

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)

**Курсовое проектирование
по теоретической электротехнике
Часть I**

Учебное пособие

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

2017

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

К 93

Авторы: А. П. Барков, Ю. А. Бычков, С. А. Дегтярев,
А. Е. Завьялов, В. М. Золотницкий, А. В. Зубарев, Ю. М. Иншаков,
Д. А. Морозов, В. В. Панкин, М. С. Портной, М. В. Соклакова,
В. Н. Соколов, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев.

К 93 Курсовое проектирование по теоретической электротехнике: учеб.
пособие в 2 ч. Ч. I. / под ред. Ю. А. Бычкова, Е. Б. Соловьевой,
Э. П. Чернышева. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 109 с.

ISBN 978-5-7629-2039-1 (ч. 1)

ISBN 978-5-7629-2038-4

Рассматриваются разнообразные вопросы качественного и
количественного анализа характеристик электрических цепей и проходящих
через цепи сигналов, а также исследования и проектирования линейных,
нелинейных, активных и дискретных цепей, использования машинных
методов моделирования цепей.

Предназначено для самостоятельной работы студентов всех
направлений и специальностей электротехнического университета.

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

Рецензенты: кафедра ЦОС СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича; д-р
техн. наук, проф. Н. В. Коровкин (СПбГПУ).

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-2039-1 (ч. 1)

ISBN 978-5-7629-2038-4

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АФХ	– амплитудно-фазовая характеристика
АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика
ИН	– источник напряжения
ИТ	– источник тока
ИХ	– импульсная характеристика
КЗ	– короткое замыкание
ЛЦФ	– линейный цифровой фильтр
НИРС	– научно-исследовательская работа студентов
НЧ	– низкие частоты
НЭ	– нелинейный элемент
ПЗФ	– полосовой заграждающий фильтр
ПП	– переходный процесс
ППФ	– полосовой пропускающий фильтр
ПС	– переменные состояния
ПФ	– передаточная функция
ПХ	– переходная характеристика
ФВЧ	– фильтр верхних частот
ФНЧ	– фильтр нижних частот
ФЧХ	– фазочастотная характеристика
ХП	– характеристический полином
ХХ	– холостой ход
ЧХ	– частотная характеристика

Курсовое проектирование по теории электрических цепей занимает важное место в формировании знаний студентов по дисциплинам электротехнической подготовки: основам теории цепей, теоретической электротехнике, теоретическим основам электротехники.

Курсовые работы выполняются студентами электротехнического университета, во-первых, в различных семестрах обучения в соответствии с учебными планами и, во-вторых, с учетом специфики факультетов и специальностей. Этим обусловлено и различное построение изложения материала, и многообразие приведенных далее тем выполняемых студентами курсовых работ, в которых рассматриваются разнообразные вопросы качественного и количественного анализа характеристик электрических цепей и проходящих через цепи сигналов, исследования линейных, нелинейных, активных и дискретных цепей, использования машинных методов моделирования цепей и методов оценки чувствительности цепи к изменению ее параметров. Ряд пунктов курсовых расчетов выполняется в плане НИРС.

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Курсовую работу выполняют в соответствии с действующими стандартами в виде пояснительной записки на листах бумаги одиннадцатого формата (210×297) или на листах формата А4. Титульный лист оформляют в соответствии с образцом, помещенным на стенде кафедры ТОЭ.

Первым листом пояснительной записки должно быть оглавление, вторым – техническое задание; в конце пояснительной записки приводят заключение (выводы по курсовой работе в целом) и список использованной литературы. Все листы пояснительной записки следует пронумеровать.

Схемы и графики с указанием порядкового номера и названия рисунка размещают в соответствующих местах записки. На все рисунки и таблицы должны быть ссылки по тексту.

Расчеты следует сопровождать краткими, ясными комментариями и ссылками на использованную литературу. *Промежуточные цифровые преобразования опускают.* Необходимые для построения графиков результаты расчетов сводят в таблицы. Данные машинных расчетов и программ приводят с соответствующими пояснениями.

Схемы, обозначения элементов, таблицы, графики, обозначения величин и единиц измерения должны соответствовать действующим стандартам; по

осям графиков указывают единицы измерения и масштаб величин. Заголовки основных пунктов курсовой работы должны быть выделены.

Защита курсовой работы осуществляется посредством индивидуального собеседования преподавателя (комиссии) со студентом. К защите допускаются студенты, представившие полностью и правильно выполненную работу. При выставлении оценки учитываются: понимание студентом выполненных расчетов и графических построений, знание использованных понятий и методов, умение трактовать и контролировать полученные результаты, а также оценка ответов на контрольные вопросы по курсовой работе.

Тема 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Целью курсовой работы является практическое освоение различных методов анализа во временной области характеристик цепей и искажений проходящих через цепи сигналов.

В процессе работы требуется определить основные характеристики цепи и исследовать реакцию цепи при действии на входе одиночного импульса.

1.1. Задание к курсовой работе

На вход электрической цепи в момент $t = 0$ подается импульс напряжения u_1 (варианты схем 1...6) или импульс тока i_1 (варианты схем 7...12). Реакцией цепи в первом случае является напряжение $u_2 = u_{R_2}$, во втором – ток $i_2 = i_{R_2}$. Параметры импульсов и значения элементов схем приведены в табл. 1.1, 1.2, графики импульсов – на рис. 1.1. Номер варианта задания соответствует порядковому номеру студента в списке группы.

Варианты схем заданы тройками чисел.

Схема 1: 114 – u_1 , 212 – R_1 , 324 – C_1 , 423 – L_1 , 534 – C_2 , 634 – R_2 .

Схема 2: 115 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 435 – C_1 , 534 – L_2 , 645 – R_2 .

Схема 3: 114 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 423 – C_1 , 534 – C_2 , 634 – R_2 .

Схема 4: 114 – u_1 , 212 – R_1 , 324 – C_1 , 423 – L_1 , 523 – C_2 , 634 – R_2 .

Схема 5: 115 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 435 – C_1 , 524 – L_2 , 645 – R_2 .

Схема 6: 115 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 434 – L_2 , 545 – C_1 , 635 – R_2 .

Схема 7: 131 – i_1 , 213 – R_1 , 313 – C_1 , 412 – L_1 , 523 – C_2 , 623 – R_2 .

Схема 8: $141-i_1, 214-R_1, 312-L_1, 424-C_1, 523-L_2, 634-R_2$.

Схема 9: $131-i_1, 213-R_1, 312-L_1, 412-C_1, 523-C_2, 623-R_2$.

Схема 10: $131-i_1, 213-R_1, 313-C_1, 412-L_1, 512-C_2, 623-R_2$.

Схема 11: $141-i_1, 214-R_1, 312-L_