, при каких значениях x и y период кристаллической решетки твердых растворов $Ga_xIn_{1-x}P_yAs_{1-y}$ совпадает с периодом решетки фосфида индия. Каким образом свойство изопериодичности твердых растворов используется в материалах электронной техники?

Решение

Твердый раствор $Ga_xIn_{1-x}P_yAs_{1-y}$ можно представить состоящим из четырех бинарных соединений: GaP, InP, GaAs и InAs, при этом молярная доля бинарного соединения в составе твердого раствора определяется произведением мольных индексов при соответствующих компонентах. Тогда в соответствии с законом Вегарда период решетки твердого раствора можно представить уравнением

$$a(x, y) = xya_{GaP} + (1-x)ya_{InP} + x(1-y)a_{GaAs} + \\ + (1-x)(1-y)a_{InSb}.$$

По условию задачи $a(x, y) = a_{InP}$. Отсюда получаем уравнение изопериодического замещения

$$xya_{GaP} + (y - xy - 1)a_{InP} + x(1-y)a_{GaAs} + (1-x)(1-y)a_{InSb} = 0.$$

Используя справочные данные, имеем: $a_{GaP} = 0{,}5451$ нм; $a_{InP} = 0{,}5869$ нм; $a_{GaAs} = 0{,}5653$ нм; $a_{InAs} = 0{,}6058$ нм.

После подстановки числовых значений и преобразований получаем условие изопериодического замещения по отношению к InP:

$$y = \frac{0{,}0189 - 0{,}0405x}{0{,}0189 + 0{,}0013x}.$$

3.6.28. Чем можно объяснить, что многие полупроводниковые соединения группы $A^{II}B^{VI}$ проявляют электропроводность лишь одного типа, независимо от характера легирования?

3.6.29. Рассчитайте массу легирующей добавки мышьяка, которую необходимо ввести в пластину кремния объемом 100 мм^3, чтобы при равномерном распределении примеси удельное сопротивление кристалла было равно 0,01 Ом·м. Подвижность электронов принять равной 0,12 м^2/(В·с).

3.6.30. На сколько отличается глубина диффузии фосфора и меди в кремний при $T = 1000$ °С за одинаковый промежуток времени?

3.6.31. Объясните, почему при одинаковом содержании легирующих примесей поликристаллический кремний обладает гораздо более высоким удельным сопротивлением, чем монокристаллический материал.

3.6.32. Назовите основные факторы, влияющие на внешний квантовый выход люминесценции полупроводников типа $A^{III}B^{V}$. Почему светоизлучающие структуры создают только на основе эпитаксиальных слоев?

3.6.33. Определить поток излучения светодиодной структуры из фосфида галлия, люминесцирующей в зеленой области спектра ($\lambda=0{,}565$ мкм), если известно, что при токе $I=50$ мА внешний квантовый выход электролюминесценции составляет 0,2%.

Примечание. Внешним квантовым выходом электролюминесценции называют отношение числа излученных фотонов к числу носителей заряда, прошедших в электрической цепи за этот же отрезок времени.

3.6.34. Определить КПД полупроводниковой структуры на фосфида галлия, излучающей на длине волны 700 нм, если при напряжении $U=2{,}2$ В квантовый выход электролюминесценции равен 5%.

3.6.35. Чем отличаются свойства политипов карбида кремния? Как эти отличия можно использовать на практике?

3.6.36*. Изобразите элементарную ячейку карбида кремния политипа 3С. Определите плотность этого политипа, если период решетки $a=0{,}4359$ нм. Приведите примеры других полупроводниковых соединений, имеющих аналогичную кристаллическую структуру.

3.6.37. Почему чистые кристаллы карбида кремния гексагональной модификации бесцветны? Какую окраску должны иметь чистые кристаллы кубической β-модификации, если ширина их запрещенной зоны $\Delta W=2{,}4$ эВ?

3.6.38. Сформулируйте основные закономерности, которым подчиняются примеси замещения в полупроводниках типа $A^{II}B^{VI}$. Приведите примеры типичных доноров и акцепторов. Укажите, каким способом можно повысить растворимость этих примесей в кристаллической решетке халькогенидных соединений.

3.6.39. Что понимают под активатором и соактиватором люминесценции? Приведите примеры наиболее распространенных активаторов люминесценции в электролюминофорах на основе сульфида цинка.

3.6.40. Рассчитайте удельное сопротивление чистого кристалла сульфида кадмия, в котором 10^{-6}% металлоидных узлов вакантны (не заняты атомами серы). Плотность кристаллов CdS принять равной 4,82 Мг/м³, а подвижность электронов $\mu_n=0{,}035$ м²/(В·с).

3.6.41. Назовите основную особенность зависимости ширины запрещенной зоны твердых растворов $Pb_{1-x}Sn_xTe$ от их состава. Как эту особенность используют на практике при создании фотоэлектрических приборов?

3.6.42. На пластину фосфида индия толщиной 0,5 мм с удельным сопротивлением $\rho = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ Ом·м нанесены металлические электроды с обеих ее сторон. При каком напряжении на электродах можно наблюдать эффект Ганна, если пороговая напряженность поля для фосфида индия равна 0,6 МВ/м? Определить плотность тока через пластину в момент появления колебаний СВЧ.

3.6.43. Какие полупроводниковые материалы используются в качестве люминофоров? Какие люминофоры находят применение в электронной технике?

3.6.44*. Рассчитайте максимальную толщину эпитаксиального слоя h, осаждаемого на подложку площадью $S = 1$ см² из насыщенного раствора-расплава фосфида галлия в галлий массой $m = 1$ г при равновесном охлаждении гетерогенной системы от 950 до 900 °С, если при 950 °С растворимость фосфора в жидкой фазе $x_P' = 1{,}5$ ат.%, а при 900°С $x_P'' = 1$ ат.%. Плотность фосфида галлия принять равной 4,1 Мг/м³.

Решение

В общей массе раствора-расплава m на растворитель (галлий) приходится

$$m_{Ga} = \frac{m\left(1 - x_P'\right) A_{Ga}}{x_P' A_P + \left(1 - x_P'\right) A_{Ga}} =$$

$$= \frac{(1 - 0{,}015) \cdot 69{,}72}{0{,}015 \cdot 30{,}97 + (1 - 0{,}015)\, 69{,}72} = 0{,}9933 \text{ г},$$

где A_{Ga} и A_P — молярные массы галлия и фосфора.

Масса растворившегося соединения

$$m_{GaP}' = \frac{m_{Ga} M_{GaP} x_P}{A_{Ga}(1 - 2x_P)},$$

где M_{GaP} — молярная масса соединения.

Поскольку количество растворителя при изменении температуры остается неизменным, масса вещества, выделяемого из раствора-расплава,

$$\Delta m_{GaP} = m_{GaP}' - m_{GaP}'' = \frac{m_{Ga} M_{GaP}}{A_{Ga}} \left(\frac{x_P'}{1 - 2x_P'} - \frac{x_P''}{1 - 2x_P''} \right) =$$

$$= \frac{0{,}9933 \cdot 100{,}7}{69{,}72} \left(\frac{0{,}015}{1 - 2 \cdot 0{,}015} - \frac{0{,}01}{1 - 20{,}01} \right) = 7{,}546 \cdot 10^{-3} \text{ г}.$$

Полагая, что все избыточно растворенное вещество осаждается на подложке, найдем толщину эпитаксиального слоя

$$h = \frac{\Delta m_{GaP}}{S\rho} = \frac{7{,}546 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 4{,}1} = 1{,}84 \cdot 10^{-3} \text{ см} = 18{,}4 \text{ мкм}.$$

3.6.45*. Можно ли подбором состава твердого раствора на основе двух полупроводниковых химических соединений получить материал с нулевой шириной запрещенной зоны?

3.6.46*. Определить состав твердого раствора $Ga_xIn_{1-x}As$, осажденного в виде эпитаксиального слоя на подложке InP, если известно, что при температуре 650 °C периоды решеток слоя и подложки совпадают. Температурные коэффициенты линейного расширения GaAs, InAs и InP соответственно равны $6{,}4\cdot10^{-6}$, $5{,}3\cdot10^{-6}$ и $4{,}6\cdot10^{-6}$ K^{-1}. Уточненные периоды решеток этих соединений при $T=300$ K составляют: $a_{GaAs}=0{,}56532$, $a_{InAs}=0{,}60586$; $a_{InP}=0{,}58688$ нм.

3.6.47*. Предложите способ получения из образца теллурида кадмия CdTe с концентрацией дырок 10^{22} $м^{-3}$ образца CdTe с концентрацией электронов 10^{23} $м^{-3}$, не используя при этом легирования третьим компонентом.

3.6.48*. Изобразите качественно распределение плотности электронных состояний по энергии для пленок аморфного кремния, полученного вакуумным напылением, и гидрогенизированного аморфного кремния (α-Si : H), полученного разложением силана в плазме тлеющего разряда. Объясните причины, обусловливающие принципиальные различия в характере энергетических спектров этих материалов.

3.6.49*. В чем состоит различие во влиянии легирующих примесей на электрофизические свойства аморфного (α-Si) и гидрогенизированного аморфного (α-Si : H) кремния? Назовите основные области применения последнего.

3.6.50. Как влияет присутствие водорода в аморфном кремнии на его оптические свойства?

3.6.51*. Охарактеризуйте деформированное состояние тонкого эпитаксиального слоя твердого раствора $Ga_{0,5}In_{0,5}P$, осажденного на монокристаллической подложке GaAs. Необходимые для анализа данные приведены в приложении 2.

3.6.52. Предложите идею, реализация которой позволила бы получить на основе полупроводников типа $A^{III}B^{V}$ материал с шириной запрещенной зоны менее 0,17 эВ.

3.6.53. Определить состав твердого раствора $Al_xGa_{1-x}As$, используемого в качестве активной области полупроводникового инжекционного гетеролазера, если известно, что излучение происходит с длиной волны $\lambda=850$ нм.

3.6.54. Для улучшения отношения сигнал-шум полупроводникового фотоприемника целесообразно использовать полупроводниковый фильтр, играющий роль оптического окна. Известны показатели поглощения материала фильтра при комнатной температуре: $\alpha=0{,}2$ $см^{-1}$ для излучения с $\lambda=900$ нм и $\alpha=10^3$ $см^{-1}$ для излучения с $\lambda=700$ нм. Какой должна быть толщина фильтра для подавления в 10^4 раз фонового шума на длине волны 700 нм? На сколько уменьшится мощность излу-

ния на длине волны 900 нм при прохождении через фильтр такой толщины? Отражением от поверхностей пренебречь.

3.6.55. Укажите, какие из трехкомпонентных твердых растворов принципиально можно использовать для создания детекторов излучения, возбуждаемого в лазере из арсенида галлия: $Al_xGa_{1-x}P$, GaP_xAs_{1-x}, $GaAs_xSb_{1-x}$, $Al_xGa_{1-x}As$, $Ga_xIn_{1-x}As$.

3.7. КОНТАКТНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

3.7.1. Что такое электронно-дырочный переход (*p-n*-переход)? Какие электронно-дырочные переходы называют симметричными, а какие несимметричными? Какие электронно-дырочные переходы называют резкими, а какие плавными?

3.7.2. Изобразите пространственное распределение зарядов и энергетические диаграммы симметричного резкого *p-n*-перехода для следующих случаев: а) внешнее напряжение отсутствует; б) прямое смещение перехода; в) обратное смещение перехода. При построениях по горизонтальной оси откладывать расстояние x. Укажите направление диффузионного электрического поля и высоту потенциального барьера *p-n*-перехода.

3.7.3. Выполнить такие же построения, как в предыдущей задаче, для несимметричного *p-n*-перехода ($N_a > N_д$), где N_a — концентрация акцепторных примесей в *p*-области; $N_д$ — концентрация донорных примесей в *n*-области (примеси считать ионизированными).

3.7.4. Покажите, что высота потенциального барьера *p-n*-перехода, сформированного в невырожденном полупроводнике, определяется выражением $e\varphi_к = kT \ln \frac{p_p n_n}{n_i^2}$, где p_p и n_n — равновесные концентрации основных носителей заряда в *p* и *n*-областях; n_i — собственная концентрация носителей заряда.

3.7.5. Имеется германиевый *p-n*-переход с концентрацией примесей $N_д = 10^3 N_a$, причем на каждые 10^8 атомов германия приходится один атом акцепторной примеси. Определить контактную разность потенциалов при температуре $T = 300$ К. Концентрации атомов германия N и ионизированных атомов n_i принять равными $4{,}4 \cdot 10^{22}$ и $2{,}5 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$ соответственно.

Решение

Концентрация акцепторных атомов $N_a = N/10^8 = 4{,}4 \cdot 10^{22}/10^8 = 4{,}4 \cdot 10^{14}$ см$^{-3}$. Концентрация атомов доноров $N_д = 10^3 N_a = 4{,}4 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$. Если примеси ионизированы, то контактная разность потенциалов

$$\varphi_к = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_д}{n_i^2} = 0{,}0258 \ln \frac{4{,}4 \cdot 10^{17} \cdot 4{,}4 \cdot 10^{14}}{(2{,}5 \cdot 10^{13})^2} = 0{,}326 \text{ В}.$$

3.7.6. Решить предыдущую задачу для кремниевого p-n-перехода с такими же концентрациями примесей. Концентрацию атомов кремния N и собственную концентрацию n_i принять равными $5{,}0\cdot10^{22}$ и 10^{10} см$^{-3}$ соответственно.

3.7.7. Удельное сопротивление p-области германиевого p-n-перехода $\rho_p=2$ Ом·см, а удельное сопротивление n-области $\rho_n=1$ Ом·см. Вычислить высоту потенциального барьера p-n-перехода при $T=300$ К.

Решение

Удельное сопротивление p-области полупроводника $\rho_p\approx\approx1/(N_a e\mu_p)$, где μ_p — подвижность дырок. Отсюда, используя приложение 3, найдем концентрацию акцепторов в p-области:

$$N_а=\frac{1}{\rho_p e\mu_p}=\frac{1}{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot1900}=1{,}65\cdot10^{15}\ \text{см}^{-3}.$$

Аналогично найдем концентрацию доноров в n-области полупроводника

$$N_д=\frac{1}{\rho_n e\mu_n}=\frac{1}{1\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot3900}=1{,}6\cdot10^{15}\ \text{см}^{-3}.$$

Считая примеси ионизированными, найдем высоту потенциального барьера p-n-перехода

$$e\varphi_к=kT\ln(N_а N_д/n_i^2).$$

Приняв $n_i=2{,}5\cdot10^{13}$ см$^{-3}$ (из условия задачи 3.7.5), находим:

$$e\varphi_к=8{,}62\cdot10^{-5}\ln\frac{1{,}65\cdot10^{15}\cdot1{,}6\cdot10^{15}}{(2{,}5\cdot10^{13})^2}=0{,}215\ \text{эВ}.$$

3.7.8. Решить предыдущую задачу для кремниевого p-n-перехода с такими же значениями удельных сопротивлений p- и n-областей.

3.7.9. Вычислить для температуры 300° С контактную разность потенциалов p-n-перехода, сформированного в фосфиде индия, если равновесные концентрации основных носителей заряда в p- и n-областях одинаковы и равны 10^{17} см$^{-3}$, а собственная концентрация $n_i=10^{13}$ см$^{-3}$.

3.7.10. Для резкого несимметричного p-n-перехода при $N_a=2N_д$ построить распределение концентрации примесей $N(x)$, плотности объемного заряда Q, градиента потенциала $d\varphi/dx$ и потенциала φ вдоль координаты x, перпендикулярной границе p-n-перехода. Примеси считать ионизированными.

3.7.11*. Выполнить такие же построения, как в предыдущей задаче, для симметричного плавного p-n-перехода с линейным распределением концентрации примесей.

3.7.12. Как и почему изменяется высота потенциального барьера p-n-перехода с изменением температуры и с изменени-

ли концентрации примесей в прилегающих к переходу областях?

4.7.13. Почему термодинамическая работа выхода для полупроводника n-типа меньше, чем для полупроводника p-типа?

4.7.14. Можно ли использовать контактную разность потенциалов, возникающую в p-n-переходе, в качестве источника напряжения?

4.7.15. Почему разность потенциалов в полупроводнике с неравномерным распределением примесей нельзя измерить вольтметром?

4.7.16. Что понимают под энергией электронного сродства в полупроводниках? Может ли быть энергия электронного сродства отрицательной?

4.7.17. Определить контактную разность потенциалов в p-n-переходе из арсенида галлия при комнатной температуре, если концентрация основных носителей заряда в областях p- и n-типа одинакова и равна 10^{23} м$^{-3}$. Сравните полученный результат с контактной разностью потенциалов в кремниевом p-n-переходе с аналогичным распределением примесей. Собственную концентрацию носителей заряда при $T=300$ К принять равной $1,7\cdot10^{12}$ м$^{-3}$ для арсенида галлия и 10^{16} м$^{-3}$ для кремния.

4.7.18. Что такое инжекция неосновных носителей заряда через электронно-дырочный переход? Что такое экстракция неосновных носителей заряда?

4.7.19. От чего зависит и чем определяется концентрация неосновных носителей заряда на границах p-n-перехода при малых токах через переход?

4.7.20. В структуре с германиевым p-n-переходом удельная проводимость p-области $\gamma_p=10^4$ См/м и удельная проводимость n-области $\gamma_n=10^2$ См/м. Подвижности электронов μ_n и дырок μ_p в германии соответственно равны 0,39 и 0,19 м^2/(В·с). Вычислить контактную разность потенциалов в переходе при температуре $T=300$ К, если собственная концентрация $n_i=2,5\cdot10^{19}$ м$^{-3}$.

Решение

Для материала p-типа $\gamma_p\approx p_p e\mu_p$, где p_p — концентрация дырок. Отсюда

$$p_p=\gamma_p/(e\mu_p)=10^4/(0,19\cdot1,6\cdot10^{-19})=3,29\cdot10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

Аналогично найдем концентрацию электронов в n-области:

$$n_n=\gamma_n/(e\mu_n)=100/(0,39\cdot1,6\cdot10^{-19})=1,6\cdot10^{21}\ \text{м}^{-3}.$$

Концентрация дырок в n-области

$$p_n=n_i^2/n_n=(2,5\cdot10^{19})^2/(1,6\cdot10^{21})=3,91\cdot10^{17}\ \text{м}^{-3}.$$

Контактная разность потенциалов

$$\varphi_к = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{p_p}{p_n}\right) = \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300}{1{,}6\cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{3{,}29\cdot 10^{23}}{3{,}91\cdot 10^{17}}\right) = 0{,}35 \text{ В}.$$

3.7.21. Используя данные и результаты предыдущей задачи, найти: а) плотность обратного тока насыщения, а также отношение дырочной составляющей обратного тока насыщения к электронной, если диффузионная длина электронов и дырок $L_n = L_p = 10^{-3}$ м; б) напряжение, при котором плотность прямого тока $j = 10^5$ А/м^2.

Решение

а) Плотность обратного тока насыщения, обусловленного неосновными носителями, $j_0 = D_p e p_n / L_p + D_n e n_p / L_n$. Из предыдущей задачи имеем $p_n = 3{,}91\cdot 10^{17}$ м$^{-3}$; $n_p = n_i^2/n_p = 1{,}9\cdot 10^{15}$ м$^{-3}$. Известно, что $D_p = (kT/e)\mu_p$ и $D_n = (kT/e)\mu_n$. Следовательно,

$$j_0 = 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300\left[\frac{(3{,}91\cdot 10^{17}\cdot 0{,}19 + 0{,}19\cdot 10^{15}\cdot 0{,}39)}{1\cdot 10^{-3}}\right] = 0{,}31 \text{ А/м}^2.$$

Отношение дырочной составляющей обратного тока насыщения к электронной

$$I_{0p}/I_{0n} = \mu_p p_n L_n/(\mu_n n_p L_p) = 0{,}19\cdot 3{,}91\cdot 10^{17}/(0{,}39\cdot 1{,}9\cdot 10^{15}) = 100.$$

б) Напряжение U, которое необходимо приложить к переходу для получения тока плотностью 10^5 А/м^2, найдем из выражения $j = j_0[e^{eU/(kT)} - 1]$. При этом $e^{eU/(kT)} - 1 = j/j_0 = 10^5/0{,}31 = 3{,}2\cdot 10^5$, откуда $eU/(kT) = 12{,}7$. Тогда

$$U = 12{,}7\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300/(1{,}6\cdot 10^{-19}) = 0{,}328 \text{ В}.$$

3.7.22. В структуре с кремниевым p-n-переходом удельное сопротивление p-области $\gamma_p = 10^{-4}$ Ом·м, а удельное сопротивление n-области $\gamma_n = 10^{-2}$ Ом·м. Вычислить контактную разность потенциалов $\varphi_к$, если подвижность дырок μ_p и электронов μ_n соответственно равна 0,05 и 0,13 м^2/(В·с), а собственная концентрация $n_i = 1{,}38\cdot 10^{16}$ м$^{-3}$ при температуре $T = 300$ К.

3.7.23. В монокристалле полупроводника длиной 0,2 мм и площадью поперечного сечения $S = 10^{-6}$ м^2 образован p-n-переход. На торцах монокристалла сформированы омические контакты для подключения внешнего напряжения, граница между n- и p-областями расположена посередине. Удельное сопротивление p-области $\rho_p = 4{,}2\cdot 10^{-4}$ Ом·м, время жизни неосновных носителей заряда в ней $\tau_n = 75$ мкс. Удельное сопротивление n-области $\rho_n = 2{,}08\cdot 10^{-2}$ Ом·м, время жизни дырок в ней $\tau_p = 150$ мкс.

Определить: а) контактную разность потенциалов; б) обратный ток насыщения; в) долю тока, создаваемую дырками. При расчете полагать, что в полупроводнике подвижность электро-

вия $\mu_n=0{,}3$ м²/(В·с), подвижность дырок $\mu_p=0{,}15$ м²/(В·с), собственная концентрация носителей заряда $n_i=2{,}5\cdot10^{19}$ м$^{-3}$ при $T=300$ К.

3.7.24. Концентрация доноров и акцепторов в n- и p-области резкого p-n-перехода соответственно равна $5\cdot10^{16}$ см$^{-3}$ и 10^{17} см$^{-3}$. Определить контактную разность потенциалов и плотность обратного тока насыщения, полагая, что при комнатной температуре коэффициенты диффузии для неосновных электронов и дырок составляют 100 и 50 см²/с соответственно, а диффузионная длина $L_n=L_p=0{,}8$ см. Собственную концентрацию носителей заряда считать равной 10^{13} см$^{-3}$.

3.7.25. Структура с кремниевым p-n-переходом имеет удельную проводимость p-области $\gamma_p=10^3$ См/м и удельную проводимость n-области $\gamma_n=20$ См/м. Время жизни неосновных носителей заряда 5 и 1 мкс в p- и n-областях соответственно. Определить: а) отношение дырочной составляющей тока в p-n-переходе к электронной; б) плотность обратного тока насыщения и плотность тока через p-n-переход при прямом напряжении 0,3 В. Расчет проводить для температуры $T=300$ К, полагая, что собственная концентрация носителей заряда $n_i=1{,}4\cdot10^{16}$ м$^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n=0{,}12$ м²/(В·с), подвижность дырок $\mu_p=0{,}05$ м²/(В·с).

3.7.26. Резкий p-n-переход сформирован из материала p-типа с удельным сопротивлением $\rho_p=1{,}3\cdot10^{-3}$ Ом·м и из материала n-типа с удельным сопротивлением $\rho_n=4{,}6\cdot10^{-3}$ Ом·м при $T=300$ К. Время жизни неосновных носителей заряда в материале p- и n-типа 100 и 150 мкс соответственно, площадь перехода $S=1$ мм². Вычислить обратный ток насыщения в предположении, что протяженность p- и n-областей много больше диффузионной длины, если $\mu_p=4{,}8\cdot10^{-2}$ м²/(В·с); $\mu_n=0{,}135$ м²/(В·с); $n_i=6{,}5\cdot10^{16}$ м$^{-3}$.

3.7.27. Германиевый p-n-переход имеет обратный ток насыщения 1 мкА, а кремниевый переход таких же размеров — обратный ток насыщения 10^{-8} А. Вычислить и сравнить прямые напряжения $U_{пр}$ на переходах при $T=293$ К и токе 100 мА.

Решение

Ток через p-n-переход определим по формуле $I=I_0\{\exp[eU_{пр}/(kT)]-1\}$, где I_0 — обратный ток насыщения. Для германиевого p-n-перехода можем записать:

$$100\cdot10^{-3}=10^{-6}\exp[1{,}6\cdot10^{-19}U_{пр}/(1{,}38\cdot10^{-23}\cdot293)],$$

откуда $U_{пр}=288$ мВ.

Аналогично для кремниевого p-n-перехода при $I_0=10^{-8}$ А получаем $U_{пр}=407$ мВ.

3.7.28. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить и сравнить прямые и обратные сопротивления гер-

маниевого и кремниевого p-n-перехода. Считать, что измерения обратных токов насыщения производились при обратном напряжении $U_{обр}=5$ В.

3.7.29. Ток, проходящий через p-n-переход при большом обратном напряжении и $T=300$ К, равен $2\cdot10^{-7}$ А. Найти ток при прямом напряжении 0,1 В.

3.7.30. Вычислить прямое напряжение на p-n-переходе при токе 1 мА, если обратный ток насыщения при комнатной температуре равен: а) 1 мкА; б) 1 нА.

3.7.31*. Посредине полупроводникового стержня длиной 2 мм сечением $0{,}5\times1$ мм находится p-n-переход. Удельная проводимость p-области $\gamma_p=100$ См/см, удельная проводимость n-области $\gamma_n=1$ См/см. При температуре 300 К обратный ток насыщения p-n-перехода равен 5 мкА. Вычислить напряжения, при которых ток через переход равен 1 и 10 мА. Уточнить результаты с учетом падения напряжения на объемных сопротивлениях p- и n-областей. Изменением сопротивлений объемов областей при увеличении уровня инжекции пренебречь.

3.7.32. Резкий p-n-переход имеет площадь поперечного сечения $S=1$ мм^2. Область p сильно легирована, так что ее удельная проводимость в несколько раз больше удельной проводимости n-области. Удельное сопротивление n-области 5 Ом·см, а время жизни неосновных носителей заряда в ней $\tau_p=50$ мкс. Определить обратный ток p-n-перехода и прямое напряжение при токе 1 мА.

3.7.33. Определить при температуре $T=300$ К контактную разность потенциалов кремниевого p-n-перехода, если концентрации примесей $N_а=2\cdot10^{13}$ см$^{-3}$ и $N_д=5\cdot10^{12}$ см$^{-3}$.

3.7.34*. В небольшом прямоугольном германиевом стержне образован плоский p-n-переход. Переход смещен в обратном направлении, ток через него равен 1 мкА. В p-области на некотором расстоянии от p-n-перехода, параллельно ему, направлен световой луч, что вызвало увеличение тока через переход до 54 мкА. При перемещении светового луча к p-n-переходу на расстояние 0,6 мм ток увеличился до 107 мкА. Чему равно среднее время жизни электронов в p-области стержня, если подвижность электронов $\mu_n=0{,}38$ м^2/(В·с)? Расчет провести для комнатной температуры ($T=300$ К).

3.7.35. При комнатной температуре ($T=300$ К) обратный ток насыщения p-n-перехода, полученного в арсениде галлия, равен 2,5 мкА. Определите сопротивление p-n-перехода при прямом напряжении 0,1 В. Постройте прямые ветви вольт-амперной и вольт-омной характеристик этого p-n-перехода.

3.7.36. К несимметричному p-n-переходу с концентрациями примесей $N_д\gg N_а$ приложено обратное напряжение. Указать составляющую тока, которая будет наибольшей при этих условиях.

3.7.37. Какая из двух областей p-n-перехода обладает более высоким удельным сопротивлением, если известно, что число дырок, инжектируемых через p-n-переход в единицу времени, на несколько порядков больше числа электронов?

3.7.38. Определить концентрацию акцепторных примесей в p-области электронно-дырочного перехода и концентрацию донорных примесей в n-области, если известно, что при комнатной температуре (300 К) удельные проводимости областей: $\gamma_n = 1$ См/см; $\gamma_p = 100$ См/см.

3.7.39. Физические свойства какой из двух областей p-n-перехода определяют дырочный диффузионный ток через него при постоянных напряжении и температуре?

3.7.40. При прямом напряжении 0,1 В на p-n-переходе через него проходит определенный ток. Каким должно быть прямое напряжение, чтобы ток увеличился в два раза? Расчет провести для комнатной температуры.

3.7.41. Какое напряжение необходимо приложить к p-n-переходу при $T = 300$ К, чтобы прямой ток через него был равен обратному току насыщения I_0? При каком прямом напряжении прямой ток $I_{пр} = 100 I_0$?

3.7.42. Как скажется на значении обратного тока насыщения p-n-перехода пропорциональное увеличение концентрации примесей в обеих его областях? Как изменится обратный ток насыщения, если концентрация примесей увеличится только в одной области (а в другой останется неизменной)?

3.7.43. Обратный ток насыщения I_0 германиевого p-n-перехода площадью $S = 1$ мм² при температуре 300 К равен 10 мкА. Полагая, что ток обусловлен только электронами, вычислить диффузионную длину электронов L_n в p-области. Уровень Ферми в p-области лежит на 0,5 эВ ниже дна зоны проводимости, подвижность электронов $\mu_n = 0{,}39$ м²/(В·с).

3.7.44. Обратный ток насыщения I_0 p-n-перехода при комнатной температуре равен 10^{-14} А. При повышении температуры до 125°С обратный ток насыщения увеличился в 10^5 раз. Определить напряжение на переходе при комнатной температуре и температуре 125°С, если прямой ток через него $I = 1$ мА.

Решение

Из вольт-амперной характеристики p-n-перехода имеем $I/I_0 + 1 = \exp[eU/(kT)]$. Логарифмируя и решая это уравнение относительно U, получаем

$$U = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{I}{I_0} + 1\right).$$

При $T = 293$ К

$$U = 0{,}026 \ln(10^{-3}/10^{-14} + 1) = 0{,}66 \text{ В}.$$

При $T=(293+125)$ К:

$$U=0{,}036\ln[10^{-3}/(10^{-14}\cdot 10^{5})+1]=0{,}5\text{В}.$$

3.7.45*. Известно, что контактная разность потенциалов в резком p-n-переходе $\varphi_к=\frac{e}{2\varepsilon\varepsilon_0}(n_n\delta_n^2+p_p\delta_p^2)$, где n_n и p_p — концентрация основных носителей заряда в n- и p-области соответственно; δ_n и δ_p — ширина области объемного заряда по обеим сторонам границы раздела электронного и дырочного полупроводников соответственно; ε — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника; $\varepsilon_0=8{,}85\times10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная. Используя это выражение, определить ширину области объемного заряда δ симметричного и несимметричного p-n-переходов в отсутствие и при наличии внешнего напряжения. Получить выражение для барьерной емкости резких симметричного и несимметричного p-n-переходов.

Решение

Объемные заряды в обеих областях, прилегающих к p-n-переходу, равны между собой, поэтому $n_n\delta_n=p_p\delta_p$, а так как $\delta=\delta_n+\delta_p$, то

$$\varphi_к=\frac{e}{2\varepsilon\varepsilon_0}\delta^2\frac{n_np_p}{n_n+p_p}.$$

Полагая примеси ионизированными ($n_n=N_д$, $p_p=N_а$), находим выражение для ширины области объемного заряда в отсутствие внешнего напряжения для симметричного резкого p-n-перехода:

$$\delta=\sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{e}\varphi_к\frac{N_д+N_а}{N_дN_а}}.$$

При подаче внешнего напряжения U меняются высота потенциального барьера p-n-перехода и ширина области объемного заряда

$$\delta=\sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(N_д+N_а)}{eN_дN_а}(\varphi_к-U)}.$$

Это выражение имеет смысл при $|\varphi_к-U|>0$, поэтому при обратных напряжениях $U<0$ (обычно $\varphi_к\ll|U|$), при прямых напряжениях $0<U<\varphi_к$.

В несимметричном p-n-переходе концентрация примесей в одной области много больше, чем в другой. Поэтому, полагая, например, $N_а\gg N_д$, получаем

$$\delta=\sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0(\varphi_к-U)/(eN_д)}.$$

Пользуясь формулой для плоского конденсатора, можно найти барьерную емкость p-n-перехода $C_{бар}=\varepsilon_0\varepsilon S/\delta$, S — площадь перехода. Тогда для симметричного резкого p-n-перехода

$$C_{бар}=S\sqrt{\frac{e\varepsilon_0\varepsilon N_а N_д}{2(N_а+N_д)(\varphi_к-U)}},$$

а для несимметричного перехода

$$C_{бар}=S\sqrt{\frac{e\varepsilon_0\varepsilon N}{2(\varphi_к-U)}},$$

где N — концентрация примесей в слаборегированной области.

3.7.46. Во сколько раз изменится барьерная емкость резкого p-n-перехода при увеличении обратного напряжения от 20 до 80 В?

3.7.47. Если к резкому p-n-переходу приложить переменное напряжение амплитудой 0,5 В, то максимальная емкость перехода равна 2 пФ. Определить контактную разность потенциалов и минимальное значение емкости перехода, если при отсутствии внешнего напряжения она равна 1 пФ.

3.7.48. Барьерная емкость резкого p-n-перехода равна 100 пФ при обратном напряжении 2 В. Какое требуется обратное напряжение, чтобы она уменьшилась до 50 пФ, если контактная разность потенциалов $\varphi_к=0{,}82$ В?

3.7.49. Вычислить барьерную емкость резкого p-n-перехода, полученного в стержне арсенида галлия площадью поперечного сечения $S=1$ мм^2. Ширина области объемного заряда p-n-перехода равна $2\cdot10^{-4}$ см. Относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника 13,1.

3.7.50*. Доказать, что для несимметричного резкого p-n-перехода при концентрации примесей $N_а \ll N_д$ ширина области объемного заряда может быть определена по формуле $\delta=\frac{(2\varepsilon\varepsilon_0\mu_p\varphi_к)^{1/2}}{\gamma_p^{1/2}}$, где μ_p — подвижность дырок; γ_p — удельная проводимость p-области.

3.7.51*. Покажите, что при концентрации примесей $N_д \gg N_а$ напряжение пробоя резкого несимметричного p-n-перехода при быстром повышении напряжения может быть найдено по формуле $U_{пр}=\varepsilon E^2_{пр}/(2eN_а)$, где $E_{пр}$ — напряженность поля, при которой наступает пробой в обедненном носителями заряда слое.

3.7.52. В равновесном состоянии высота потенциального барьера p-n-перехода равна 0,2 В, концентрация акцепторных примесей $N_а=3\cdot10^{14}$ см$^{-3}$ в p-области, что много меньше концентрации донорных примесей $N_д$ в n-области. Найти барьерную емкость p-n-перехода, соответствующую обратным напря-

жениям 0,1 и 10 В, если площадь перехода $S=1$ мм². Вычислить ширину области объемного заряда p-n-перехода для этих напряжений. Чему она будет равна при прямом напряжении 0,1 В?

3.7.53. В кремниевом резком p-n-переходе n-область имеет удельное сопротивление $\rho_n=5$ Ом·см, время жизни неосновных носителей заряда в ней $\tau_p=1$ мкс; для p-области: $\rho_p=0{,}1$ Ом·см; $\tau_n=5$ мкс. Найти отношение дырочной составляющей тока к электронной. Определить плотность тока, протекающего через переход при прямом напряжении 0,3 В.

3.7.54. В резком p-n-переходе площадью $S=10^{-6}$ м² концентрация акцепторной примеси в p-области $N_а=10^{24}$ м⁻³, концентрация донорной примеси в n-области $N_д=10^{22}$ м⁻³. Подвижность дырок $\mu_p=0{,}2$ м²/(В·с), подвижность электронов $\mu_n=0{,}4$ м²/(В·с), диффузионные длина неосновных носителей заряда: $L_p=2\cdot10^{-4}$ м, $L_n=3\cdot10^{-4}$ м, относительная диэлектрическая проницаемость материала $\varepsilon=16$, собственная концентрация носителей заряда $n_i=10^{19}$ м⁻³. Вычислить для температуры $T=300$ К: а) концентрации основных и неосновных носителей заряда; б) удельную проводимость p- и n-областей; в) контактную разность потенциалов; г) коэффициенты диффузии для носителей заряда обоих типов; д) обратный ток насыщения I_0; е) ширину области объемного заряда p-n-перехода при обратном напряжении 10 В; ж) барьерную емкость p-n-перехода при обратном напряжении 10 В; з) отношение дырочной составляющей тока через p-n-переход к электронной.

3.7.55. В кремниевом резком p-n-переходе с концентрациями примесей $N_а=10^{20}$ м⁻³ и $N_p=10^{22}$ м⁻³ лавинный пробой наступает при напряженности электрического поля $6\cdot10^7$ В/м. Вычислить ширину p-n-перехода и обратное напряжение, необходимое для начала возникновения пробоя. Относительная диэлектрическая проницаемость кремния $\varepsilon=12$.

3.7.56. Кремниевый p-n-переход имеет площадь поперечного сечения $S=1$ мм² и барьерную емкость $C_{бар}=300$ пФ при обратном напряжении $U_{обр}=10$ В. Определить максимальную напряженность электрического поля в области объемного заряда. Как изменится емкость, если обратное напряжение увеличить в два раза? Относительная диэлектрическая проницаемость кремния $\varepsilon=12$.

3.7.57. Барьерная емкость резкого p-n-перехода равна 25 пФ при обратном напряжении 5 В. Как она изменится при увеличении обратного напряжения $|U_{обр}|$ до 7 В?

3.7.58. Определить барьерную емкость и ширину p-n-перехода, сформированного в арсениде индия, при температуре $T=300$ К, если концентрация основных носителей заряда: $p_p=10^{16}$ см⁻³; $n_n=10^{15}$ см⁻³, относительная диэлектрическая проницаемость InAs $\varepsilon=14{,}6$, площадь поперечного сечения

перехода $S=0{,}01$ см². К p-n-переходу приложено обратное напряжение $|U_{обр}|=100$ В.

3.7.59. От какого параметра полупроводникового материала зависит высота потенциального барьера p-n-перехода при одинаковой концентрации примесей в n- и p-областях? В каком из полупроводниковых материалов — арсениде галлия или фосфиде галлия — больше контактная разность потенциалов? Параметры материалов указаны в приложении 3.

3.7.60. Какие процессы происходят в полупроводнике при появлении на его поверхности зарядов? Нарисуйте энергетические диаграммы полупроводника p-типа при наличии на его поверхности: а) небольшого положительного заряда; б) положительного заряда большой плотности; в) небольшого отрицательного заряда; г) отрицательного заряда большой плотности. Вдоль горизонтальной оси откладывайте расстояние x, отсчитываемое вглубь от поверхности полупроводника.

3.7.61. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, нарисуйте энергетические диаграммы для полупроводника n-типа.

3.7.62. Известно, что слои диоксида кремния, полученные на поверхности кремния, всегда содержат донорные примеси, сосредоточенные вблизи границы с кремнием. Какое влияние оказывают эти слои на приповерхностную структуру кремния n- и p-типа.

3.7.63. Определить удельное сопротивление инверсного слоя поверхностной электропроводности, образовавшегося в кремнии p-типа, покрытого пленкой диоксида кремния, если толщина инверсного слоя $\delta=1$ мкм, подвижность электронов $\mu_n=0{,}12$ м²/(В·с). При расчете положить, что средняя концентрация электронов в инверсном слое $n=1{,}5\cdot10^{20}$ м⁻³.

3.7.64*. На поверхности полупроводника, в котором создан несимметричный p-n-переход ($N_а>N_д$), находится отрицательный заряд. Граница p-n-перехода и поверхность полупроводника перпендикулярны. Приводит ли наличие поверхностного заряда к изменению площади перехода? При каких условиях на поверхности перехода появляется инверсный слой толщиной $\delta_{инв}$? Какие параметры перехода при этом изменятся? В каком случае поверхностный заряд влияет на пробивное напряжение p-n перехода?

3.7.65. Изобразите энергетические диаграммы контактов металл-полупроводник при различных отношениях работы выхода электронов из металла ($A_м$) и из полупроводника ($A_п$) для случаев: а) полупроводник n-типа, $A_м>A_п$; б) полупроводник n-типа, $A_м<A_п$; в) полупроводник p-типа, $A_м>A_п$; г) полупроводник p-типа, $A_м<A_п$. В каких случаях в полупроводнике образуются обедненные носителями заряда слои $\delta_{обд}$, а в каких — обогащенные $\delta_{обг}$? Что такое барьер Шотки?

3.7.66. Из набора материалов: медь, золото, хром, платина, p-Si, n-GaAs, p-Ge, n-ZnS, подберите пары металл — полупроводник, для указанных в предыдущей задаче случаев. Энергия электронного сродства χ равна: 4,13 эВ для германия, 4,1 эВ для кремния, 4,07 эВ для арсенида галлия, 3,9 эВ для сульфида цинка. Другие необходимые для решения данные возьмите из приложений 1 и 2.

3.7.67. В каких случаях в контакте металл — полупроводник образуются инверсные слои? Изобразите энергетические диаграммы таких контактов.

3.7.68. Нарисуйте энергетические диаграммы контактов металл — собственный полупроводник для двух случаев: а) $A_м > A_п$; б) $A_м < A_п$. Какими свойствами обладают при этом поверхностные слои полупроводника? Пользуясь данными задачи 3.7.66 и приложений 1 и 2, подберите пары металл — полупроводник для этих случаев.

3.7.69. Изобразите энергетическую диаграмму контакта металл — полупроводник n-типа, в котором прилегающий к металлу слой толщиной $\delta_в$ является вырожденным полупроводником p-типа. Каким должно быть при этом отношение работ выхода электронов из металла и из полупроводника?

3.7.70. Как объяснить, что в контакте металл — полупроводник заряды в металле образуются в области с линейным размером порядка дебаевского радиуса экранирования, а в полупроводнике — в некотором приповерхностном слое? От чего зависит толщина этого слоя?

3.7.71. В чем отличие свойств p-n-перехода и контакта металл — полупроводник с инверсным слоем?

3.7.72. Обратный ток насыщения контакта металл — полупроводник с барьером Шотки $I_0 = 2$ мкА. Контакт соединен последовательно с резистором и источником постоянного напряжения $U_{ист} = 0{,}2$ В. Определить сопротивление резистора R, если падение напряжения на нем $U_R = 0{,}1$ В. Контакт находится при температуре $T = 300$ К.

Решение

Ток через барьер Шотки $I = I_0[e^{eU/(kT)} - 1]$, где U — прямое напряжение. Поскольку падение напряжения на резисторе $U_R = 0{,}1$ В, напряжение на контакте $U = U_{ист} - U_R = 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}1$ В. Поэтому ток в цепи

$$I = 2 \cdot 10^{-6} \left(\exp \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}1}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} - 1 \right) = 93 \cdot 10^{-6} \text{ А}.$$

Следовательно, $R = U/I = 0{,}1/(93 \cdot 10^{-6}) = 1{,}08$ кОм.

3.7.73. Контакт металл — полупроводник с барьером Шотки, имеющий обратный ток насыщения $I_0 = 10$ мкА, соединен последовательно с источником напряжения $U_{ист} = 10$ В и резистор

[illegible] сопротивлением $R=1$ кОм. Найти прямой ток, прямое напряжение и сопротивление контакта при комнатной температуре.

4.7.74*. Почему при получении омических контактов на кремнии n-типа путем вжигания алюминия поверхность полупроводника дополнительно легируют донорами, а при получении омических контактов алюминия на кремнии p-типа дополнительной обработки полупроводника не производят?

4.7.75*. Известно, что при воздействии на полупроводник проникающей радиации или частиц высокой энергии в поверхностных слоях могут образовываться дефекты кристаллической решетки. Например, может наблюдаться смещение атомов решетки из положения равновесия, приводящее к появлению дополнительных локальных уровней в запрещенной зоне полупроводника. Полагая, что проникающая радиация создает донорные уровни, построить (качественно) зависимость удельной проводимости поверхностных слоев полупроводника от времени облучения t. Считать, что число образующихся дефектов пропорционально времени облучения. Зависимости построить отдельно для полупроводников n- и p-типов. В каком случае при облучении возможно получение полупроводника с удельной проводимостью меньше собственной?

4.7.76. Что такое гетеропереход? Объясните, почему в p-n-гетеропереходах инжекция основных носителей заряда происходит всегда из широкозонного в узкозонный полупроводник?

4.7.77*. Какие преимущества имеют многокомпонентные твердые растворы при создании высококачественных гетеропереходов? Приведите примеры таких гетеропереходов.

4.7.78*. Изобразите энергетическую диаграмму гетероперехода p-$Al_xGa_{1-x}As$ — n-GaAs. Определите длину волны рекомбинационного излучения, возникающего при подаче прямого напряжения на гетеропереход.

4.7.79*. Изобразите энергетическую диаграмму гетероперехода $Al_xGa_{1-x}As$ — GaAs, иллюстрирующую образование двумерного электронного газа.

4.7.80. Назовите основные достоинства гетеропереходов, используемые при создании светоизлучающих и фоточувствительных приборов.

4.7.81*. Изобразите энергетическую диаграмму полупроводниковой структуры, имеющей барьер с эффективным отрицательным электронным сродством. Объясните, почему такие структуры обладают высокой эффективностью эмиссии электронов. Какие полупроводники используются в качестве эмиттеров с отрицательным электронным сродством?

4.7.82. Каким требованиям должны удовлетворять полупроводниковые материалы, предназначенные для создания гетеропереходов со свойствами идеального контакта?

Глава 4
ДИЭЛЕКТРИКИ

§ 4.1. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

4.1.1. Нормально вектору напряженности однородного электрического поля $E_0=100$ В/м расположена пластина изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=2$. Определить: а) напряженность поля E и электрическое смещение (электрическую индукцию) D внутри пластины; б) поляризованность диэлектрика P и поверхностную плотность связанных зарядов σ.

Решение

а) Среднее макроскопическое электрическое поле E в диэлектрике в ε раз меньше внешнего: $E=100/2=50$ В/м. Для большинства диэлектриков поляризованность пропорциональна напряженности поля:

$$P=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E=8{,}85\cdot10^{-12}(2-1)\cdot50=4{,}42\cdot10^{-10}\ \text{Кл/м}^2.$$

В изотропных диэлектриках векторы напряженности электрического поля и поляризованности совпадают по направлению, а электрическое смещение

$$D=\varepsilon_0E+P=8{,}85\cdot10^{-12}\cdot50+4{,}42\cdot10^{-10}=8{,}85\cdot10^{-10}\ \text{Кл/м}^2.$$

б) Поляризованность однородного плоского диэлектрика в равномерном электрическом поле равна поверхностной плотности связанных зарядов: $\sigma=P=4{,}42\cdot10^{-10}$ Кл/м^2.

4.1.2. Вычислить поляризованность монокристалла каменной соли, считая, что смещение ионов под действием электрического поля от положения равновесия составляет 1% расстояния между ближайшими соседними ионами. Элементарная ячейка кристалла имеет форму куба, расстояние между соседними ионами $a=0{,}28$ нм.

Решение

Поляризованность диэлектрика P численно равна отношению электрического момента $\mathrm{d}p$ элемента диэлектрика к объему $\mathrm{d}V$ этого диэлектрика: $P=\mathrm{d}p/\mathrm{d}V$. Если выбрать $\mathrm{d}V=a^3$,

$dp = q\Delta x$, где q — заряд иона, равный заряду электрона; Δx — смещение ионов под действием поля. Тогда

$$P = \frac{q\Delta x}{a^3} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}8\cdot 10^{-10}\cdot 10^{-2}}{(0{,}28\cdot 10^{-9})^3} \approx 0{,}02 \text{ Кл/м}^2.$$

4.1.3. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить напряженность электрического поля, воздействующего на монокристалл каменной соли, если ее диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 5{,}65$. Вычислить коэффициент упругой связи ионов $k_{упр}$ в кристалле, полагая, что напряженность внутреннего электрического поля равна напряженности внешнего поля.

Решение

Поляризованность диэлектрика пропорциональна напряженности электрического поля (см. решение задачи 4.1.1). Отсюда

$$E = \frac{P}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)} = \frac{0{,}02}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot(5{,}65 - 1)} = 4{,}85\cdot 10^8 \text{ В/м}.$$

Так как смещению ионов под действием поля препятствуют силы упругой связи, то в состоянии равновесия $qE = k_{упр}\Delta x$. Отсюда

$$k_{упр} = \frac{qE}{\Delta x} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 4{,}85\cdot 10^8}{0{,}28\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-2}} = 27{,}7 \text{ Дж/м}^2.$$

4.1.4. В чем различие между ионной и ионно-релаксационной поляризацией? Что характеризует время релаксации и от каких факторов оно зависит?

4.1.5. Между пластинами плоского конденсатора без воздушных промежутков зажат лист гетинакса толщиной $h = 0{,}1$ мм. На конденсатор подано напряжение $U = 200$ В. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора σ_1 и на диэлектрике $\sigma_д$. Диэлектрическую проницаемость материала принять равной шести.

Решение

Вследствие поляризации диэлектрика при подключенном источнике постоянного напряжения на пластинах конденсатора удерживается дополнительный заряд $\sigma_д$, так что $\sigma_1 = \sigma_д + \sigma_0$, где $\sigma_0 = \varepsilon_0 E$ — поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика. Тогда

$$\sigma_1 = \varepsilon_0\varepsilon E = \varepsilon_0\varepsilon U/h = 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 6\cdot 200/10^{-3} \approx 10^{-5} \text{ Кл/м}^2;$$

$$\sigma_д = P = \varepsilon_0\varepsilon E - \varepsilon_0 E \approx 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 5\cdot 200/10^{-3} \approx 8{,}85\cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

4.1.6. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_1, в котором во взвешенном состоянии находится

шар из твердого диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_2. Изобразить картину силовых линий электрического поля в конденсаторе для двух случаев: а) $\varepsilon_1<\varepsilon_2$; б) $\varepsilon_1>\varepsilon_2$.

4.1.7. Капельки воды находятся во взвешенном состоянии в трансформаторном масле. Что с ними произойдет, если масло поместить в постоянное электрическое поле?

4.1.8. При напряжении 2 кВ плоский конденсатор, изготовленный из высокочастотного диэлектрика, имеет заряд $3{,}5\times\times10^{-8}$ Кл. При этом же напряжении и при повышении температуры на 100 К заряд возрастает на 1%. Определить диэлектрическую проницаемость материала и температурный коэффициент диэлектрической проницаемости, если толщина диэлектрика между пластинами конденсатора $h=2$ мм, а площадь каждой пластины $S=5$ см^2. Какой вывод можно сделать о наиболее вероятном механизме поляризации данного диэлектрика?

4.1.9*. Диэлектрическая проницаемость воздуха при 300 К и нормальном атмосферном давлении $\varepsilon=1{,}00058$. На сколько изменится ее значение, если давление воздуха увеличить в 20 раз?

Решение

Зависимость диэлектрической проницаемости газа ε от давления p: $d\varepsilon/dp=(\varepsilon-1)/p$. Отсюда

$$\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon-1}=\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{p};\qquad \ln\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_1-1}=\ln\frac{p_2}{p_1};$$

$$\varepsilon_2-1=(\varepsilon_1-1)\,p_2/p_1=(1{,}00058-1)\cdot20=0{,}0116.$$

Таким образом, при увеличении давления в 20 раз диэлектрическая проницаемость воздуха возрастет до значения $\varepsilon_2=$ $=1{,}0116$.

4.1.10*. Диэлектрическая проницаемость газа при давлении 10^5 Па (1 атм) и температурах 273 и 450 К равна соответственно 1,0067 и 1,0060. Определить: а) температурный коэффициент диэлектрической проницаемости газа; б) диэлектрическую проницаемость этого газа при температуре 273 К и давлении $5\cdot10^4$ Па. Оцените концентрацию молекул газа при этих условиях.

4.1.11. В диапазоне температур 0 ... 100 °С были получены температурные зависимости диэлектрической проницаемости ε для слюды, полипропилена, поливинилхлорида и сегнетоэлектрической керамики (рис. 21) (масштабы по вертикальной оси для различных материалов разные). Какому материалу соответствует каждая кривая? Изобразите (качественно) на отдельном рисунке температурную зависимость температурного коэф-

фициента диэлектрической проницаемости α_ε для каждого материала.

4.1.12. На рис. 22 приведена температурная зависимость диэлектрической проницаемости полярного пористого диэлектрика с пропиткой. Постройте (качественно) температурную зависимость температурного коэффициента диэлектрической проницаемости в этом интервале температур.

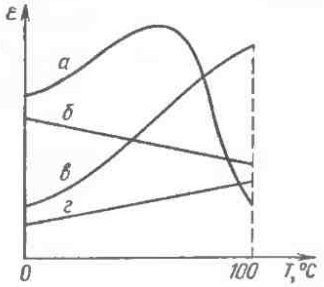


Рис. 21

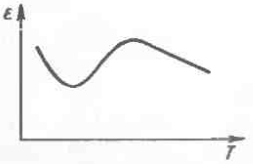


Рис. 22

4.1.13. Композиционный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1=40$ и $\varepsilon_2=80$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики, если

$$\alpha_{\varepsilon 1}=2\cdot 10^{-4}\ \text{К}^{-1};\quad \alpha_{\varepsilon 2}=-1{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{К}^{-1}.$$

Чему равна диэлектрическая проницаемость композиционного диэлектрика?

Решение

Для расчета ε используем формулу Лихтенеккера в виде $\ln\varepsilon=\theta_1\ln\varepsilon_1+\theta_2\ln\varepsilon_2$, где θ_1 и θ_2 — объемные концентрации компонентов.

Температурный коэффициент ε композиционного диэлектрика можно вычислить, продифференцировав формулу Лихтенеккера: $\alpha_\varepsilon=\theta_1\alpha_{\varepsilon 1}+\theta_2\alpha_{\varepsilon 2}$.

Решая систему уравнений

$$\theta_1\alpha_{\varepsilon 1}+\theta_2\alpha_{\varepsilon 2}=0;$$

$$\theta_1+\theta_2=1$$

для термокомпенсированного материала, находим

$$\theta_1=\varepsilon_{\varepsilon 2}/(\alpha_{\varepsilon 2}-\alpha_{\varepsilon 1})=0{,}882;\quad \theta_2=0{,}112;\quad \varepsilon=43{,}4.$$

4.1.14*. Почему диэлектрическая проницаемость непропитанной конденсаторной бумаги $\varepsilon_{нб}$ возрастает при увлажнении? Рассчитайте, на сколько максимально может увеличиться ди-

электрическая проницаемость бумаги с плотностью $d_б = 1000$ кг/м³ после длительного пребывания в среде с относительной влажностью 98%. При расчете считать, что для целлюлозы $\varepsilon_ц = 6{,}5$; плотность $d_ц = 1500$ кг/м³.

Решение

Конденсаторная бумага состоит из волокон твердого органического вещества — целлюлозы и находящегося между волокнами воздуха (полагаем $\varepsilon_в = 1$; $d_в = 0$). Значение $\varepsilon_{нб}$ может быть определено по формуле Лихтенеккера для сложного диэлектрика в предположении, что компоненты (целлюлоза и воздух) электрически включены последовательно: $1/\varepsilon_{нб} = \theta_ц/\varepsilon_ц + \theta_в/\varepsilon_в$, где $\theta_ц$ и $\theta_в$ — объемные концентрации целлюлозы и воздуха соответственно. Тогда $\varepsilon_{нб} = \varepsilon_ц\varepsilon_в/(\theta_ц\varepsilon_в + \theta_в\varepsilon_ц)$.

Для сухой бумаги $\theta_ц + \theta_в = 1$, поэтому $\theta_ц d_ц + \theta_в d_в = d_б$, где $\theta_ц = d_б/d_ц$, и

$$\varepsilon_{нб} = \frac{\varepsilon_ц\varepsilon_в}{\varepsilon_ц - (d_б/d_ц)(\varepsilon_ц - \varepsilon_в)} = \frac{6{,}5 \cdot 1}{6{,}5 - (1000/1500)(6{,}5 - 1)} \approx 2{,}3.$$

Поскольку бумага гигроскопична, после длительного пребывания во влажной среде воздух в ней может быть замещен водой. Диэлектрическая проницаемость увлажненной бумаги

$$\varepsilon_{влб} = \frac{\varepsilon_ц\varepsilon_{вд}}{\varepsilon_ц - (d_б/d_ц)(\varepsilon_ц - \varepsilon_{вд})},$$

где $\varepsilon_{вд} = 81$ — диэлектрическая проницаемость воды. После подстановки числовых значений получаем $\varepsilon_{влб} = 10{,}6$, т. е. максимально диэлектрическая проницаемость непропитанной бумаги может увеличиться во влажной среде в 4,6 раза.

Следует отметить, что приведенный расчет носит оценочный характер, так как при большом отличии значений ε компонентов сложного диэлектрика пользоваться уравнением Лихтенеккера не рекомендуется, а в нашем случае $\varepsilon_{вд} \gg \varepsilon_ц$.

4.1.15*. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить диэлектрическую проницаемость бумаги, пропитанной конденсаторным маслом ($\varepsilon_м = 2{,}2$).

4.1.16. Определить плотность вспененного полистирола (пенополистирола), имеющего диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{всп} = 1{,}5$. Какую долю объема этого материала занимает воздух? Вспениванию подвергался полистирол с параметрами $\varepsilon = 2{,}6$; $d = 1050$ кг/м³.

4.1.17. Диэлектрическая проницаемость ε кристаллического кварца на частоте 1 МГц равна 4,5, а показатель преломления света в видимой области спектра $n = 1{,}55$. Можно ли данный диэлектрик отнести к группе неполярных веществ?

4.1.18. Определить диэлектрическую проницаемость кварца на частоте рентгеновского излучения.

§ 4.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ДИЭЛЕКТРИКОВ

4.2.1. Назовите носители зарядов, создающих токи утечки в газовых, жидких и твердых диэлектриках. Каков механизм электропроводности твердых диэлектриков? Как влияет температура на их удельную проводимость? В каких случаях можно пренебречь поверхностной электропроводностью?

4.2.2. В каких единицах выражают удельное объемное и удельное поверхностное сопротивления диэлектриков? Дайте определения этих физических величин. Почему их экспериментальное определение рекомендуют проводить при постоянном, и не при переменном напряжении, а также через 1 мин после подачи напряжения на диэлектрик?

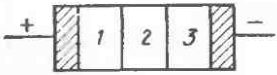


Рис. 23

4.2.3. Удельное объемное сопротивление диэлектрика экспоненциально зависит от температуры: $\rho_V = Ae^{W/kT}$, где W — энергия активации диэлектрика; A и k — постоянные. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления диэлектрика.

4.2.4. Что делают с обкладками высоковольтного конденсатора после выключения приложенного к нему напряжения во избежание опасности для человека? Объясните, какие процессы в диэлектрике создают эту опасность,

4.2.5. Почему в диэлектриках не обнаруживается эффект Холла?

4.2.6. Как объяснить, что неполярные диэлектрики обладают гидрофобными свойствами?

Почему удельное поверхностное сопротивление ионных и полярных диэлектриков существенно зависит от влажности окружающей среды?

4.2.7. При каких условиях для электроизоляционных материалов соблюдается закон Ома?

4.2.8. Для определения природы носителей заряда в ионном диэлектрике был использован метод Тубандта. При этом были изготовлены три таблетки исследуемого диэлектрика, на две из которых с одной стороны были нанесены электроды. Каждая таблетка была тщательно взвешена, затем все таблетки были сложены, как показано на рис. 23, и через них в течение длительного времени пропускали постоянный ток. При полярности приложенного напряжения, указанной на рис. 23, масса второй таблетки осталась неизменной, масса первой таблетки увеличилась, а масса третьей уменьшилась. Определить вид электропроводности данного диэлектрика и знак носителей заряда.

4.2.9. В каком случае массы всех трех таблеток в опыте Тубандта (см. предыдущую задачу) останутся неизменными?

4.2.10. На рис. 24 изображена температурная зависимость удельной проводимости кристаллического диэлектрика, имеющего примесь с концентрацией $N_{пр1}$. Определить: а) энергию ионизации примесных атомов; б) энергию образования собственных дефектов в этом диэлектрике.

Как будет выглядеть температурная зависимость удельной проводимости для этого же материала в случае более высокой концентрации той же примеси ($N_{пр2} > N_{пр1}$)?

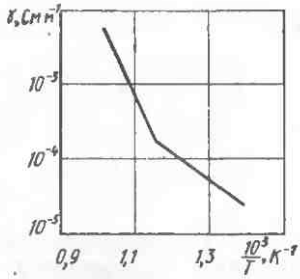


Рис. 24

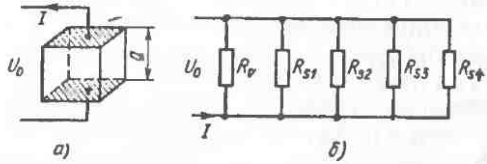


Рис. 25

4.2.11. Две противоположные грани куба с ребром $a = 10$ мм из диэлектрического материала с удельным объемным сопротивлением $\rho_V = 10^{10}$ Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_S = 10^{11}$ Ом покрыты металлическими электродами (рис. 25, *а*). Определить ток, протекающий через эти грани куба при постоянном напряжении $U_0 = 2$ кВ.

Решение

Электрический ток протекает как через объем куба, так и по поверхности четырех боковых граней (рис. 25, *а*). Поэтому сопротивление между электродами определяется параллельным соединением объемного сопротивления и поверхностных сопротивлений четырех граней, как показано на эквивалентной схеме куба с электродами (рис. 25, *б*). Тогда

$$R_V = \rho_V a/a^2 = \rho_V/a = 10^{10}/10 \cdot 10^{-3} = 10^{12} \text{ Ом};$$

$$R_{S1} = R_{S2} = R_{S3} = R_{S4} = \rho_S a/a = \rho_S = 10^{11} \text{ Ом}.$$

$$R_{из} = R_V R_{S1}/(R_{S1} + 4R_V) = 10^{12} \cdot 10^{11}/(10^{11} + 4 \cdot 10^{12}) = 2{,}44 \cdot 10^{10} \text{ Ом}.$$

$$I = U_0/R_{из} = 2 \cdot 10^3/2{,}44 \cdot 10^{10} = 8{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ А}.$$

4.2.12. Сопротивление изоляции двухжильного кабеля длиной 2 м равно 300 МОм. Чему равно сопротивление изоляции такого же кабеля длиной 6 м?

4.2.13. Цилиндрический стержень диаметром 10 мм и длиной 20 мм из диэлектрика с удельным объемным сопротивле-

нием 10^{13} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением 10^{14} Ом покрыт с торцов металлическими электродами. Чему равно сопротивление между электродами?

4.2.14. Пленочный конденсатор из поликарбоната с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=3$ теряет за время 30 мин половину сообщенного ему заряда. Полагая, что утечка заряда происходит только через пленку диэлектрика, определить его удельное сопротивление.

4.2.15. Диэлектрик в форме прямоугольного параллелепипеда длиной $l=5$ см и площадью поперечного сечения $b\times h=2\times0{,}5$ см² с торцов покрыт металлическими электродами. При напряжении $U_0=1500$ В через диэлектрик проходит ток $I_0=10^{-9}$ А. Найти удельное поверхностное сопротивление диэлектрика, если его удельное объемное сопротивление $\rho_V=10^{10}$ Ом·м.

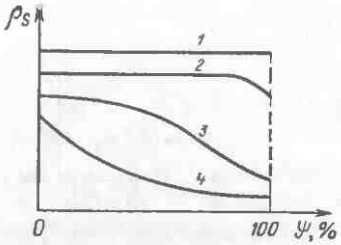


Рис. 26

4.2.16. На поверхности диэлектрика параллельно друг другу расположены два ножевых электрода. Расстояние между электродами $b=2$ мм, их ширина $h=10$ мм. Чему равно удельное поверхностное сопротивление диэлектрика, если сопротивление между электродами 5 МОм?

4.2.17. На рис. 26 (качественно) показаны зависимости удельного поверхностного сопротивления ρ_S от относительной влажности воздуха ψ для четырех различных диэлектриков: а) не смачиваемого водой и не растворимого в ней; б) пористого; в) плотного, смачиваемого водой и частично растворимого в ней; г) смачиваемого водой, но не растворимого в ней. Указать, какой вид зависимости характерен для каждого из перечисленных диэлектриков.

4.2.18. Как изменится энергия, приобретаемая свободным электроном в газе в однородном электрическом поле, если давление газа увеличить в два раза при одновременном уменьшении в два раза длины разрядного промежутка? Как изменится при этом средняя длина свободного пробега электрона? Внешнее напряжение, приложенное к газу, считать постоянным.

4.2.19. Почему диэлектрические свойства газа не характеризуют значением удельного электрического сопротивления?

4.2.20*. Между плоскими электродами площадью $S=2\times10^{-4}$ м² размещены соединенные последовательно две пластины из различных диэлектрических материалов. Один из них имеет: диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_1=2$; удельную проводимость $\gamma_1=10^{-6}$ Ом$^{-1}$·м$^{-1}$; толщину $h_1=1$ см; другой имеет:

$\varepsilon_2=3$; $\gamma_2=10^{-10}$ Ом$^{-1}\cdot$м$^{-1}$; $h_2=2$ см. В момент времени $t=0$ к электродам подключено постоянное напряжение $U=5$ кВ. Определить напряженность электрического поля в обоих диэлектриках в моменты времени $t=0$ и $t\to\infty$. Найти напряженность электрического поля в этих диэлектриках при $t\to\infty$, если к электродам приложено переменное напряжение $U=20$ В частотой $f=50$ МГц.

Решение

При постоянном напряжении в момент времени $t=0$ напряженность поля в обоих диэлектриках равна нулю, так как процесс поляризации в них еще не произошел.

При $t\to\infty$ распределение постоянного напряжения между пластинами диэлектриков определяется их активными сопротивлениями R_1 и R_2: $U_1/U_2=R_1/R_2$, где

$$R_1=h_1/(\gamma_1 S)=10^{-2}/(10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-4})=5\cdot 10^7 \text{ Ом};$$

$$R_2=h_2/(\gamma_2 S)=2\cdot 10^{-2}/(10^{-10}\cdot 2\cdot 10^{-4})=10^{12} \text{ Ом}.$$

Отсюда следует, что $U_1\ll U_2$. Так как $U=U_1+U_2$, то напряженность электрического поля в диэлектриках:

$$E_1=U_1/h_1=100 \text{ В/м};$$

$$E_2=U_2/h_2=9{,}9995\cdot 10^5 \text{ В/м}.$$

На переменном напряжении при $t\to\infty$ распределение напряжения между диэлектриками определяется модулями полных сопротивлений слоев. Емкостные сопротивления слоев:

$$x_{C1}=h_1/(2\pi f\varepsilon_0\varepsilon_1 S)=10^{-2}/(2\cdot 3{,}14\cdot 50\cdot 10^6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 2\cdot 10^{-4})\approx$$
$$\approx 9\cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$x_{C2}=h_2/(2\pi f\varepsilon_0\varepsilon_2 S)=2\cdot 10^{-2}/(2\cdot 3{,}14\cdot 50\cdot 10^6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 3\cdot 2\cdot 10^{-4})\approx$$
$$\approx 1{,}2\cdot 10^4 \text{ Ом}.$$

Так как $x_{C1}\ll R_1$ и $x_{C2}\ll R_2$, то $U_1/U_2=x_{C1}/x_{C2}$. Отсюда $E_1=857$ В/м; $E_2=571$ В/м.

4.2.21*. Площадь каждого электрода ионизационной камеры $S=100$ см^2, расстояние между электродами $l=6{,}2$ см. Какой ток установится между электродами при напряжении $U=20$ В, если известно, что ионизатор ежесекундно образует в 1 см^3 газа $N=10^9$ одновалентных ионов каждого знака? Подвижность положительных и отрицательных ионов $\mu_+=\mu_-=10^{-4}$ м^2/(В·с), коэффициент рекомбинации $\nu=10^{-12}$ м^3/с. Какую долю тока насыщения составляет найденный ток?

Решение

В слабых полях, когда выполняется закон Ома, плотность тока в газе

$$j \approx gn(\mu_+ + \mu_-)E = qn(\mu_+ + \mu_-)U/l, \text{ где } n = \sqrt{N\nu^{-1}} =$$
$$= \sqrt{10^9 \cdot 10^6 \cdot 10^{12}} = 3{,}16 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3},$$

что примерно соответствует равновесной концентрации пар ионов.

Тогда ток между электродами

$$I = jS = 3{,}26 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 3{,}26 \cdot 10^{-9} \text{ А}.$$

Плотность тока насыщения в более сильных полях $j_н = qNl = 9{,}92 \cdot 10^{-6}$ А/м². При этом ток насыщения $I_н = j_н S = 9{,}92 \cdot 10^{-8}$ А, $I/I_н = 0{,}033$.

4.2.22. Какой состав неорганического стекла характеризуется минимальным значением удельного объемного сопротивления: а) 100% SiO_2; б) 90% SiO_2+10% K_2O; в) 90% SiO_2+5% Na_2O+5% K_2O; г) 90% SiO_2+10% Na_2O?

4.2.23. Кубик из диэлектрика с ребром 0,06 м имеет удельное объемное сопротивление 10^{12} Ом·м и удельное поверхностное сопротивление $5 \cdot 10^{12}$ Ом. На противоположные грани кубика нанесены электроды, к которым приложено напряжение частотой 1 МГц. Определить модуль комплексной проводимости кубика на этой частоте, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 60$.

4.2.24. При изменении температуры от 60 до 127°С удельное сопротивление радиофарфора уменьшается от $\rho_1 = 10^{13}$ Ом·м до $\rho_2 = 10^{11}$ Ом·м. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления α_ρ радиофарфора, считая его постоянным в рассматриваемом диапазоне температур. При этом же допущении найти удельное сопротивление материала при комнатной температуре.

Решение

Постоянство температурного коэффициента удельного сопротивления предполагает экспоненциальную зависимость $\rho(T)$: $\rho = Ae^{\alpha_\rho/T}$.

Отсюда следует, что

$$\alpha_\rho = \frac{1}{T_2 - T_1} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{127 - 60} \ln \frac{10^{11}}{10^{13}} = -0{,}0687 \text{ К}^{-1};$$

$$\rho_2 = \rho_1 / e^{\alpha_\rho \Delta T} = 10^{13} / e^{-0.0687(60-20)} = 1{,}56 \cdot 10^{14} \text{ Ом·см}.$$

4.2.25. Почему диэлектрики не используют в качестве датчиков температуры, несмотря на сильную температурную зависимость их проводимости?

4.2.26. В каких условиях металлы являются электроизоляционными материалами?

4.2.27. Изобразите (качественно) температурные зависимости удельной проводимости твердых ионных диэлектриков в координатах $\lg\gamma = f(1/T)$ при различном содержании примесей.

4.2.28. Объясните, почему полимеры с повышенной диэлектрической проницаемостью имеют, как правило, пониженное удельное сопротивление.

§ 4.3. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ

4.3.1. При комнатной температуре тангенс угла диэлектрических потерь ультрафарфора $\operatorname{tg}\delta_0 = 5\cdot10^{-4}$, а при повышении температуры до 100°С он возрастает в два раза. Чему равен $\operatorname{tg}\delta$ этого материала при температуре 200°С? Во сколько раз увеличится активная мощность, выделяющаяся в высокочастотном проходном изоляторе из этого материала, при изменении температуры от 20 до 200° С? Изменением диэлектрической проницаемости керамики пренебречь.

Решение

Потери в ультрафарфоре обусловлены сквозной электропроводностью, поэтому тангенс угла диэлектрических потерь увеличивается с температурой по экспоненциальному закону: $\operatorname{tg}\delta_T = \operatorname{tg}\delta_0 \exp[\alpha(T - T_0)]$, где $\operatorname{tg}\delta_0$ — значение при $T_0 = 20$°С; α — температурный коэффициент $\operatorname{tg}\delta$, который может быть найден из выражения

$$\alpha = \frac{\ln \operatorname{tg}\delta_{100} - \ln \operatorname{tg}\delta_0}{100 - 20} = 8{,}66\cdot10^{-3}\ \text{К}^{-1}.$$

Тогда $\operatorname{tg}\delta_{200} = 2{,}38\cdot10^{-3}$.

Выделяющаяся в изоляторе активная мощность P_a растет с температурой пропорционально $\operatorname{tg}\delta$. Поэтому

$$\frac{P_{a200}}{P_{a0}} = \frac{\operatorname{tg}\delta_{200}}{\operatorname{tg}\delta_0} = \frac{2{,}38\cdot10^{-3}}{5\cdot10^{-4}} = 4{,}76.$$

4.3.2. При определении активной мощности при тех же условиях, что и в предыдущей задаче, учтите температурные изменения диэлектрической проницаемости, считая, что $\alpha_\varepsilon = 120\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

4.3.3. В дисковом керамическом конденсаторе емкостью $C = 100$ пФ, включенном на переменное напряжение $U = 100$ В частотой $f = 1$ МГц, рассеивается мощность $P_a = 10^{-3}$ Вт. Определить реактивную мощность, тангенс угла диэлектрических потерь и добротность конденсатора.

4.3.4. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, определить удельные потери в диэлектрике, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 150$, электрическая прочность $E_{пр} = 10$ МВ/м и запас по электрической прочности $K = 10$.

Решение

Удельные потери рассчитываются на объем рабочего диэлектрика конденсатора: $p=P_a/(Sh)$, где S и h — площадь обкладок и толщина диэлектрика соответственно. Толщину диэлектрика находим из условия обеспечения электрической прочности:

$$h=U\sqrt{2}K/E_{пр}=100\sqrt{2}\cdot 10/(10\cdot 10^6)=1{,}42\cdot 10^{-4}\ м.$$

Площадь обкладок может быть определена из выражения для емкости плоского конденсатора

$$S=\frac{Ch}{\varepsilon_0\varepsilon}=\frac{100\cdot 10^{-12}\cdot 1{,}42\cdot 10^{-4}}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 150}=1{,}07\cdot 10^{-5}\ м^2.$$

Отсюда $p=10^{-3}/(1{,}07\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}42\cdot 10^{-4})=6{,}58\cdot 10^5$ Вт/м^3.

4.3.5. На электроды куба из диэлектрического материала (см. рис. 25,*а*) подано переменное напряжение $U=10$ В частотой $f=1$ МГц. а) Определить тангенс угла диэлектрических потерь для этого материала, удельные потери p, коэффициент диэлектрических потерь ε''?

б) Получите выражение для комплексной диэлектрической проницаемости ε на частоте 1 МГц, если диэлектрическая проницаемость материала $\varepsilon=2{,}8$. При расчете полагать, что потери в диэлектрике обусловлены его электропроводностью.

4.3.6. При измерении параметров керамического конденсатора на частоте $f=1$ кГц получено: емкость $C=1000$ пФ; $\operatorname{tg}\delta=8\cdot 10^{-3}$. Определить эквивалентное последовательное (r_S) и эквивалентное параллельное (R_p) сопротивления на этой частоте?

4.3.7. Активная мощность рассеяния P_{a1} в кабеле с изоляцией из полиэтилена при напряжении $U=20$ В частотой 1 МГц равна 200 мкВт. Чему равна активная мощность рассеяния P_{a2} в этом же кабеле при напряжении 10 В частотой 2 МГц? Считать, что потери в полиэтилене обусловлены только сквозной электропроводностью.

4.3.8. Определить коэффициент потерь неполярного диэлектрика на частоте 1 МГц, если удельное сопротивление материала равно 10^{15} Ом·м.

4.3.9. При измерении сопротивления изоляции керамического конденсатора емкостью 100 пФ получили $R_{из}=2\cdot 10^{11}$ Ом; при измерении на частоте $f=1$ МГц получили $\operatorname{tg}\delta=7\cdot 10^{-4}$. Рассчитать эквивалентное параллельное сопротивление R_p на частоте 1 МГц и сравнить его со значением сопротивления изоляции. Какие выводы можно сделать о механизме диэлектрических потерь в керамическом материале этого конденсатора?

4.3.10. Рассчитайте активную мощность потерь при постоянном напряжении $U_0=100$ В для конденсатора на основе плен-

ки полиэтилентерефталата емкостью $C=1$ мкФ. Постоянная времени этого конденсатора $\tau_C=10\,000$ МОм·мкФ. Какой ток будет протекать по выводам этого конденсатора, если его включить в сеть с напряжением 220 В и частотой 50 Гц?

4.3.11. Тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg}\delta$ неполярного диэлектрика на частоте 50 Гц равен 10^{-3}. Вычислить активную мощность рассеяния $P_а$ в конденсаторе из этого диэлектрика на частоте $f=1$ кГц при напряжении 1 кВ, если емкость конденсатора C равна 1000 пФ.

4.3.12. Получите выражение для комплексной диэлектрической проницаемости полиэтилена ($\varepsilon=2{,}2$; $\operatorname{tg}\delta=10^{-4}$). Чему равна диэлектрическая восприимчивость χ полиэтилена?

4.3.13. Чему равна активная мощность рассеяния в кабеле с сопротивлением изоляции 20 МОм при постоянном напряжении 20 В?

4.3.14. Вычислить на частоте 50 Гц тангенс угла диэлектрических потерь хорошо очищенного трансформаторного масла, удельное объемное сопротивление которого равно 10^{12} Ом·м и диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=2{,}2$.

4.3.15. Определить удельные диэлектрические потери в плоском конденсаторе, изготовленном из пленки полистирола толщиной 20 мкм, если на конденсатор подано напряжение 2 В частотой 2 МГц (для полистирола $\varepsilon=2{,}5$; $\operatorname{tg}\delta=2\cdot10^{-4}$).

4.3.16*. Полиэтиленовая изоляция характеризуется следующими значениями электрических параметров: $\varepsilon=2{,}3$; $\rho=10^{15}$ Ом·м; $\operatorname{tg}\delta=3\cdot10^{-4}$ (на частоте $f=1$ МГц). Объясните, можно ли частотные изменения $\operatorname{tg}\delta$ и активной мощности рассеяния $P_а$ описать, используя параллельную эквивалентную схему диэлектрика.

4.3.17. Изобразите (качественно) температурную и частотную зависимости емкости и эквивалентную схему с учетом всех видов поляризации и диэлектрических потерь для: слюдяного конденсатора; полистирольного конденсатора; сегнетокерамического конденсатора; конденсатора на основе неорганического стекла; конденсатора на основе рутиловой керамики. Постройте (качественно) температурную зависимость температурного коэффициента емкости для этих конденсаторов. Конденсаторы используются в диапазоне температур 5—85 °С на частотах до 100 кГц.

4.3.18. Между латунными электродами площадью S помещена керамическая пластина толщиной $h=5$ мм, имеющая диэлектрическую проницаемость $\varepsilon=7$, тангенс угла диэлектрических потерь при комнатной температуре $\operatorname{tg}\delta_0=2\cdot10^{-4}$, температурный коэффициент $\alpha_{\operatorname{tg}\delta}=5\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$. Определить допустимое напряжение U между электродами на рабочей частоте $f=50$ МГц, если температура, до которой нагревается пластина в электрическом поле, не превышает $T=373$ К. При расчете по-

лагать, что суммарный коэффициент теплопередачи от диэлектрика во внешнюю среду $\sigma=30$ Вт/(м²·К), а температура окружающей среды $T_0=293$ К.

Решение

В керамических материалах, имеющих $\varepsilon<10$, преобладающими являются потери сквозной электропроводности. Поэтому при экспоненциальной зависимости $\operatorname{tg}\delta$ от температуры после подстановки постоянных величин в выражение для мощности, выделяющейся в пластине, получим

$$P_а=U^2 f\varepsilon S\exp[\alpha_{\operatorname{tg}\delta}(T-T_0)]\operatorname{tg}\delta_0/(1{,}8\cdot 10^{10}h).$$

Мощность, отводимая от диэлектрика, $P_T=2\sigma S(T-T_0)$. Из равенства $P_а=P_т$ находим

$$U=\sqrt{\frac{3{,}6\cdot 10^{10}\sigma h(T-T_0)}{f\varepsilon\operatorname{tg}\delta_0\exp[\alpha_{\operatorname{tg}\delta}(T-T_0)]}}=$$

$$=\sqrt{\frac{3{,}6\cdot 10^{10}\cdot 30\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 80}{50\cdot 10^6\cdot 7\cdot 2\cdot 10^{-4}\exp(5\cdot 10^{-3}\cdot 80)}}=2033\text{ В}.$$

4.3.19*. На рис. 27,*а* показана электрическая схема колебательного контура измерителя добротности, где C_x характеризует емкость исследуемого конденсатора, r_x — эквивалентное сопротивление потерь в диэлектрике. В процессе измерений напряжение U_1 поддерживается неизменным. С помощью конденсатора C_0 контур настраивают в резонанс. Постройте резонансные характеристики колебательного контура при отключенном исследуемом конденсаторе. Как влияют потери в диэлектрике на добротность контура и ширину резонансной кривой $U_2(C_0)$? Докажите, что тангенс угла потерь в диэлектрике можно определить по формуле $\operatorname{tg}\delta=\frac{C_1}{C_x}\left(\frac{1}{Q_2}-\frac{1}{Q_1}\right)$, где C_1 — резонансная емкость контура; Q_1 и Q_2 — добротность контура при включенном и отключенном конденсаторах соответственно.

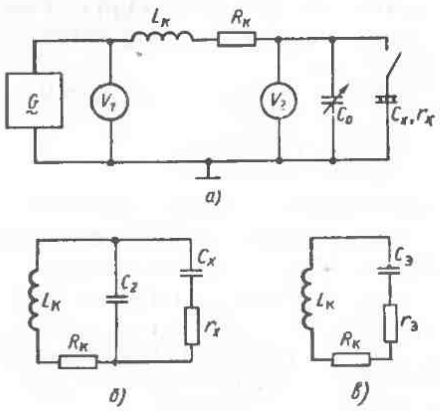


Рис. 27

Решение

При резонансе в контуре с отключенным конденсатором $\omega L = 1/\omega C_1$. Отсюда $Q_1 = 1/(\omega C_1 R_к)$, где $R_к$ — активное сопротивление контура.

При подключении исследуемого конденсатора для настройки контура в резонанс необходимо изменить емкость переменного конденсатора C_2, причем $C_1 = C_2 + C_x$, $\operatorname{tg}\delta = \omega r_x C_x$ (рис. 27,*б*). Потери в исследуемом конденсаторе определяются выражением $P_1 = U_2^2 \omega C_x \operatorname{tg}\delta = U_2^2 \omega^2 r_x C_x^2$.

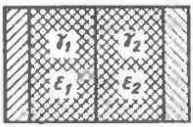
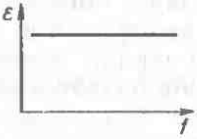


Рис. 28



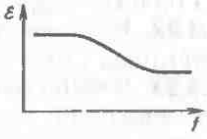


Рис. 29

Измерительную схему на рис. 27,*б* можно привести к последовательной эквивалентной схеме (рис. 27,*в*), где $C_э = C_1$, мощность рассеяния $P_э = U_2^2 \omega^2 r_э C_1^2 = P_1$. Отсюда эквивалентное последовательное сопротивление $r_э = r_x C_x^2 / C_1^2$.

При резонансе контура с подключенным конденсатором

$$1/Q_2 = \omega (r_э + R_к) C_1 = \omega r_э C_1 + 1/Q_1$$

или

$$1/Q_2 - 1/Q_1 = \omega r_э C_1 = \omega r_x C_x^2 / C_1 = \operatorname{tg}\delta \cdot C_x / C_1.$$

Окончательно имеем

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{C_1}{C_x}\left(\frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1}\right).$$

Резонансные характеристики читателям предлагается построить самостоятельно.

4.3.20*. Какие дополнительные диэлектрические потери возникают в двухслойном диэлектрике, слои которого параллельны плоскости электродов (рис. 28)? При отношении удельных проводимостей слоев $\gamma_1/\gamma_2 = 3$ каким должно быть отношение диэлектрических проницаемостей слоев, чтобы дополнительные диэлектрические потери не возникали?

Решение

В слоистых диэлектриках дополнительные диэлектрические потери возникают из-за миграционной поляризации, механизм которой заключается в накоплении свободных зарядов на границе раздела слоев с различной электропроводностью. На

определенной частоте эти заряды не успевают рассасываться в течение полупериода изменения приложенного напряжения, поляризация становится запаздывающей и сопровождается потерями. Однако если постоянные времени слоев $\tau = R_{из}C$ одинаковы, то на границе раздела заряды не накапливаются и потери, обусловленные миграционной поляризацией, не возникают. При этом $\varepsilon_1/\gamma_1 = \varepsilon_2/\gamma_2$, т. е. $\varepsilon_1 = 3\varepsilon_2$.

4.3.21. Объясните, почему при пластификации поливинилхлорида органическими полярными жидкостями максимум релаксационных потерь на температурной зависимости $\operatorname{tg}\delta$ смещается в область более низких температур.

4.3.22. В каких диэлектриках и при каких условиях существенную роль играют потери на ионизацию?

4.3.23. Что называют поляризацией диэлектрика? Какие виды поляризации можно считать мгновенными, а какие замедленными? Установите взаимосвязь между видами поляризации и механизмом диэлектрических потерь.

4.3.24. Нарисуйте кривые зависимости действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости от частоты при резонансной поляризации.

4.3.25*. На рис. 29 показаны частотные зависимости диэлектрических проницаемостей двух различных диэлектриков. Пренебрегая потерями на электропроводность, определить: а) в каком случае коэффициент потерь отличен от нуля; б) частотную зависимость коэффициента потерь для выбранного диэлектрика.

4.3.26. Какой состав неорганического стекла характеризуется максимальным значением $\operatorname{tg}\delta$: а) 100% SiO_2; б) 90% SiO_2+5% Na_2O+5% K_2O; в) 90% SiO_2+10% Na_2O; г) 85% SiO_2+10% Na_2O+5% BaO?

4.3.27. Приведите пример диэлектрика, диэлектрические потери которого в некотором интервале температур уменьшаются при нагревании. Укажите механизм потерь в таком диэлектрике.

4.3.28. Как влияет температура на положение частотного максимума тангенса угла релаксационных потерь?

4.3.29. Изобразите (качественно) частотные зависимости коэффициентов потерь полярного и неполярного диэлектриков. Объясните различия в характере зависимостей.

4.3.30. Можно ли частотные зависимости тангенса угла диэлектрических потерь и активной мощности рассчитывать по формулам для эквивалентных схем диэлектрика с потерями?

4.3.31. При увеличении переменного напряжения от 10 до 11 кВ ионизационные потери в высоковольтном керамическом конденсаторе возрастают в восемь раз. Определить напряжение начала ионизации газовых включений в керамике.

§ 4.4. ПРОБОЙ ДИЭЛЕКТРИКОВ

4.4.1. Какие механизмы пробоя твердых диэлектриков вам известны? Каковы условия проявления каждого из них? Почему значение пробивного напряжения не характеризует электрическую прочность диэлектрика?

4.4.2. Почему электрическая прочность твердых диэлектриков больше, чем жидких, а жидких — больше, чем газообразных?

4.4.3. Электрическая прочность непропитанной конденсаторной бумаги и конденсаторного масла соответственно равна 35 и 20 кВ/мм. После пропитки бумаги конденсаторным маслом ее электрическая прочность возросла до 50 кВ/мм. Почему электрическая прочность пропитанной бумаги больше, чем электрические прочности непропитанной бумаги и пропитывающего диэлектрика?

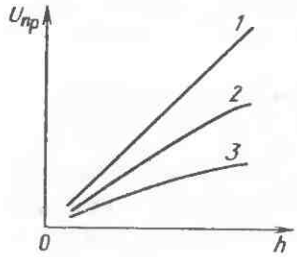


Рис. 30

4.4.4. Одинаково ли будет изменяться пробивное напряжение воздуха, если производить его нагревание: а) при постоянном давлении; б) при постоянном объеме.

4.4.5. Почему ударная ионизация молекул газа в сильном электрическом поле производится главным образом электронами, а не ионами?

4.4.6. Как влияет давление газа на его электрическую прочность и ионизационные потери?

4.4.7. Чем отличается пробой газа в однородном и неоднородном электрических полях? Каким образом в газе можно создать однородное поле? Почему при увеличении расстояния между электродами пробивное напряжение газа в однородном поле возрастает?

4.4.8. При расстоянии между электродами 0,1 мм электрическая прочность вакуума равна 10^8 В/м. Каков при этом механизм пробоя вакуума? Как меняется электрическая прочность вакуума при увеличении расстояния между электродами?

4.4.9. По каким признакам можно выявить механизм пробоя твердых диэлектриков? Какой механизм пробоя характерен для диэлектриков при импульсном воздействии высокого напряжения?

4.4.10. Почему более толстые слои диэлектриков, как правило, имеют меньшую электрическую прочность?

4.4.11. Предполагая, что в диэлектрике доминируют потери на электропроводность, изобразите график зависимости напряжения теплового пробоя от температуры окружающей среды.

4.4.12. Для трех диэлектрических материалов при испыта-

ниях в однородном электрическом поле получены приведенные на рис. 30 зависимости пробивного напряжения от толщины. Построить (качественно) в одной системе координат зависимости электрической прочности этих материалов от толщины.

4.4.13. Пленка поливинилхлорида при электрическом пробое разрушается при напряжении 1,5 кВ. Определить толщину пленки, если ее электрическая прочность равна 50 МВ/м.

4.4.14. В изоляторе линии электропередачи при постоянном напряжении 250 кВ происходит поверхностный пробой. Объясните, можно ли использовать этот изолятор в линиях электропередачи промышленной частоты с действующим напряжением 220 кВ?

4.4.15. При каком максимальном напряжении может работать слюдяной конденсатор емкостью $C=1000$ пФ с площадью обкладок $S=6\cdot10^{-4}$ м^2, если он должен иметь четырехкратный запас по электрической прочности. Диэлектрическая проницаемость слюды $\varepsilon=7$, ее электрическая прочность $E_{пр}=100$ МВ/м. Какова толщина h слюдяной пластинки?

4.4.16. Определить запас по электрической прочности плоского конденсатора и толщину диэлектрика из неорганического стекла, если емкость конденсатора 68 пФ, площадь обкладки 10 см^2, рабочее напряжение 10 кВ. Диэлектрическую проницаемость стекла принять равной 6,5, а его электрическую прочность равной $5\cdot10^7$ В/м.

4.4.17. В плоском конденсаторе емкостью $C=39$ пФ используется неорганическое стекло, имеющее диэлектрическую проницаемость $\varepsilon=6$ и пробивную напряженность $E_{пр}=100$ МВ/м. Какими следует выбрать толщину диэлектрика h и площадь обкладок S, если конденсатор должен работать при напряжении 16 кВ при четырехкратном запасе по электрической прочности? Возможность поверхностного пробоя при расчете не учитывать.

4.4.18. Известно, что при тепловом пробое в равномерном поле диэлектрик однородной структуры толщиной 2 мм, расположенный между электродами площадью 2 см^2, пробивается при напряжении 15 кВ. При каком напряжении пробьется этот же диэлектрик, если его расположить между электродами площадью 3 см^2?

4.4.19. Известно, что при тепловом пробое диэлектрик толщиной 4 мм пробивается при напряжении 15 кВ на частоте 100 Гц. При каком напряжении промышленной частоты пробьется такой же диэлектрик толщиной 2 мм?

4.4.20. Известно, что диэлектрик толщиной 1 мм при тепловом пробое разрушается при напряжении 10 кВ. Рассчитайте и постройте для этого диэлектрика график зависимости пробивного напряжения от толщины (до толщины 5 мм).

4.4.21. Имеются две стеклянные пластины разной толщины ($h_1 \ll h_2$), для каждой из которых в однородном электрическом поле определены значения пробивного напряжения ($U_{пр1}$, $U_{пр2}$) и электрической прочности ($E_{пр1}$, $E_{пр2}$). Каким будет соотношение между значениями пробивного напряжения и электрической прочности этих двух пластин? Изобразите (качественно) зависимости пробивного напряжения и электрической прочности стекла от толщины.

4.4.22. Ответьте на вопросы, поставленные в предыдущей задаче, для случая двух листов картона разной толщины.

4.4.23. Для керамического опорного изолятора расчетным путем получены значения пробивного напряжения в функции от температуры окружающей среды отдельно для теплового пробоя (кривая *1* на рис. 31) и для электрического пробоя (прямая *2*). Чему равно пробивное напряжение этого изолятора и какой вид пробоя будет наблюдаться при температуре: а) T_1; б) T_2?

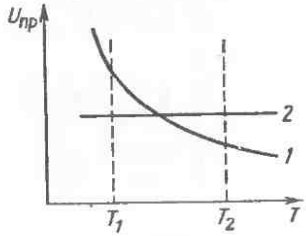


Рис. 31

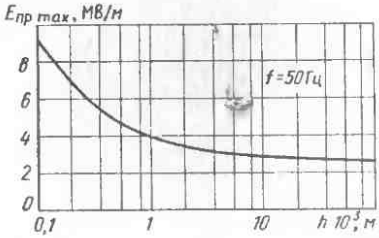


Рис. 32

4.4.24. Высоковольтный керамический конденсатор с воздушными порами диаметром до 200 мкм используется при постоянном напряжении. Определить напряжение начала ионизации газовых пор этого конденсатора, принимая во внимание приведенную на рис. 32 зависимость электрической прочности воздуха от расстояния между электродами.

4.4.25. На обкладки конденсатора подали напряжение $U_1 = 5$ кВ. Между обкладками находится однородный материал с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = 6$. Затем его заменили материалом с другой диэлектрической проницаемостью, а к конденсатору приложили напряжение $U_2 = 10$ кВ. Напряженность электрического поля в диэлектрике в обоих случаях одинакова, а расстояние между обкладками h_2 во втором случае равно 4 мм. Определить расстояние между обкладками и емкость конденсатора в первом случае, если размер обкладок 2×4 см.

4.4.26. На рис. 33 показано распределение напряженности электрического поля вблизи поверхности диэлектрика плоского конденсатора, площадь обкладок которого меньше площади ди-

электрической пластины, для различных значений напряжения на обкладках ($U_1 < U_2 < U_3 < U_4$), а также пробивная напряженность для воздуха $E_{пр\,в}$. При каком значении напряжения: а) произойдет поверхностный пробой; б) появятся дополнительные потери, связанные с ионизацией воздуха? в) Изобразите (качественно) на рис. 33 в диэлектрике конденсатора силовые линии электрического поля и линии равного потенциала.

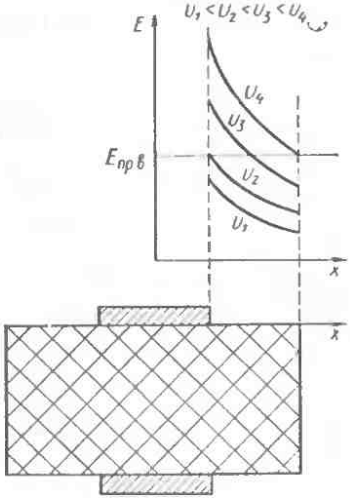


Рис. 33

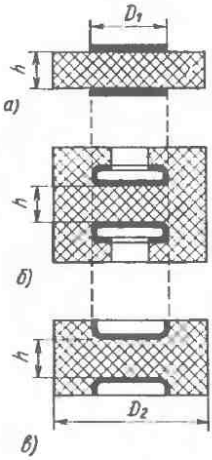


Рис. 34

4.4.27. На рис. 34, *а — в* изображены сечения трех дисковых керамических конденсаторов, изготовленных из одного материала. Для какой конструкции напряжение поверхностного пробоя ($U_{п\,пр}$) максимально? Для всех конденсаторов величины D_1, D_2 и h одинаковы. Как изменится напряжение $U_{п\,пр}$ при увеличении давления воздуха? Объясните свой ответ. Отличаются ли емкости этих конденсаторов?

4.4.28. Как и почему изменится пробивное напряжение воздуха при нормальном атмосферном давлении, если температуру повысить от 20 до 100°С?

Решение

Из эксперимента известно, что пробивное напряжение воздуха вблизи нормального атмосферного давления ($p_0 = 0{,}1$ МПа) изменяется прямо пропорционально изменению относительной плотности газа δ (так как изменяется длина свободного пробега электронов): $U_{пр} = U_{пр0}\delta$, где $U_{пр0}$ — пробивное напряжение в нормальных условиях ($p = 0{,}1$ МПа; $T_0 = 293$ К). С другой стороны, из уравнения Менделеева — Кла-

пейрона следует, что при неизменном давлении плотность газа d изменяется обратно пропорционально температуре: $pV = \frac{m}{M}RT$, откуда $\frac{m}{V} = d = \frac{pM}{RT}$, где m — масса; M — молярная масса; R — универсальная газовая постоянная.

Изменение относительной плотности газа $\delta = d_1/d_0 = T_0/T_1 = 293/373 = 0{,}785$, т. е. если повысить температуру от 293 до 373 К, то при нормальном атмосферном давлении пробивное напряжение воздуха уменьшится в 1,27 раза.

4.4.29*. а) Предполагая отсутствие рассеяния теплоты в окружающее пространство, определить, на сколько увеличится температура полиэтиленового изолятора толщиной 1 см после нахождения его в течение 30 с в переменном однородном электрическом поле частотой 1 МГц при напряжении 10 кВ. Принять удельную теплоемкость изолятора $c = 2{,}25 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); плотность $d = 940$ кг/м^3; $\varepsilon = 2{,}4$; $\operatorname{tg}\delta = 4 \cdot 10^{-4}$.

б) Провести аналогичный расчет для изолятора из электротехнического фарфора той же толщины, если его теплоемкость $c = 1{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), плотность $d = 2500$ кг/м^3, $\varepsilon = 7$, $\operatorname{tg}\delta = 10^{-2}$.

Решение

Мощность, рассеиваемая в диэлектрике толщиной h, расположенном между электродами площадью S, $P_a = U^2\omega C \operatorname{tg}\delta = (U^2 2\pi f \varepsilon\varepsilon_0 S \operatorname{tg}\delta)/h$. Количество теплоты, которая выделяется в объеме изолятора за время t, $Q = P_a t$.

Зная габариты изолятора и удельную теплоемкость материала, можно определить повышение температуры

$$\Delta T = \frac{Q}{cdV} = \frac{P_a t}{cdSh} = \frac{U^2 \cdot 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon t \cdot \operatorname{tg}\delta}{cdh^2}.$$

а) Для полиэтилена

$$\Delta T = \frac{(10^4)^2 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}4 \cdot 30 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2{,}25 \cdot 10^3 \cdot 940 \cdot (10^{-2})^2} = 0{,}76 \text{ К}.$$

б) Для электротехнического фарфора $\Delta T = 42{,}4$ К.

Для снижения тепловыделения, обусловленного диэлектрическими потерями, необходимо, чтобы не только $\operatorname{tg}\delta$, но и ε были малыми. Отсюда вытекает важное требование малого коэффициента диэлектрических потерь $\varepsilon'' = \varepsilon \operatorname{tg}\delta$ высокочастотных электроизоляционных материалов.

4.4.30. Определить минимальную скорость электрона, чтобы он мог ионизировать атом неона, если потенциал ионизации последнего 21,5 В. Какое расстояние должен пройти электрон в поле напряженностью 3 МВ/м, чтобы приобрести эту скорость?

4.4.31. Средняя длина свободного пробега электрона в неоне составляет $7{,}9 \cdot 10^{-4}$ м при $T = 300$ К и давлении $p = 133$ Па. Определить минимальную напряженность электрического поля, при которой электрон на длине свободного пробега достигнет энергии ионизации неона. Начальную скорость электрона принять равной нулю. Потенциал ионизации неона 21,5 В.

4.4.32. Изобразите графически зависимости напряжения пробоя воздуха от расстояния между электродами при постоянном давлении. Как изменится вид графика, если давление станет меньше первоначального? Дайте объяснение рассматриваемым закономерностям.

4.4.33. Изобразите графически зависимость напряжения пробоя газа от давления при различных расстояниях между электродами. Объясните закономерности в изменении хода кривых.

4.4.34. В нормальных условиях ($p = 10^5$ Па; $T = 20$ °С) электрическая прочность воздуха составляет 3,2 МВ/м. Как изменится электрическая прочность, если температура повысится до 100 °С, а давление — до 0,2 МПа.

§ 4.5. АКТИВНЫЕ ДИЭЛЕКТРИКИ

4.5.1. Какая электрическая упорядоченность свойственна сегнетоэлектрикам? Как объяснить явление диэлектрического гистерезиса и нелинейность зависимости заряда от напряжения у сегнетоэлектриков?

4.5.2. Что называют сегнетоэлектрической точкой Кюри? Как ее можно определить экспериментально?

4.5.3. Что такое начальная, реверсивная и эффективная диэлектрическая проницаемость? Можно ли их определить, если известна основная кривая поляризации сегнетоэлектрика?

4.5.4. Какие диэлектрики называют активными? Чем отличаются требования к активным и пассивным диэлектрикам?

4.5.5. Изобразите (качественно) температурную зависимость $\operatorname{tg}\delta$ сегнетокерамического конденсатора. Какова природа диэлектрических потерь в сегнетоэлектриках?

4.5.6. Что такое пироэлектрический эффект? Как его можно охарактеризовать количественно? Где применяют пироэлектрики?

4.5.7. В каких условиях сегнетоэлектрики проявляют пироэлектрические свойства?

4.5.8. Какова природа электретного состояния в диэлектриках? Что такое гомо- и гетерозаряд? Приведите типичные временные зависимости заряда электретов на различных диэлектриках. Как влияет напряженность поля поляризации на характер этих зависимостей?

4.5.9. Что такое прямой и обратный пьезоэффект? В каких диэлектриках можно наблюдать эти явления? Приведите примеры практического использования пьезоэффекта?

4.5.10. От каких факторов зависят пьезоэлектрические свойства сегнетокерамической керамики? В чем преимущества пьезокерамики перед монокристаллическими пьезоэлектриками?

4.5.11. Справедливо ли утверждение, что диэлектрики с гомеополярной химической связью не обладают пьезоэлектрическим эффектом?

4.5.12. От каких факторов зависит резонансная частота кварцевых пьезорезонаторов? Какое практическое применение находят кварцевые пьезоэлементы высокой добротности?

4.5.13. Почему для изготовления пьезотрансформаторов используют сегнетокерамику, а не монокристаллические пьезоэлектрики?

4.5.14. В каких условиях выращивают крупные кристаллы пьезоэлектрического кварца? Почему для этих целей не используют метод вытягивания монокристаллов из расплава на ориентированную затравку?

4.5.15. В чем различие между жидким состоянием вещества и «жидким кристаллом»? Как классифицировать жидкие кристаллы по виду симметрии? Какие из них находят наиболее широкое применение в электронной технике и для каких целей?

4.5.16. В чем сущность динамического рассеяния света? В каких нематических жидких кристаллах проявляется этот эффект? Какой должна быть исходная ориентация молекул мезофазы относительно плоскости ячейки и каким образом такая ориентация может быть создана?

4.5.17. Что является количественной мерой диэлектрической анизотропии нематических жидких кристаллов? В каких веществах она положительна, а в каких отрицательна?

4.5.18. Изобразите и объясните зависимость светопропускания жидкокристаллической электрооптической ячейки, обладающей «твист»-эффектом, от напряжения для случая, когда она заключена между двумя скрещенными поляроидами.

4.5.19. Объясните принцип работы термоиндикаторов на основе холестерических жидких кристаллов. Изобразите зависимость интенсивности отраженного монохроматического излучения от температуры жидкокристаллической ячейки.

4.5.20. Какие основные требования предъявляют к диэлектрикам, используемым в лазерной технике? Какие элементы и почему наиболее часто используются в качестве активаторов люминесценции в твердотельных лазерах?

4.5.21. От чего зависит спектр излучения твердотельных лазеров? Могут ли иметь одинаковые спектроскопические свой-

ства оптически активные среды различного химического состава?

4.5.22. Дайте сравнительную характеристику люминесцентных, физико-механических и технологических свойств кристаллических и стеклообразных матриц для твердотельных лазеров.

4.5.23. В каких материалах и в каких условиях проявляются нелинейные оптические эффекты? Приведите примеры практического использования нелинейности оптических свойств кристаллических диэлектриков.

4.5.24. В чем заключается эффект сенсибилизации оптически активных сред? Приведите конкретный пример сенсибилизации. Качественно поясните физическую сущность явления с помощью энергетической диаграммы.

4.5.25. Спонтанная поляризованность монокристаллов титаната бария при комнатной температуре равна 0,25 Кл/м². Предполагая, что причиной возникновения спонтанной поляризации является только смещение иона титана из центра элементарной кубической ячейки, определить это смещение. Период идентичности a решетки принять равным 0,4 нм.

Решение

Поляризованность есть электрический момент единицы объема: $P=q\Delta l/V_0$, где q — заряд иона; Δl — смещение; V_0 — объем элементарной ячейки. Заряд иона титана Ti^{4+} $q=4l$; $V_0=a^3$. Тогда $\Delta l=PV_0/q=2{,}5\cdot10^{-11}$ м$=0{,}025$ нм.

4.5.26. Поляризованность насыщения P_s монокристаллического образца титаната бария при воздействии электрического поля вдоль кристаллографического направления [100] составляет 0,26 Кл/м². Определить значение P_s при воздействии электрического поля вдоль направления [111].

4.5.27. Известно, что ниобат калия кристаллизуется в структуре перовскита с периодом решетки $c\approx a=0{,}4$ нм. Определить электрический дипольный момент на одну элементарную ячейку, если спонтанная поляризованность этого сегнетоэлектрика $P=0{,}3$ мкКл/м².

4.5.28. На рис. 35 показана основная кривая поляризации монокристаллической пластины титаната бария, ориентированной в плоскости грани (100), при воздействии электрического поля перпендикулярно этой плоскости. Изобразите кривую поляризации поликристаллического образца титаната бария. Одинаковой ли будет поляризованность диэлектриков в области насыщения доменной поляризации?

4.5.29. Температура Кюри Θ_K сегнетоэлектрика равна 70 °С. Нарисовать для этого материала зависимость статической диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ст}$ от напряженности поля при двух температурах: а) $T_1<70$ °С; б) $T_2\gg70$ °С.

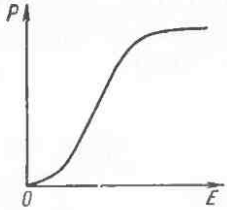


Рис. 35

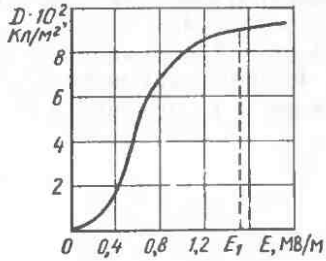


Рис. 36

4.5.30. На рис. 36 приведена основная кривая поляризации сегнетокерамики. Определить: а) максимальное значение статической диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ст\,max}$ этого материала и напряженность электрического поля E, при которой она достигается; б) начальную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_н$; в) поляризованность сегнетоэлектрика P при напряженности электрического поля E_1 и $2E_1$ (рис. 36).

4.5.31. Пользуясь рис. 36, построить (качественно) зависимость реверсивной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_р$ сегнетокерамики от напряженности постоянного электрического поля $E_=$, если $\varepsilon_р$ определяется при напряженности переменного электрического поля: а) $E_m=0{,}1$ МВ/м; б) $E_m=0{,}8$ МВ/м.

4.5.32*. Выведите выражение, позволяющее рассчитать тангенс угла диэлектрических потерь сегнетоэлектрика по известной площади петли гистерезиса, полученной на экране осциллографа.

Решение

Активная мощность $P_а$, рассеянная в сегнетоэлектрике за один период T изменения напряженности электрического поля, пропорциональна площади петли гистерезиса $S_п$ — зависимости мгновенного заряда сегнетоэлектрического конденсатора q от мгновенного напряжения на обкладках u:

$$P_а=\frac{1}{T}\oint u\,dq=K_uK_qS_п/T;$$

где K_u и K_q — масштабные коэффициенты напряжения и заряда по осям x_m, y_m.

В то же время известное выражение для рассеиваемой в диэлектрике активной мощности: $P_а=V^2\omega C\,\mathrm{tg}\,\delta$, для нашего случая можно представить в виде $P_а=\frac{u_mq_m2\pi}{2T}\,\mathrm{tg}\,\delta$,

где $u_m=x_mK_u$, $q_m=y_mK_q$ — амплитуды напряжения и заряда, которым соответствуют максимальные отклонения по осям x_m и y_m. Отсюда окончательно получаем $\mathrm{tg}\,\delta=S_п/(\pi x_my_m)$.

4.5.33*. На рис. 37 дана принципиальная схема диэлектрического усилителя, в котором в качестве управляющего элемента используется нелинейный конденсатор с сегнетоэлектриком ($C_{сэ}$). Каково назначение в схеме конденсатора C, катушки индуктивности L, источника постоянного напряжения во входной цепи U_c?

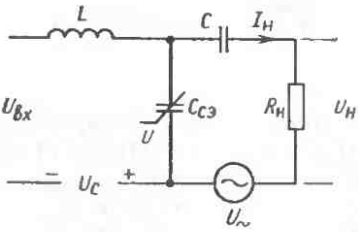


Рис. 37

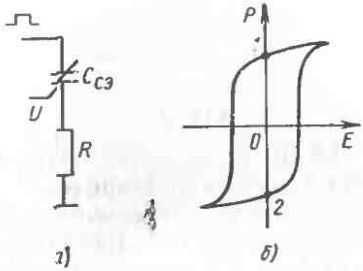


Рис. 38

Изобразите (качественно), как будут изменяться при увеличении управляющего входного сигнала $U_{вх}$: а) диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика (какой вид диэлектрической проницаемости следует учитывать?); б) емкость конденсатора $C_{сэ}$; в) ток $I_н$ через нагрузку $R_н$; г) падение напряжения на сопротивлении нагрузки $U_н$. Обеспечивает ли данная схема усиление тока, напряжения, мощности?

4.5.34. На вход электрической цепи (рис 38,*а*) поданы прямоугольные импульсы напряжения положительной полярности. Изобразите форму импульсов тока в этой цепи, если начальному состоянию сегнетоэлектрического конденсатора $C_{сэ}$ соответствует: а) точка *1*; б) точка *2* на петле гистерезиса (рис. 38,*б*). Объясните различие в форме импульсов тока для этих двух случаев.

4.5.35. Электрооптическая ячейка на основе нематического жидкого кристалла, обладающего высоким удельным сопротивлением и отрицательной диэлектрической анизотропией, находится между двумя скрещенными поляроидами. а) Изобразите вольт-контрастную характеристику ячейки — зависимость светопропускания T от напряжения, если в исходном состоянии нематическая мезофаза имеет гомеотропную ориентацию молекул. б) Какой должна быть ориентация молекул мезофазы, чтобы построить оптический модулятор на основе нематика с положительной диэлектрической анизотропией?

4.5.36. Пластина электрета толщиной $h=1$ мм, имеющая на поверхности связанные электрические заряды плотностью $\sigma=10^{-5}$ Кл/м², помещена в закороченный плоский конденсатор, как показано на рис. 39. Определить напряженность электри-

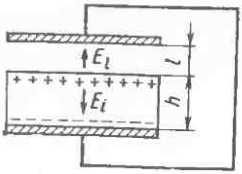


Рис. 39

ческого поля в воздушном зазоре E_l и внутри электрета E_i, если ширина зазора $l = 10^{-2}$ мм, а диэлектрическая проницаемость электрета $\varepsilon = 150$. Краевым эффектом пренебречь.

Решение

Согласно теореме Остроградского — Гаусса имеем $\varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \varepsilon E_i = \sigma$. Разность потенциалов между верхним и нижним электродами равна нулю, поэтому $E_l l - Eh = 0$. Из этих двух уравнений получаем:

$$E_l = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 (1 + \varepsilon l/h)} = \frac{10^{-5}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} (1 + 150 \cdot 10^{-5}/10^{-3})} = 4{,}5 \cdot 10^5 \text{ В/м};$$

$$E_i = \frac{\sigma l}{\varepsilon_0 (1 + \varepsilon l/h)\, h} = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5}/10^{-3} = 4{,}5 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

4.5.37*. Определить напряженность деполяризующего поля внутри уединенного электрета с поверхностной плотностью зарядов $\sigma_s = 10^{-5}$ Кл/м², если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 3$.

4.5.38*. В результате электризации плоского диэлектрика на нем получена поверхностная плотность связанных электрических зарядов $\sigma = 10^{-4}$ Кл/м². Как изменится значение σ, если электрет на некоторое время закоротить с помощью металлических электродов? Электрическая прочность воздуха $E_{\text{пр в}} = 3{,}2$ МВ/м.

Решение

Напряженность электрического поля E_l в воздушном зазоре между электретом и металлическим электродом определяется выражением, приведенным в решении задачи 4.5.36.

При закорачивании электрета ($l \to 0$)

$$E_l \to \sigma/\varepsilon_0 = 10^{-4}/(8{,}85 \cdot 10^{-12}) = 11{,}3 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$

Однако достижению такой напряженности электрического поля препятствует пробой воздушного зазора, который произойдет при $E_l = E_{\text{пр в}}$. Свободные заряды, образующиеся при пробое воздуха, оседают на поверхность диэлектрика и уменьшают поверхностную плотность заряда σ. Отсюда следует, что после снятия закорачивающих электродов поверхностная плотность заряда электрета

$$\sigma_I = E_{\text{пр в}} \varepsilon_0 = 3{,}2 \cdot 10^6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} = 2{,}83 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2.$$

4.5.39*. С какой целью при получении короноэлектретов в газовом разряде, возникающем в воздушном промежутке меж-

ду двумя плоскопараллельными электродами, применяются диэлектрические прокладки?

Определить напряжение электризации U_0, необходимое для образования гомозаряда у электрета толщиной $h_э=0{,}5$ мм, если диэлектрическая проницаемость электризуемого диэлектрика $\varepsilon_э=2$, расстояние между электродами $d=1{,}5$ мм. При расчете воспользуйтесь рис. 32.

Как изменится напряжение электризации, если использовать прокладку толщиной $h_д=0{,}1$ мм из диэлектрика, для которого $\varepsilon_д=10$?

Чему будет равно напряжение U_0, если электризацию короноэлектрета проводить при давлении воздуха, соответствующем минимальному значению пробивного напряжения? (Для воздуха $U_{m\,пр\,min}=300$ В при произведении давления на межэлектродное расстояние $ph=1$ Па·м.) До какого давления следует при этом разредить воздух?

Решение

Диэлектрические прокладки играют роль распределенного балластного сопротивления и защищают электризуемый диэлектрик от пробоя. Так как образование газового разряда происходит в переменном электрическом поле, то в отсутствии прокладки распределение напряжения между электризуемым диэлектриком и воздушным зазором определяется их емкостями:

$$U_0=U_э+U_в; \qquad U_э/U_в=h_э\varepsilon_в/(\varepsilon_э h_в),$$

где $\varepsilon_в=1$ — диэлектрическая проницаемость воздуха; $h_в=d-h_э=1$ мм — воздушный зазор.

При электризации короноэлектрета $U_в$ равно пробивному напряжению $U_{m\,пр}$, которое может быть найдено из рис. 32 ($E_{пр\,max}=4{,}0$ кВ/мм при $h_в=1$ мм), отсюда $U_{m\,пр}=E_{пр\,max}h_в=4$ кВ. Тогда

$$U_0=U_{m\,пр}\frac{\varepsilon_э h_в+\varepsilon_в h_э}{\varepsilon_э h_в}=4\cdot\frac{2\cdot 1+1\cdot 0{,}5}{2\cdot 1}=5 \text{ кВ}.$$

При введении прокладки следует учитывать распределение напряжения U_0 между тремя диэлектрическими слоями (электризуемый диэлектрик, воздушный зазор и диэлектрическая прокладка). Тогда

$$U_0'=U_{m\,пр}'\frac{\varepsilon_э\varepsilon_в h_д+\varepsilon_в\varepsilon_д h_э+\varepsilon_э\varepsilon_д h_в'}{\varepsilon_э\varepsilon_д\cdot h_в'},$$

где $h'_в=d-h_э-h_д=0{,}9$ мм — воздушный зазор при наличии прокладки; U'_0 — напряжение электризации при наличии прокладки; $U'_{m\,пр}$ — пробивное напряжение воздушного зазора

толщиной $h'_в$. (Из рис. 32 при $h'_в=0{,}9$ мм находим $U'_{m\,пр}=$ $=4{,}2$ кВ.) Тогда

$$U_0=4{,}2\,\frac{2\cdot1\cdot0{,}1+1\cdot10\cdot0{,}5+2\cdot10\cdot0{,}9}{2\cdot10\cdot0{,}9}=5{,}42\text{ кВ}.$$

Подставляя в последнюю формулу $U_{m\,пр\,min}=0{,}3$ кВ вместо $U'_{m\,пр}=4{,}2$ кВ, находим минимально возможное напряжение электризации $U_{0\,min}=1{,}16$ кВ, которое может быть получено при давлении воздуха

$$p=\frac{(ph)_{min}}{h'_в}=\frac{1}{0{,}9\cdot10^{-3}}=1{,}1\cdot10^3\text{ Па}.$$

4.5.40. На пластину X-среза пьезоэлектрического кварца толщиной $h=1$ мм вдоль оси X воздействует механическое напряжение $\sigma_1=10^5$ Н/м^2. Определить разность потенциалов между противоположными плоскостями пластины, если в направлении оси X пьезомодуль продольного пьезоэффекта $d_{11}=$ $=2{,}3\cdot10^{-12}$ Кл/Н. Диэлектрическую проницаемость кварца принять равной 4,6.

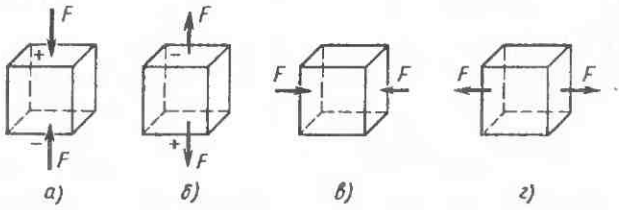


Рис. 40

Решение

В соответствии с уравнением прямого пьезоэффекта $P_1=$ $=d_{11}\sigma_1$. Для плоского однородного диэлектрика при равномерной механической нагрузке заряд на поверхности $Q=PS$. Разность потенциалов между плоскими гранями

$$U=Q/C=\frac{d_{11}\sigma_1 S}{\varepsilon_0\varepsilon_1 S/h}=\frac{d_{11}\sigma_1 h}{\varepsilon_0\varepsilon_1}=\frac{2{,}3\cdot10^{-12}\cdot10^5\cdot10^{-3}}{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot4{,}5}=5{,}77\text{ В}.$$

4.5.41. Из пьезоэлектрического кристалла вырезан кубик Если сжимающие силы приложены к верхней и нижней граням, то на верхней грани возникает положительный заряд, а на нижней — отрицательный (рис. 40, *а*). При приложении растягивающих сил к этим граням знак заряда на них меняется (рис. 40, *б*). На боковых гранях заряды при этом не образуются. Определить: а) заряды каких знаков возникнут на верхней и нижней гранях, если сжимающие силы приложены

к боковым граням (рис. 40, *в*); б) возникнут ли заряды (и если возникнут, то каких знаков) на передней и задней гранях, если к боковым граням приложены растягивающие силы (рис. 40, *г*)?

4.5.42. К пластине пьезоэлектрического кварца, вырезанной перпендикулярно оси X, приложена разность потенциала $U=2000$ В. Найти деформацию образца Δh в направлении действия электрического поля, если толщина пластины $h=1{,}5$ мм, а пьезомодуль для продольного пьезоэффекта $d_{11}=2{,}3\times10^{-12}$ Кл/Н. Как изменится абсолютная деформация образца, если его толщину увеличить вдвое?

4.5.43. Плоский кристалл триглицинсульфата толщиной $h=1$ мм и площадью сечения $S=1$ см^2 вырезан перпендикулярно направлению спонтанной поляризованности и находится в монодоменном состоянии. Определить: а) какой заряд появится на поверхностях кристалла при его равномерном нагреве на $\Delta T=10$°С, если пироэлектрический коэффициент триглицинсульфата $p=0{,}36$ мКл/(м$^2\cdot$К), а его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=25$; б) какая разность потенциалов возникнет между плоскими гранями кристалла; в) что изменится в поведении кристалла, если вместо нагрева его равномерно охладить на 10°С.

4.5.44. Известно, что пироэлектрический коэффициент кристаллов ниобатов бария-стронция достигает $2{,}8\cdot10^{-3}$ Кл/(м$^2\times$К), в то время как для кристаллов триглицинсульфата (ТГС) он равен $3{,}6\cdot10^{-4}$ Кл/(м$^2\cdot$К). Означает ли это, что приемники лучистой энергии на ТГС имеют меньшую чувствительность? Сравните эксплуатационные свойства тепловых датчиков на основе ТГС и ниобатов.

4.5.45. Определить: а) изменение поляризованности ΔP для ниобата лития, пироэлектрический коэффициент которого $p=2\cdot10^{-3}$ Кл/(м$^2\cdot$К), при изменении температуры на $\Delta T=10$ К; б) чувствительность по напряжению $R_в$, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=30$, а удельная объемная теплоемкость $c=3$ МДж/(м$^3\cdot$К).

4.5.46. Тепловой датчик, установленный на спутнике Земли, изготовлен из материала с пироэлектрическим коэффициентом $p=2\cdot10^{-3}$ Кл/(м$^2\cdot$К) и имеет рабочую поверхность $S=2\times10^{-3}$ м^2. При пролете над объектом, имеющим температуру выше окружающего фона, температура датчика за время $\Delta t=1$ с увеличилась на $\Delta T=0{,}25$ К. Какой ток будет при этом зафиксирован в цепи датчика?

4.5.47. Определить массу легирующей навески оксида хрома Cr_2O_3, используемого для активирования кристаллов α-корунда массой m_0, исходя из требования достижения объемной концентрации ионов хрома в рубине $N_{Cr}=2\cdot10^{25}$ м$^{-3}$. Плотность рубина d принять равной 3,98 Мг/м^3.

4.5.48. Диэлектрическая проницаемость кристаллов граната иттрия $Y_3Al_5O_{12}$ на частоте $f=1$ МГц $\varepsilon_1=11{,}7$. Во сколько раз изменится диэлектрическая проницаемость ε_2 на частоте $f=5\cdot10^{14}$ Гц, если на этой частоте показатель преломления $n=1{,}83$.

§ 4.6. ПРИМЕНЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИКОВ

4.6.1. Что понимают под линейными и нелинейными, полярными и неполярными диэлектриками? Какие из перечисленных видов диэлектриков могут быть использованы на высоких частотах?

4.6.2. Дайте определения смолы, пластмассы, лака и компаунда. Приведите примеры использования этих веществ при изготовлении радиоэлектронной аппаратуры.

4.6.3. Назовите основные преимущества эпоксидных компаундов. Каков механизм их отверждения?

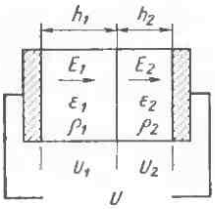


Рис. 41

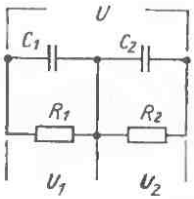


Рис. 42

4.6.4. Какими специфическими свойствами должны обладать электроизоляционные материалы, применяемые в радиоэлектронной аппаратуре, предназначенной для эксплуатации в тропических условиях?

4.6.5. Почему применение корпусов и покрытий из органических электроизоляционных материалов обеспечивает лишь временную влагозащиту изделий электронной техники? Как обеспечить длительную влагозащиту?

4.6.6. Почему для изоляции обмоточных проводов трансформаторов и электродвигателей используют термореактивные, а не термопластичные лаки?

4.6.7. С какой целью производят пропитку пористых диэлектриков? Можно ли использовать для пропитки твердые диэлектрики? Какими свойствами должны обладать твердые пропитывающие вещества?

4.6.8. Какие требования предъявляют к связующему диэлектрику стеклотекстолита?

4.6.9. Какими способами и для каких целей производят изделия из композиционных пластмасс?

4.6.10. Приведите примеры установочных высокочастотных керамических диэлектриков. Назовите наиболее характерные области их применения.

4.6.11. Как и почему изменится напряжение поверхностного пробоя, если керамический изолятор поместить в трансформаторное масло?

4.6.12. На каких принципах основано создание термостабильной конденсаторной керамики?

4.6.13. Какие виды стекол нашли наиболее широкое применение в изделиях электронной техники и для каких целей?

4.6.14. Каким образом происходит кристаллизация стекол с однородной мелкозернной структурой по всему объему?

4.6.15. Чем отличается строение кристаллического кварца и силикатных стекол? Почему стеклообразование вещества является термодинамически неустойчивым? Какие процессы происходят в стекломассе при медленном охлаждении?

4.6.16. С какой целью в состав силикатных стекол вводят оксиды щелочных металлов?

4.6.17. Что понимают под температурой стеклования и температурой текучести стекломассы? При какой температуре производят формовку изделий? Каким образом управляют технологическими характеристиками стекломассы?

4.6.18. Каким образом изготовляют тонкие стеклянные волокна? Какие стекла используют для производства стекловолокна?

4.6.19. Охарактеризуйте физико-механические, электрические, оптические и технологические свойства кварцевого стекла. Как объяснить высокую стойкость кварцевого стекла к тепловым импульсам?

4.6.20. Почему ситаллы и силикатные стекла одинакового химического состава обладают разными электрическими, механическими и теплофизическими свойствами?

4.6.21*. Определить напряженности электрического поля E_1 и E_2 в каждом слое конденсатора, изображенного на рис. 41. В конденсаторе использованы пленка политетрафторэтилена и пропитанная конденсаторная бумага одинаковой толщины ($h_1 = h_2 = 20$ мкм). Известны диэлектрические проницаемости ε и удельные объемные сопротивления ρ этих материалов: $\varepsilon_1 = 2$; $\varepsilon_2 = 4$; $\rho_1 = 10^{15}$ Ом·м; $\rho_2 = 10^8$ Ом·м. Какая доля внешнего напряжения падает на каждом слое? Расчет провести для постоянного напряжения 100 В и переменного напряжения амплитудой 100 В.

Решение

На рис. 42 приведена эквивалентная схема двухслойного конденсатора, изображенного на рис. 41, где C_1, C_2, R_1, R_2 — соответ-

ственно емкости и сопротивления изоляции слоев. Очевидно, что $U=U_1+U_2$.

На переменном напряжении $U_1/U_2=C_2/C_1=\varepsilon_2 h_1/h_2\varepsilon_1$. После преобразований имеем

$$U_1=\frac{U\varepsilon_2 h_1}{\varepsilon_1 h_2+\varepsilon_2 h_1};\quad U_2=\frac{U\varepsilon_1 h_2}{\varepsilon_1 h_2+\varepsilon_2 h_1};$$

тогда $E_1=\frac{U_1}{h_1}=\frac{U\varepsilon_2}{\varepsilon_1 h_2+\varepsilon_2 h_1}=\frac{100\cdot 4}{2\cdot 20\cdot 10^{-6}+4\cdot 20\cdot 10^{-6}}=3{,}33$ МВ/м;

$$E_2=\frac{U_2}{h_2}=\frac{U\varepsilon_1}{\varepsilon_1 h_2+\varepsilon_2 h_1}=1{,}67\ \text{МВ/м}.$$

На постоянном напряжении

$$U_1/U_2=R_1/R_2=\rho_1 h_1/\rho_2 h_2 \text{ и } U_1=\frac{U\rho_1 h_1}{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2};$$

$$U_2=\frac{U\rho_2 h_2}{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2};\quad E_1=\frac{U_1}{h_1}=\frac{U\rho_1}{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}=$$

$$=\frac{100\cdot 10^{15}}{10^{-15}\cdot 20\cdot 10^{-6}+10^{8}\cdot 20\cdot 10^{-6}}=5\ \text{МВ/м};\quad E_2=\frac{U_2}{h_2}=\frac{U\rho_2}{\rho_1 h_1+\rho_2 h_2}=$$

$$=0{,}5\ \text{В/м}.$$

На переменном напряжении бумага в таком конденсаторе электрически нагружена более слабо, а на постоянном напряжении она не нагружена вообще.

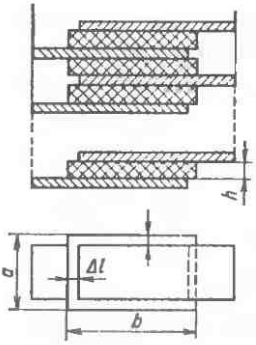


Рис. 43

4.6.22*. Решить предыдущую задачу для двухслойного конденсатора, в котором вместо пленки полистирола используется пленка лавсана ($\varepsilon_1=3{,}6$; $\rho_1=10^{11}$ Ом·м) той же толщины.

4.6.23. Многослойный слюдяной конденсатор с обкладкой из фольги (рис. 43) собран из восьми слюдяных пластинок размерами: $a=2$ см; $b=3$ см, толщиной $h=25$ мкм, а ширина закраины (не закрытой обкладкой части диэлектрика) $\Delta l=2{,}5$ мм. Определить емкость и сопротивление изоляции этого конденсатора, если в нем используется слюда мусковит, для которой $\varepsilon_c=7$; $\rho_c=10^{13}$ Ом·м. Каково назначение закраины?

Как изменится емкость этого конденсатора, если одна из пластинок слюды неплотно прилегает к обкладке, образуя воздушный зазор толщиной $h_з=0{,}1$ мм площадью $S_з=1$ см^2? Пользуясь зависимостью электрической прочности воздуха от расстояния между электродами (см. рис. 32), определить, при каком постоянном напряжении $U_и$ в дефектном конденсаторе появятся ионизационные потери.

Решение

Из рис. 43 следует, что емкость конденсатора без дефектов $C=(\varepsilon_0\varepsilon_c Sn)/h$, где n — число диэлектрических пластин; $S=(a-2\Delta l)(b-2\Delta l)=(20-2{,}5\cdot 2)(30-2{,}5\cdot 2)\cdot 10^{-6}=3{,}75\cdot 10^{-4}$ м². Подставляя известные значения величин, имеем

$$C=\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 7\cdot 3{,}75\cdot 10^{-4}\cdot 8}{0{,}25\cdot 10^{-4}}=7{,}44\cdot 10^{-9}\ \text{Ф}=7440\ \text{пФ}.$$

Сопротивление изоляции конденсатора

$$R_{\text{из}}=\frac{\rho_c h}{Sn}=\frac{10^{13}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-5}}{3{,}75\cdot 10^{-4}\cdot 8}=8{,}3\cdot 10^{10}\ \text{Ом}.$$

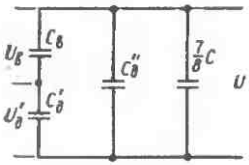


Рис. 44

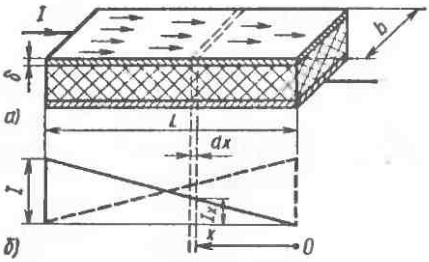


Рис. 45

Используя эквивалентную схему дефектного конденсатора с воздушным зазором (рис. 44), где $C_в$ — емкость воздушного зазора; $C_д'$ — емкость слюды в месте зазора; $C_д''$ — емкость «здоровой» части слюдяной пластины, получаем:

$$C_в=\frac{\varepsilon_0 S_з}{h_з}=\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 10^{-4}}{10^{-4}}\approx 9\ \text{пФ};$$

$$C'_д=250\ \text{пФ};\quad C''_д=\frac{1}{8}C-C'_д=680\ \text{пФ}.$$

Емкость дефектного конденсатора $C'\approx {}^7/_8C+C_д''=7190$ пФ. Так как сопротивление изоляции для $C_в$ больше, чем сопротивление изоляции для $C_д'$, то практически все внешнее постоянное напряжение приложено к зазору. Для $h_з=0{,}1$ мм из графика рис. 32 получаем $E_{\text{пр в}}=9$ МВ/м; $U_и=E_{\text{пр в}}h_з=9\cdot 10^6\cdot 10^{-4}=900$ В.

4.6.24. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, постройте (качественно) зависимость тангенса угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg}\delta$ дефектного конденсатора с воздушным зазором от приложенного напряжения частотой 50 Гц. Определить: а) напряжение начала ионизации $U_и$; б) $\operatorname{tg}\delta_0$ при $U<U_и$.

4.6.25*. Определить активную мощность, выделяющуюся в медных обкладках плоского конденсатора емкостью $C=1000$ пФ,

при подключении его к источнику переменного напряжения 220 В частотой 50 Гц. Ширина каждой обкладки $b=10$ мм, длина $L=15$ мм, толщина $\delta=50$ мкм. Выводы конденсатора находятся на противоположных узких сторонах обкладок. При расчете полагать, что плотность тока в месте подключения вывода равномерна по всей ширине обкладки. Как будет меняться мощность, рассеиваемая в обкладках, при увеличении частоты приложенного напряжения?

Решение

На переменном напряжении U частотой f при включении конденсатора по его выводам протекает ток, определяемый емкостным сопротивлением конденсатора:

$$I=2\pi fUC=2\pi\cdot 50\cdot 220\cdot 1000\cdot 10^{-12}=6{,}9\cdot 10^{-5}\ \text{А}.$$

Этот ток, обусловленный процессами переполяризации в рабочем диэлектрике конденсатора, будет меняться вдоль обкладки, уменьшаясь по линейному закону до нуля на стороне, противоположной расположению вывода (рис. 45, *а*). На рис. 45, *б* сплошной линией показано распределение тока вдоль верхней обкладки конденсатора, штриховой — вдоль нижней. Выделим малый участок обкладки длиной $\mathrm{d}x$ с координатой x (отсчет x ведется от точки, в которой ток равен нулю). При этом в пределах участка $\mathrm{d}x$ ток $I_x=Ix/L$; выделяющаяся на этом участке мощность $\mathrm{d}P_x=I_x^2\mathrm{d}R_x$, где $\mathrm{d}R_x=\rho_{\mathrm{Cu}}\mathrm{d}x/(b\delta)$ — сопротивление участка.

Потери в обеих обкладках конденсатора

$$P_{\text{об}}=2\int_0^L \frac{I^2\rho_{\mathrm{Cu}}}{L^2 b\delta}x^2\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\rho_{\mathrm{Cu}}I^2\frac{L}{b\delta}=$$

$$=\frac{2\cdot 0{,}017\cdot 10^{-6}\cdot(6{,}9\cdot 10^{-5})^2\cdot 15\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot 50\cdot 10^{-6}}=1{,}6\cdot 10^{-12}\ \text{Вт}.$$

С увеличением частоты потери будут увеличиваться по квадратичному закону в связи с возрастанием емкостного тока. На высоких частотах следует учесть увеличение сопротивления обкладок за счет поверхностного эффекта.

4.6.26. На рис. 46, *а*, *в* изображены конденсаторы спиральной конструкции в двух вариантах исполнения, состоящие из двух тонких диэлектрических лент *1* и *2* длиной L с нанесенными на них двумя металлическими слоями *3* и *4* (фольга или пленка), которые закручены в спираль. На рис. 46, *б*, *г* показаны сечения витка спирали для каждого варианта. Получите выражения для емкости спиральных конденсаторов, пользуясь формулой для расчета емкости плоского конденсатора.

4.6.27*. Выведите выражение для расчета потерь в обкладках спирального конденсатора с безындукционной намоткой (рис. 46,

в, *г*), выводы которого соединены с металлизированными торцами (заштрихованы на рис. 46, *в*). При расчете полагать известным переменный ток I, протекающий по выводам конденсатора.

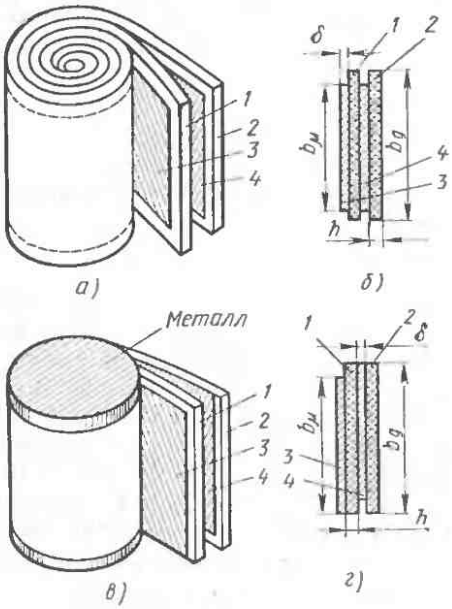


Рис. 46

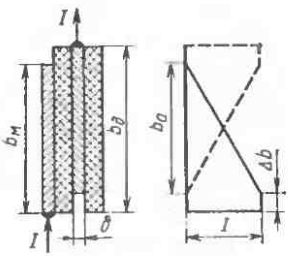


Рис. 47

Решение

При расположении выводов на торцах конденсатора ток в каждой обкладке (рис. 47) протекает через поперечное сечение δL, где L — длина обкладки. При этом изменение тока будет происходить в пределах ширины перекрытия обкладок $b_а = b_м - \Delta b$, где $\Delta b = b_д - b_м$, а на участке Δb ток в обкладке будет равен току в выводе.

Воспользовавшись выражениями, полученными при решении задачи 4.6.25, после преобразований находим

$$P_{об} = 2\rho I^2 \frac{b_а/3 + \Delta b}{L\delta},$$

где ρ — удельное сопротивление материала обкладки.

4.6.28*. Имеется два спиральных конденсатора с безындукционной намоткой (рис. 46, *в*, *г*) емкостью 1 и 2 мкФ, изготовленные на однослойной металлизированной поликарбонатной пленке одинаковой толщины и ширины. Активное сопротивление об-

кладок конденсатора емкостью 1 мкФ равно 2 Ом. Чему равно активное сопротивление электродов конденсатора емкостью 2 мкФ?

4.6.29. Дана эквивалентная схема конденсатора (рис. 48), на которой: C — емкость конденсатора; R — сопротивление изоляции; r — сопротивление выводов и обкладок. Вывести выражение для расчета $\operatorname{tg}\delta_к$ конденсатора, учитывающее потери в диэлектрике и металле. Постройте (качественно) частотную зависимость $\operatorname{tg}\delta_к$. Как будет зависеть $\operatorname{tg}\delta_к$ от температуры?. При каких видах поляризации рабочего диэлектрика конденсатора справедлива данная эквивалентнная схема?

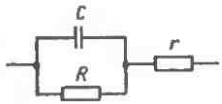


Рис. 48

Рис. 49

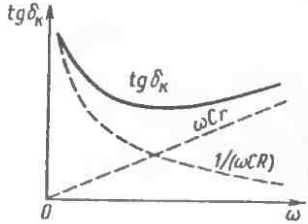


Рис. 50

Решение

Пользуясь формулами для перехода от параллельной эквивалентной схемы диэлектрика к последовательной, представим приведенную в условиях задачи эквивалентную схему в виде, изображенном на рис. 49, где

$$r' = R/(1+\omega^2C^2R^2); \qquad C' = \frac{C}{1+1/(\omega^2C^2R^2)},$$

$\omega C^2R^2 = 1/\operatorname{tg}^2\delta$, $\operatorname{tg}\delta$ — тангенс угла потерь рабочего диэлектрика, если считать, что потери в нем обусловлены только сквозной электропроводностью. Полагая, что $\operatorname{tg}^2\delta \ll 1$; $\omega^2C^2R^2 \gg 1$, получаем $r' = 1/(\omega^2C^2R^2)$; $C' = C$. Для последовательной схемы $\operatorname{tg}\delta_к = \omega C'(r + r') = \omega Cr + 1/(\omega CR)$.
Эта формула (и эквивалентная схема на рис. 48) справедлива, если в рабочем диэлектрике конденсатора наблюдаются только мгновенные виды поляризации (электронная и ионная), а сопротивление изоляции конденсатора велико.

Соответствующая полученному выражению частотная зависимость $\operatorname{tg}\delta_к$ приведена на рис. 50. С увеличением температуры сопротивление изоляции уменьшается, а сопротивление металла обкладок несколько возрастает. Температурная зависимость емкости определяется механизмами поляризации диэлектрика.

4.6.30. Вывести формулу для расчета температурного коэффициента емкости α_C плоского конденсатора с учетом влияния температуры на геометрические размеры рабочего диэлектрика и обкладок. Как изменится эта формула, если в конденсаторе в качестве обкладок использовать металлическую пленку, нанесенную непосредственно на рабочий диэлектрик (такие конденсаторы называют металлизированными)?

Решение

По определению, $\alpha_C = \frac{1}{C}\frac{dC}{dT}$. Расчет проведем для плоского конденсатора с обкладками в форме квадрата со стороной a; рабочий диэлектрик конденсатора с диэлектрической проницаемостью ε имеет толщину h. Тогда $C = \varepsilon_0 \varepsilon a^2/h$. В этом выражении от температуры зависят величины ε, a и h, поэтому

$$\frac{dC}{dT} = \varepsilon_0\left(\frac{a^2}{h}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} + \frac{\varepsilon}{h}\cdot 2a\frac{\partial a}{\partial T} - \frac{\varepsilon a^2}{h^2}\frac{\partial h}{\partial T}\right).$$

Отсюда

$$\alpha_C = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} + 2\frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial T} - \frac{1}{h}\frac{\partial h}{\partial T},$$

или $\alpha_C = \alpha_\varepsilon + 2\alpha_м - \alpha_д$, где α_ε — температурный коэффициент диэлектрической проницаемости; $\alpha_м$ и $\alpha_д$ — температурные коэффициенты линейного расширения металла обкладок и диэлектрика.

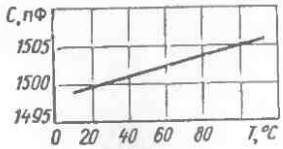


Рис. 51

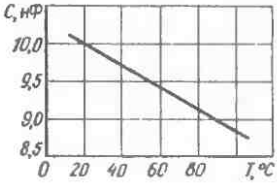


Рис. 52

Изменения с температурой размеров обкладок конденсатора, выполненных из тонкой металлической пленки, определяются изменениями геометрических размеров диэлектрика. Поэтому $\alpha_м = \alpha_д$ и $\alpha_C = \alpha_\varepsilon + \alpha_д$.

4.6.31. Пользуясь экспериментальной температурной зависимостью емкости слюдяного конденсатора с обкладками из медной фольги (рис. 51) и керамического металлизированного конденсатора на основе рутиловой керамики (рис. 52), определить температурный коэффициент диэлектрической проницаемости (α_ε) слюды ($\alpha_{\varepsilon сл}$) и керамики ($\alpha_{\varepsilon к}$) при комнатной температуре и при температуре 100 °C. При расчете температурные коэффициенты линейного расширения использованных материалов полагать независимыми от температуры и принять их равными: для

меди $\alpha_{l\,Cu}=17\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$; для слюды $\alpha_{l\,сл}=12\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$; для керамики $\alpha_{lк}=7\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

4.6.32*. В комбинированном пленочном конденсаторе спиральной конструкции для получения высокой температурной стабильности емкости совместно используют диэлектрические пленки двух различных полимеров, имеющих разные знаки температурного коэффициента диэлектрической проницаемости α_ε. Конструкция конденсатора аналогична изображенной на рис. 46, *а* и содержит полистирольную (*1*) и поликарбонатную (*2*) пленки различной толщины. Пробивное напряжение $U_{пр}$ конденсатора должно быть не менее 1000 В. Определить, при какой толщине пленок температурный коэффициент емкости α_C близок нулю. Чему равен $\operatorname{tg}\delta$ такого конденсатора, если учитывать потери только в диэлектрических пленках. Основные свойства использованных диэлектрических пленок указаны в приложении 3.

Решение

В комбинированном пленочном конденсаторе емкости двух диэлектрических лент включены параллельно, поэтому $C=C_1+C_2$ (индекс 1 относится к полистирольной ленте, индекс 2 — к поликарбонатной). Тогда

$$\alpha_C=\frac{1}{C}\frac{dC}{dT}=\frac{1}{C}\left(\frac{dC_1}{dT}=\frac{dC_2}{dT}\right)=\frac{C_1}{CC_1}\frac{dC_1}{dT}+\frac{C_2}{CC_2}\frac{dC_2}{dT}.$$

Полагая, что температурные изменения емкостей лент обусловлены в основном температурными изменениями ε_1 и ε_2 (см. решение задачи 4.6.30), для конденсатора с температурной компенсацией получаем $\alpha_C=\frac{C_1}{C}\alpha_{\varepsilon1}+\frac{C_2}{C}\alpha_{\varepsilon2}=0$. С учетом знаков $\alpha_{\varepsilon1}$ и $\alpha_{\varepsilon2}$ это выражение можно представить в виде $C_1/C_2=|\alpha_{\varepsilon2}|/|\alpha_{\varepsilon1}|$, откуда

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{|\alpha_{\varepsilon1}|}{|\alpha_{\varepsilon2}|}=\frac{100\cdot10^{-6}\cdot2{,}5}{300\cdot10^{-6}\cdot3}=0{,}278.$$

Так как напряжения на обеих диэлектрических лентах одинаковы, напряженность электрического поля в ленте *1* более чем в три раза превышает напряженность поля в ленте *2*, поэтому

$$h_1=\frac{U_{пр}}{E_{пр1}}=\frac{10^3}{2\cdot10^8}=5\cdot10^{-6}\text{ м}=5\text{ мкм};\quad h_2=\frac{h_1}{0{,}278}=18\text{ мкм}.$$

При этом $E_2=U_{пр}/h_2<E_{пр2}$.

Используя параллельную эквивалентную схему диэлектрика с потерями, можно записать

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{1}{\omega CR}=\frac{R_1+R_2}{\omega(C_1+C_2)R_1R_2},$$

где R_1 и R_2 могут быть соответственно найдены из выражений: $\operatorname{tg}\delta_1 = 1/(\omega C_1 R_1)$; $\operatorname{tg}\delta_2 = 1/(\omega C_2 R_2)$. После преобразований получаем

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{C_1}{C_1 + C_2}\operatorname{tg}\delta_1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\operatorname{tg}\delta_2 = \frac{\varepsilon_1 h_2 \operatorname{tg}\delta_1 + \varepsilon_2 h_1 \operatorname{tg}\delta_2}{\varepsilon_1 h_2 + \varepsilon_2 h_1} =$$

$$= \frac{2{,}5\cdot 18\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-4} + 3\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-3}}{2{,}5\cdot 18\cdot 10^{-6} + 3\cdot 5\cdot 10^{-6}} = 6{,}5\cdot 10^{-4}.$$

4.6.33*. Решите предыдущую задачу для комбинированного пленочного конденсатора спиральной конструкции, сечение витка спирали которого изображено на рис. 53, где *1* и *2* — различные диэлектрики (ср. с рис. 46, *б*).

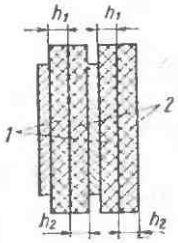


Рис. 53

4.6.34*. Листовой изоляционный материал «миканит» состоит из девяти слоев бакелитового лака толщиной по 5 мкм, служащих диэлектрической связкой, и десяти слоев, содержащих частицы слюды толщиной по 25 мкм. Электрические свойства этих материалов указаны в приложении 4. Определить пробивное напряжение листа миканита, полагая, что для слюды $E_{пр1} = 75$ МВ/м, для лака $E_{пр2} = 50$ МВ/м: а) в постоянном электрическом поле; б) в переменном электрическом поле частотой 50 Гц. При расчете полагать, что параметры миканита не зависят от частоты.

Решение

При расчете пробивного напряжения миканита заменим его двухслойным диэлектриком (рис. 41), суммарная толщина слоев слюды которого $h_1 = 25\times 10 = 250$ мкм, а суммарная толщина слоев лака $h_2 = 5\times 9 = 45$ мкм. Воспользовавшись выражениями, полученными при решении задачи 4.6.21, и с учетом того, что при воздействии постоянного поля напряженность поля в слюде во много раз больше, чем в лаке, получим

$$U_1/U_2 = \rho_1 h_1/(\rho_2 h_2) = 10^{14}\cdot 250\cdot 10^{-6}/(10^{11}\cdot 45\cdot 10^{-6}) = 5{,}56\cdot 10^3.$$

Поэтому пробой миканита произойдет при внешнем напряжении, соответствующем напряженности электрического поля в слюде:

$$U_{пр} = E_{пр1}(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)/\rho_1 = \frac{75\cdot 10^6\cdot (10^{14}\cdot 250\cdot 10^{-6} + 10^{11}\cdot 45\cdot 10^{-6})}{10^{14}} =$$

$$= 18{,}75 \text{ кВ}.$$

На переменном напряжении $U_1/U_2 = \varepsilon_2 h_1/(\varepsilon_1 h_2) = 2{,}78$. Так как $h_2 \ll h_1$ и $E_{пр2} < E_{пр1}$, то прежде всего определим, при каком внешнем напряжении произойдет пробой лака:

$$U=\frac{E_{пр2}(\varepsilon_1 h_2+\varepsilon_2 h_1)}{\sqrt{2}\varepsilon_1}=\frac{50\cdot 10^6\cdot(8\cdot 45\cdot 10^{-6}+4\cdot 250\cdot 10^{-6})}{\sqrt{2}\cdot 8}=6{,}01\ кВ.$$

После пробоя лака все внешнее напряжение будет приложено к слюде, а ее пробой произойдет при увеличении внешнего напряжения до значения $U_{пр}=E_{пр1}h_1/\sqrt{2}=13{,}26$ кВ.

4.6.35*. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, рассчитать диэлектрическую проницаемость миканита ($\varepsilon_м$).

Решение

В соответствии с формулой Лихтенеккера, для последовательного включения компонентов $\varepsilon_м=(\theta_1/\varepsilon_1+\theta_2/\varepsilon_2)^{-1}$, где

$$\theta_1=h_1/(h_2+h_1)=0{,}847;\qquad \theta_2=h_2/(h_2+h_1)=0{,}153.$$

Окончательно получаем $\varepsilon_м=6{,}94$.

4.6.36. Керамический конденсатор емкостью 1,5 нФ при комнатной температуре имеет температурный коэффициент емкости $\alpha_C=-750\cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$. Изобразите (качественно) температурные зависимости емкости и α_C этого конденсатора. Чему будет равна его емкость при температуре $T=-40$°С?

4.6.37. Два дисковых конденсатора, изготовленных из одного и того же керамического материала, имеют различные номинальные емкости и напряжения: $C_{ном1}=75$ пФ; $U_{ном1}=500$ В; $C_{ном2}=510$ пФ; $U_{ном2}=100$ В. Чему равно отношение постоянных времени этих конденсаторов?

4.6.38. В выходном фильтре источника постоянного напряжения 1,5 кВ применено последовательное соединение трех конденсаторов C_1—C_3, рассчитанных на рабочее напряжение 630 В. Могут ли быть использованы в этом фильтре конденсаторы, сопротивления изоляции которых составляют 600, 1000 и 400 МОм? Объясните свой ответ.

4.6.39. Можно ли использовать три последовательно включенных конденсатора, описанных в предыдущей задаче, если на них подать переменное напряжение 1,5 кВ частотой $f=50$ Гц? Емкость каждого конденсатора $C=0{,}1$ мкФ.

4.6.40. Можно ли к трем последовательно включенным конденсаторам емкостью 1000 пФ каждый приложить напряжение 1,5 кВ частотой 100 кГц? Другие параметры конденсаторов даны в условиях задачи 4.6.38.

4.6.41. Керамический диэлектрик пробивается при напряженности переменного электрического поля 30 МВ/м. Два плоских конденсатора емкостью 150 и 470 пФ с изолирующим слоем из этого диэлектрика толщиной 0,5 мм соединены последовательно. При каком наименьшем переменном напряжении частотой 50 Гц пробьется эта система? Постоянная времени конденсаторов $\tau_C=$ $=100$ МОм·мкФ.

4.6.42. Конденсатор емкостью 200 пФ, изготовленный из плен-

ки полистирола, заряжен до напряжения 100 В, а затем отключен от источника напряжения. Измерения, проведенные через 5 сут, показали, что на выводах конденсатора сохранилось напряжение 10 В. Пренебрегая поверхностной утечкой, определить сопротивление изоляции конденсатора. Вычислить удельное объемное сопротивление полистирола, если известно, что его диэлектрическая проницаемость равна 2,5.

Решение

Измерение напряжения на электродах конденсатора в процессе саморазряда описывается выражением $U_C(t)=U_C(0)\times\exp(-t/\tau_C)$, где $U_C(0)$ — напряжение, до которого был заряжен конденсатор; $\tau_C=R_{из}C$ — постоянная времени конденсатора (произведение сопротивления изоляции на емкость). После логарифмирования этого выражения получаем

$$R_{из}=\frac{t}{C\ln[U_C(0)/U_C(t)]}=\frac{5\cdot24\cdot3600}{200\cdot10^{-12}\ln(100/10)}=9{,}4\cdot10^{14}\ \text{Ом}.$$

Так как $R_{из}C=\varepsilon_0\varepsilon\rho$, то $\rho=R_{из}C/(\varepsilon_0\varepsilon)=8{,}4\cdot10^{15}$ Ом·м.

4.6.43. Емкость слюдяного металлизированного конденсатора 200 пФ при 20°С. Чему будет равна емкость этого конденсатора при 100°С, если температурный коэффициент диэлектрической проницаемости слюды принять равным $50\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, а температурный коэффициент ее линейного расширения — равным $14\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$?

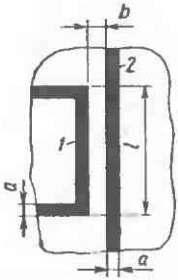


Рис. 54

4.6.44. На рис. 54 изображен участок печатной платы с печатными проводниками, изготовленной на основе фольгированного гетинакса. Определить сопротивление изоляции $R_{из}$ между проводниками *1* и *2*, если $l=15$ мм; $a=1$ мм; $b=2$ мм. Удельное поверхностное сопротивление гетинакса $\rho_S=10^8$ Ом. Какой максимальный ток I_{max} может быть пропущен по проводнику *2*, если толщина медной фольги $\delta=50$ мкм, а допустимая плотность тока на прямолинейных участках проводников $j_{доп}=20$ А/мм^2? Можно ли такой ток пропускать по проводнику *1*? Каким будет падение напряжения ΔU на участке проводника *2* длиной *l* при прохождении по нему максимального тока? Чему равна выделяющаяся в печатном проводнике мощность $P_{пп}$?

4.6.45. Для участка печатной платы, изображенного на рис. 54, составить эквивалентную схему с учетом емкостных связей между проводниками *1* и *2*. Как изменится емкость между проводниками, если плату покрыть слоем защитного электроизоляционного лака?

4.6.46*. Под каким углом должны пересекаться печатные проводники, расположенные на различных сторонах печатной платы, чтобы между ними была наименьшая емкостная связь? Оценить минимальные емкость и полное сопротивление между двумя проводниками шириной $a=1$ мм при толщине платы $h=0{,}5$ мм. Плата изготовлена из стеклотекстолита ($\varepsilon_п=7$; $\rho_п=10^{10}$ Ом·м). Расчет провести для частоты $f=1$ МГц, краевым эффектом пренебречь.

Решение

Емкость $C_{пп}$ между пересекающимися печатными проводниками, расположенными на разных сторонах печатной платы, зависит от площади перекрытия проводников, которая будет наименьшей, если они пересекаются под углом 90°. В этом случае (без учета краевого эффекта)

$$C_{пп}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_п a^2}{h}=\frac{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot7\cdot10^{-6}}{0{,}5\cdot10^{-3}}=0{,}124\ \text{пФ}.$$

Полное сопротивление $Z_{пп}$ между этими проводниками определяется параллельно включенными емкостным сопротивлением $x_C=1/(2\pi fC_{пп})=1/(2\pi\cdot10^6\cdot1{,}24\cdot10^{-13})=1{,}28\cdot10^6$ Ом и активным сопротивлением утечки между проводниками $R_{ут}=\rho_п h/a^2=10^{10}\cdot0{,}5\cdot10^{-3}/10^{-6}=5\cdot10^{12}$ Ом.

Так как $x_C\ll R_{ут}$, то $Z_{пп}\approx x_C=1{,}28$ МОм.

4.6.47*. Высокочастотный коаксиальный кабель длиной $l=10$ см расположен на поверхности металлического корпуса блока (рис. 55), где цифрами обозначено: *1* — внутренний медный проводник диаметром $D_1=0{,}7$ мм; *2* — внутренняя изоляция из полиэтилена ($\varepsilon_2=2{,}3$; $\rho_2=10^{14}$ Ом·м); *3* — медная сетчатая оплетка с внутренним диаметром $D_2=5{,}7$ мм и толщиной $\delta=0{,}3$ мм; *4* — наружный изолирующий слой толщиной $h=1$ мм, изготовленный из поливинилхлоридного пластиката ($\varepsilon_4=6$; $\rho_4=10^{11}$ Ом·м). Рассчитать емкость и сопротивление изоляции: а) между внутренним проводником и оплеткой, если кабель разомкнут на концах; б) между оплеткой кабеля и корпусом блока, считая, что поверхность кабеля соприкасается с корпусом *5* на участке размером $a=1$ мм.

Решение

а) В сечении кабеля (рис. 56) выделим в полиэтиленовой изоляции *2* участок бесконечно малой толщины dx, имеющий координату x, отсчитываемую от центра кабеля. Длину окружности с радиусами x и $x+dx$ можно полагать одинаковой. Тогда сопротивление участка изоляции толщиной dx (с координатой x) току утечки $I_{ут}$ равно $dR_x=\rho_2 dx/(2\pi xl)$.

Сопротивление изоляции между внутренним проводником *1*

и оплеткой *3* получим, проинтегрировав выражение для dR_x в пределах от $x=D_1/2$ до $x=D_2/2$:

$$R_{1\text{-}3}=\int\limits_{D_1/2}^{D_2/2}\frac{\rho_2\,dx}{2\pi lx}=\frac{\rho_2}{2\pi l}\ln\frac{D_2}{D_1}=\frac{10^{14}\ln(5{,}7/0{,}7)}{2\pi\cdot 0{,}1}=3{,}34\cdot 10^{14}\ \text{Ом}.$$

Если кабель находится под напряжением, то вектор напряженности электрического поля в полиэтиленовой изоляции направлен по радиусу сечения кабеля и емкость участка толщиной dx равна $dC_x=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 2\pi xl}{dx}$. Отсюда после интегрирования получаем выражение для расчета емкости между внутренним проводником и оплеткой:

$$C_{1\text{-}3}=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 l}{\ln(D_2/D_1)}=\frac{2\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2{,}3\cdot 0{,}1}{\ln(5{,}7/0{,}7)}=6{,}1\cdot 10^{-12}\ \text{Ф}=6{,}1\ \text{пФ}.$$

б) Емкость между оплеткой кабеля *3* и корпусом блока *5* может быть определена из формулы для расчета емкости плоского конденсатора, если считать его рабочим диэлектриком наружную изоляцию кабеля *4*:

$$C_{3\text{-}5}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_4 la}{h}=\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 6\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}}{10^{-3}}=5{,}31\cdot 10^{-12}\ \text{Ф}=5{,}31\ \text{пФ}.$$

Сопротивление изоляции

$$R_{3\text{-}5}=\rho_4 h(al)=10^{11}\cdot 10^{-3}/(0{,}1\cdot 10^{-3})=10^{12}\ \text{Ом}.$$

4.6.48. Почему внутреннюю изоляцию телевизионного кабеля (см. рис. 55) изготовляют из полиэтилена? Что произойдет, если изготовить ее из пластифицированного поливинилхлорида?

4.6.49. Построить (качественно) (см. рис. 55) зависимость сопротивления изоляции и емкости между внутренним проводником и оплеткой коаксиального кабеля от его длины. Используя условия предыдущей задачи, определить погонные (на 1 м) емкость и сопротивление изоляции кабеля. Какими электрически-

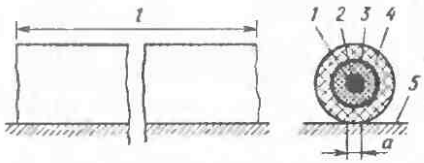


Рис. 55

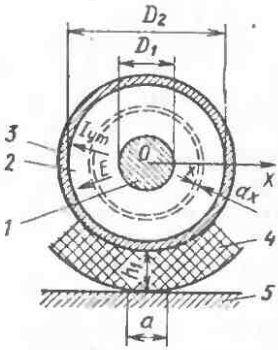


Рис. 56

ми и эксплуатационными свойствами должны обладать диэлектрики, используемые в качестве внутренней и внешней изоляции?

4.6.50. Укажите, какие требования предъявляются к диэлектрическим материалам, применяемым в высокочастотных конденсаторах. Какие из перечисленных материалов могут быть использованы для этих целей: кварцевое стекло, поливинилхлорид, сегнетокерамика, слюда, полистирол, лавсан, политетрафторэтилен, цельзиановая керамика.

4.6.51. Объясните, почему пористая керамика легче выдерживает значительные перепады температур (термоудары), чем плотная керамика. Какой механизм пробоя характерен для керамики с крупными порами?

4.6.52. Какие электрические параметры (диэлектрическую проницаемость, удельные объемные и поверхностные сопротивления, тангенс угла

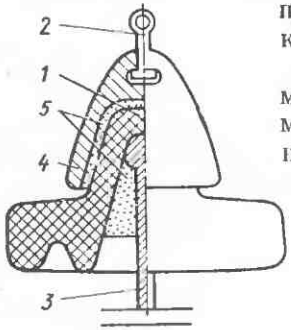


Рис. 57

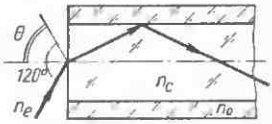


Рис. 58

диэлектрических потерь, электрическую прочность) должны иметь диэлектрики, используемые в качестве подложек в гибридных интегральных схемах? Приведите примеры наиболее распространенных диэлектриков, применяемых для этой цели. Охарактеризуйте их теплофизические и физико-механические свойства, химическую и радиационную стойкость.

4.6.53. На рис. 57 показано сечение подвесного керамического изолятора для высоковольтной линии электропередач (*1* — фарфоровый элемент изолятора; *2* — подвес; *3* — металлическая штанга — держатель провода; *4* — металлическая «шапка» изолятора; *5* — диэлектрическая связка). Укажите пути токов объемной и поверхностной утечки в изоляторе. В каких местах наиболее вероятен пробой изолятора?

4.6.54. Перечислите основные технологические операции изготовления диэлектрических деталей из: щелочного силикатного стекла; высокочастотной установочной керамики; термоситалла.

Анализируя физические процессы в материалах (не используя справочники), сравните между собой изделия из стекла и керамики по следующим параметрам (поставьте знаки >, <

или $\approx$): диэлектрической проницаемости ($\varepsilon_{ст}$—$\varepsilon_к$); тангенсу угла диэлектрических потерь на радиочастотах ($\operatorname{tg}\delta_{ст}$—$\operatorname{tg}\delta_к$); удельному сопротивлению ($\rho_{ст}$—$\rho_к$); электрической прочности при электрическом пробое ($E_{пр\,ст}$—$E_{пр\,к}$); термостойкости ($T_{ст}$—$T_к$). Проведите сравнение по этим же параметрам изделий из стекла и ситалла, керамики и ситалла.

4.6.55. Емкость плоского конденсатора C_0 на воздухе при расстоянии между его обкладками $h=3$ мм равна 20 пФ. Между обкладками помещена плоскопараллельная пластина из корундовой керамики с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_к=10$ и толщиной $b=2$ мм. Пренебрегая краевыми эффектами, определить емкость двухслойного конденсатора. Какова будет напряженность поля в керамике, если к пластинам конденсатора приложить переменное напряжение $U=220$ В.

4.6.56*. Определить максимально возможное значение показателя преломления материала светоизолирующей оболочки n_0 цилиндрического световода, при котором все световые лучи из конического пучка с углом 120° при вершине испытывают полное внутреннее отражение на границе сердцевина — оболочка (рис. 58). Показатель преломления материала сердцевины n_c принять равным 1,6. Внешней средой является воздух ($n_e=1$).

Решение

Чтобы отсутствовало преломление световых лучей на границе сердцевина — оболочка, между показателями преломления должно выполняться соотношение $n_e \sin\theta=\sqrt{n_c^2-n_0^2}$, где θ — апертурный угол, в пределах которого падающие лучи распространяются вдоль световода. Отсюда следует, что

$$n_0=\sqrt{n_c^2-n_e^2\sin^2\theta}=\sqrt{1{,}6^2-\sin^2 60^\circ}=1{,}345.$$

4.6.57*. Определить показатель поглощения α материала световедущей жилы цилиндрического световода, если известно, что затухание светового потока при распространении по световоду составляет 20 дБ/км. При расчете полагать, что светопропускание световода ограничивается только потерями на оптическое поглощение.

Решение

Затухание B (дБ/км) светового потока Φ связано с показателем поглощения соотношением $B=(1/l)10\lg(\Phi_{вх}/\Phi_{вых})$. Учитывая, что $\Phi_{вых}=\Phi_{вх}\exp(-\alpha l)$, получаем $B=(10/l)\,\alpha l \lg e=4{,}34\alpha$. Отсюда следует, что

$$\alpha=B/4{,}34=20/4{,}34=4{,}6\ \text{км}^{-1}=4{,}6\cdot10^{-3}\ \text{м}^{-1}.$$

4.6.58. На вход волоконно-оптической линии связи длиной 100 км подается оптический сигнал мощностью 5 мВт. Какая

мощность будет получена на выходе, если ослабление сигнала в световоде составляет 0,2 дБ/км?

4.6.59*. Определить, на сколько различаются коэффициенты светопропускания цилиндрических световодов одинаковой длины, но с различным диаметром световедущей жилы ($D_1=50$ мкм; $D_2=100$ мкм). Расчет выполнить для параллельного пучка лучей, распространяющихся под углом $\theta=10°$ к оси световода. Коэффициент отражения R_0 от границы раздела оболочка — сердцевина принять равным 0,9998; длина световода $l=1$ м.

Решение

Диаметр световедущей жилы оказывает существенное влияние лишь на оптические потери, обусловленные неполнотой внутреннего отражения от границы раздела оболочка — жила. С учетом этого светопропускание волокна можно выразить формулой

$$\tau_в = AR_0^{l(\operatorname{tg}\theta)/D},$$

где A — некоторая постоянная; R_0 — коэффициент отражения излучения от границы жила — оболочка. Отсюда следует, что

$$\tau_{в2}/\tau_{в1} = R_0^{l(1/D_2-1/D_1)\operatorname{tg}\theta} = 0{,}9998^{(10^4-2\cdot10^4)\cdot0{,}176} = 1{,}42.$$

4.6.60. Каким образом обеспечивается оптическая изоляция волокон в волоконном жгуте (световом кабеле)? Назовите основные факторы, ограничивающие светопропускание цилиндрического световода.

4.6.61*. Полагая, что поток излучения при распространении по световоду затухает в соответствии с законом Бугера — Ламберта, докажите, что отношение потерь мощности на единицу длины световода к мощности, прошедшей через данный участок световода, равно показателю поглощения вещества.

Глава 5
МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 5.1. НАМАГНИЧЕННОСТЬ И МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

5.1.1. Почему диамагнетики намагничиваются противоположно направлению вектора напряженности внешнего магнитного поля? Как влияет температура на диамагнитную восприимчивость?

5.1.2. К какому классу веществ по магнитным свойствам относятся полупроводники кремний и германий, химические соединения типа $A^{III}B^{V}$?

5.1.3. Как изменяется магнитная восприимчивость парамагнетиков с повышением температуры? Может ли быть достигнуто магнитное насыщение парамагнитных веществ?

5.1.4. Назовите основные механизмы намагничивания ферромагнетика, приводящие к нелинейной зависимости магнитной индукции от напряженности магнитного поля.

5.1.5. Почему доменные границы имеют тенденцию возникать на немагнитных включениях внутри магнитной фазы?

5.1.6. Почему в области магнитного насыщения ферромагнетика намагниченность материала возрастает с увеличением напряженности магнитного поля? Как влияет температура на изменение намагниченности в области технического насыщения?

5.1.7. Могут ли обладать ферромагнитными свойствами сплавы, состоящие из неферромагнитных элементов?

5.1.8. Объясните, как и почему изменяется индукция насыщения ферромагнетиков при повышении температуры.

5.1.9. Объясните, чем определяются направления векторов спонтанных намагниченностей в доменах и расположение доменных границ в отсутствии внешнего магнитного поля.

5.1.10. Чем отличается спиновое обменное взаимодействие в ферро- и антиферромагнетиках?

5.1.11. Назовите основные факторы, определяющие энергию доменных границ.

5.1.12. Как влияет температура на энергию магнитной кристаллографической анизотропии? Почему ферромагнетик разби-

вается на домены? Чем определяются размеры доменов и толщина доменных стенок?

5.1.13*. В однородное магнитное поле помещен цилиндр из ферромагнитного материала с высокой магнитной проницаемостью так, что ось цилиндра перпендикулярна вектору напряженности магнитного поля. Изобразите распределение линий магнитной индукции.

5.1.14. В нейтральном атоме железа два электрона находятся в $4s$-состоянии при не полностью заполненной внутренней $3d$-оболочке. Учитывая, что при ионизации сначала удаляются $4s$-электроны, приведите распределение электронов по энергетическим состояниям в свободном атоме железа, а также в двух- и трехвалентных ионах железа.

5.1.15. Вычислите в магнетонах Бора ($\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ А·м^2) магнитный момент ионов Co^{2+}, Ni^{2+}, Fe^{3+}. Укажите катион, магнитный момент которого равен магнитному моменту иона Mn^{2+}. Вкладом орбитального движения электронов в магнитный момент катионов пренебречь.

5.1.16. Диамагнитная восприимчивость меди $k_м = -9{,}5 \cdot 10^{-6}$. Определите намагниченность и магнитную индукцию в медном проводе при воздействии на него однородного магнитного поля напряженностью 1000 А/м. Укажите, как ориентированы векторы намагниченности и магнитной индукции относительно друг друга.

5.1.17. Укажите, следствием какого универсального закона являются диамагнитные свойства вещества. Почему парамагнетизм, в отличие от диамагнетизма, не универсален? Как зависит диамагнитная восприимчивость химического элемента от его места в Периодической системе элементов?

5.1.18. При насыщении магнитная индукция чистого железа $B = 2{,}2$ Тл. Учитывая, что элементарная ячейка кристаллической решетки железа представляет собой объемно-центрированный куб с ребром $a = 0{,}286$ нм, рассчитать магнитный момент, приходящийся на один атом железа (в магнетонах Бора).

Решение

При магнитном насыщении ферромагнетиков $H \ll J_м$. Поэтому $J_м \approx B/\mu_0$. Число атомов железа в единице объема $N = K/a^3$, где K — кратность элементарной ячейки, т. е. число атомов, приходящихся на одну ячейку. В случае объемно-центрированного куба $K = 2$.

Магнитный момент, приходящийся на один атом,

$$M = \frac{J_м}{\mu_B N} \approx \frac{Ba^3}{\mu_0 K \mu_B} = \frac{2{,}2 \cdot (0{,}286 \cdot 10^{-9})^3}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 9{,}274 \cdot 10^{-24}} = 2{,}21.$$

Полученный результат показывает, что в кристаллической решетке железа число нескомпенсированных спинов в расчете на

один атом меньше, чем в свободном атоме железа, магнитный момент которого $M_{Fe}=4\mu_B$.

5.1.19. Магнитная индукция насыщения металлического никеля, имеющего плотность 8960 кг/см^3, равна 0,65 Тл. Определить магнитный момент, приходящийся на один атом никеля (в магнетонах Бора).

5.1.20. Для α-железа, кристаллизующегося в структуре кубической симметрии, константы магнитной кристаллографической анизотропии имеют следующие значения: $K_1=4{,}2\cdot10^4$ Дж/м^3; $K_2=1{,}5\cdot10^4$ Дж/м^3. Показать, что кристаллографические направления типа [100] являются осями легкого намагничивания, а направления семейства {111} — осями трудного намагничивания. Определить энергию магнитной кристаллографической анизотропии.

Решение

Для кристаллов кубической симметрии энергия магнитной анизотропии, отнесенная к единице объема ферромагнетика,

$$W_к=K_0+K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2+\alpha_2^2\alpha_3^2+\alpha_1^2\alpha_3^2)+K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2,$$

где α_1, α_2 и α_3 — косинусы углов между направлениями вектора намагниченности и ребрами куба.

При намагничивании вдоль направления [100] направляющие косинусы принимают значения: $\alpha_1=1$; $\alpha_2=0$; $\alpha_3=0$. Поэтому $W_{100}=K_0$.

Аналогичный результат получим для любого другого направления семейства {100}.

Если намагничивание производится вдоль кристаллографического направления [110], то $\alpha_1=\alpha_2=1/\sqrt{2}$; $\alpha_3=0$. Отсюда следует, что

$$W_{110}=K_0+K_1(1/4+0+0)+K_2\cdot0=K_0+K_1/4.$$

При намагничивании в направлении [111] $\alpha_1=\alpha_2==\alpha_3=1/\sqrt{3}$. Поэтому

$$W_{111}=K_0+\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)K_1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}K_2=$$

$$=K_0+\frac{1}{3}K_1+\frac{1}{27}K_2.$$

Так как K_1 и K_2 положительны, то из полученных результатов можно сделать вывод о том, что намагничивание в направлении [111] связано с наибольшими энергетическими затратами. Энергию $W_к$, требуемую для поворота вектора намагниченности от оси легкого намагничивания в направлении оси трудного намаг-

ничивания, т. е. энергию анизотропии, можно найти в виде разности:

$$W_к = W_{111} - W_{100} = K_1/3 + K_2/27 = 1{,}456 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3 = \\ = 14{,}56 \text{ кДж/м}^3.$$

5.1.21*. Измерения дают следующие значения констант магнитной кристаллографической анизотропии для никеля, имеющего структуру гранецентрированного куба: $K_1 = -5{,}1 \cdot 10^3$ Дж/м^3; $K_2 = 0$. Пользуясь этими данными, определить направления осей: а) легкого, б) трудного намагничивания в монокристаллах никеля.

5.1.22. Объясните, как влияют магнитная анизотропия и магнитострикционная деформация на значение начальной магнитной проницаемости ферромагнитных материалов.

5.1.23. Из экспериментальных данных следует, что при температуре 700°С намагниченность насыщения чистого железа $J_{мs}$ составляет 0,55 намагниченности насыщения $J_{м0}$ при $T = 0$ К и $J_{мs} = 0{,}296 J_{м0}$ при температуре 750°С. Путем экстраполяции экспериментальных данных найдите температуру Кюри для железа.

Решение

Намагниченность насыщения резко падает по мере приближения к точке Кюри $\Theta_К$. В окрестности этой точки выполняется соотношение $y = J_{мs}/J_{м0} = \alpha \sqrt{1 - T/\Theta_К}$, где α — константа для данного материала. Отсюда следует, что

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{\sqrt{1 - T_1/\Theta_К}}{\sqrt{1 - T_2/\Theta_К}}$$

и

$$\Theta_К = \frac{T_2 y_1^2 - T_1 y_2^2}{y_1^2 - y_2^2} = \frac{1023\,(0{,}55)^2 - 973\,(0{,}296)^2}{(0{,}55)^2 - (0{,}296)^2} = 1042 \text{ К} = 769°\text{С}.$$

5.1.24. Объясните, почему высоконикелевый пермаллой, имеющий примерно в два раза меньшую, чем железо и электротехническая сталь, индукцию насыщения, обладает вместе с тем существенно более высокой начальной магнитной проницаемостью.

5.1.25. Какими причинами обусловлен различный характер температурных зависимостей магнитной проницаемости магнитомягкого материала, измеряемой в слабом и сильном магнитных полях?

5.1.26. На рис. 59 приведены основные кривые намагничивания для двух магнитных материалов, полученные при комнатной температуре. Построить (качественно) температурные зависимости магнитной проницаемости этих материалов (при тем-

пературах, не превышающих точку Кюри Θ_K) при напряженности магнитного поля H_1.

5.1.27. Имеется два магнитных материала, для которых выполняются условия: $\mu_{max\,1} > \mu_{max\,2}$; $B_{s1} < B_{s2}$. Построить (качественно) на одном графике: а) основные кривые намагничивания для этих материалов; б) зависимости относительной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля.

5.1.28. Как изменяются направления спиновых моментов атомов в пределах границы домена в тонкой магнитной пленке, доменная структура которой изображена на рис. 60, где направления магнитных моментов доменов обозначены стрелками? Укажите на рисунке направления осей легкого намагничивания в пленке.

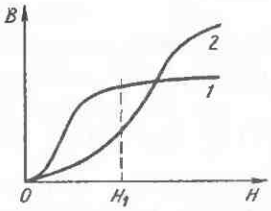


Рис. 59

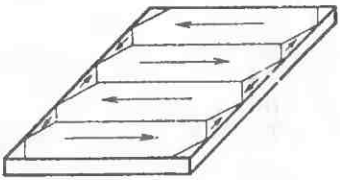


Рис. 60

5.1.29. В однородное магнитное поле индукцией B_0 перпендикулярно магнитному потоку помещена плоскопараллельная пластина из однородного изотропного ферромагнетика с магнитной проницаемостью μ. Определить магнитную индукцию B_1 и напряженность магнитного поля H_1 внутри ферромагнетика.

5.1.30. Какую форму петли гистерезиса должны иметь магнитные материалы, чтобы их магнитная проницаемость не зависела от напряженности магнитного поля?

5.1.31. При напряженности магнитного поля $H = 10^4$ А/м магнитная индукция в висмуте $B = 12{,}564$ мТл. Определить магнитную восприимчивость $k_м$ вещества. Какой вывод можно сделать о природе намагниченности?

5.1.32. Справедливо ли утверждение, что ферромагнетики с максимальной спонтанной намагниченностью должны иметь максимальную начальную магнитную проницаемость?

5.1.39. Каким образом можно измерить намагниченность насыщения ферромагнетика?

5.1.34. Магнитная восприимчивость никеля при температурах 400 и 800°С равна соответственно $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ и $1{,}14 \cdot 10^{-4}$. Определить температуру Кюри и магнитную восприимчивость при $T = 600$°С.

§ 5.2. ФЕРРОМАГНЕТИКИ В ПЕРЕМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

5.2.1. На рис. 61 изображена динамическая петля гистерезиса тороидального магнитного сердечника, полученная на частоте 1 МГц. Путем графических построений с последующим расчетом найти тангенс угла магнитных потерь и добротность сердечника. Определить активную мощность, выделяющуюся в сердечнике, используемом в катушке индуктивностью $L=10$ мГн, если по обмотке катушки проходит ток $I=1$ мА частотой 1 МГц.

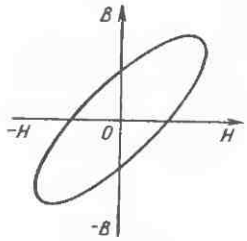


Рис. 61

Получите выражение для комплексной магнитной проницаемости материала сердечника, полагая, что его эффективная магнитная проницаемость на частоте 1 МГц равна 200.

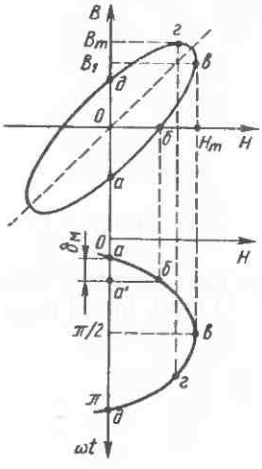


Рис. 62

Решение

На высоких частотах изменения индукции в ферромагнетике отстают от изменения напряженности магнитного поля на угол $\delta_м$, который называется углом магнитных потерь. Этот угол определяется длиной отрезка aa' (рис. 62) на зависимости $H=H_m\sin\omega t$, где точка a соответствует моменту времени, когда $H=0$, а точка a' — моменту, когда $B=0$. Из рис. 62 следует, что $\delta_м\approx\pi/8$ и $\operatorname{tg}\delta_м=0{,}414$. Добротность сердечника $Q_м=(\operatorname{tg}\delta_м)^{-1}=2{,}41$.

Активная мощность, выделяющаяся в сердечнике,

$$P_а=I^2\omega L\operatorname{tg}\delta_м=(10^{-3})^2\cdot 2\pi\cdot 10^6\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}414=2{,}6\cdot 10^{-2}\ \text{Вт}.$$

Комплексная магнитная проницаемость $\tilde{\mu}=\mu'-j\mu''$, где $\mu'=\mu$; $\mu''=\mu\operatorname{tg}\delta_м$, т. е. $\tilde{\mu}=200-j82{,}8$.

Примечание. Угол магнитных потерь может быть найден и другим способом. Из определения $\delta_м$ следует, что

$$H=H_m\sin\omega t;\quad B=B_m\sin(\omega t-\delta_м).$$

При $\omega t=\pi/2$ (точка *в* на рис. 62)

$$H=H_m;\quad B=B_m\sin(\pi/2-\delta_м)=B_m\cos\delta_м=B_1.$$

При $\omega t=\pi/2+\delta_м$ (точка *г* на рис. 62) $B=B_m$. Отсюда $\cos\delta_м=B_1/B_m$. Взяв значения B_1 и B_m из рис. 62 (в относительных единицах), получаем $\cos\delta_м=0{,}92$; $\delta_м=23°\approx\pi/8$.

5.2.2*. В слабых магнитных полях петля гистерезиса приближенно описывается эмпирической формулой Рэлея:

$$B=\mu_0\left[(\mu_н+\beta H_m)H\mp\frac{\beta}{2}(H_m^2-H^2)\right],$$

где знак минус соответствует интервалу возрастания H, а знак плюс — интервалу уменьшения H. Пользуясь этой формулой, построить петлю гистерезиса и определить потери на гистерезис в кольцевом магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения $S=25$ мм² и средней длиной магнитного контура $l_{ср}=50$ мм при воздействии на него переменного магнитного поля частотой 50 Гц и амплитудой напряженности $H_m=20$ А/м. Начальная магнитная проницаемость материала сердечника $\mu_н=1000$, эмпирическая постоянная $\beta=200$ м/А.

Решение

Подстановка исходных данных в формулу Рэлея приводит к зависимостям:
при возрастании H

$$B=1{,}26\cdot10^{-4}H^2+6{,}3\cdot10^{-3}H-5{,}03\cdot10^{-2};$$

при уменьшении H

$$B=-1{,}26\cdot10^{-4}H^2+6{,}3\cdot10^{-3}H+5{,}03\cdot10^{-2}.$$

Результаты расчетов петли гистерезиса по приведенным формулам показаны на рис. 63.

Потери на гистерезис за один цикл перемагничивания, отнесенные к единице объема сердечника, определяются площадью статической петли:

$$\frac{W_г}{V}=\oint B\,dH=\int_{-H_m}^{H_m}(B_\downarrow-B_\uparrow)\,dH=\frac{4}{3}\beta\mu_0H_m^3,$$

где $B_\downarrow$ соответствует уменьшению H, $B_\uparrow$ — возрастанию H. На частоте 50 Гц потери на вихревые токи не играют существенной роли, поэтому петлю на рис. 63 можно рассматривать как статическую.

Активная мощность, выделяющаяся в сердечнике за счет потерь на гистерезис при циклическом перемагничивании полем частотой 50 Гц,

$$P_г=W_гVf=\frac{4}{3}\mu_0\beta H_m^3Sl_{ср}f=$$

$$=\frac{4}{3}\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot200\cdot(20)^3\cdot25\cdot10^{-6}\cdot50\cdot10^{-3}\cdot50=$$

$$=1{,}67\cdot10^{-4}\text{ Вт}=167\text{ мкВт}.$$

5.2.3*. При испытании магнитного сердечника на частоте $f=1$ кГц с помощью установки, схема которой представлена на рис. 64, были получены следующие результаты: $U_G=300$ мВ, $U_R=30$ мВ. Вычислить магнитную проницаемость, индукцию и напряженность магнитного поля в кольцевом сердечнике размерами $R\times r\times h=30\times20\times10$ мм, если число витков измерительной обмотки $n=30$, а сопротивление резистора, ограничивающего ток в измерительном контуре, $R_0=10$ Ом.

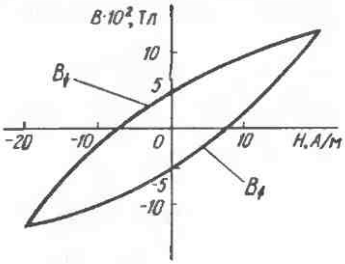


Рис. 63

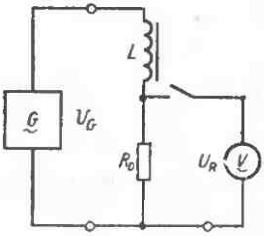


Рис. 64

Решение

По измеренному значению падения напряжения на резисторе R_0 определяем ток в измерительном контуре:

$$I=U_R/R_0=30\cdot10^{-3}/10=3\cdot10^{-3}\ \text{А}=3\text{мА}.$$

Пренебрегая активным сопротивлением обмотки и потерями в магнитном сердечнике, находим падение напряжения на катушке индуктивности:

$$U_L=\sqrt{U_G^2-U_R^2}=\sqrt{(300)^2-(30)^2}=298{,}5\ \text{мВ}.$$

Индуктивность катушки с исследуемым сердечником

$$L=U_L/(\omega I)=298{,}5\cdot10^{-3}/(2\pi\cdot10^3\cdot3\cdot10^{-3})=15{,}836\cdot10^{-3}\ \text{Гн}.$$

Учитывая, что потокосцепление $\Psi=nBS=LI$, где S — площадь поперечного сечения сердечника, находим индукцию магнитного поля в сердечнике

$$B=\frac{LI}{nS}=\frac{LI}{n(R-r)h}=\frac{15{,}836\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^{-3}}{30(30-20)\cdot10^{-3}\cdot10\cdot10^{-3}}=$$

$$=15{,}836\cdot10^{-3}\ \text{Тл}.$$

При известном токе в обмотке напряженность магнитного поля в кольцевом сердечнике

$$H=\frac{nI}{l_{\text{ср}}}=\frac{nI}{2\pi r_{\text{ср}}}=\frac{30\cdot3\cdot10^{-3}}{2\pi\cdot25\cdot10^{-3}}=0{,}573\ \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

где $l_{ср}$ — средняя длина магнитного контура в сердечнике. Тогда относительная магнитная проницаемость материала сердечника

$$\mu = B/(\mu_0 H) = 15{,}836 \cdot 10^{-3}/(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}573) = 2{,}2 \cdot 10^4.$$

5.2.4. На кольцевой ферритовый сердечник размерами $R \times r \times h = 16 \times 8 \times 8$ мм, изготовленный из материала марки 2000 НН, нанесена измерительная обмотка, содержащая десять витков. Определить, каким должно быть напряжение U_G, чтобы ток в измерительной схеме (см. рис. 64) при испытаниях на частоте 1 МГц составлял 10 мА. Сопротивление образцового резистора $R_0 = 47$ Ом.

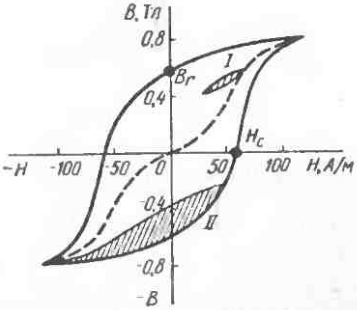


Рис. 65

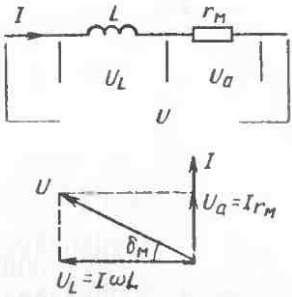


Рис. 66

5.2.5. На рис. 65 изображены основная кривая (штриховая) намагничивания и предельная петля гистерезиса, которые получены для тороидального магнитного сердечника с двумя изолированными намагничивающими обмотками. Как в этом случае можно получить частные петли гистерезиса *I* и *II* (заштрихованные области на рис. 65)?

5.2.6. Пользуясь рис. 65, определить реверсивную магнитную проницаемость материала для случая, когда перемагничивание осуществляется по частной петле гистерезиса *I*.

5.2.7*. Докажите, что потери на перемагничивание, отнесенные к единице объема материала сердечника (удельные потери), могут быть вычислены по формуле $p_м = P_а/V = \mu_0 \mu \omega H^2 \operatorname{tg} \delta_м$.

Решение

На рис. 66 представлены эквивалентная схема и векторная диаграмма катушки индуктивности с магнитным сердечником. Пренебрегая активным сопротивлением обмотки, для активной мощности, выделяющейся в катушке индуктивности из-за потерь, в сердечнике, получаем $P_а = r_м I^2 = I^2 \omega L \operatorname{tg} \delta_м$.

При заданном токе в обмотке напряженность магнитного поля в кольцевом сердечнике $H = In/l_{ср}$, где $l_{ср}$ — средняя длина

магнитного контура в сердечнике. Индуктивность катушки определяется выражением $L=\mu_0\mu n^2S/l_{ср}$, где μ — магнитная проницаемость кольцевого сердечника.

Окончательно имеем

$$P_a=\frac{H^2l_{ср}^2}{n^2}\omega\frac{\mu_0\mu n^2S}{l_{ср}}\operatorname{tg}\delta_м=H^2\mu_0\mu\omega V\operatorname{tg}\delta_м,$$

где $V=l_{ср}S$ — объем магнитного сердечника.

5.2.8. В сердечнике трансформатора удельные магнитные потери на гистерезис и на вихревые токи при частоте 2 кГц равны и составляют 2 Вт/кг. Определить суммарные удельные магнитные потери в сердечнике на частоте 400 Гц, если максимальная магнитная индукция в нем та же, что и на частоте 2 кГц.

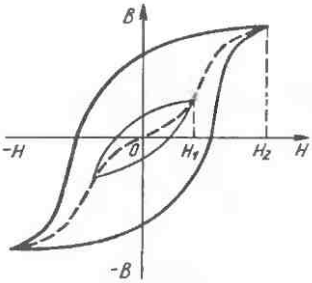


Рис. 67

5.2.9. В сердечнике трансформатора суммарные удельные магнитные потери на гистерезис и на вихревые токи при частотах 1 и 2 кГц составляют соответственно 2 и 6 Вт/кг (при неизменной максимальной индукции в сердечнике). Рассчитать магнитные потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 2 кГц.

Решение

Суммарные потери за один цикл перемагничивания линейно зависят от частоты:

$$W=P_a/f=P_г/f+P_т/f=\eta B_m^n+\xi B_m^2f,$$

где η, n и ξ — коэффициенты, зависящие от свойств материала и формы сердечника. Подставляя исходные данные, запишем для двух частот:

$$\eta B_m^n+\xi B_m^2\cdot 10^3=2/10^3;$$

$$\eta B_m^n+\xi B_m^2\cdot 2\cdot 10^3=6/(2\cdot 10^3).$$

Вычитая из одного уравнения другое, получаем $\xi B_m{}^2=10^{-6}$. Тогда $P_т=\xi B_m{}^2f^2=10^{-6}\cdot(2\cdot 10^3)^2=4$ Вт/кг.

5.2.10. Укажите, какими способами можно полностью размагнитить ранее намагниченный ферромагнитный образец.

5.2.11. На рис. 67 изображены основная кривая (штриховая) намагничивания магнитного материала и петли гистерезиса для двух значений амплитуды напряженности переменного магнитного поля ($H_1<H_2$). Полагая, что напряженность магнитного поля меняется по синусоидальному закону, изобразите форму

кривой, характеризующей изменение магнитной индукции во времени для каждого из двух значений H. При $H=H_2$ укажите на кривой мгновенные значения магнитной индукции для моментов времени, когда мгновенные значения напряженности магнитного поля равны нулю.

5.2.12. В сердечнике трансформатора на частоте 50 Гц потери на гистерезис при индукции магнитного поля 0,1 и 0,5 Тл составляют 0,15 и 1,97 Вт/кг соответственно. Определить потери на гистерезис на частоте 200 Гц при индукции магнитного поля 0,6 Тл.

Решение

Потери на гистерезис в единице объема ферромагнетика определяются выражением $P_г=\eta B_m{}^n f$. Отсюда следует, что

$$\frac{P_{г2}}{P_{г1}}=\frac{\eta B_{m2}^n f}{\eta B_{m1}^n f}=\left(\frac{B_{m2}}{B_{m1}}\right)^n;$$

$$n=\frac{\lg(P_{г2}/P_{г1})}{\lg(B_{m2}/B_{m1})}=\frac{\lg(1,97/0,15)}{\lg(0,5/0,1)}=1,6;$$

$$\eta=\frac{P_г}{B_m^n f}=\frac{1,97}{(0,5)^{1,6}\ 50}=0,12\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{Тл}^{1,6}).$$

Поскольку коэффициенты n и η не зависят от частоты и магнитной индукции, искомые потери $P_{г3}=0,12(0,6)^{1,6}\cdot 200=10,6$ Вт/кг.

5.2.13. Изобразите (качественно) зависимость потерь на перемагничивание ферромагнитного сердечника от напряженности магнитного поля.

5.2.14. На частоте 50 Гц удельные потери на вихревые токи в сердечнике из электротехнической стали при индукции магнитного поля $B=1,2$ Тл составляют 6,5 Вт/кг. Определить потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 400 Гц при магнитной индукции 0,5 Тл, если масса сердечника $m=0,5$ кг.

5.2.15. Объясните, как с помощью осциллографического метода можно получить основную кривую намагничивания ферромагнитного материала? Какую форму должен иметь образец исследуемого материала?

5.2.16. Чем обусловлена частотная дисперсия магнитной проницаемости различных материалов?

5.2.17. Почему переменный магнитный поток неравномерно распределяется по сечению сплошного магнитопровода? Как это сказывается на значении эффективной магнитной проницаемости сердечника?

5.2.18*. Определить удельные магнитные потери на вихревые токи в сердечнике трансформатора, набранном из листов электротехнической стали толщиной 0,35 мм, если на сердечник воздействует изменяющийся по синусоидальному закону магнит-

ный поток с частотой 50 Гц и максимальной индукцией 0,5 Тл, обусловленный прохождением переменного тока i по обмотке. Удельное сопротивление стали ρ принять равным 0,5 мкОм·м.

Решение

Вихревые токи $i_{вт}$ возникают в плоскости, расположенной перпендикулярно вектору магнитной индукции B. В сборном сердечнике трансформатора тонкий плоский лист длиной l, высотой b и толщиной h (рис. 68) пронизывается переменным магнитным потоком, направленным вдоль плоскости листа. В этом случае бо́льшие стороны контуров вихревых токов параллельны сторонам сечения листа. Выделим в теле листа полый цилиндр с основанием, ограниченным двумя контурами вихревого тока. Большие стороны этих контуров отстоят от вертикальной оси сечения листа соответственно на x и $x+$ $+\mathrm{d}x$. Так как $h \ll b$, то можно считать, что длина большой стороны контура вихревого тока равна высоте листа b. Тогда магнитный поток, пронизывающий полость цилиндра (рис. 68), $\Phi_x = 2xbB$. Действующее значение ЭДС, индуцируемой переменным потоком в стенке цилиндра, $U_x = \omega\Phi_x = 4\pi f x b B = 4\pi f x b B_m/\sqrt{2}$.

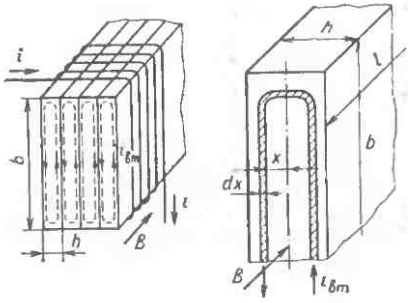


Рис. 68

Потери на вихревые токи в цилиндре $\mathrm{d}P_{вт} = U_x^2 \mathrm{d}\sigma_x$, где $\mathrm{d}\sigma_x$ — активная проводимость выделенного цилиндра.

Учитывая, что поперечное сечение цилиндра для вихревого тока равно $l\mathrm{d}x$, для проводимости цилиндра получим $\mathrm{d}\sigma_x = l\mathrm{d}x/(2b\rho)$. Отсюда следует, что

$$\mathrm{d}P_{вт} = \frac{U_x^2 l}{2b\rho}\,\mathrm{d}x = \frac{4\pi^2 f x^2 b l B_m^2}{\rho}\,\mathrm{d}x.$$

Мощность $P_т$, выделяемую за счет протекания вихревых токов во всем листе, найдем как сумму элементарных мощностей, создаваемых всеми контурами вихревых токов. Интегрируя, получим

$$P_{вт} = \frac{4\pi^2 f b l B_m^2}{\rho}\int_0^{h/2} x^2\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{6}\,\frac{B_m^2 h^3 b l f}{\rho} =$$

$$= 1{,}643 f B_m^2 h^2 V/\rho,$$

где $V = hbl$ — объем листа.

Таким образом, удельные потери на вихревые токи в сердечнике трансформатора

$$p = 1{,}643 B_m^2 f h^2/\rho = \frac{1{,}643 \cdot 0{,}25 \cdot 50 \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-4})^2}{0{,}5 \cdot 10^{-8}} = 5 \text{ Вт/м}^3.$$

5.2.19*. Сердечник трансформатора, собранный из листов электротехнической стали толщиной 0,5 мм, на частоте 50 Гц при амплитуде индукции магнитного поля 0,8 Тл имеет потери на вихревые токи 2,4 Вт. Какими будут эти потери, если сердечник той же формы и тех же размеров собрать из листов толщиной 0,35 мм, а амплитуду магнитной индукции уменьшить до 0,5 Тл? Как при этом изменятся потери на гистерезис?

§ 5.3. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ФЕРРИТОВ

5.3.1. Определить индукцию насыщения вблизи температуры 0 К для никелевого феррита $NiFe_2O_4$, кристаллизующегося в структуре обращенной шпинели с периодом решетки 0,834 нм. Магнитные моменты катионов Fe^{3+} и Ni^{2+} принять равными соответственно $5\mu_B$ и $2\mu_B$.

Решение

Феррит никеля характеризуется следующим распределением катионов по тетра- и октаэдрическим кислородным междоузлиям:

$$(\vec{Fe}^{3+})[\overleftarrow{Ni}^{2+}\overleftarrow{Fe}^{3+}]O_4.$$

В состав элементарной кубической ячейки входит восемь структурных единиц $NiFe_2O_4$, причем магнитные моменты катионов, находящихся в различных кислородных междоузлиях, антипараллельны. Поэтому намагниченность насыщения феррита

$$J_s = \frac{M}{V} = \frac{8\left(M_{Ni^{2+}} + M_{Fe^{3+}} - M_{Fe^{3+}}\right)}{a^3} = \frac{16\mu_B}{a^3}.$$

Отсюда индукция насыщения

$$B_s = \mu_0 I_s = \frac{16\mu_0\mu_B}{a^3} = \frac{16 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9{,}274 \cdot 10^{-24}}{(0{,}834 \cdot 10^{-9})^3} = 0{,}32 \text{ Тл}.$$

5.3.2. Чему равна намагниченность насыщения при температуре 0 К для феррограната гадолиния, если магнитные моменты катионов гадолиния и железа равны соответственно $7\mu_B$ и $5\mu_B$, а период кристаллической решетки соединения $a = 1{,}244$ нм?

5.3.3. Объясните, почему температура Кюри феррогранатов различных редкоземельных элементов отличается очень незначительно.

5.3.4. Запишите распределение катионов по кислородным междоузлиям для никель-цинкового феррита состава $Ni_{0,8}Zn_{0,2}Fe_2O_4$. Рассчитайте для этого материала индукцию насыщения при температуре вблизи абсолютного нуля и сравните полученный результат с индукцией насыщения для феррита никеля в тех же условиях. Период кристаллической решетки твердого раствора принять равным 0,84 нм.

5.3.5. Объясните, почему при замене части ионов Ni^{2+} немагнитными ионами Zn^{2+} наблюдается снижение температуры Кюри и увеличение начальной магнитной проницаемости феррита $NiFe_2O_4$.

5.3.6. Определить, как изменится намагниченность насыщения магнетита Fe_3O_4, если часть ионов Fe^{3+} замещена ионами Al^{3+}. Известно, что ионы Al^{3+} занимают в решетке шпинели октаэдрические кислородные междоузлия.

5.3.7. Объясните, почему температурная зависимость спонтанной намагниченности феррограната иттрия в отличие от феррограната гадолиния не имеет точки компенсации магнитных свойств. Приведите примеры других ферроганатов с температурной зависимостью без точки компенсации.

5.3.8*. Вычислить намагниченность насыщения смешанного феррита состава $Y_3Fe_{4,5}Ga_{0,5}O_{12}$ вблизи абсолютного нуля, если известно, что галлий занимает в кристаллической решетке тетраэдрические кислородные междоузлия. Как изменится температура Кюри при добавлении галлия к иттриевому феррогранату?

Решение

Распределение катионов по кислородным междоузлиям в феррите данного состава характеризуется схемой

$$\underset{C}{\{Y_3^{3+}\}}\ \underset{B}{[\overrightarrow{Fe}_2^{3+}]}\ \underset{A}{(\overleftarrow{Fe}_{2,5}^{3+}Ga_{0,5}^{3+})}\,O_{12}.$$

Магнитный момент катионов Y^{3+} и Ga^{3+} равен нулю. Суммарная намагниченность проявляется как разность намагниченностей подрешеток A и B. Магнитный момент в расчете на одну структурную единицу

$$M_s = M_A - M_B = 2{,}5M_{Fe^{3+}} - 2M_{Fe^{3+}} = 0{,}5\cdot 5\mu_B = 2{,}5\mu_B.$$

Намагниченность насыщения $J_{s0} = M_s K/a^3$, где K — кратность элементарной ячейки (для граната $K=8$). Период решетки всех ферроганатов близок 1,24 нм. Поэтому

$$J_{s0} = \frac{2{,}5\mu_B\cdot 8}{a^3} = \frac{2{,}5\cdot 9{,}274\cdot 10^{-24}\cdot 8}{(1{,}24)^3\cdot 10^{-27}} = 0{,}975\cdot 10^5\,\text{А/м}.$$

Разбавление подрешетки А немагнитными ионами приводит к ослаблению косвенного обменного взаимодействия типа А — 0 — В, что снижает устойчивость магнитной упорядоченности к тепловому воздействию. Поэтому при введении галлия в решетку иттриевого феррограната температура Кюри уменьшается.

5.3.9*. Рассчитать, в каком соотношении по массе необходимо смешать оксиды иттрия и железа, чтобы при спекании получить иттриевый феррогранат стехнометрического состава.

Решение

Химический состав феррограната можно представить в виде $2 \cdot Y_3Fe_5O_{12} = 3 \cdot Y_2O_3 \cdot 5 \cdot Fe_2O_3$. Отсюда получаем

$$m_{Y_2O_3}/m_{Fe_2O_3} = 3M_{Y_2O_3}/5M_{Fe_2O_3},$$

где M — молярная масса соответствующих оксидов ($M_{Y_2O_3} = 226$; $M_{Fe_2O_3} = 160$).

Таким образом, $m_{Y_2O_3}/m_{Fe_2O_3} = 0{,}6 \cdot 226/160 = 0{,}847$.

5.3.10. Объясните, почему ферриты с высокой начальной магнитной проницаемостью обычно обладают невысокой температурой Кюри.

5.3.11. Какие условия необходимы для появления цилиндрических магнитных доменов (ЦМД) в магнитном материале? Возможно ли образование ЦМД в кристаллах кубической симметрии?

5.3.12. Определить магнитные потери в сердечнике К40×20×7,5 из феррита марки 2000 НМ на частоте 0,1 МГц при пропускании через намагничивающую обмотку тока 40 мА. Обмотка состоит из 100 витков, добротность сердечника в данных условиях равна 10. Магнитную проницаемость сердечника при рабочей напряженности поля принять равной $\mu_н$.

5.3.13. Найти удельные магнитные потери в ферритовом сердечнике марки 2000 НН, перемагничивающегося на частоте 0,1 МГц магнитным полем напряженностью $H_m = 4$ А/м, если в данных условиях $\operatorname{tg} \delta_м = 0{,}2$, магнитная проницаемость $\mu = 2500$.

5.3.14. Кольцевой сердечник размерами $R \times r \times h = 16 \times 8 \times 8$ мм, изготовленный из феррита марки 20000 НМ, на частоте 0,01 МГц имеет $\operatorname{tg} \delta_м = 0{,}5$. На сердечник намотана обмотка из 20 витков. Найти эквивалентное сопротивление потерь в сердечнике в слабых магнитных полях.

5.3.15. На рис. 69 условно показана магнитная структура границы домена, называемой стенкой Блоха (имеющей толщину h), в пленке феррита с одноосной магнитной анизотропией. В средней части спиновые моменты атомов M_i ориентированы параллельно плоскости стенки. Укажите на рисунке, как должен быть направлен вектор напряженности внешнего магнитного поля, чтобы под его действием произошло перемещение границы до-

мена влево? Какие доменные структуры могут наблюдаться в таких пленках? Укажите направления легкого намагничивания в пленке.

5.3.16. Изобразите (качественно) температурные $\mu(T)$ и частотные $\mu(f)$ зависимости магнитной проницаемости ферритов марок 4000 НМ и 1000 НМ, исходя из общих закономерностей изменения свойств марганец-цинковых ферритов. Сравните эти материалы по следующим параметрам: начальной магнитной проницаемости $\mu_н$; граничной частоте $f_{гр}$; тангенсу угла магнитных потерь $\operatorname{tg}\delta_м$; коэрцитивной силе H_c; удельному электрическому сопротивлению ρ; температурному коэффициенту магнитной проницаемости α_μ; температуре Кюри $\Theta_К$; удельным потерям на вихревые токи $p_{вт}$; удельным потерям на гистерезис $p_г$.

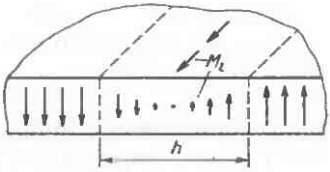


Рис. 69

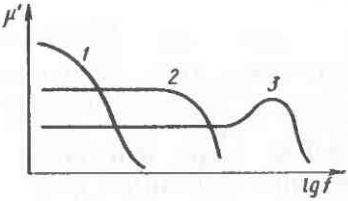


Рис. 70

5.3.17. Кольцевой ферритовый сердечник массой $m=0{,}1$ кг перемагничивается переменным магнитным полем напряженностью $H_m=1$ кА/м частотой $f=10^4$ Гц. Определить мощность, выделяемую в сердечнике, если магнитная проницаемость материала $\mu=1000$; $\operatorname{tg}\delta_м=2\cdot10^{-2}$; плотность феррита $d=4{,}5$ Мг/м^3.

5.3.18. Кольцевой ферритовый сердечник размерами $16\times8\times\times8$ мм и магнитной проницаемостью $\mu=1000$ имеет обмотку, содержащую 100 витков. Измерениями установлено, что на частоте 0,1 МГц при токе 100 мА в катушке выделяется активная мощность 0,313 Вт, а в отсутствие магнитного сердечника при том же токе в обмотке выделяется лишь 0,1 Вт. Определить добротность сердечника.

5.3.19. Почему температура Кюри большинства ферритов с высокой магнитной проницаемостью меньше температуры Кюри ферромагнитных металлов переходной группы (Co, Ni, Fe)?

5.3.20. Чем и почему отличаются предельные петли гистерезиса металлических ферромагнетиков и ферритов? Изложите методику экспериментального определения петли гистерезиса и основной кривой намагничивания.

5.3.21. На рис. 70 изображены частотные зависимости действительной части комплексной магнитной проницаемости металлического ферромагнетика 1 и ферритов 2 и 3. Изобразите на этом же графике (качественно) частотные зависимости мнимой части комплексной магнитной проницаемости μ'' этих материалов.

5.3.22*. Пористость ферритовых стержней круглого сечения диаметром $D_ф = 10$ мм составляет 3%. Стержни изготовлены по керамической технологии путем обжига предварительно спрессованных заготовок. Каким должен быть диаметр заготовок $D_з$, если их пористость составляет 27%?. Определить относительное уменьшение длины стержня при обжиге.

Решение

Полагая, что общее количество материала в заготовке и в готовом феррите остается неизменным, можем записать $V_з(1-0{,}27) = V_ф(1-0{,}03)$, где $V_з$ и $V_ф$ — объем заготовки и готового стержня после обжига. Считая, что $V_з = KD_з^3$ и $V_ф = KD_ф^3$, где K — коэффициент пропорциональности, получаем

$$D_з = D_ф \sqrt[3]{(1-0{,}03)/(1-0{,}27)} = 11 \text{ мм}.$$

Относительное уменьшение длины стержня при обжиге

$$\Delta l/l = (D_з - D_ф/D_з \approx 9{,}1\%.$$

5.2.23. Какое влияние оказывает диэлектрическая проницаемость на магнитные характеристики кольцевых ферритовых сердечников?

§ 5.4. ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

5.4.1. Назовите магнитомягкие и магнитотвердые ферромагнетики, на основе которых получают композиционные магнитные материалы — магнитодиэлектрики и магнитопласты. Почему применительно к магнитодиэлектрикам употребляют термин «эффективная магнитная проницаемость»? Какова технология изготовления изделий из этих материалов?

5.4.2. Какие физические параметры магнитного материала определяют размеры цилиндрических магнитных доменов?

5.4.3. Что понимают под константой магнитострикции? Какой физический смысл имеет знак константы магнитострикции? Чем отличается магнитострикция в монокристаллических и поликристаллических ферромагнетиках? Приведите примеры практического использования явления магнитострикции.

5.4.4. Какими технологическими приемами достигается текстурование электротехнических сталей? Назовите основное требование, которому должна удовлетворять конструкция магнитопровода, чтобы эффективно проявлялись свойства текстурированных сталей?

5.4.5. Чем объясняется высокая магнитная проницаемость пермаллоев?

5.4.6. Объясните природу коэрцитивности бариевых ферритов и ферромагнитных сплавов системы Fe — Ni — Al. Какими тех-

нологическими приемами удается получить из этих материалов постоянные магниты с анизотропными свойствами?

5.4.7. Укажите, как можно экспериментально определить напряженность магнитного поля в зазоре электромагнита? На каких физических эффектах основан принцип действия магнитных датчиков?

5.4.8. Определить коэрцитивную силу кольцевого ферромагнитного сердечника, если для его размагничивания через обмотку, содержащую 100 витков, требуется пропустить ток 63 мА. Средний диаметр кольца 20 мм.

5.4.9. Кольцевой магнитопровод имеет площадь поперечного сечения $S=100$ мм² и среднюю длину магнитного контура $l_{ср}=0{,}1$ м. На сердечник намотана обмотка с числом витков $n=100$. Определить магнитный поток через сердечник при токе в обмотке $I=1$ А, если магнитная проницаемость материала сердечника равна 2000.

5.4.10. Определить индуктивность катушки с кольцевым магнитным сердечником размерами $R\times r\times h=30\times20\times10$ мм и обмоткой, состоящей из 200 витков. Сердечник изготовлен из высоконикелевого пермаллоя с относительной магнитной проницаемостью $\mu=50\,000$ (при рабочей напряженности магнитного поля).

5.4.11. Катушка с ферритовым тороидальным сердечником диаметром 10 мм имеет индуктивность 0,12 Гн и содержит 1000 витков. Определить ток в катушке, при котором магнитная индукция в сердечнике равна 0,1 Тл.

5.4.12. Найти индуктивность соленоида, имеющего 200 витков, намотанных на диэлектрическое основание, длиной $l=50$ мм. Площадь поперечного сечения основания $S=50$ мм². Как изменится индуктивность катушки, если в нее введен цилиндрический ферритовый сердечник, имеющий магнитную проницаемость $\mu=400$, определенную с учетом размагничивающего действия воздушного зазора?

Решение

Индуктивность соленоида, длина которого достаточно велика по сравнению с диаметром.

$$L_0=\mu_0\frac{n^2S}{l}=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot(200)^2\cdot50\cdot10^{-6}}{50\cdot10^{-3}}=50{,}2\ \text{мкГн}.$$

При введении магнитного сердечника индуктивность катушки возрастает пропорционально магнитной проницаемости сердечника:

$$L_1=\mu_0\mu\frac{n^2S}{l}=\mu\cdot50{,}2\cdot10^{-6}=400\cdot50{,}2\cdot10^{-6}=20\ \text{мГн}.$$

5.4.13. Соленоид с числом витков $n=100$ имеет ферритовый сердечник длиной 30 мм с площадью поперечного сечения 25 мм².

Кривая намагничивания сердечника показана на рис. 71. Найти индуктивность соленоида, если по его обмотке проходит ток: а) 60 мА; б) 300 мА; в) определить значение тока, при котором индуктивность соленоида максимальна.

5.4.14. Определить, сколько витков необходимо намотать на магнитный сердечник длиной 100 мм и диаметром 8 мм, чтобы получить индуктивность катушки $L=10$ мГн. Магнитную проницаемость сердечника считать равной 500.

5.4.15. Тороидальный сердечник из пермаллоя с внутренним диаметром 30 мм и наружным диаметром 40 мм имеет обмотку из 200 витков. При пропускании через обмотку тока 0,5 А в сердечнике создается магнитное поле индукцией 1,5 Тл. Определить магнитную проницаемость сердечника.

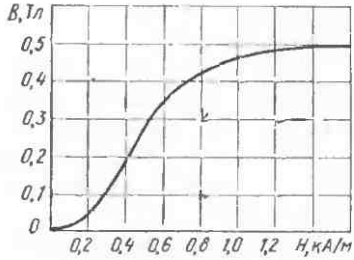


Рис. 71

5.4.16. Найти намагниченность $J_м$ парамагнетика, находящегося внутри соленоида длиной $l=30$ см с сечением $S=2$ см^2 и числом витков $n=300$, когда по обмотке проходит ток $I=1{,}5$ А. Индуктивность соленоида $L=7{,}55\cdot10^{-5}$ Гн.

5.4.17. Определить магнитную индукцию ферромагнитного сердечника, помещенного внутрь соленоида длиной $l=20$ см с числом витков $n=800$, если по обмотке проходит ток 0,2 А, а эффективная магнитная проницаемость сердечника $\mu=200$.

5.4.18. Кольцевой ферритовый сердечник со средним диаметром $d_{ср}=25$ мм имеет воздушный зазор длиной 1 мм. При пропускании тока 0,17 А через обмотку сердечника, состоящую из 500 витков, в зазоре создается магнитная индукция $B_0=0{,}1$ Тл. Определить магнитную проницаемость феррита.

Решение

В соответствии с законом полного тока $H_м l_м + H_0 l_0 = nI$, где $H_м$, H_0 — напряженность магнитного поля в сердечнике и воздушном зазоре соответственно; $l_м$ — средняя длина контура — линии магнитной индукции в сердечнике; l_0 — длина зазора.

Так как линии магнитной индукции непрерывны, то магнитная индукция в сердечнике $B_м=B_0$.

Учитывая, что $B_м=\mu_0\mu H$, $B_0=\mu_0 H_0$, получаем $B_0 l_м/(\mu_0\mu)+$ $+B_0 l_0/\mu_0=nI$. Отсюда магнитная проницаемость

$$\mu=\frac{B_0 l_м}{\mu_0 nI - Bl_0}=\frac{B_0(\pi d_{ср}-l_0)}{\mu_0 nI - Bl_0}=\frac{0{,}1\cdot(\pi\cdot25\cdot10^{-3}-10^{-3})}{4\cdot\pi\cdot10^{-7}\cdot500\cdot0{,}17-0{,}1\cdot10^{-3}}=$$

$$=1140.$$

5.4.19*. Кольцевой магнитный сердечник со средним диаметром 40 мм изготовлен из магнитомягкого феррита, кривая намагничивания которого (сплошная линия *1*) показана на рис. 72. В сердечнике имеется воздушный зазор $l_0=1$ мм. Число витков обмотки сердечника $n=500$. Найти напряженность магнитного поля в воздушном зазоре при токе в катушке $I=0{,}3$ А. Как изменится напряженность поля в зазоре, если при прочих неизменных условиях он будет увеличен вдвое?

Решение

Вследствие непрерывности магнитного потока индукция одинакова в сердечнике и зазоре: $B=B_0=\mu_0 H_0$. Отсюда с учетом закона полного тока (см. решение задачи 5.4.8) получаем

$$B=\frac{\mu_0 nI}{l_0}-\frac{\mu_0 l_м}{l_0}H=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot500\cdot0{,}3}{10^{-3}}-$$

$$-\frac{4\pi\cdot10^{-7}(\pi\cdot40\cdot10^{-3}-10^{-3})}{10^{-3}}H=18{,}85\cdot10^{-2}-1{,}565\cdot10^{-4}\,H.$$

Полученная зависимость показана на рис. 72 в виде прямой линии *2*. На пересечении ее с кривой намагничивания материала (*1*) магнитная индукция равна B_1, а напряженность поля в сердечнике H_1. Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_0=B_1/\mu_0=18{,}7\cdot10^{-2}/(4\pi\cdot10^{-7})=$$
$$=1{,}49\cdot10^5\ \text{А/м}.$$

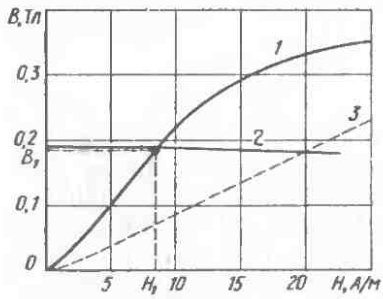


Рис. 72

С увеличением зазора магнитная индукция, а значит и напряженность поля в зазоре, уменьшаются. Аналогичный расчет для $l_0=2$ мм дает $H_0=0{,}75\cdot10^5$ А/м, т. е. напряженность поля в воздушном зазоре снижается в два раза.

5.4.20*. На рис. 72 представлена кривая намагничивания *1* кольцевого сердечника со средним диаметром $d_{ср}=40$ мм, изготовленного из феррита марки 10000 НМ. Как изменится ход кривой намагничивания сердечника, если в нем создать зазор $l_0=0{,}01$ мм?

Решение

Напряженность внешнего поля (совпадающая по направлению с напряженностью поля внутри замкнутого кольца) определяется выражением $H=In/l_{ср}$, где $l_{ср}=\pi d_{ср}$ — средняя длина силовой линии магнитного поля внутри кольца. В соответствии с законом полного тока

$$H=\frac{H_1 l_1}{l_{ср}}+\frac{H_0 l_0}{l_{ср}}=\frac{H_1 l_1}{l_{ср}}+\frac{B l_0}{\mu l_{ср}},$$

где H_1, H_0 — напряженности магнитного поля в сердечнике и зазоре соответственно; l_1 — длина сердечника. Учитывая, что $l_{ср}=l_1+l_0$, $l_0 \ll l_1$, получаем

$$H=H_1-\frac{H_1 l_0}{l_{ср}}+\frac{B l_0}{\mu_0 l_{ср}} \approx H_1+\frac{l_0}{\mu_0 l_{ср}} B.$$

Таким образом, для разрезанного кольца при каждом выбранном значении индукции напряженность внешнего магнитного поля определяется выражением

$$H=H_1+\frac{0{,}01B}{4\pi \cdot 10^{-7}\pi \cdot 40}=H_1+63{,}5\ B.$$

Результаты расчета представлены кривой *3* на рис. 72.

5.4.21*. Используя решение предыдущей задачи, определить, как изменится индуктивность катушки с кольцевым сердечником при напряженности магнитного поля $H=10$ А/м, если в сердечнике сделать зазор $l_0=0{,}01$ мм. С какой целью вводят воздушный зазор в магнитную цепь сердечника катушки индуктивности?

Решение

При наличии зазора уменьшается магнитная индукция в сердечнике при заданной напряженности поля (см. решение задачи 5.4.20 и рис. 72), что приводит к снижению магнитной проницаемости сердечника. Индуктивность катушки $L=\mu_0 \mu n^2 S/l_{ср}$, где μ — магнитная проницаемость сердечника. Отсюда следует, что $L_1/L_2=\mu_1/\mu_2$, где L_1 и L_2 — индуктивность катушки с замкнутым и разомкнутым кольцевым сердечником соответственно. Из рис. 72 при $H=10$ А/м имеем

$$\mu_1=\frac{0{,}22}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}=17\,500; \qquad \mu_2=\frac{0{,}085}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}=6760.$$

Таким образом, $L_1/L_2=17\,500/6760=2{,}6$, т. е. даже очень небольшой зазор в магнитной цепи сердечника существенно снижает индуктивность катушки. При увеличении воздушного зазора кривая зависимости магнитной индукции в сердечнике от напряженности магнитного поля становится более пологой, почти линейной (рис. 72), однако при этом уменьшается влияние на индуктивность катушки тока, протекающего по обмотке. Магнитная проницаемость сердечника и соответственно индуктивность катушки не зависят от тока в обмотке.

5.4.22. Замкнутый ферритовый сердечник в виде тороида размерами $R \times r \times h=30 \times 20 \times 10$ мм имеет кривую намагничивания, показанную на рис. 72 сплошной линией. На сердечник навита

обмотка, содержащая 20 витков. Определить: магнитный поток, сцепленный с катушкой, при токе в обмотке $I=40$ мА; магнитную проницаемость материала сердечника в этих условиях; ток в обмотке, при котором магнитная проницаемость сердечника достигает максимального значения.

5.4.23. Сколько витков провода должна содержать обмотка стального сердечника с поперечным сечением $5\cdot10^{-4}$ м^2, чтобы в ней при равномерном в течение 5 мс изменении магнитной индукции от 0,1 до 1,1 Тл возбуждалась ЭДС индукции 100 В?

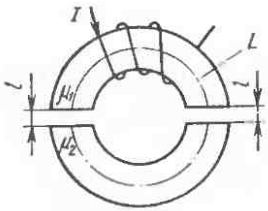


Рис. 73

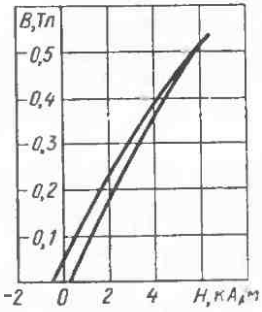


Рис. 74

5.4.24. Тороидальный сердечник составлен из двух полуколец одинакового сечения, изготовленных из различных магнитомягких ферритов (рис. 73). Средняя длина L тороида, включая два зазора размером $l=2$ мм каждый, равна 50 мм. По обмотке сердечника, имеющей 100 витков, протекает ток $I=0,1$ А. Определить индукцию магнитного поля в зазоре, если магнитная проницаемость ферритовых полуколец равна соответственно 200 и 400.

5.4.25. На ферритовый сердечник, изготовленный в виде тора со средним диаметром 70 мм и радиусом поперечного сечения 8 мм, намотана обмотка, содержащая 300 витков. При пропускании по обмотке тока $I=0,5$ А в сердечнике создается магнитный поток $6,17\cdot10^{-2}$ Вб. Найти магнитную проницаемость феррита.

5.4.26. Магнитная восприимчивость сердечника из магнитодиэлектрика на альсиферовой основе $k_м=10$. Определить напряженность магнитного поля внутри этого сердечника, если индукция магнитного поля $B=0,1$ Тл.

5.4.27. В катушке индуктивности используется сердечник с замкнутым магнитным потоком, изготовленный из магнитодиэлектрика на основе молибденового пермаллоя. Часть гистерезисной петли этого материала показана на рис. 74. Определить: а) начальную магнитную проницаемость магнитодиэлектрика; б) в каком интервале напряженностей магнитного поля в сер-

дечнике индуктивность катушки практически не меняется при изменении тока в обмотке?

5.4.28*. При тех же условиях, что и в задаче 5.2.1, определить добротность катушки индуктивности, если магнитный сердечник имеет наружный диаметр $D_1=30$ мм, внутренний диаметр $D_2=16$ мм и высоту и $h=10$ мм. Обмотка выполнена медным изолированным проводом диаметром $d=0{,}3$ мм. Обусловленная межвитковой изоляцией собственная емкость катушки $C_L=1$ пФ. При расчете тангенс угла диэлектрических потерь изоляционного лака $\operatorname{tg}\delta_д$ принять равным 0,01. Какими будут потери в обмотке и в изоляции? Как будут изменяться индуктивность и добротность катушки при увеличении частоты? Определить резонансную частоту катушки индуктивности.

Решение

Добротность катушки индуктивности определяется потерями в магнитном сердечнике, обмотке и диэлектрической изоляции обмотки:

$$Q=\omega L/(R_{об\sim}+r_м+r_д),$$

где $R_{об\sim}$ — сопротивление обмотки высокочастотному току; $r_м$ и $r_д$ — последовательные эквивалентные сопротивления потерь в сердечнике и в диэлектрической изоляции соответственно.

Сопротивление обмотки постоянному току $R_{об}=4\rho_{об}(D_2-D_1+2h)n/(\pi d^2)$, где n — число витков обмотки, которое может быть определено из выражения для индуктивности катушки на тороидальном сердечнике:

$$n=\sqrt{\frac{L\pi(D_1+D_2)}{\mu_0\mu(D_1-D_2)h}}=\sqrt{\frac{10\cdot10^{-3}\pi(30+16)\cdot10^{-3}}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot200(30-16)10^{-3}\cdot10\cdot10^{-3}}}\approx$$

$$\approx203.$$

Отсюда

$$R_{об}=\frac{0{,}017\cdot10^{-6}\cdot4\cdot(30-16+2\cdot10)\cdot10^{-3}\cdot203}{\pi(0{,}3\cdot10^{-3})^2}=14{,}94\ \text{Ом}.$$

Из-за поверхностного эффекта сопротивление обмотки переменному току $R_{об\sim}$ больше сопротивления постоянному току: $R_{об\sim}=k_R R_{об}$. В этом выражении $k_R=d/4\Delta$, где $\Delta=\sqrt{\frac{\rho_{об}}{\pi f\mu_0\mu}}$ — глубина проникновения электромагнитного поля в проводник, для меди равная

$$\Delta=\sqrt{\frac{0{,}017\cdot10^{-6}}{\pi\cdot10^6\cdot4\pi\cdot10^{-7}}}=6{,}56\cdot10^{-5}\ \text{м}.$$

При $k_R=0{,}3\cdot10^{-3}/(4\cdot6{,}56\cdot10^{-5})=1{,}143$ получаем $R_{об\sim}=17$ Ом. Потери в обмотке $P_{об}=I^2R_{об\sim}=1{,}7\cdot10^{-5}$ Вт.

Активная мощность, выделяющаяся в диэлектрической изоляции обмотки,

$$P_{а\partial}=I^2r_\partial=U^2\omega C_L\operatorname{tg}\delta_\partial,$$

где $U=I\omega L$, т. е. $P_{а\partial}=I^2\omega^3L^2C_L\operatorname{tg}\delta_\partial=(10^{-3})^2(2\pi\cdot10^6)^3(10\times\times10^{-3})^2\cdot10^{-12}\cdot0{,}01=2{,}48\cdot10^{-4}$ Вт; $r_\partial=P_{а\partial}/I^2=248$ Ом.

Эквивалентное сопротивление потерь в сердечнике $r_м=\omega L\operatorname{tg}\delta_м=2\pi\cdot10^6\cdot10\cdot10^{-3}\cdot0{,}414=26012$ Ом, добротность катушки

$$Q=2\pi\cdot10^6\cdot10\cdot10^{-3}/(26012+17+248)=2{,}39.$$

С увеличением частоты добротность катушки уменьшается из-за увеличения потерь в сердечнике, изоляции и обмотке. Индуктивность катушки при этом может уменьшаться вследствие снижения магнитной проницаемости сердечника.

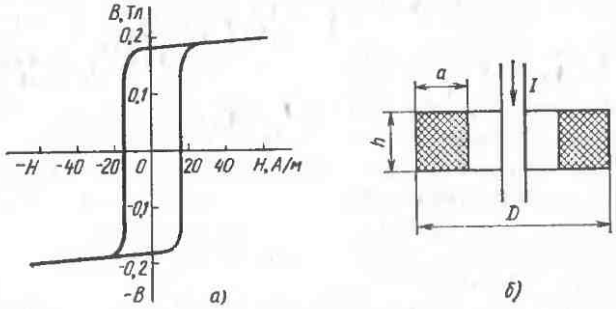


Рис. 75

Резонансная частота катушки

$$f_{рез}=(2\pi\sqrt{LC_L})^{-1}=(2\pi\sqrt{10\cdot10^{-3}\cdot10^{-12}})^{-1}=1{,}6\ \text{МГц}.$$

Расчет $f_{рез}$ произведен без учета изменения индуктивности от частоты.

5.4.29. Приведите пример конструкции катушки с регулируемой индуктивностью. Какие физические закономерности лежат в основе процесса регулирования?

5.4.30. Покажите направление вектора магнитной индукции в ферритовых сердечниках Ш-образной, тороидальной и броневой конструкций. Как должна быть расположена обмотка относительно сердечника?

5.4.31. Через тороидальный ферритовый сердечник, изготовленный из материала с прямоугольной петлей гистерезиса (ППГ) (рис. 75, *а*), пропущен провод (рис. 75, *б*). В отсутствие

тока в проводе индукция в сердечнике равна остаточной. Определить: а) какой минимальный ток I_1 необходимо пропустить по проводу, чтобы обеспечить перемагничивание сердечника в противоположное устойчивое магнитное состояние, если геометрические размеры сердечника: $D=4$ мм; $a=1$ мм; $h=1$ мм? б) какая максимальная амплитуда тока I_2 не вызовет изменения магнитного состояния сердечника? в) время перемагничивания сердечника τ_c, если коэффициент переключения $S_q=30$ мкКл/м; г) токи I_1 и I_2 для сердечника размерами $D=8$ мм; $a=1$ мм; $h=1$ м, изготовленного из этого же материала; д) токи, которые следует пропускать через нанесенную на сердечник обмотку с числом витков $n=10$; е) коэффициент прямоугольности $K_{пу}$ петли гистерезиса, используя рис. 75, *а*.

5.4.32. Как изменится добротность катушки индуктивности, если в ее тороидальном сердечнике перпендикулярно направлению магнитного потока образовалась трещина (тонкий воздушный зазор)?

5.4.33*. В ячейке памяти используется ферритовый сердечник с ППГ. Коэффициент прямоугольности петли гистерезиса равен 0,9. Амплитуда импульса полезного сигнала в выходной обмотке ячейки при считывании сигнала логической единицы («1») равна 1,9 мВ. Чему будет равна амплитуда импульса помехи при считывании сигнала логического нуля («0»)? Как изменится отношение сигнал-помеха, если в этой ячейке использовать ферритовый сердечник с коэффициентом прямоугольности 0,95 (коэффициенты переключения этих двух сердечников одинаковы)? Импульсы считывания создают в сердечнике поле напряженностью $H_m=5H_c$, где H_c — коэрцитивная сила.

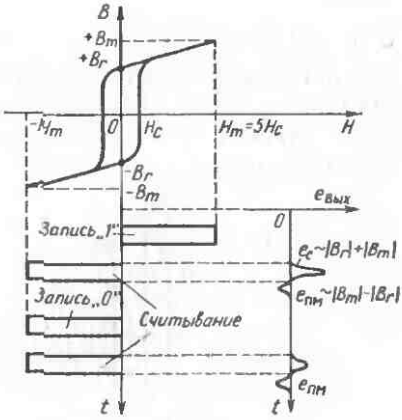


Рис. 76

Решение

Простейшая магнитная ячейка памяти представляет собой тороидальный сердечник из материала с ППГ, на который нанесены три обмотки: записи, считывания и выходная. Запись сигнала «1» или «0» осуществляется подачей импульсов тока той или иной полярности в обмотку записи (рис. 76). При считывании подаются импульсы той полярности, которая обеспечивает переход материала сердечника в состояние, противоположное состоянию при записи «1».

При изменении магнитного состояния сердечника в соответствии с законом электромагнитной индукции в выходной обмотке возникает ЭДС, пропорциональная изменению магнитной индукции материала. Если сердечник был намагничен до индукции $+B_r$ (записана «1»), то под действием импульса считывания он переходит в состояние с индукцией $-B_m$, т. е. в выходной обмотке появится ЭДС сигнала $e_c \sim |B_r|+|B_m|$. Если сердечник находился в состоянии с индукцией $-B_r$ (записан «0»), то при считывании возникает помеха: $e_{пм} \sim |B_m|-|B_r|$. (Помеха возникает также после прекращения действия импульса считывания из-за перехода сердечника из состояния с индукцией $-B_m$ в состояние с индукцией $-B_r$.) Отношение сигнал-помеха определяется коэффициентом прямоугольности петли гистерезиса сердечника: $K_{пу}=B_r/B_m$. В нашем случае $K_{пу}=0{,}9$; $B_r=0{,}9B_m$. При этом $e_c=1{,}9$ мВ $\sim 1{,}9B_m$; $e_{пм} \sim 0{,}1B_m=0{,}1$ мВ, что соответствует отношению сигнал-помеха, равному 19.

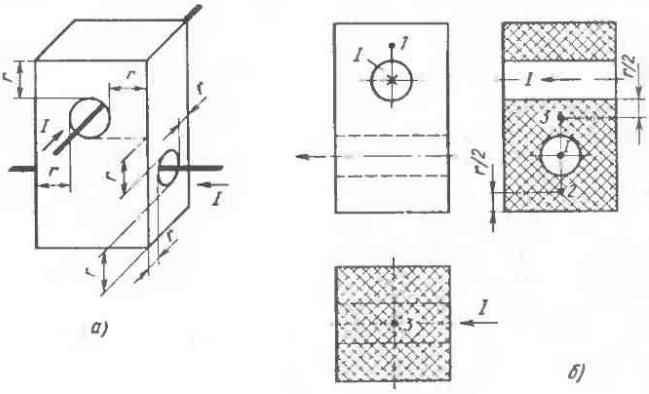


Рис. 77

Если использовать сердечник с $K_{пу}=0{,}95$, то $e_c=1{,}85$ мВ, $e_{пм}=0{,}05$ мВ и отношение сигнал-помеха увеличивается до 39.

5.4.34*. Ферритовый сердечник в форме прямоугольной призмы, изготовленный из материала с ППГ, имеет два взаимноперпендикулярных отверстия одинакового диаметра, расположенных на разной высоте, через которые пропущены провода. По проводам протекают равные токи, направления которых показаны на рис. 77, *а*. Амплитуда токов такова, что создаваемое каждым током магнитное поле намагничивает до насыщения часть объема сердечника, находящуюся на расстоянии *r* от отверстия. Укажите направление вектора магнитной индукции в точках *1*, *2* и *3*, отмеченных на рис. 77, *б*.

5.4.35. Расшифруйте обозначения следующих марок магнитных лент отечественного производства: А3606-6Б, А4407-6Б,

А4205-3Б. Сравните уровень шумов, плотность записи информации, механическую прочность этих лент. Какие из этих лент могут быть применены в кассетных магнитофонах, а какие — в катушечных? Изобразите сечение ленты марки А4407-6Б, укажите функциональные слои и проставьте размеры, известные из маркировки.

5.4.36. Почему при изготовлении магнитных головок не применяют магнитодиэлектрики?

5.4.37. Почему катушки индуктивности с сердечниками из магнитодиэлектриков обычно обладают лучшей температурной стабильностью, чем катушки с ферритовыми сердечниками?

5.4.38*. Катушка индуктивности содержит $n=200$ витков медного изолированного провода, который намотан виток к витку на поверхности диэлектрического цилиндра диаметром $D=1$ см. Через катушку проходит постоянный ток $I=0{,}9$ А и переменный ток $i=0{,}1$ А частотой $f=2$ МГц. Определить: минимальный диаметр провода, из которого может быть изготовлена катушка, если допустимая плотность тока в обмотке $j=2$ А/мм^2; мощность, выделяющуюся при этом в обмотке; минимальную толщину слоя диэлектрической лаковой изоляции, провода, если электрическая прочность пленки лака $E_{пр}=3000$ В/мм. При расчете поверхностным эффектом и собственной емкостью катушки пренебречь, принять запас по электрической прочности лаковой изоляции $K=10$. Как изменится напряженность электрического поля в изоляции провода, если катушку такой же индуктивности изготовить с магнитным сердечником, расположенным внутри диэлектрического цилиндра того же диаметра?

Решение

Диаметр провода катушки

$$d=\sqrt{\frac{4(I+i)}{\pi j}}=\sqrt{\frac{4(0{,}9+0{,}1)}{2\pi}}=0{,}8 \text{ мм}.$$

Мощность, выделяющаяся в обмотке, определяется активным сопротивлением обмотки $R_{об}=4\rho_{Cu}Dn/d^2=0{,}21$ Ом и составляет

$$P_{об}=(I+i)^2R_{об}=0{,}21 \text{ Вт}.$$

Индуктивность катушки $L=\mu_0\mu n^2\pi D^2/(4l)$, где $l=nd$ — длина катушки. При $\mu=1$ получаем

$$L=\frac{\mu_0 n\pi D^2}{4d}=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot200\cdot(10^{-2})^2}{4\cdot0{,}8\cdot10^{-3}}=24{,}66 \text{ мкГн}.$$

Индуктивное сопротивление катушки $x_L=2\pi fL=2\pi\cdot2\cdot10^6\times\times24{,}66\cdot10^{-6}=309$ Ом$\gg R_{об}$, поэтому толщина лаковой изоляции провода определяется разностью потенциалов между соседними

витками, обусловленной переменным током, проходящим по катушке:

$$\Delta u = \frac{i x_L}{n} = \frac{0{,}1 \cdot 309}{200} = 0{,}154 \text{ В}.$$

Толщина изолирующей лаковой пленки на проводе

$$h_л = \frac{1}{2} \frac{K \Delta u \sqrt{2}}{E_{пр}} = 0{,}364 \text{ мкм}.$$

При использовании магнитного сердечника напряженность электрического поля в изоляции провода возрастет, так как та же индуктивность будет получена при меньшем числе витков, а падение переменного напряжения на катушке останется таким же.

5.4.39*. Оцените максимально возможную плотность записи информации (бит/см^2) в устройстве на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) на пленке феррограната толщиной $h = 12$ мкм, если минимальный диаметр доменов $d_{min} = 3$ мкм. В процессе управления перемещением ЦМД их диаметр может изменяться в три раза. Для исключения взаимного влияния соседних ЦМД расстояние между ними должно быть не менее $4d$.

Чему равен магнитный момент ЦМД минимального и максимального размеров, если индукция насыщения феррограната $B_s = 45$ мТл?

Решение

Максимально возможная плотность записи информации N_{max} связана с диаметром домена d:

$$N_{max} = 1/(4d)^2 = (4 \cdot 3 \cdot 10^{-6})^{-2} = 6{,}94 \cdot 10^9 \text{ бит/м}^2 = 6{,}94 \cdot 10^5 \text{ бит/см}^2.$$

Намагниченность насыщения феррита J_s связана с индукцией насыщения: $J_s = B_s/\mu_0 = 45 \cdot 10^{-3}/(4\pi \cdot 10^{-7}) = 3{,}58 \cdot 10^4$ А/м. Из определения намагниченности следует, что магнитный момент M домена объемом $V = \pi d^2 h/4$ может быть представлен в виде $M = J_s \pi d^2 h/4$. Отсюда $M_{min} = 3{,}58 \cdot 10^4 \pi \cdot (3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 12 \cdot 10^{-6}/4 = 2{,}53 \times 10^{-7}$ А·м^2; $M_{max} = 9M_{min} = 2{,}28 \cdot 10^{-6}$ А·м^2, при минимальном диаметре доменов $d_{min} = 3$ мкм и минимальном расстоянии между центрами соседних ЦМД $L_{min} = 4d$, когда исключается их взаимное влияние.

5.4.40*. При тех же условиях, что и в предыдущей задаче, оценить быстродействие (число операций в секунду) устройства на ЦМД, если подвижность границ ЦМД $\mu_r = 0{,}015$ м^2/(А·с), а управление перемещением доменов осуществляется изменением напряженности магнитного поля $\Delta H = 60$ А/м.

Решение

Быстродействие устройства определяется временем перемещения ЦМД под действием внешнего управляющего магнитного поля из какого-либо фиксированного положения (магнитостатической ловушки) в соседнее, которое находится на расстоянии $L_{min}=4d$. Скорость перемещения ЦМД связана с подвижностью границ домена: $v=\mu_r\Delta H=0{,}015\cdot 60=0{,}9$ м/с. Тогда время перемещения ЦМД $\tau=L_{min}/v=4\cdot 3\cdot 10^{-6}/0{,}9=1{,}33\cdot 10^{-5}$ с, а число операций в секунду будет равно $1/\tau=75\,188$ с$^{-1}$.

5.4.41*. Для регистрации ЦМД в устройстве, описанном в задаче 5.4.39, используется датчики Холла на основе пленки антимонида индия толщиной $\delta=1$ мкм, нанесенной непосредственно на поверхность пленки феррограната. Датчик имеет крестообразную форму (рис. 78), *1, 2* — токовые электроды, *3, 4* — холловские электроды; $a=2{,}6$ мкм; $b=2$ мкм. Какой ток должен проходить по датчику, чтобы сигнал регистрации ЦМД был равен 0,1 мВ? При расчете рассеянием магнитного потока, создаваемого доменом, пренебречь. Для InSb при комнатной температуре коэффициент Холла $R_H=4\cdot 10^{-4}$ м^3/Кл.

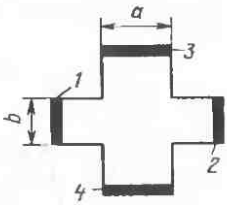


Рис. 78

Решение

Так как рабочая часть датчика Холла площадью $a\times b=2{,}6\times 2$ мкм меньше, чем площадь ЦМД минимальных размеров, можно полагать, что индукция магнитного поля в датчике равна индукции насыщения пленки феррограната. Тогда ЭДС Холла

$$U_H=R_H\frac{IB}{\delta}=0{,}1\ \text{мВ}.$$

Отсюда

$$I=\frac{U_H\delta}{R_H B}=\frac{0{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{400\cdot 10^{-6}\cdot 45\cdot 10^{-3}}=5{,}56\ \text{мкА}.$$

5.4.42. Расшифруйте обозначения пермаллоев промышленных марок: 76НХД, 65НП, 80НХС, 79НМ.

5.4.43. Какими параметрами характеризуют термостойкость, температурную стабильность и частотные свойства ферритов?

5.4.44. Расшифруйте обозначения ферритов марок: 20000 НМ, 10000 НН, 2000НМС, 100ВЧ.

5.4.45. От какого параметра магнитного материала зависит площадь поперечного сечения магнитопровода силового трансформатора?

5.4.46. При напряженности магнитного поля $H=400$ кА/м магнитотвердый сплав ЮНДК35Т5 имеет магнитную индукцию $B=1$ Тл. Определить намагниченность сплава.

5.4.47. Определить силу, с которой притягиваются друг к другу полюса электромагнита, если площадь сечения полюсов $S=25$ см^2, а магнитная индукция в зазоре между ними $B=0{,}6$ Тл.

5.4.48. Какой из трех ленточных кольцевых сердечников одинаковых размеров из пермаллоев марок 50 НХС, 50Н, 79НМ имеет при одних и тех же условиях эксплуатации меньшие потери на вихревые токи, если толщина пермаллоевой ленты всех сердечников одинакова? Изобразите (качественно) на одном рисунке основные кривые намагничивания пермаллоев марок 50Н, 79НМ.

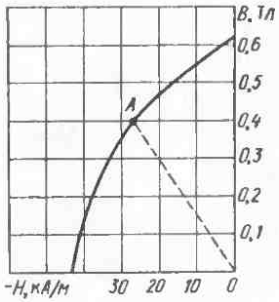


Рис. 79

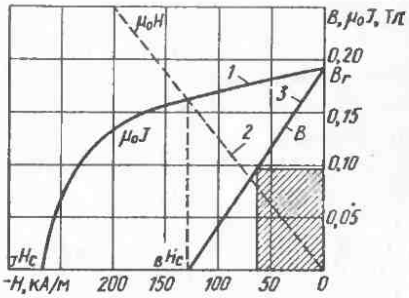


Рис. 80

5.4.49. Из сплава ЮНД8 изготовлен постоянный магнит в форме разомкнутого тороида со средним диаметром $D=100$ мм и зазором $l_0=25$ мм. Кривая размагничивания сплава показана на рис. 79. Определить магнитную индукцию и магнитную энергию в воздушном зазоре, если площадь поперечного сечения магнита $S_м=500$ мм^2.

Решение

В соответствии с законом полного тока имеем $H_м l_м + H_0 l_0 = 0$; где $H_м$ и H_0 — напряженность магнитного поля внутри магнита и в воздушном зазоре соответственно; $l_м=(\pi D - l_0)$ — средняя длина магнита.

Учитывая, что $B=\mu_0 H_0$, имеем

$$B = -\frac{\mu_0 l_м}{l_0} H_м = -\frac{\mu_0(\pi D - l_0)}{l_0} H_м =$$

$$= \frac{4\pi\cdot 10^{-7}(\pi\cdot 100 - 25)\cdot 10^{-3}}{25\cdot 10^{-3}} H_м = -1{,}5\cdot 10^{-5}\, H_м.$$

Полученная прямолинейная зависимость показана на рис. 79 штриховой линией. Пересечение ее с кривой размагничивания

определяет положение рабочей точки A магнита. Из рис. 79 следует, что $B=0{,}4$ Тл.

Магнитная энергия в воздушном зазоре

$$W_0=\frac{BH_0}{2}V_0=\frac{B^2Sl_0}{2\mu_0}=\frac{(0{,}4)^2\cdot 500\cdot 10^{-6}\cdot 25\cdot 10^{-3}}{2\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}=0{,}8 \text{ Дж}.$$

5.4.50. На основании кривой размагничивания сплава ЮНД8 (рис. 79) построить зависимость удельной магнитной энергии (энергии, отнесенной к единице объема магнита) от магнитной индукции в воздушном зазоре. Определить максимальную удельную магнитную энергию для постоянных магнитов из данного сплава.

5.4.51*. На рис. 80 показана кривая размагничивания изотропных бариевых магнитов марки 1БИ, выраженная через намагниченность материала J (кривая 1). Постройте кривую размагничивания $B(H)$ и определите, во сколько раз различаются коэрцитивные силы по индукции и намагниченности. Вычислите максимальную удельную энергию магнита.

Решение

Магнитная индукция связана с намагниченностью выражением $B=\mu_0J+\mu_0H$, причем магнитная индукция внутреннего размагничивающего поля μ_0H направлена противоположно вектору остаточной намагниченности. Магнитная индукция обращается в нуль, когда $\mu_0J=-\mu_0H$. Из рис. 80 следует, что ${}_BH_c=128$ кА/м, т. е. коэрцитивная сила по индукции в 2,06 раза меньше коэрцитивной силы по намагниченности ${}_JH_c$. При $H={}_BH_c$ намагниченность положительна и численно равна напряженности размагничивающего поля. Для устранения этой намагниченности необходимо приложить дополнительное поле, т. е. всегда ${}_JH_c>{}_BH_c$. Для случая, когда участок кривой размагничивания $\mu_0J(H)$, прилегающий к B_r, линеен (см. рис. 80), кривая размагничивания $B(H)$ трансформируется в прямую линию. Для рассматриваемого материала эту прямолинейную зависимость можно выразить уравнением $B=0{,}19-1{,}485\cdot 10^{-6}H$.

Удельная энергия магнита

$$W=\frac{BH}{2}=0{,}095H-\frac{1{,}485}{2}\cdot 10^{-6}H^2.$$

Дифференцируя это выражение и приравнивая его нулю: $dW/dH=0{,}095-1{,}485\cdot 10^{-6}H'=0$, находим значение напряженности магнитного поля, при котором энергия максимальна: $H'=64\cdot 10^3$ А/м.

Отсюда максимальная удельная энергия магнита, численно характеризуемая площадью заштрихованного прямоугольника $W_{max}=(0{,}19-1{,}485\cdot 10^{-6}\cdot 64\cdot 10^3)\cdot 64\cdot 10^3/2=3{,}04\cdot 10^3$ Дж/м^3.

5.4.52. Намагниченный тороидальный сердечник, изготовленный из магнитотвердого материала, имеет прямоугольное сечение 10×10 мм при наружном диаметре $D_н=6$ см. В сердечнике имеется воздушный зазор шириной 1 мм. Определить напряженность магнитного поля в зазоре, если напряженность магнитного поля в сердечнике составляет 5 кА/м. Чему равна магнитная энергия в зазоре? При расчете рассеянием поля у краев зазора пренебречь.

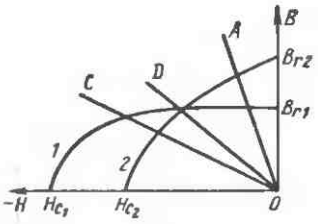


Рис. 81

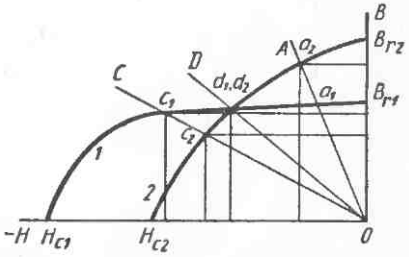


Рис. 82

5.4.53*. На рис. 81 изображены кривые размагничивания *1* и *2* для двух магнитотвердых материалов. Какой из этих материалов целесообразно использовать в постоянных магнитах, рабочая точка которых определяется пересечением прямых *A*, *D* и *C* с кривой размагничивания (*1* или *2*). Какая из этих прямых соответствует меньшему воздушному зазору?

Решение

Важнейшей характеристикой постоянного магнита является магнитная энергия в воздушном зазоре *d*, отнесенная к единице объема зазора. Она характеризуется положением рабочей точки на кривой размагничивания материала и находится из выражения $W_d=B_dH_d/2$, где B_d и H_d соответствуют рабочей точке.

Численно магнитная энергия W_d равна половине площади прямоугольника со сторонами B_d и H_d. Чем ближе рабочая точка расположена к оси *B*, тем меньше воздушный зазор в магните ($B_d\to B_r$ при $d\to0$). Поэтому прямая *A* соответствует меньшему воздушному зазору. Из рис. 82 видно, что при малом воздушном зазоре (прямая *A*) бóльшая энергия будет в магните из материала *2*, а при большом воздушном зазоре (прямая *C*) целесообразно использовать материал *1*. Энергия в зазоре магнитов из материалов *1* и *2* одинакова в рабочей точке, определяемой прямой *D*.

5.4.54. Какие требования предъявляются к значениям остаточной индукции и коэрцитивной силе материалов, применяемых

в устройствах магнитной записи в качестве носителей информации?

5.4.55*. По обмотке электромагнита, имеющей 100 витков, проходит ток $I=0{,}1$ А. Определить напряженность магнитного поля в зазоре $d=1$ мм, если сечение сердечника одинаково на всех участках, магнитная проницаемость материала $\mu=200$. Форма сердечника показана на рис. 83, где $l=50$ мм; $t=20$ мм.

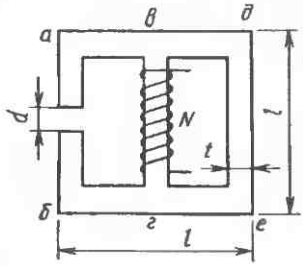


Рис. 83

Решение

Обозначим магнитные потоки на участках *аб, вг* и *де* разветвленной магнитной цепи через Φ_1, Φ_2 и Φ_3 соответственно (рис. 83). Из непрерывности магнитных потоков следует

$$B_2=B_1+B_3, \qquad (1)$$

где $B_{1,2,3}=\Phi_{1,2,3}/S_{1,2,3}$.

В соответствии с законом полного тока имеем:

$$\frac{B_1}{\mu_0\mu}(2l-2t-d)+\frac{B_1}{\mu_0}d+\frac{B_2}{\mu_0\mu}(l-t)=nI, \qquad (2)$$

$$\frac{B_1}{\mu_0\mu}(2l-2t-d)+\frac{B_1}{\mu_0}d=\frac{B_3}{\mu_0\mu}(2l-2t). \qquad (3)$$

Выражая B_2 и B_3 через B_1 из уравнений (2) и (3), после подстановки в (1) получаем

$$B_1\cdot 8l\,[1-t/l+3d(\mu-1)/(8l)]=2\mu_0\mu nI.$$

Учитывая, что $B_1=\mu_0 H_1$, имеем

$$H_1=\frac{\mu nI}{4l\,[1-t/l+3d(\mu-1)/(8l)]}=$$

$$=\frac{200\cdot 100\cdot 0{,}1}{4\cdot 5\cdot 10^{-2}\,[1-1/5+3\cdot 10^{-3}(200-1)/(8\cdot 5\cdot 10^{-2})]}=8724 \text{ А/м}.$$

5.4.56*. В результате прохождения линейно поляризованного света через прозрачный магнитный материал, находящийся в магнитном поле, возникает эффект Фарадея (вращение плоскости поляризации света). После прохождения через магнитный материал и отражения от зеркала свет проходит через магнитный материал в противоположном направлении. Удваивается ли при этом угол поворота плоскости поляризации или поворот плоскости поляризации исчезает?

5.4.57. Объясните, почему полюсные наконечники сердечников электромагнитов и постоянных магнитов изготовляют в форме усеченного конуса?

5.4.58. Для магнита из феррита бария, имеющего коэрцитивную силу $H_{c1}=240$ кА/м и остаточную индукцию $B_{r1}=0{,}35$ Тл, получен наибольший запас магнитной энергии $W_{max}=10{,}4$ кДж/м³. Чему равен наибольший запас магнитной энергии $W_{max\,2}$ для магнита из материала на основе редкоземельных металлов состава $Sm_{0,5}Pr_{0,5}Co_{0,5}$, для которого $H_{c2}=700$ кА/м и $B_{r2}=0{,}93$ Тл, если коэффициенты выпуклости кривых размагничивания этих двух магнитов считать одинаковыми?

Решение

Под коэффициентом выпуклости η_B кривой размагничивания магнита понимают отношение $(BH)_{max}/B_rH_c$, где $(BH)_{max}$ — энергетическое произведение, пропорциональное наибольшему запасу магнитной энергии. При $\eta_{B1}=\eta_{B2}$

$$\frac{(BH)_{max1}}{B_{r1}H_{c1}}=\frac{(BH)_{max2}}{B_{r2}H_{c2}}; \qquad \frac{W_{max1}}{B_{r1}H_{c1}}=\frac{W_{max2}}{B_{r2}H_{c2}}.$$

Отсюда для материала на основе редкоземельных металлов

$$W_{max2}=W_{max1}\frac{B_{r2}H_{c2}}{B_{r1}H_{c1}}=10{,}4\,\frac{0{,}93\cdot 700\cdot 10^3}{0{,}35\cdot 240\cdot 10^3}=80{,}6 \text{ кДж/м}^3.$$

5.4.59*. Катушка индуктивности выполнена в виде плоской спирали, образованной нанесенной на поверхность диэлектрической подложки металлической пленкой. Как изменится добротность Q такой катушки, если ширину витка спирали увеличить в два раза при том же числе витков? Как изменятся индуктивность L и добротность катушки, если плоскую спираль нанести на поверхность ферритовой пластины? Будет ли меняться добротность такой катушки при увеличении частоты?

5.4.60. Какие требования предъявляются к материалам, используемым для изготовления магнитных лент для компакт-кассет?

ОТВЕТЫ

ГЛАВА 1

1.1.2. $\lambda = 103$ нм.

1.1.3. $f = \frac{me^4}{4\varepsilon_0^2 h^3} = 6{,}56 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$.

1.1.5. $p_{H_2O} = 6{,}2 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

1.1.6. $p = 1{,}52$D.

1.1.8. NH_3, H_2S.
1.1.10. $\Delta x_{Li-F} = 3{,}0$ эВ; $\Delta x_{Na-Cl} = 2{,}1$ эВ.
1.1.11. $\Delta W = 1{,}89$ эВ.
1.2.3. Структура NaCl характеризуется координационным числом 6. Устойчивой является решетка, для которой $0{,}414 \leqslant r_K/r_A < 0{,}732$ (см. табл. 1). В рассматриваемом случае $r_{Li}/r_F = 0{,}44$, что попадает в интервал устойчивости. Таким образом, соединение LiF может иметь структуру хлористого натрия.
1.2.4. Металлы, имеющие структуру гранецентрированного куба, например алюминий, медь, никель, серебро, свинец.
1.2.5. 1; 2; 4.
1.2.7. а) $\theta = 54{,}74°$; б) $\theta = 60°$; в) $\theta = 35{,}26°$.
1.2.9. Параллельные плоскости (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}11)$ и $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}\bar{1}1)$ и $(\bar{1}1\bar{1})$, $(11\bar{1})$ и $(\bar{1}\bar{1}1)$. Семейство из восьми плоскостей {111} образует октаэдр.

1.2.10. $a/\sqrt{3}$.

1.2.13. $\Delta V/V = 1{,}6\%$.

1.2.14. $r_K \geqslant 0{,}132$ нм; CsCl.

1.2.19. $d = 19\,350$ кг/м^3.

1.2.20. $n = 2{,}55 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

1.2.23. $r = 0{,}1176$ нм.

ГЛАВА 2

2.1.9. $f = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$.

2.1.10. Увеличится в 11,4 раза

2.1.12. $T = 1262$K.

2.1.14. $\lambda = 0{,}464$ нм.

2.1.17. $u_{max} = 1{,}4 \cdot 10^6$ м/с; $\bar{u} = 1{,}08 \cdot 10^6$ м/с.
2.1.18. $u_{max} = 1{,}58 \cdot 10^6$ м/с; $\bar{u} = 1{,}22 \cdot 10^6$ м/с.
2.1.19. $n = 8{,}45 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.
2.1.20. $n = 18{,}1 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$; $N_{Al} = 6{,}02 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$; $n/N_{Al} = 3$.
2.1.21. $W_F(Li) = 4{,}7$ эВ; $W_F(Na) = 3{,}16$ эВ; $W_F(K) = 2{,}05$ эВ; $W_F(Cs) = 1{,}54$ эВ.
2.1.22. $\Delta n/n = 0{,}646$.
2.1.23. $dn(u) = 8\pi(m_n/h)^3 u^2 du$.

2.1.24. $W_F = 7{,}13$ эВ.

2.1.25. Увеличится в 10 раз.

2.1.26. $m_n = 1{,}12 m_0$.
2.2.18. $\nu_{max} = 8{,}92 \cdot 10^{12}$ с$^{-1}$; $\lambda = 33{,}6$ мкм.
2.2.20. Уменьшится в 3,87 раза.

2.2.21. $v = 7{,}4 \cdot 10^{-5}$ м/с; $v/u_{ср} = 6{,}1 \cdot 10^{-11}$.

2.2.22. $\rho = 5 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

2.2.24. $\rho = 4{,}92 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

2.2.25. $v = 7{,}4 \cdot 10^{-5}$ м/с.

2.2.26. $1{,}5 \cdot 10^{19}$ электронов.

2.2.27. $(\rho_{60} - \rho_{20})/\rho_{20} > (\rho_{100} - \rho_{60})/\rho_{60}$.

2.2.28. $\alpha_\rho\,(0°C) = 4{,}72 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

2.2.31. $\alpha_\rho = 10{,}26 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$.

2.2.33. а) 7,53; б) 7,61.

2.2.35. $\lambda_T = 422$ Вт/(м·К).

2.2.36. $c_{Ag}/c_{Pb} = A_{Pb}/A_{Ag} = 1{,}92$ (A — атомная масса).

2.2.37. См. рис. 84.

2.2.43. $\beta = 19{,}67$, т. е. увеличится в 6,85 раза.

2.2.44. $N_{in} = 8{,}5 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$.

2.2.47. $T_{св} = 7{,}2$ К.

2.2.49. $f_{гр} = 2\Delta(0)/h = 330$ ГГц.

2.2.50. $\lambda_T = 144{,}3$ Вт/(м·К).

2.3.1. $$U_к = \frac{W_{F1} - W_{F2}}{e} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h}{8me}\left(n_1^{2/3} - n_2^{2/3}\right) = 2{,}91 \text{ В}.$$

2.3.5. $\alpha_T = 6{,}25 \cdot 10^{-5}$ В/К.

2.3.6. $\alpha_T = \pi^2 \dfrac{k}{e}\,\dfrac{kT}{W_F} = 4$ мкВ/К.

2.3.8. а) $\Delta U_T = 2$ мВ; б) 1 мВ.

2.4.7. 58,8 м.

2.4.8. 0,017.

2.4.9. $$R = \frac{(R_1 + R_2)\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 30 \text{ Ом}.$$

2.4.10. $R = 495$ Ом.

2.4.13. $m = 14{,}6$ кг.

2.4.14. $U \geqslant 2\rho l j/n = 4250$ В.

2.4.15. $S_{min} = 11$ мм^2.

2.4.16. $R_\square = 20$ Ом; $R = 4$ Ом.

2.4.17. $l = 3{,}47$ м.

2.4.18. $U = 25$ В.

2.4.20. $$\frac{l_{Cu}}{l_C} = -\frac{\alpha_C\,\rho_C}{\alpha_{Cu}\,\rho_{Cu}} = 109{,}4.$$

2.4.21. $j = 7{,}5 \cdot 10^4$ А/м^2.

2.4.22. $l = 146{,}3$ м; $d = 0{,}54$ мм.

2.4.24. Сопротивление уменьшится на 12%.

2.4.25. $\Delta_{50Гц} = 9{,}3$ мм; $\Delta_{1МГц} = 6{,}56 \cdot 10^{-2}$ мм.

2.4.26. На обеих частотах $\Delta_{Al}/\Delta_{Fe} = 16{,}33$.

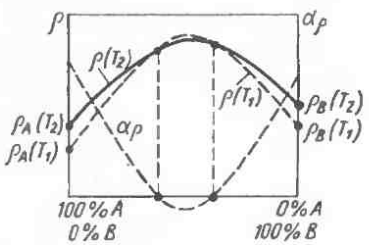


Рис. 84

2.4.27. $R_s = \rho/\Delta = 1{,}78 \cdot 10^{-3}$ Ом.

2.4.28. В первый момент времени после подачи напряжения через резисторы проходят одинаковые токи. Под действием этих токов резисторы нагреваются, при этом сопротивление нихромового резистора увеличивается, а сопротивление станиатного (полупроводникового) резистора уменьшается. В установившемся режиме ток через станиатный резистор больше тока через проволочный резистор.

2.4.29. В первый момент времени падение напряжения на обоих резисторах одинаково. В установившемся режиме падение напряжения на проволочном резисторе больше, чем падение напряжения на станиатном резисторе.

2.4.30. а) $R = R_\square l/(\pi D) = 46{,}7$ Ом; б) $R \approx R_\square \dfrac{\pi D l}{t\,(t - a)} = 32{,}4$ кОм.

2.4.34. $d_{Al}/d_{Cu}=1{,}28$; $m_{Al}/m_{Cu}=0{,}5$.
2.4.37. а) $R=41{,}8$ Ом; б) $l=16{,}1$ м; в) $P=1{,}16$ кВт.
2.4.38. $1{,}7\cdot10^4$ Дж/(с·м³).
2.4.39. $t=149$ ч; $W=5{,}36\cdot10^4$ МДж.

2.4.40. $v_{Cu}/v_{Al}=2{,}15$. **2.4.42.** 3К.

2.4.43. Мощность лампы накаливания определяется сопротивлением ее вольфрамовой нити — лампа большей мощности должна иметь меньшее сопротивление нити. При одинаковой конструкции лампы с большей мощностью должны иметь больший диаметр нити (при ее неизменной длине), т. е. масса вольфрамовой нити, а следовательно, и стоимость лампы больше.

При последовательном соединении ламп разной мощности и одинакового номинального напряжения к лампе с большей мощностью приложено меньшее напряжение.

2.4.44. $I=\sqrt{\dfrac{0{,}2S_к\delta d\,[c\,(T_{пл}-T_0)+r]}{tR_к}}=2{,}07$А.

ГЛАВА 3

3.1.10. $\bar{u}_{Cu}/\bar{u}_{Si}=7{,}4$. **3.1.13.** $\delta W=10^{-22}$ эВ.

3.1.14. $F_n(W)=4{,}59\cdot10^{-7}$; $F_p(W_v)=3{,}74\cdot10^{-14}$.
3.1.15. $F_n(T_1)=4{,}54\cdot10^{-5}$, $F_n(T_2)=6{,}74\times10^{-3}$.
3.1.16. а) $F_p(W_v)=0{,}405$ при 300 К; $F_p(W_v)=8{,}96\cdot10^{-2}$ при 50 К; б) $F_n(W_c)=8{,}36\cdot10^{-12}$.
3.1.17. а) $F_n^{Ge}(W_c)/F_n^{Si}(W_c)=2{,}62\cdot10^{-6}:(3{,}99\cdot10^{-10})=6{,}57\cdot10^3$;
б) $F_n^{Ge}(W_c)/F_n^{Si}(W_c)=1{,}81\cdot10^{-11}/(6{,}34\times10^{-29})=2{,}85\cdot10^{11}$.

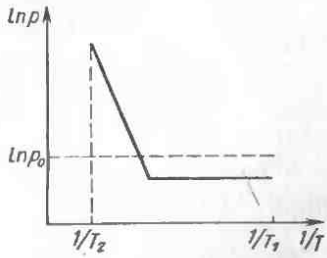


Рис. 85

3.1.18. $W_C-W_F=0{,}12$ эВ.
3.1.20. $p=10^{14}$ м⁻³.
3.1.21. $W_F-W_v=0{,}132$ эВ; $n=5{,}4\cdot10^{13}$ м⁻³.
3.1.22. $n_0=1{,}18\cdot10^{22}$ м⁻³; $p_0=3{,}8\cdot10^9$ м⁻³.
3.1.23. $p_0=1{,}4\cdot10^{23}$ м⁻³; $n_0=3{,}10^{15}$ м⁻³.

3.1.24. $\Delta T=17{,}1$ К. **3.1.25.** Увеличится в 891 раз.

3.1.26. $p(300)=4{,}4\cdot10^{16}$ м⁻³; $p(400)=1{,}93\cdot10^{20}$ м⁻³.
3.1.27. $N_д=2N_a+n$.
3.1.28. $n_i(300)=1{,}72\cdot10^{12}$ м⁻³; $n_i(500)=7{,}23\cdot10^{17}$ м⁻³.

3.1.29. $W_C-W_F=38$ мэВ. **3.1.30.** $p_{Si}/p_{GaAs}=16{,}5\cdot10^6$.

3.1.31. $n(500\text{ К})/n(300\text{ К})=1{,}77\cdot10^{11}$.
3.1.34. $N=5\cdot10^{28}$ м⁻³.
3.1.35. $N_{Ga}=N_{As}=2{,}21\cdot10^{28}$ м⁻³.
3.1.37. См. рис. 85.
3.1.38. $W_F-W_p=153{,}5$ мэВ.
3.1.41. $\Delta W_д(GaAs)/\Delta W_д(Si)=8{,}2$.
3.1.42. а) $W_F-W_v=0{,}114$ эВ; б) $W_F-W_v=0{,}168$ эВ.
3.1.44. $W_c-W_F=0{,}226$ эВ; $p(500)=10^{14}$ м⁻³.

3.1.45. $W_c-W_F=0{,}54$ эВ. **3.1.46.** $p=7\cdot10^{22}$ м⁻³.

3.1.48. $\lambda_{GaAs}=23{,}5$ нм; $\lambda_{GaAs}/\lambda_{Cu}=50{,}6$.
3.2.1. $\bar{u}=3{,}37\cdot10^5$ м/с; $v=6{,}25$ м/с.

3.2.2. $v_{Ge}/v_{Cu}=8{,}5\cdot10^6$. *Примечание.* Меньшие дрейфовые скорости электронов в металлах по сравнению со скоростями в полупроводниках обусловлены меньшими напряженностями электрического поля в металле при той же плотности тока. Малая напряженность электрического поля в металлах является следствием их высокой проводимости, обусловленной высокой концентрацией свободных электронов.
3.2.3. $\rho=1{,}25\cdot10^{-3}$ Ом·м.
3.2.4. $l=\mu m^*\bar{u}/e=33{,}9$ нм; $\tau=l/\bar{u}=1{,}48\cdot10^{-13}$ с.

3.2.5. $n=10^{22}$ м$^{-3}$.

3.2.7. $\gamma_i=1{,}95$ См·м$^{-1}$.

3.2.8. $t=56$ мкс.

3.2.9. $\rho=0{,}42$ Ом·м.

3.2.10. $\rho=0{,}55$ Ом·м; $\gamma_n/\gamma_p=0{,}566$.

3.2.13. $\rho_l=0{,}51$ Ом·м.

3.2.14. $n_l=1{,}16\cdot10^{18}$ м$^{-3}$.

3.2.16. $N_д=1{,}56\cdot10^{21}$ м$^{-3}$.

3.2.17. $v_n=14$ м/с; $v_p=5$ м/с.

3.2.20. $\gamma_i/\gamma_{min}=5{,}15$.

3.2.21. $p=10^{16}$ м$^{-3}$.

3.2.22. $I=89{,}6$ мА.

3.2.24. $N_{пр}(InSb)<7\cdot10^{-7}$; $N_{пр}(Ge)<5\cdot10^{-10}$.

3.2.27. $\rho=7{,}3\cdot10^3$ Ом·м.

3.2.29. $N_a=2{,}485\cdot10^{24}$ м$^{-3}$.

3.2.35. $\Delta\gamma_i/\gamma_i=5{,}28\cdot10^{-2}=5{,}28\%$.
3.2.36. В скомпенсированном полупроводнике больше, чем в собственном, нарушений периодического потенциала кристаллической решетки, вызывающих рассеяние носителей заряда. Такими нарушениями являются ионизированные доноры и акцепторы. Различия в подвижности носителей заряда, а значит, и в удельном сопротивлении собственного и скомпенсированного полупроводников сильнее проявляются в области более низких температур.
3.2.37. $\rho_i/\rho=1050$.
3.2.38. $p=10^{20}$ м$^{-3}$; $n=4{,}4\cdot10^{18}$ м$^{-3}$.
3.2.39. $\rho=3{,}6\cdot10^{-3}$ Ом·м.
3.2.40. $N_{Ga}=4{,}5\cdot10^{20}$ м$^{-3}$; $x_{Ga}=2{,}24\cdot10^{-6}\%$ (в массовых долях).
3.2.41. $\rho_i=0{,}488$ Ом·м.

3.2.43. $$\Delta W_д=\frac{2k\ln\left[n_2T_1^{3/4}/\left(n_1T_2^{3/4}\right)\right]}{1/T_1-1/T_2}=0{,}046\ \text{эВ}.$$

3.2.44. $\rho=6{,}87\cdot10^{-4}$ Ом·м.

3.2.45. $\gamma_{max}\approx10^5$ См/м.

3.2.48. $\Delta\gamma/\gamma(Cu)=-\alpha_\rho\Delta T=-4{,}3\cdot10^{-3}=-0{,}43\%$; $\Delta\gamma/\gamma(Ge)=W_0\Delta T/(2kT^2)=$ $=0{,}05=5\%$.

3.2.49. $$E=-\frac{kT}{e}\,\frac{1}{N_д}\,\frac{dN_д}{dx}=\frac{kT}{eL_D}=2{,}6\ \text{кВ/м}.$$

3.2.50. а) $N_a=1{,}4\cdot10^{20}$ м$^{-3}$; б) $N_n/N_{Ga}=6{,}32/10^9$; в) $\gamma=0{,}18$ См/см.
3.2.51. $\rho_i(300)=4{,}1$ МОм·м; $\rho_i(500)=27{,}1$ Ом·м.
3.2.52. $n=4{,}126\cdot10^{19}$ м$^{-3}$; $p=1{,}125\cdot10^{19}$ м$^{-3}$; $j=583{,}3$ А/м^2.

3.2.53. $t=0{,}36$ мкс.

3.2.54. $\bar{l}=86{,}3$ нм.

3.2.55. $\mu_p=0{,}069$ м^2/(В·с); $\mu_n=2{,}75$ м^2/(В·с).
3.2.57. $\gamma/\gamma_i=0{,}29$.
3.3.3. $\tau_n(Si)=276$ мкс; $\tau_n(GaAs)=40$ мкс; $\tau_n(Ge)=99$ мкс.
3.3.5. $\tau=0{,}14$ мс; $\Delta n(t)=6{,}25\cdot10^{13}$ м$^{-3}$.

3.3.6. $t=0{,}36$ мкс.

3.3.8. $L_p=0{,}693$ мм.

3.3.9. $\Delta p=3{,}85\cdot10^{17}$ м$^{-3}$.

3.3.10. $L_n=0{,}67$ мм.

3.3.11. $\tau_n=230$ мкс; $\mu_n=0{,}38$ м^2/(В·с).
3.3.12. $D_p=1{,}3\cdot10^{-3}$ м^2/с; $L_p=0{,}72$ мм.

3.3.13. Диффузионная длина уменьшилась в 2,67 раза.

3.3.14. Так как $D_2/D_1 = \sqrt{T_1/T_2}$, то коэффициент диффузии уменьшится на 4,7%.

3.3.15. $E_{кр} = 3{,}9 \cdot 10^5$ В/м.

3.3.17. $f = 1{,}8$ ГГц.

3.3.18. $f = v/l = 1$ ГГц.

3.4.5. $\Delta W(20) = 0{,}233$ эВ; $\Delta W(300) = 0{,}177$ эВ.

3.4.6. $\lambda_{min} = 869$ нм.

3.4.7. $\lambda = 0{,}82$ мкм.

3.4.9. $\Phi(h)/\Phi_0 = 3{,}5\%$ (Φ_0 — поток излучения, падающий на пластину).

3.4.11. $\Delta\gamma/\gamma_T = 0{,}12$.

3.4.12. $\gamma_c/\gamma_T = 11$.

3.4.15. $W_C - W_0 = -1{,}31$ эВ.

3.4.18. $\alpha_\rho = -4{,}3 \cdot 10^{-2}$ К$^{-1}$.

3.4.20. $\alpha = 2{,}56 \cdot 10^4$ м$^{-1}$; $\delta = 4{,}1 \times \times 10^{-8}$ м.

3.4.22. $\Delta W > 1{,}7$ эВ.

3.4.24. $I_ф = 32{,}5$ мкА. На длине волны 1 мкм фотоактивное поглощение резко ослабляется или вовсе отсутствует (в зависимости от типа фоторезистора), поэтому фототок намного меньше, чем в области собственного поглощения.

3.4.26. 2200.

3.4.27. $\Delta W = 2{,}20$ эВ.

3.4.28. а) $2{,}84 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$; б) уменьшится в два раза; в) не изменится, поскольку энергия падающего излучения возрастает в два раза.

3.5.2. $U_Н = 0{,}74$ нВ.

3.5.3. $F_Л = 1{,}28 \cdot 10^{-18}$ Н.

3.5.4. а) $E_Н = 6$ В/м; б) $E_J = 5$ В/м.

3.5.6. $R_Н(40) = 5{,}95 \cdot 10^{-2}$ м^3/Кл; $R_Н(400) = 6{,}25 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл.

3.5.7. $\mu_n = 0{,}117$ м^2/(В·с); $n = 2{,}98 \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$.

3.5.11. $U = 5{,}83$ В.

3.5.12. а) n-тип; б): 1), 2) ЭДС Холла уменьшится в два раза; 3) ЭДС не изменится.

3.5.13. Подобные закономерности наблюдаются в примесном полупроводнике вблизи температуры перехода к собственной электропроводности. Возрастание удельного сопротивления с повышением температуры на участке истощения примесей (при постоянной концентрации носителей заряда) обусловлено в этом случае уменьшением подвижности из-за усиления рассеяния носителей заряда на тепловых колебаниях узлов решетки.

3.5.15. $U_Н = 1{,}44$ В.

3.5.16. $j_p/j = (1 + \mu_p/\mu_n)^{-1} = 0{,}99$.

3.5.17. $j_p/j = 0{,}672$.

3.5.18. $p/n = 7{,}84$.

3.5.22. $N_Д = N_C \exp\left(2 - \dfrac{\Delta U_T e}{\Delta T k}\right) = 2{,}7 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$.

3.5.24. $\alpha_{T1}/\alpha_{T2} = 1{,}55$.

3.5.26. $\alpha_T(\mathrm{Si}) = 977$ мкВ/К. Согласно справочным данным (см. приложение 1): $\alpha_T(\mathrm{Cu}) = 1{,}8$ мкВ/К. Знак термоЭДС полупроводника и металла положительный, так как горячий конец заряжается отрицательно. Таким образом, $\alpha_T^{отн} = \alpha_T(\mathrm{Si}) - \alpha_T(\mathrm{Cu}) = 977 - 1{,}8 = 969{,}2$ мкВ/К, т. е. относительная термоЭДС лишь на 0,19% меньше абсолютной термоЭДС полупроводника.

3.6.11. $n = N_Д = m_{As} N_0 d_{Ge}/(m_{Ge} A_{As}) = 1{,}0 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$. Для таких концентраций доноров $\mu_n = 0{,}1$ м^2/(В·с); $\rho = (en\mu_n)^{-1} = 6{,}24 \cdot 10^{-5}$ Ом·м.

3.6.12. $n = 3{,}68 \cdot 10^{21}$ м$^{-3}$; $p = 1{,}33 \cdot 10^{-10}$ м$^{-3}$; $\mu_n = 0{,}12$ м^2/(В·с); $\rho = 1{,}42 \times \times 10^{-2}$ Ом·м.

3.6.13. $m_{Al} = 0{,}385$ г.

3.6.18. 0,2448 нм.

3.6.21. $d = 4{,}517$ Мг/м³.

3.6.22. $a = 0{,}557$ нм.

3.6.23. $a = 0{,}6041$ нм.

3.6.29. $m_{As} = 0{,}65$ мг.

3.6.30. $L_{Cu}/L_P \approx 2500$.

3.6.33. $P_{изл} = 220$ мкВт.

3.6.34. $\eta = 0{,}04$.

3.6.36. $d = 3{,}22$ Мг/м³.

3.6.40. $\rho = 0{,}89$ Ом·м.

3.6.42. $U = 300$ В; $j = 480$ А/мм².

3.6.46. $x = 0{,}479$.

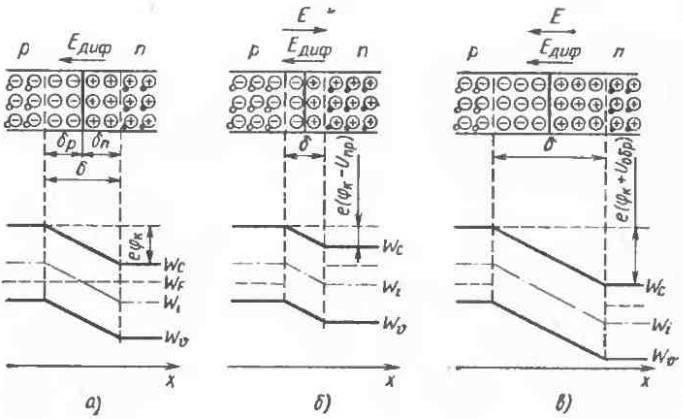


Рис. 86

3.6.51. В состоянии плоской упругой деформации в слое существуют напряжения сжатия, поскольку период решетки эпитаксиального слоя превышает период решетки подложки.

3.6.53. $Al_{0.04}Ga_{0.96}As$.

3.6.54. $h = 92$ мкм. Мощность излучения уменьшится на 0,18%.

3.6.55. $GaAs_xSb_{1-x}$; $Ga_xIn_{1-x}As$.

3.7.2. При построении энергетической диаграммы (рис. 86) необходимо учесть, что в состоянии термодинамического равновесия средняя энергия носителей заряда одинакова в p- и n-областях, поэтому уровни Фермн в этих областях должны находиться на одной горизонтали (совпадать).

3.7.4. Как видно из рис. 86,*а*, высота потенциального барьера p-n-перехода $e\varphi_к = (W_F - W_i)_n + (W_i - W_F)_p$. В то же время $n_n = n_i \exp[(W_F - W_i)_n/(kT)]$; $p_p = n_i \exp[(W_i - W_F)_p/kT)]$.

Отсюда $e\varphi_к = kT \ln \dfrac{p_p n_n}{n_i^2}$.

3.7.6. $\varphi_к = 0{,}745$ В. **3.7.8.** $e\varphi_к = 0{,}679$ эВ. **3.7.9.** $\varphi_к = 0{,}46$ В.

3.7.10. См. рис. 87. Из условия электрической нейтральности p-n-перехода при отсутствии внешнего напряжения получаем $\delta_p/\delta_n = N_д/N_а$, где δ_n и δ_p — ширина области объемного заряда в электронном и дырочном полупроводниках. Если $N_а = 2N_д$, то $\delta_n = 2\delta_p$.

3.7.11. См. рис. 88.

3.7.17. $\varphi_к = 1{,}28$ В; $\varphi_к(GaAs)/\varphi_к(Si) = 1{,}5$.

3.7.22. $\varphi_к = 0{,}8$ В.
3.7.23. а) $\varphi_к = 0{,}3$ В; б) $I_0 = 0{,}51$ мкА; в) $I_{0р}/I_0 = 0{,}98$.
3.7.24. $\varphi_к = 0{,}44$ В; $j_0 = 4 \cdot 10^7$ А/см².
3.7.25. а) $I_р/I_п = 28{,}8$; б) $j_0 = 1{,}05$ мкА/м²; $j = 0{,}081$ А/м².
3.7.26. $I_0 = 2{,}7 \cdot 10^{-13}$ А.
3.7.28. Для германиевого p-n-перехода $R_{пр} = 2{,}88$ Ом; $R_{обр} = 5 \cdot 10^6$ Ом. Для кремниевого перехода $R_{пр} = 4{,}07$ Ом; $R_{обр} = 5 \cdot 10^8$ Ом.
3.7.29. $I = 10$ мкА.
3.7.30. а) $U_{пр} = 0{,}23$ В; б) $U_{пр} = 0{,}58$ В.

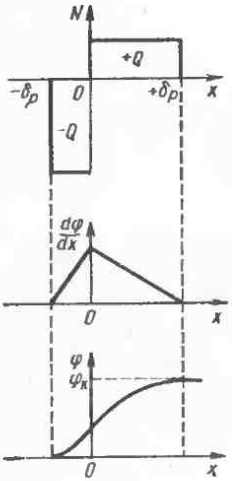


Рис. 87

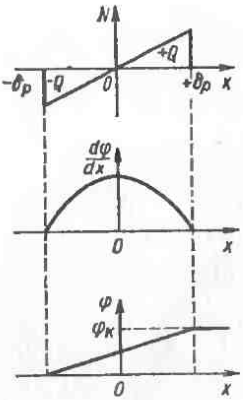


Рис. 88

3.7.31. $I = 1$ мА при $U = 0{,}137$ В; $I = 10$ мА при $U = 0{,}196$ В. Уточненные результаты: $I = 1$ мА при $U = 0{,}157$ В; $I = 10$ мА при $U = 0{,}398$ В.
3.7.32. $I_0 = 3{,}1$ мкА; $U_{пр} = 0{,}15$ В.

3.7.33. $\varphi_к = 0{,}359$ В. **3.7.34.** $\tau_н = 77$ мкс. **3.7.35.** $R_{пр} = 850$ Ом.

3.7.36. Дрейфовая электронная составляющая.
3.7.37. n-область.
3.7.38. $N_а = 1{,}6 \cdot 10^{17}$ см⁻³; $N_д = 1{,}6 \cdot 10^{15}$ см⁻³.
3.7.39. Область полупроводника n-типа.
3.7.40. $U_{пр} = 0{,}118$ В.
3.7.41. $U_{пр} = 0{,}018$ В при $I_{пр} = I_0$; $U_{пр} = 0{,}12$ В при $I_{пр} = 100 I_0$.

3.7.43. $L_п = 1{,}83$ мм. **3.7.46.** Уменьшится в два раза.

3.7.47. $\varphi_к = 0{,}48$ В; $C_{min} = 0{,}75$ пФ.

3.7.48. $U_{обр} = 44{,}1$ В. **3.7.49.** $C_{бар} = 63{,}3$ пФ.

3.7.52. При $U_{обр} = 0{,}1$ В; $\delta = 1{,}33 \cdot 10^{-4}$ см; $C_б = 107$ пФ. При $U_{обр} = 10$ В $\delta = 7{,}76 \cdot 10^{-4}$ см; $C_б = 18{,}3$ пФ. При $U_{пр} = 0{,}1$ В $\delta = 7{,}68 \cdot 10^{-5}$ см.
3.7.53. $I_р/I_п = 186{,}8$; $j_{пр} = 7{,}2 \cdot 10^{-6}$ А/см².
3.7.54. а) $p_p = 10^{24}$ м⁻³; $n_p = 10^{14}$ м⁻³; $n_n = 10^{22}$ м⁻³; $p_n = 10^{16}$ м⁻³; б) $\gamma_p = 3{,}2 \cdot 10^4$ См/см; $\gamma_n = 6{,}4 \cdot 10^2$ См/см; в) $\varphi_к = 0{,}46$ В; г) $D_p = 0{,}005$ м²/с; $D_n = 0{,}01$ м²/с; д) $I_0 = 0{,}04$ мкА; е) $\delta = 1{,}4$ мкм; ж) $C_{бар} = 100$ пФ; з) $I_p/I_n = 50$.

3.7.55. $\delta = 0{,}4$ мм; $U_{обр} = 12$ кВ.
3.7.56. $E = 4{,}2 \cdot 10^7$ В/м; $C_{бар} = 78$ пФ.
3.7.57. Уменьшится на 4 пФ.
3.7.58. $C_{бар} = 98{,}4$ пФ; $\delta = 130$ мкм.
3.7.59. $\varphi_к(GaP) > \varphi_к(GaAs)$, так как фосфид галлия имеет бо́льшую ширину запрещенной зоны.

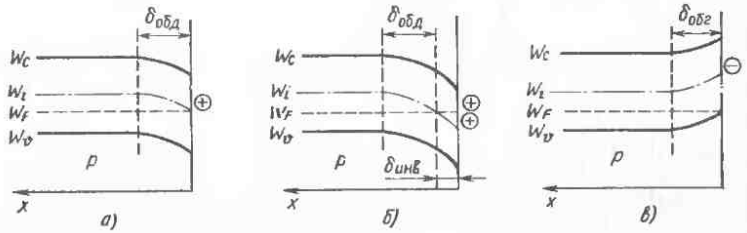


Рис. 89

3.7.60. При малой плотности положительных поверхностных зарядов вблизи поверхности в полупроводнике p-типа образуется обедненный слой ($\delta_{обд}$) n-типа (рис. 89,*а*), так как основные носители заряда — дырки отталкиваются отрицательным поверхностным зарядом в глубь полупроводника.

При большой плотности положительных зарядов вблизи поверхности в полупроводнике p-типа появляется слой с противоположным типом электропроводности — инверсный слой $\delta_{инв}$ n-типа (рис. 89, *б*). Граница инверсного слоя в глубине полупроводника расположена там, где уровень Ферми пересекает середину запрещенной зоны. Под инверсным слоем находится обедненный слой p-типа.

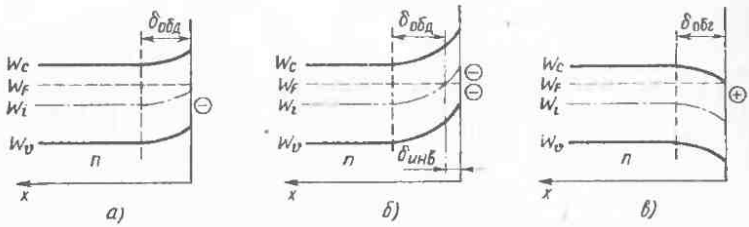


Рис. 90

Если на поверхности полупроводника p-типа находятся отрицательные заряды, образуется обогащенный основными носителями заряда — дырками слой $\delta_{обг}$ (рис. 89,*в*).
3.7.61. См. рис. 90.
3.7.62. В пленке диоксида кремния на границе с кремнием образуется тонкий слой положительно заряженных ионов донорной примеси, а отданные донорами электроны переходят в приповерхностный слой кремния. В кремнии n-типа электропроводности электроны, перешедшие из оксида, обогащают его приповерхностный слой основными носителями (образуется n-канал поверхностной электропроводности). В кремнии p-типа электропроводности электроны, перешедшие в него из оксида, либо обедняют приповерхностный слой, либо образуют наряду с обедненным слоем тонкий инверсный n-слой (последнее имеет место при малой концентрации акцепторных примесей в кремнии).

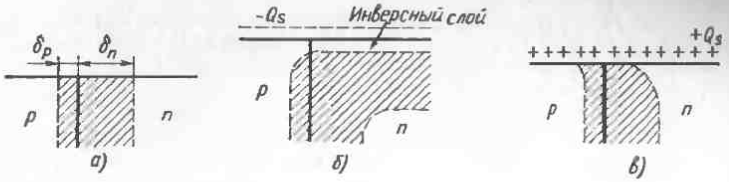


Рис. 91

3.7.63. $\rho_s = (en\mu_n\delta)^{-1} = 3{,}5 \cdot 10^5$ Ом.

3.7.64. Поверхностный заряд Q_s (рис. 91) оказывает влияние на менее легированную область p-n-перехода (в нашей задаче — n-область). Отрицательный заряд $-Q_s$ отталкивает от поверхности электроны и притягивает неосновные носители заряда — дырки. Это может привести к образованию инверсного p-слоя на поверхности n-области (рис. 91,*б*). При этом увеличивается площадь p-n-перехода и возрастает барьерная емкость (на рис. 91 заштрихованы обедненные носителями области объемного заряда). Существование инверсного слоя, участвующего в экстракции неосновных носителей заряда, вызывает рост тока насыщения. Наличие положительного заряда $+Q_s$ (рис. 91,*в*) приводит к уменьшению у поверхности ширины области объемного заряда, что, в свою очередь, может снизить пробивное напряжение p-n-перехода.

3.7.65. См. рис. 92.

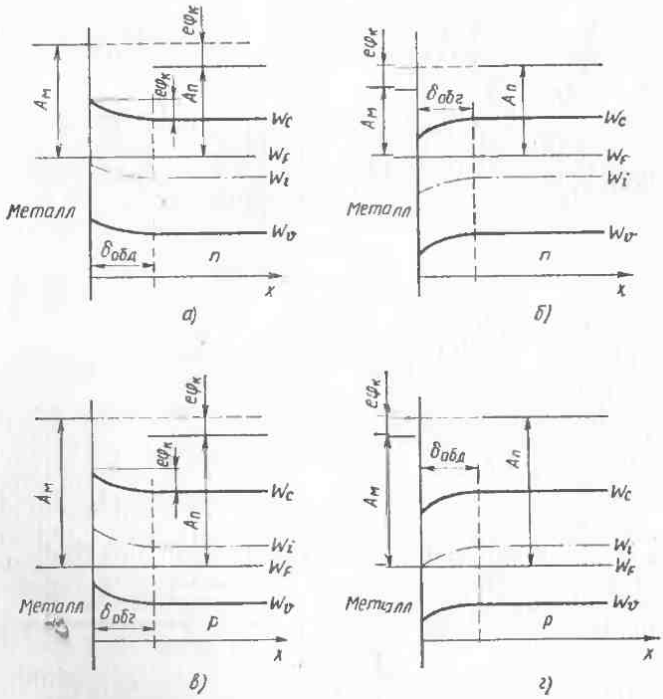


Рис. 92

3.7.66. Полагая, что для полупроводников n-типа: $A_п \approx \chi$, а для полупроводников p-типа: $A_п \approx \chi + \Delta W$, где ΔW — ширина запрещенной зоны полупроводника, можно предложить следующие варианты пар: а) n-GaAs—Cr; б) n-ZnS—Cu; в) p-Ge—Pt; г) p-Si—Au.

3.7.67. См. рис. 93: а) инверсный n-слой; б) инверсный p-слой.

3.7.68. В обоих случаях образуются обогащенные носителями заряда поверхностные слои. Полагая, что $A_п = \chi + \Delta W/2$, выбираем пары: Ge—Cr (рис. 94,*а*), Si—Au (рис. 94,*б*).

3.7.69. $A_м > A_п$ (рис. 95).

3.7.73. $I_{пр} = 9{,}82$ мА; $U_{пр} = 0{,}18$ В; $R_к = 18{,}3$ Ом.

3.7.74. Алюминий является акцептором для кремния, и при вжигании акцепторные атомы алюминия могут перекомпенсировать донорные атомы. В результате приповерхностный слой кремния превратится в дырочный полупроводник и контакт не будет омическим. В кремнии p-типа дополнительное легирование приповерхностного слоя акцепторами способствует повышению проводимости омического контакта.

3.7.75. См. рис. 96, где γ_0 — начальное значение удельной проводимости примесного полупроводника.

3.7.78. $\lambda = 0{,}86$ мкм.

3.7.79. См. рис. 97.

3.7.81. См рис. 98. В качестве эмиттеров с отрицательным электронным сродством $\chi_{эф}$ используются полупроводниковые соединения типа $A^{III}B^{V}$ и твердые растворы на их основе с электропроводностью p-типа и $\Delta W > 1{,}1$ эВ.

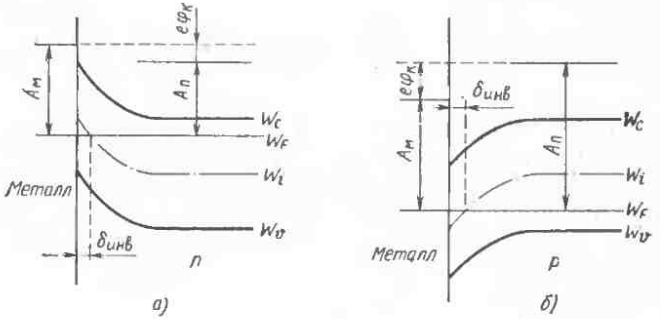


Рис. 93

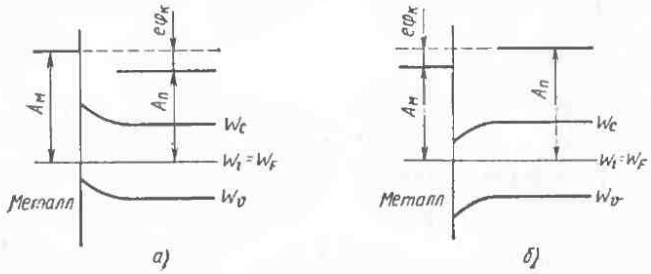


Рис. 94

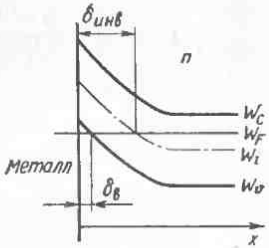


Рис. 95

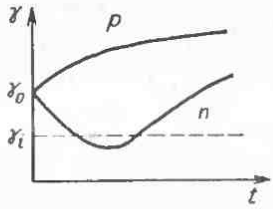


Рис. 96

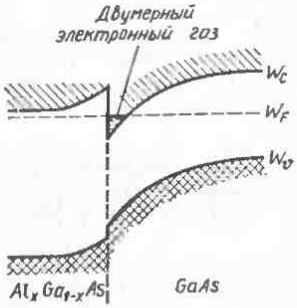


Рис. 97

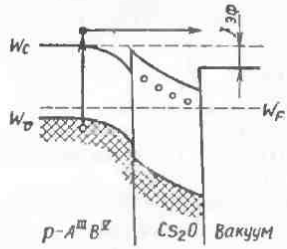


Рис. 98

ГЛАВА 4

4.1.8. $\varepsilon=6{,}8$; $\alpha_\varepsilon=10^{-4}$ К$^{-1}$.

4.1.10. а) $\alpha_\varepsilon=3{,}93\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$; б) $\varepsilon=1{,}00335$; в) концентрация молекул $n\approx L/2$, где $L=2{,}687\cdot10^{19}$ см$^{-3}$ — число Лошмидта.

4.1.11. На рис. 21: *а* — сегнетоэлектрическая керамика; *б* — полипропилен; *в* — поливинилхлорид; *г* — слюда. См. рис. 99.

4.1.15. $\varepsilon_{пр\ б}=3{,}93$.

4.1.16. $d_{всп}=446$ кг/м^3; $\theta_{возд}=0{,}576$.

4.2.8. Ионная электропроводность, обусловленная движением отрицательных ионов.

4.2.9. В случае электронной электропроводности.

4.2.10. а) $\Delta W_{пр}=0{,}66$ эВ; б) $\Delta W_{соб}=2{,}48$ эВ.

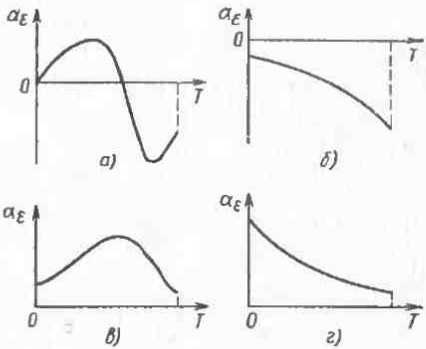


Рис. 99

4.2.12. 100 МОм. **4.2.13.** $6{,}3\cdot10^{13}$ Ом. **4.2.14.** $\rho=9{,}8\cdot10^{13}$ Ом·м.

4.2.15. $$\rho_s=\frac{2(b+h)\rho_V U_0/I_0}{\rho_V I-bhU_0/I_0}=2{,}14\cdot10^{12}\ \text{Ом}.$$

4.2.16. 25 МОм. **4.2.17.** а) 1; б) 4; в) 3; г) 2.

4.2.18. Энергия электрона останется неизменной, средняя длина свободного пробега уменьшится в два раза.

4.2.19. Электрический ток в газах вследствие малой концентрации носителей заряда достигает насыщения в очень слабых электрических полях (около 1 В/м). Поэтому сопротивление изоляции, соответствующее разным токам вольт-амперной характеристики межэлектродного пространства, оказывается неодинаковым и характеризовать электропроводность газа значением удельного электрического сопротивления не имеет смысла.

4.2.22. Состав г). **4.2.23.** $1{,}2\cdot10^{-12}$ См.

4.3.2. Активная мощность, выделяющаяся в изоляторе, увеличится в 4,89 раза.

4.3.3. $P_r=U^2\cdot2\pi fC=6{,}28$ вар; $\operatorname{tg}\delta=P_a/P_r=1{,}6\cdot10^{-4}$; $Q=1/\operatorname{tg}\delta=6280$.

4.3.5. *а)* $\operatorname{tg}\delta=1/\omega CR_{из}=2{,}63\cdot10^{-5}$; $p=U^2\omega\varepsilon_0\varepsilon(\operatorname{tg}\delta)/h=4{,}1\cdot10^{-3}$ Вт/м³; $\varepsilon''=\varepsilon\operatorname{tg}\delta=7{,}364\cdot10^{-5}$; б) $\tilde{\varepsilon}=2{,}8-j7{,}364\cdot10^{-5}$.

4.3.6. Так как выполняется условие $\operatorname{tg}^2\delta\ll1$, то $C_p\approx C_s=C$, где C_p и C_s — эквивалентные параллельная и последовательная емкости соответственно. Для последовательной эквивалентной схемы конденсатора с потерями $\operatorname{tg}\delta=r_s\cdot\omega C$; $r_s=(2\pi fC)^{-1}\operatorname{tg}\delta=1270$ Ом. Для параллельной эквивалентной схемы $\operatorname{tg}\delta=(R_p\omega C)^{-1}$; $R_p=(\omega C\operatorname{tg}\delta)^{-1}=2\cdot10^7$ Ом.

4.3.7. При расчете потерь можно воспользоваться параллельной эквивалентной схемой диэлектрика. Активная мощность рассеяния в этом случае не зависит от частоты и определяется выражением $P_a=U^2/R_{из}$, где $R_{из}$ — сопротивление изоляции диэлектрика. При этом $P_{a1}/P_{a2}=U_1^2/U_2^2$, откуда $P_{a2}=50$ мкВт.

4.3.8. $\varepsilon''=1{,}8\cdot10^{-11}$.

4.3.9. $R_p=2{,}28\cdot10^6$ Ом. Эквивалентное параллельное сопротивление значительно меньше сопротивления изоляции. Это объясняется тем, что диэлектрические потери возникают не из-за протекания сквозного тока, а обусловлены сдвигом фаз между напряженностью электрического поля и поляризованностью, т. е. в данном конденсаторе определяющими являются релаксационные диэлектрические потери.

4.3.10. $P_в=U_0^2C/\tau_C=10^{-6}$ Вт; $I=69$ мА.

4.3.11. В неполярном диэлектрике активная мощность рассеяния не зависит от частоты и может быть определена по формуле $P_a=U^2\omega C\operatorname{tg}\delta=3{,}14\times\times10^{-4}$ Вт.

4.3.12. $\tilde{\varepsilon}=2{,}2-j\cdot2{,}2\cdot10^{-4}$; $\chi=1{,}2$.

4.3.13. 20 мкВт. **4.3.14.** $1{,}6\cdot10^{-4}$. **4.3.15.** 600 Вт/м³.

4.3.16. С помощью параллельной эквивалентной схемы можно описать частотные изменения P_a и $\operatorname{tg}\delta$ в тех диэлектриках, в которых преобладающими являются потери на электропроводность. В этом случае имеем: $\operatorname{tg}\delta=1{,}8\times\times10^{10}\times(\varepsilon f\rho)^{-1}$. Однако эта формула неприменима к неполярным полимерам. Действительно, для полиэтилена $\operatorname{tg}\delta=8\cdot10^{-10}$, т. е. расчетное значение $\operatorname{tg}\delta$ много меньше реально измеренного на выбранной частоте. Это объясняется тем, что нейтральность молекул может иметь место лишь при строго регулярной укладке полимерных цепей, что не реализуется на практике. Любые нарушения симметрии цепи приводят к появлению дипольного момента (так называемые дипольно-групповые и дипольно-сегментарные потери). Кроме того, даже при тщательной очистке полимеров от полярных примесей в макромолекулах имеются карбонильные и гидроксильные группы, включения катализатора полимеризации и др., ответственные за увеличение $\operatorname{tg}\delta$.

4.3.25. а) Коэффициент потерь на поляризацию ε'' не равен нулю для второго диэлектрика; б) см. рис. 100.

4.3.26. Состав в). **4.3.31.** $U_и=9$ кВ.

4.4.12. См. рис. 101. **4.4.13.** 30 мкм.

4.4.14. Поверхностный пробой объясняется пробоем воздуха у поверхности твердого диэлектрика. При небольших частотах (до нескольких килогерц) амплитуда пробивного напряжения воздуха совпадает с пробивным напряжением при постоянном токе. Так как в линиях электропередачи промышленной частоты с действующим напряжением 220 кВ амплитуда напряжения достигает значения $220\sqrt{2}=312$ кВ, изолятор с напряжением поверхностного пробоя 250 кВ использовать нельзя.

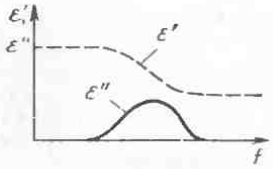


Рис. 100

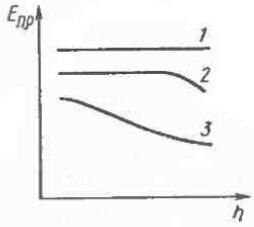


Рис. 101

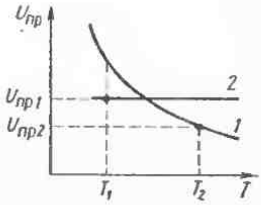


Рис. 102

4.4.15. $U_{max}=930$ В; $h=37{,}2$ мкм.
4.4.16. $K=4{,}24$; $h=0{,}846$ мкм.
4.4.17. $h=6{,}4\cdot10^{-4}$ м; $S=4{,}7\cdot10^{-4}$ м².
4.4.18. 15 кВ, поскольку пробивное напряжение диэлектриков однородной структуры при тепловом пробое не зависит от площади электродов.

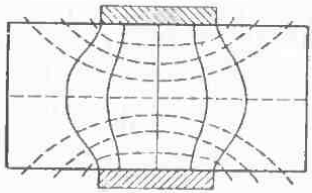


Рис. 103

4.4.19. Напряжение теплового пробоя прямо пропорционально корню квадратному из частоты приложенного напряжения, поэтому пробивное напряжение останется равным 15 кВ.
4.4.23. а) $U_{пр1}$, электрический пробой; б) $U_{пр2}$, тепловой пробой (рис. 102).

4.4.24. $U_и \approx 1400$ В.

4.2.25. $h_1=2$ мм; $C_1=21{,}3$ пФ.

4.4.26. а) U_4; б) U_2; в) См. рис. 103, где сплошными линиями показаны силовые линии электрического поля, а штриховыми — линии равного потенциала.
4.4.27. Значение $U_{п\,пр}$ максимально в конструкции, изображенной на рис. 34, *б*. При увеличении давления воздуха $U_{п\,пр}$ увеличится. Емкости конденсаторов всех трех конструкций примерно одинаковы.
4.4.30 $v_{min}=2{,}75\cdot10^6$ м/с; $l=7{,}16$ мкм.

4.4.31. $E=27{,}2$ кВ/м.

4.4.34. Возрастет в 1,57 раза.

4.5.26. $P_s=0{,}26/\sqrt{3}=0{,}15$ Кл/м².
4.5.27. $1{,}92\cdot10^{-29}$ Кл·м=5,75D.

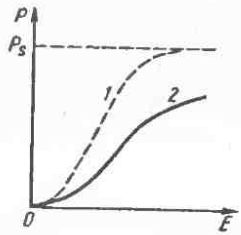


Рис. 104

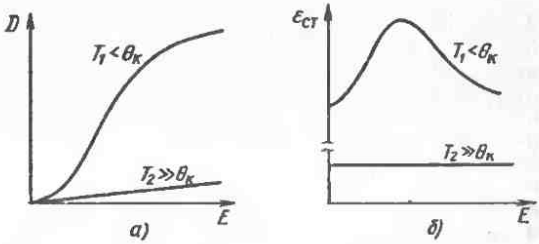


Рис. 105

4.5.28. При поляризации сегнетоэлектрика домены принимают преимущественную ориентацию, и их полярные оси располагаются вдоль тех разрешенных направлений спонтанной поляризованности, которые наиболее близки направлению вектора напряженности электрического поляризующего поля. Домены сегнетоэлектриков в отличие от доменов ферромагнетиков не могут ориентироваться строго вдоль вектора напряженности поляризующего поля, если его направление не совпадает ни с одним из возможных для спонтанной поляризованности кристаллографических направлений. В тетрагональном $BaTiO_3$ разрешенными направлениями спонтанной поляризации являются кристаллографические направления [100]. В поликристаллическом образце вследствие хаотического распределения зерен даже в сильных полях оси всех доменов не могут быть точно ориентированны по полю, поэтому в керамическом образце поляризация насыщения меньше P_s. См. также рис. 104, где кривая *1* соответствует монокристаллу, кривая *2* — поликристаллическому образцу.

4.5.29. а) При $T_1<\Theta_K$ сегнетоэлектрики имеют доменную структуру и, следовательно, зависимость электрической индукции от напряженности поля нелинейна (рис. 105, *а*). При этом $\varepsilon_{ст}=D/(\varepsilon_0 E)$, т. е. зависит от напряженности электрического поля (рис. 105, *б*). б) При $T_2\gg\Theta_K$ в сегнетоэлектрике происходит перестройка структуры, материал превращается в линейный диэлектрик и диэлектрическая проницаемость не зависит от напряженности электрического поля.

4.5.30. а) $\varepsilon_{ст\,max}=9000$; $E=0{,}65$ МВ/м; б) $\varepsilon_н=1500$; в) $P(E_1)\approx 9\times\times 10^{-2}$ Кл/м²; $P(2E_1)\approx 9\cdot 10^{-2}$ Кл/м².

4.5.31. См. рис. 106.

4.5.34. а) Ток обусловлен лишь перезарядкой линейной емкости (рис. 107); б) происходит изменение направления спонтанной поляризации сегнетоэлектрика и переключение его из состояния *2* в состояние *1*.

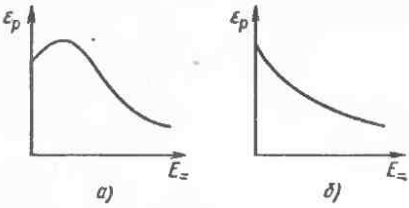


Рис. 106

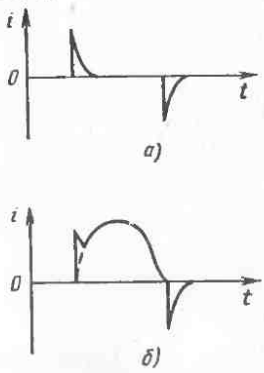


Рис. 107

4.5.35. а) См. рис. 108. б) В исходном состоянии ячейка оптически изотропна и не пропускает свет. При подаче напряжения ориентация молекул изменяется на гомогенную. Благодаря двойному лучепреломлению в ячейке происходит поворот плоскости поляризации света, что приводит к увеличению прозрачности оптического затвора. Если жидкий кристалл обладает положительной диэлектрической анизотропией, то при построении оптической модулирующей системы необходимо создать исходную гомогенную ориентацию молекул.

4.5.37. $E_i = \sigma_S/(\varepsilon_0\varepsilon) = 3{,}8\cdot 10^5$ В/м.

4.5.41. а) При сжатии боковых граней расстояние между верхней и нижней гранями увеличивается (деформация растяжения), в результате чего на верхней грани возникнет отрицательный заряд, на нижней — положительный; б) заряды на передней и задней гранях не образуются.

4.5.42. $\Delta h = hdE = 0{,}46$ нм. При увеличении толщины образца абсолютная деформация не изменится, так как пропорционально уменьшится напряженность поля.

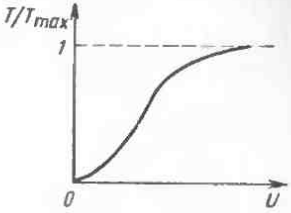


Рис. 108

4.5.43. а) $Q = 0{,}36$ мкКл; б) $U = \dfrac{p\Delta Th}{\varepsilon_0\varepsilon} = 1{,}63\cdot 10^4$ В; в) если кристалл охлаждать, то знаки поверхностных зарядов и полярность напряжения изменятся на противоположные.

4.5.45. а) $\Delta P = p\Delta T = 2\cdot 10^{-2}$ Кл·м$^{-2}$; б) $R_в = p/(\varepsilon c) = 2{,}2\cdot 10^{11}$ м/В.

4.5.46. $I = Sp\Delta T/\Delta t = 1$ мкА.

4.5.47. $m_{Cr_2O_3} = \dfrac{N_{Cr}M_{Cr_2O_3}}{2dN_0}m_0 = 6\cdot 10^{-4}m_0.$

4.5.48. $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 3{,}5.$

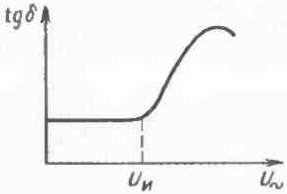


Рис. 109

4.6.22. На переменном напряжении: $E_1 = 2{,}63$ МВ/м; $E_2 = 2{,}37$ МВ/м. На постоянном напряжении: $E_1 = 4{,}995$ МВ/м; $E_2 = 0{,}005$ МВ/м. Таким образом, при совместном использовании полярной пленки и бумаги на переменном напряжении электрическая нагрузка слоев выравнивается, а на постоянном напряжении бумага не нагружена.

4.6.24. а) $U_и = \dfrac{E_{прв}h_з}{\sqrt{2}}\left(1 + \dfrac{C_в}{C_д}\right) = 644{,}8$ В;

б) $\operatorname{tg}\delta_0 \approx \dfrac{1}{\omega C' R'_{из}}$, где $R'_{из} = \dfrac{\rho_c h}{Sn - S_з}$, т. е. $\operatorname{tg}\delta_0 = 5{,}13\cdot 10^{-5}$ при $U < U_и$ (рис. 109).

4.6.26. $C = 2\varepsilon_0\varepsilon L b_м/h$ (см. рис. 46,*а*); $C = 2\varepsilon_0\varepsilon L(2b_м - b_д)/h$ (см. рис. 46,*в*).
4.6.28. 1 Ом.
4.6.31. $\alpha_{\varepsilon сл} = 19{,}7\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$; $\alpha_{\varepsilon к} \approx \alpha_C = -1500\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.
4.6.33. $h_1 \geqslant 4{,}76$ мкм; $h_1/h_2 = \varepsilon_1\cdot|\alpha_{\varepsilon 2}|/(\varepsilon_2|\alpha_{\varepsilon 1}|) = 2{,}5$;

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\varepsilon_2 h_1 \operatorname{tg}\delta_1 + \varepsilon_1 h_2 \operatorname{tg}\delta_2}{\varepsilon_1 h_2 + \varepsilon_2 h_1} = 6{,}49\cdot10^{-4}.$$

4.6.36. 1,5675 пФ.

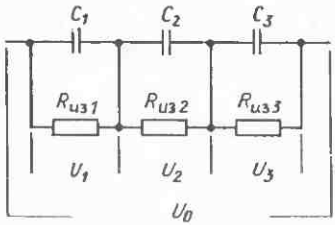


Рис. 110

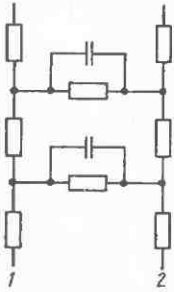


Рис. 111

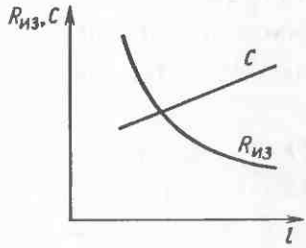


Рис. 112

4.6.37. Постоянная времени конденсатора $\tau_C = \varepsilon_0\varepsilon\rho$ и зависит только от свойств рабочего диэлектрика. Оба конденсатора имеют одинаковую постоянную времени.
4.6.38. Постоянное напряжение будет распределяться между тремя последовательно включенными конденсаторами пропорционально их сопротивлению изоляции (рис. 110). Поэтому $U_2 = U_1 + U_3 = U_0/2 = 750$ В>530 В, и второй конденсатор будет пробит, что приведет к пробою первого, а затем и третьего конденсаторов.
4.6.39. Переменное напряжение будет распределяться между последовательно включенными конденсаторами пропорционально их полному сопротивлению. Емкостное сопротивление конденсатора $x_C = (2\pi fC)^{-1} = (2\pi\cdot50\cdot0{,}1\times\times10^{-6})^{-1} = 3{,}18\cdot10^6$ Ом много меньше сопротивления изоляции, поэтому полные сопротивления конденсаторов приблизительно равны, и к каждому конденсатору приложено переменное напряжение с действующим значением 500 В. При расчете электрической прочности следует учитывать амплитуду напряжения $U_m = \sqrt{2}500 = 707$ В. Так как $U_m > U_{раб}$, то эти конденсаторы использовать в данных условиях нельзя.
4.6.40. Нельзя. **4.6.41.** $U \approx 19{,}8$ кВ. **4.6.43.** 201 пФ.
4.6.44. $R_{из} = \rho_S B/l = 13{,}3$ МОм; $I_{max} = j_{доп}ab = 1$А; $\Delta U = I_{max}\rho_{Cu}l/(ab) = 5{,}22$ мВ; $P_{пп} = 5{,}22$ мВт.
4.6.45. См. рис. 111.
4.6.49. См. рис. 112. $C_{пог} = 61$ пФ/м; $R_{из\ пг} = 3{,}34\cdot10^{13}$ Ом·м.

4.6.55. $$C = \frac{C_0}{1 - \dfrac{\varepsilon_к - 1}{\varepsilon_к}\dfrac{b}{h}} = 50 \text{ пФ};$$

$E = 1{,}83\cdot10^4$ В/м.
4.6.58. 50 мкВт.

ГЛАВА 5

5.1.15. $M_{Co^{2+}} = 3\mu_B = 27{,}82 \cdot 10^{-24}$ А·м²;

$M_{Ni^{2+}} = 2\mu_B = 18{,}55 \cdot 10^{-24}$ А·м²;

$M_{Mn^{2+}} = 5\mu_B = 46{,}37 \cdot 10^{-24}$ А·м²;

$M_{Mn^{2+}} = M_{Fe^{3+}}$.

5.1.16. $J_м = -9{,}5 \cdot 10^{-3}$ А/м; $B = 1{,}256 \cdot 10^{-3}$ Тл.

5.1.19. $M_{Ni} = 0{,}6\mu_B$.

5.1.21. а) [111]; б) [100].

5.1.26. См. рис. 113.

5.1.27. См. рис. 59 и 114.

5.1.29. $B_1 = B_0$; $H_1 = B_0/(\mu_0\mu)$.

5.1.31. $k_м = -1{,}9 \cdot 10^{-4}$.

5.1.34. $\Theta_К = 359{,}9$°C; $k_м(600°C) = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$.

5.2.4. $U_G = 1{,}42$ В.

5.2.6. $\mu_p \approx 2\,000$.

5.2.8. $P_а = 0{,}48$ Вт/кг.

5.2.14. $P_{вт} = 36$ Вт.

5.2.19. $P_{вт} = 0{,}46$ Вт. Потери на гистерезис уменьшатся в 2,1 ... 2,5 раза.

5.3.2. $J_{s0} = 6{,}15 \cdot 10^5$ А/м.

5.3.4. $B_{s0} = 0{,}565$ Тл.

5.3.6. Намагниченность насыщения уменьшится; в расчете на структурную единицу $Fe_{3-x}Al_xO_4$ магнитный момент $M_s = M_B - M_A = (4-5x)\mu_B$.

5.3.12. $P_а = 2$ Вт. **5.3.13.** $p_м = 1000$ Вт/м³.

5.3.14. $r_э = 268$ Ом.

5.3.16. См. рис. 115; $\mu_{н1} > \mu_{н2}$; $f_{гр1} < f_{гр2}$; $\operatorname{tg}\delta_{м1} > \operatorname{tg}\delta_{м2}$; $H_{c1} < H_{c2}$; $\rho_1 < \rho_2$; $\alpha_{\mu 1} > \alpha_{\mu 2}$; $\Theta_{К1} < \Theta_{К2}$; $p_{вт1} > p_{вт2}$; $p_{г1} < p_{г2}$.

5.3.17. $P_а = \mu_0\mu\pi f H_m m(\operatorname{tg}\delta_м)/d = 17{,}5$ Вт.

5.3.18. $Q = 314$.

5.3.19. При температуре Кюри энергия тепловых колебаний ионов решетки становится сравнимой с энергией обменного взаимодействия. Упорядоченность магнитных моментов разрушается, и ферромагнетик (или ферримагнетик) переходит в парамагнитное состояние. В ферримагнетиках магнитоактивные ионы разделены ионами кислорода, и энергия их обменного взаимодействия меньше энергии обменного взаимодействия магнитоактивных ионов ферромагнетиков, поэтому меньше и температура Кюри.

5.4.8. $H_c = 100$ А/м.

5.4.9. $\Psi = \Phi n = BSn = \mu_0\mu Sn^2 I/l_{ср} = 25{,}12$ Вб (см. решение задачи 5.2.3).

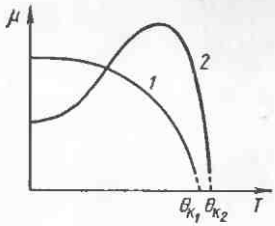


Рис. 113

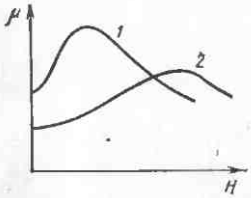


Рис. 114

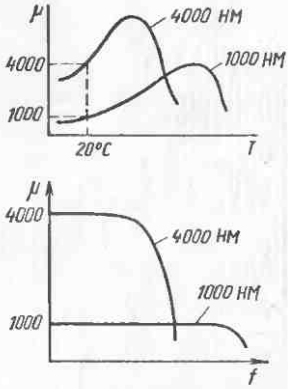


Рис. 115

5.4.10. $L=1{,}6$ Гн (см. решение задачи 5.2.7).
5.4.11. $I=65{,}4$ мА.
5.4.13. а) $L_1=2{,}08$ мГн; б) $L_2=3{,}88$ мГн; в) $I(L_{max})=150$ мА.

5.4.14. $n=178$. **5.4.15.** $\mu=1313$.

5.4.16. $$k_м=\mu-1=\frac{Ll}{\mu_0 n^2 S}-1=\frac{7{,}55\cdot10^{-5}\cdot0{,}3}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot9\cdot10^4\cdot2\cdot10^{-4}}-1=1{,}35\cdot10^{-3};$$

$J_м=k_м H=1{,}35\cdot10^{-3}\cdot1500=2{,}025$ А/м.
5.4.17. $B=\mu_0\mu nI/l=0{,}28$ Тл.
5.4.22. $\Psi=0{,}2$ мВб; $\mu=15\,600$; $I=70$ мА.
5.4.23. $n=1000$.

5.4.24. $$B=\frac{In\mu_0\mu_1\mu_2}{2l\mu_1\mu_2+(L/2-l)(\mu_1+\mu_2)}=$$
$$=\frac{0{,}1\cdot100\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot200\cdot400}{2\cdot2\cdot10^{-3}\cdot200\cdot400+(25-2)\cdot10^{-3}(200+400)}=3\text{ мТл}.$$

5.4.25. $\mu=597$. **5.4.26.** $H=7{,}23$ кА/м.

5.4.27. а) $\mu_н=80$; б) $\mu_н$ не зависит от тока в обмотке при $H<3$ кА/м.
5.4.31. а) $I_1=\pi H_c D=\pi\cdot15\cdot4\cdot10^{-3}=0{,}188$ А; б) $I_2=\pi H_c(D-2a)=0{,}094$ А; в) $\tau_c\approx S_q/H_c=30\cdot10^{-6}/15=2$ мкс; г) $I_1=0{,}376$ А; $I_{2max}=0{,}283$ А; д) токи I_1 и I_2 уменьшатся в 10 раз; е) $K_{пу}=B_r/B_m\approx0{,}9$ (при $H_m=5H_c$).
5.4.34. См. рис. 116.
5.4.45. Магнитопровод силового трансформатора используется в достаточно сильных магнитных полях. Максимальный магнитный поток через сердечник трансформатора определяется индукцией насыщения материала магнитопровода. Для уменьшения габаритных размеров трансформатора целесообразно сердечник трансформатора изготавливать из материала с высокой индукцией насыщения.

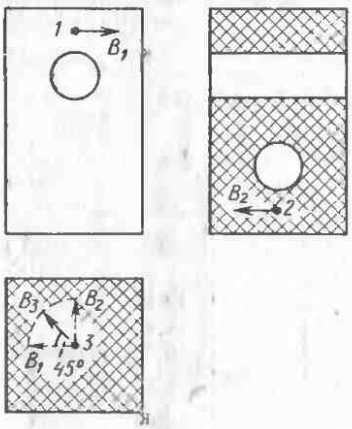


Рис. 116

5.4.46. $J_м=3{,}96\cdot10^5$ А/м.
5.4.47. $F=B^2S/(2\mu_0)=3{,}6\cdot10^4$ Н.
5.4.50. $W_{max}=5{,}5\cdot10^3$ Дж/м^3.
5.4.52. $H_0=7{,}85\cdot10^5$ А/м; $W_0=V_0\mu_0H_0^2/2=3{,}88\cdot10^{-2}$ Дж.
5.4.56. Угол поворота удвоится.
5.4.59. Так как $Q=\omega L/r$, где r — последовательное активное сопротивление, характеризующее потери в катушке, то сопротивление r катушки, изготовленной на диэлектрическом основании, равно сопротивлению спирали (потерями в диэлектрическом основании на низких частотах пренебрегаем). При увеличении ширины витка спирали в два раза его сопротивление уменьшится в два раза (при неизменной толщине металлической пленки) и соответственно в два раза увеличится добротность катушки. При замене диэлектрической подложки на ферритовую при том же числе витков спирали индуктивность катушки увеличится, так как магнитная проницаемость феррита больше единицы. На низких частотах это приведет к увеличению добротности. С возрастанием частоты рост добротности замедлится, а затем она будет уменьшаться из-за увеличения потерь в ферритовой подложке.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Физические параметры чистых металлов (при 20°С)

Металл	Плотность, Мг/м³	Температура плавления, °С	Температурный коэффициент линейного расширения $\alpha_l \cdot 10^6$, K^{-1}	Удельное сопротивление, мкОм·м	Температурный коэффициент удельного сопротивления $\alpha \cdot 10^3$, K^{-1}	Работа выхода, эВ	Абсолютная удельная термоЭДС, мкВ·K^{-1}	Кристаллическая структура*	Период решетки, нм
Алюминий	2,7	660	21,0	0,027	4,1	4,25	—1,3	г.ц.к.	$a=0{,}404$
Вольфрам	19,3	3400	4,4	0,055	5,0	4,54	+2,0	о.ц.к.	0,316
Железо	7,87	1540	10,7	0,097	6,3	4,31	+16,6	о.ц.к.	0,286
Золото	19,3	1063	14,0	0,023	3,9	4,30	+1,5	г.ц.к.	0,407
Кобальт	8,85	1500	13,5	0,064	6,0	4,41	—20,1	гекс.	$a=0{,}251$; $c=0{,}407$
Медь	8,92	1083	16,6	0,017	4,3	4,40	+1,8	г.ц.к.	$a=0{,}361$
Молибден	10,2	2620	5,3	0,050	4,3	4,30	+6,3	о.ц.к.	0,314
Натрий	0,97	98	72,0	0,042	5,5	2,35	—8,7	о.ц.к.	0,428
Никель	8,96	1453	13,2	0,068	6,7	4,50	—19,3	г.ц.к.	0,352
Олово	7,29	232	23,0	0,113	4,5	4,38	—1,1	тетраг.	$a=0{,}583$; $c=0{,}318$
Платина	21,45	1770	9,5	0,098	3,9	5,32	—5,1	г.ц.к.	$a=0{,}392$
Свинец	11,34	327	28,3	0,190	4,2	4,00	—1,2	г.ц.к.	0,494
Серебро	10,49	961	18,6	0,015	4,1	4,30	+1,5		0,408
Тантал	16,6	3000	6,6	0,124	3,8	4,12	—2,5	о.ц.	0,330
Хром	7,19	1900	6,2	0,130	2,4	4,58	+18,0	о.ц.к.	0,288
Цинк	7,14	419	30,0	0,059	4,1	4,25	+1,5	гекс	$a=0{,}266$; $c=0{,}494$

* Обозначения кристаллических структур: о.ц.к. — объемно центрированная кубическая; г.ц.к. — гранецентрированная кубическая; гекс. — гексагональная плотной упаковки; тетраг. — тетрагональная.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Физические параметры полупроводников (T=300 K)

Полупроводник	Кристаллическая структура	Период решетки, нм	Плотность, Мг/м³	Температура плавления, °C	Температурный коэффициент линейного расширения, $\alpha_l \cdot 10^6$, K^{-1}	Ширина запрещенной зоны ΔW, эВ	$\frac{d(\Delta W)}{dT} 10^4$, эВ/К	Подвижность μ, м²/(В·с)		Низкочастотная диэлектрическая проницаемость
								электронов	дырок	
Ge	Типа алмаза	0,565	5,43	937	5,8	0,66	3,9	0,39	0,19	16,0
Si		0,542	2,33	1415	2,3	1,12	2,8	0,14	0,05	12,5
α-SiC	Гексагональная, 6H	$a=0,308$ $c=15,12$	3,22	2205	—	3,02	—	0,033	0,06	10,0
GaN	Типа вюрцита	$a=0,319$ $c=0,518$	6,11	1700	5,7	3,40	3,9	0,03	—	12,2
AlP	Типа сфалерита	0,546	2,37	2000	4,2	2,45	2,6	0,008	0,003	9,8
GaP		0,545	4,07	1467	4,7	2,26	4,7	0,019	0,012	11,1
InP		0,587	4,78	1070	4,6	1,35	2,8	0,46	0,015	12,4
AlAs		0,566	3,60	1770	3,5	2,16	4,0	0,028	—	10,1
GaAs		0,565	5,32	1238	5,4	1,43	4,0	0,95	0,045	13,1
InAs		0,606	5,67	942	4,7	0,36	3,5	3,3	0,046	14,6
AlSb		0,614	4,28	1060	4,2	1,58	3,5	0,02	0,055	14,4
GaSb		0,610	5,65	710	6,1	0,72	3,6	0,4	0,14	15,7
InSb		0,648	5,78	525	4,9	0,18	3,0	7,8	0,075	17,7
ZnS		0,541	4,09	1020*	—	3,67	5,3	—	—	5,2
ZnS	Типа вюрцита	$a=0,382$ $c=0,626$	4,10	1780	6,2	3,74	3,8	0,014	0,0005	5,2
CdS		$a=0,413$ $c=0,675$	4,82	1750	5,7	2,53	4,9	0,034	0,011	5,4
ZnSe	Типа сфалерита	0,566	5,42	1520	1,9	2,73	7,2	0,026	0,0015	9,2
CdSe	Типа вюрцита	$a=0,430$ $c=0,701$	5,81	1264	—	1,85	4,1	0,072	0,0075	10,0
ZnTe	Типа сфалерита	0,610	6,34	1239	8,3	2,23	—	0,053	0,003	10,4
CdTe		0,648	5,86	1041	4,0	1,51	4,1	0,12	0,006	10,2
HgTe		0,646	8,09	670	4,8	0,08	—	2,5	0,02	—
PbS	Типа NaCl	0,594	7,61	1114	—	0,39	3,3	0,06	0,07	17,0
PbSe		0,612	8,15	1076	—	0,27	4,0	0,12	0,10	—
PbTe		0,646	8,16	917	—	0,32	4,3	0,08	0,09	30,0

* Температура фазового перехода

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Параметры диэлектрических материалов (при 293 К)

Диэлектрический материал	Удельное объемное сопротивление, Ом·м	Относительная диэлектрическая проницаемость	Температурный коэффициент диэлектрической проницаемости $\alpha_\varepsilon \times 10^6$, K^{-1}	Тангенс угла диэлектрических потерь при 1 МГц	Электрическая прочность, МВ/м
Полиэтилен	10^{14}—10^{15}	2,3—2,4	—(200—300)	(2—5)·10^{-4}	40—150*
Полистирол	10^{14}—10^{16}	2,5—2,6	—(150—200)	(2—4)·10^{-4}	20—110*
Фторопласт-4	10^{14}—10^{16}	1,9—2,2	—(150—300)	(2—3)·10^{-4}	40—250*
Полипропилен	10^{12}—10^{15}	2,0	—(200—300)	(3—5)·10^{-4}	30—150*
Лавсан	10^{14}—10^{15}	3,1—3,2	+(400—600)	(3—10)·10^{-3}	20—180*
Поликарбонат	10^{14}—10^{15}	3,0	+(50—100)	(2—60)·10^{-3}	30—150*
Полиимид	10^{15}—10^{16}	3,5	—	(1—2)·10^{-3}	30—200*
Поливинилхлорид	10^{9}—10^{13}	3,1—3,4	—	0,015—0,018	35—45
Гетинакс	10^{8}—10^{10}	3,0—6,0	—	0,04—0,08	15—30
Стеклотекстолит	10^{8}—10^{11}	5,5—6,0	—	0,02—0,04	15—35
Бакелит	10^{8}—10^{11}	4,0	—	0,01	12—50*
Эпоксидные компаунды	10^{12}—10^{14}	3,3—6,0	—	0,01	20—35
Слюда	10^{12}—10^{14}	6,0—8,0	+(10—20)	(1—6)·10^{-4}	100—250*
Кварцевое стекло	10^{16}	3,8—4,2	—	(2—3)·10^{-4}	40—400*
Щелочные стекла	10^{10}—10^{15}	5—10	+(30—500)	(5—250)·10^{-4}	40—400*
Ситаллы	10^{8}—10^{12}	5—10	—	(1—80)·10^{-3}	25—85
Изоляторный фарфор	10^{9}—10^{11}	5—8	—	0,02—0,03	25—30
Ультрафарфор	10^{12}—10^{15}	7—10	+(80—140)	(1—10)·10^{-4}	20—45
Алюминоксид	10^{14}—10^{15}	8,5—9,5	+(100—120)	(1—2)·10^{-4}	25—30
Поликор	10^{16}	9	+(80—100)	(1—2)·10^{-4}	30—45
Брокерит	10^{16}	6—7	+(40—80)	(2—5)·10^{-4}	30—45
Стеатитовая керамика	10^{13}—10^{15}	6—8	+(70—180)	(6—8)·10^{-4}	25—40
Цельзиановая керамика	10^{12}—10^{13}	6—7	+(60—70)	(1—2)·10^{-4}	35—45
Рутиловая керамика	10^{9}—10^{12}	40—300	—(80—2200)	(2—10)·10^{-4}	10—30
Сегнетокерамика	10^{9}—10^{11}	900—20 000	—	0,05—0,3	4—10

* Верхние пределы указаны для тонких пленок.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

ПЕРИОДЫ	РЯДЫ	ГРУППЫ I	II	III	IV	V
I	1	**H** 1 1,00794 $1s^1$ ВОДОРОД 1				
II	2	**Li** 3 6,94 $2s^1$ 1 2 ЛИТИЙ	**Be** 4 9,01218 $2s^2$ 2 2 БЕРИЛЛИЙ	5 **B** 10,81 $2p^1$ 3 2 БОР	6 **C** 12,011 $2p^2$ 4 2 УГЛЕРОД	7 **N** 14,0067 $2p^3$ 5 2 АЗОТ
III	3	**Na** 11 22,98977 $3s^1$ 1 8 2 НАТРИЙ	**Mg** 12 24,305 $3s^2$ 2 8 2 МАГНИЙ	13 **Al** 26,98154 $3p^1$ 3 8 2 АЛЮМИНИЙ	14 **Si** 28,085 $3p^2$ 4 8 2 КРЕМНИЙ	15 **P** 30,97376 $3p^3$ 5 8 2 ФОСФОР
IV	4	**K** 19 39,098 $4s^1$ 1 8 8 2 КАЛИЙ	**Ca** 20 40,08 $4s^2$ 2 8 8 2 КАЛЬЦИЙ	**Sc** 21 44,9559 $3d^14s^2$ 2 9 8 2 СКАНДИЙ	**Ti** 22 47,90 $3d^24s^2$ 2 10 8 2 ТИТАН	**V** 23 50,9415 $3d^34s^2$ 2 11 8 2 ВАНАДИЙ
	5	29 **Cu** 63,546 $3d^{10}4s^1$ 1 18 8 2 МЕДЬ	30 **Zn** 65,38 $4s^2$ 2 18 8 2 ЦИНК	31 **Ga** 69,72 $4p^1$ 3 18 8 2 ГАЛЛИЙ	32 **Ge** 72,59 $4p^2$ 4 18 8 2 ГЕРМАНИЙ	33 **As** 74,9216 $4p^3$ 5 18 8 2 МЫШЬЯК
V	6	**Rb** 37 85,4678 $5s^1$ 1 8 18 8 2 РУБИДИЙ	**Sr** 38 87,62 $5s^2$ 2 8 18 8 2 СТРОНЦИЙ	**Y** 39 88,9059 $4d^15s^2$ 2 9 18 8 2 ИТТРИЙ	**Zr** 40 91,22 $4d^25s^2$ 2 10 18 8 2 ЦИРКОНИЙ	**Nb** 41 92,9064 $4d^45s^1$ 1 12 18 8 2 НИОБИЙ
	7	47 **Ag** 107,8682 $5s^1$ 1 18 18 8 2 СЕРЕБРО	48 **Cd** 112,41 $5s^2$ 2 18 18 8 2 КАДМИЙ	49 **In** 114,82 $5p^1$ 3 18 18 8 2 ИНДИЙ	50 **Sn** 118,69 $5p^2$ 4 18 18 8 2 ОЛОВО	51 **Sb** 121,75 $5p^3$ 5 18 18 8 2 СУРЬМА
VI	8	**Cs** 55 132,9054 $6s^1$ 1 8 18 18 8 2 ЦЕЗИЙ	**Ba** 56 137,33 $6s^2$ 2 8 18 18 8 2 БАРИЙ	57**La—Lu**71 •	**Hf** 72 178,49 $5d^26s^2$ 2 10 32 18 8 2 ГАФНИЙ	**Ta** 73 180,9479 $5d^36s^2$ 2 11 32 18 8 2 ТАНТАЛ
	9	79 **Au** 196,9665 $5d^{10}6s^1$ 1 18 32 18 8 2 ЗОЛОТО	80 **Hg** 200,59 $6s^2$ 2 18 32 18 8 2 РТУТЬ	81 **Tl** 204,37 $6p^1$ 3 18 32 18 8 2 ТАЛЛИЙ	82 **Pb** 207,2 $6p^2$ 4 18 32 18 8 2 СВИНЕЦ	83 **Bi** 208,9804 $6p^3$ 5 18 32 18 8 2 ВИСМУТ
VII	10	**Fr** 87 [223] $7s^1$ 1 8 18 32 18 8 2 ФРАНЦИЙ	**Ra** 88 226,0254 $7s^2$ 2 8 18 32 18 8 2 РАДИЙ	89**Ac-(Lr)**103 ••	**Ku** 104 [261] $6d^27s^2$ 2 10 32 32 18 8 2 КУРЧАТОВИЙ	**Ns** 105 [261] $6d^37s^2$ 2 11 32 32 18 8 2 НИЛЬСБОРИЙ

• ЛАНТАНИДЫ

La 57 138,9055 $5d^16s^2$ 2 8 18 18 9 2 ЛАНТАН	**Ce** 58 140,12 $4f^26s^2$ 2 8 20 18 8 2 ЦЕРИЙ	**Pr** 59 140,9077 $4f^36s^2$ 2 8 21 18 8 2 ПРАЗЕОДИМ	**Nd** 60 144,24 $4f^46s^2$ 2 8 22 18 8 2 НЕОДИМ	**Pm** 61 [145] $4f^56s^2$ 2 8 23 18 8 2 ПРОМЕТИЙ	**Sm** 62 150,4 $4f^66s^2$ 2 8 24 18 8 2 САМАРИЙ	**Eu** 63 151,96 $4f^76s^2$ 2 8 25 18 8 2 ЕВРОПИЙ	**Gd** 64 157,25 $4f^75d^16s^2$ 2 9 25 18 8 2 ГАДОЛИНИЙ

•• АКТИНИДЫ

Ac 89 [227] $6d^17s^2$ 2 9 18 32 18 8 2 АКТИНИЙ	**Th** 90 232,0381 $6d^27s^2$ 2 10 18 32 18 8 2 ТОРИЙ	**Pa** 91 231,0359 $5f^26d^17s^2$ 2 9 20 32 18 8 2 ПРОТАКТИНИЙ	**U** 92 238,029 $5f^36d^17s^2$ 2 9 21 32 18 8 2 УРАН	**Np** 93 237,0482 $5f^46d^17s^2$ 2 9 22 32 18 8 2 НЕПТУНИЙ	**Pu** 94 [244] $5f^67s^2$ 2 8 24 32 18 8 2 ПЛУТОНИЙ	**Am** 95 [243] $5f^77s^2$ 2 8 25 32 18 8 2 АМЕРИЦИЙ	**Cm** 96 [247] $5f^76d^17s^2$ 2 9 25 32 18 8 2 КЮРИЙ

ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА

Э Л Е М Е Н Т О В

VI	VII	VIII		
	H			2 He 4,00260 $1s^2$ ГЕЛИЙ
8 O 15,999$_4$ $2p^4$ 6 2 КИСЛОРОД	9 F 18,998403 $2p^5$ 7 2 ФТОР			10 Ne 20,17$_9$ $2p^6$ 8 2 НЕОН
16 S 32,06 $3p^4$ 6 8 2 СЕРА	17 Cl 35,453 $3p^5$ 7 8 2 ХЛОР			18 Ar 39,94$_8$ $3p^6$ 8 8 2 АРГОН
Cr 24 51,996 $3d^5 4s^1$ 1 13 8 2 ХРОМ	Mn 25 54,9380 $3d^5 4s^2$ 2 13 8 2 МАРГАНЦ	Fe 26 55,84$_7$ $3d^6 4s^2$ 2 14 8 2 ЖЕЛЕЗО	Co 27 58,9332 $3d^7 4s^2$ 2 15 8 2 КОБАЛЬТ	Ni 28 58,70 $3d^8 4s^2$ 2 16 8 2 НИКЕЛЬ
34 Se 78,9$_6$ $4p^4$ 6 18 8 2 СЕЛЕН	35 Br 79,904 $4p^5$ 7 18 8 2 БРОМ			36 Kr 83,80 $4p^6$ 8 18 8 2 КРИПТОН
Mo 42 95,94 $4d^5 5s^1$ 1 13 18 8 2 МОЛИБДЕН	Tc 43 98,9062 $4d^5 5s^2$ 2 13 18 8 2 ТЕХНЕЦИЙ	Ru 44 101,0$_7$ $4d^7 5s^1$ 1 15 18 8 2 РУТЕНИЙ	Rh 45 102,9055 $4d^8 5s^1$ 1 16 18 8 2 РОДИЙ	Pd 46 106,4 $4d^{10} 5s^0$ 0 18 18 8 2 ПАЛЛАДИЙ
52 Te 127,6$_0$ $5p^4$ 6 18 18 8 2 ТЕЛЛУР	53 I 126,9045 $5p^5$ 7 18 18 8 2 ИОД			54 Xe 131,30 $5p^6$ 8 18 18 8 2 КСЕНОН
W 74 183,8$_5$ $5d^4 6s^2$ 2 12 32 18 8 2 ВОЛЬФРАМ	Re 75 186,207 $5d^5 6s^2$ 2 13 32 18 8 2 РЕНИЙ	Os 76 190,2 $5d^6 6s^2$ 2 14 32 18 8 2 ОСМИЙ	Ir 77 192,2$_2$ $5d^7 6s^2$ 2 15 32 18 8 2 ИРИДИЙ	Pt 78 195,0$_9$ $5d^9 6s^1$ 1 17 32 18 8 2 ПЛАТИНА
84 Po [209] $6p^4$ 6 18 32 18 8 2 ПОЛОНИЙ	85 At [210] $6p^5$ 7 18 32 18 8 2 АСТАТ			86 Rn [222] $6p^6$ 8 18 32 18 8 2 РАДОН

Атомная масса

Распределение электронов по застраивающимся и последующим застроенным полуровням

U 92
238,02$_9$
$5f^3 6d^1 7s^2$
УРАН

Атомный номер

Распределение электронов по уровням

Атомные массы приведены по Международной таблице 1981 г.
Точность последней значащей цифры ±1 или ±3, если она выделена мелким шрифтом.
В квадратных скобках приведены массовые числа наиболее устойчивых изотопов
Названия и символы элементов, приведенные в круглых скобках, не являются общепринятыми.

О И Д Ы

Tb 65 158,9254 $4f^9 6s^2$ 2 8 27 18 8 2 ТЕРБИЙ	Dy 66 162,5$_0$ $4f^{10} 6s^2$ 2 8 28 18 8 2 ДИСПРОЗИЙ	Ho 67 164,9304 $4f^{11} 6s^2$ 2 8 29 18 8 2 ГОЛЬМИЙ	Er 68 167,2$_6$ $4f^{12} 6s^2$ 2 8 30 18 8 2 ЭРБИЙ	Tm 69 168,9342 $4f^{13} 6s^2$ 2 8 31 18 8 2 ТУЛИЙ	Yb 70 173,0$_4$ $4f^{14} 6s^2$ 2 8 32 18 8 2 ИТТЕРБИЙ	Lu 71 174,967 $5d^1 6s^2$ 2 9 32 18 8 2 ЛЮТЕЦИЙ

О И Д Ы

Bk 97 [247] $5f^8 6d^1 7s^2$ 2 9 26 32 18 8 2 БЕРКЛИЙ	Cf 98 [251] $5f^{10} 7s^2$ 2 8 28 32 18 8 2 КАЛИФОРНИЙ	Es 99 [254] $5f^{11} 7s^2$ 2 8 29 32 18 8 2 ЭЙНШТЕЙНИЙ	Fm 100 [257] $5f^{12} 7s^2$ 2 8 30 32 18 8 2 ФЕРМИЙ	Md 101 [258] $5f^{13} 7s^2$ 2 8 31 32 18 8 2 МЕНДЕЛЕВИЙ	(No) 102 [255] $5f^{14} 7s^2$ 2 8 32 32 18 8 2 (НОБЕЛИЙ)	(Lr) 103 [256] $6d^1 7s^2$ 2 9 32 32 18 8 2 (ЛОУРЕНСИЙ)

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Параметры некоторых магнитомягких материалов (при 20 °С)

Магнитный материал	Магнитная проницаемость		Коэрцитивная сила, А/м	Остаточная индукция, Тл	Индукция насыщения, Тл	Температура Кюри, °С	Удельное сопротивление, Ом·м
	начальная	максимальная					
Технически чистое железо	250—400	3500—4500	50—100	2,0	2,18	770	$0{,}1\cdot10^{-6}$
Электротехническая сталь	200—600	3000—8000	10—65	0,5—1,9	1,95—2,02	760—740	$(0{,}25—0{,}6)\cdot10^{-6}$
Низконикелевые пермаллои	1500—4000	15 000—60 000	5—32	0,3—0,5	1,0—1,6	400—500	$(0{,}45—0{,}9)\cdot10^{-6}$
Высоконикелевые пермаллои	7000—100 000	50 000—300 000	0,65—5	0,5—0,7	0,65—1,05	400—600	$(0{,}16—0{,}85)\cdot10^{-6}$
Супермаллой	100 000	1 500 000	0,3	—	0,8	400	$0{,}6\cdot10^{-6}$
Низкочастотный феррит марки:							
20000 НМ	15 000	35 000	0,24	0,11	0,35*	110	0,001
6000 НМ	4800—8000	10 000	8	0,11	0,35*	130	0,1
2000 НМ	1500—2300	3 500	24	0,13	0,38*	200	0,5
2000 НН	1800—2400	6 000	8	0,10	0,25*	70	10
600 НН	500—800	1 500	40	0,12	0,28*	110	10^2
400 НН	320—500	600	56	0,13	0,26*	120	10^3
Высокочастотный феррит марки:							
100 ВЧ	80—120	280	300	0,15	—	400	10^5
20 ВЧ	16—24	45	1000	0,1	—	450	10^5
Магнитодиэлектрики на основе:							
альсифера	20—90	—	400—500	0,02—0,05	—	—	$(1—10)\cdot10^{-4}$
молибденового пермаллоя	60—250	—	100	0,007—0,02	—	—	—

* При $H=800$ А/м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пасынков В. В., Сорокин В. С.** Материалы электронной техники. — М.: Высшая школа, 1986.

2. **Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М.** Электротехнические материалы. — Л: Энергоатомиздат, 1985.

3. **Электрорадиоматериалы** / Под ред. Б. М. Тареева. — М.: Высшая школа, 1978.

4. **Горелик С. С., Дашевский М. Я.** Материаловедение полупроводников и диэлектриков. — М.: Металлургия, 1988.

5. **Киттель Ч.** Введение в физику твердого тела: Пер. с англ. / Под ред. А. А. Гусева. — М.: Наука, 1978.

6. **Ормонт Б. Ф.** Введение в физическую химию и кристаллохимию полупроводников / Под ред. В. М. Глазова. — М.: Высшая школа, 1982.

7. **Шалимова К. В.** Физика полуроводников. — М.: Энергоатомиздат, 1985.

8. **Тареев Б. М.** Физика диэлектрических материалов. — М.: Энергоиздат, 1982.

9. **Преображенский А. А., Бишард Е. Г.** Магнитные материалы и элементы. — М.: Высшая школа, 1986.

10. **Мишин Д. Д.** Магнитные материалы. — М.: Высшая школа, 1981.

11. **Справочник** по электротехническим материалам / Под ред. Ю. В. Корницкого, В. В. Пасынкова, Б. М. Тареева. В 3 т. — М.: Энергоатомиздат, 1986. Т. 1; 1987, т. 2; 1988, т. 3.

12. **Терехов В. А.** Задачник по электронным приборам. — М.: Энергоатомиздат, 1983.

13. **Сена Л. А.** Сборник вопросов и задач по физике. — М.: Высшая школа, 1986.

14. **Штофа Я.** Электротехнические материалы в вопросах и ответах: Пер. со словацк. / Под ред. Б. М. Тареева. — М.: Энергоатомиздат, 1984.

15. **Ван Флек Л.** Теоретическое и прикладное материаловедение: Пер. с англ. О. А. Алексеева. — М.: Атомиздат, 1975.

16. **В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, И. В. Карпенко, А. Г. Миронов.** Сборник задач по физике полупроводников. — М.: Наука, 1987.

17. **Пасынков В. В., Чиркин Л. К.** Полупроводниковые приборы. — М.: Высшая школа, 1987.

ОГЛАВЛЕНИЕ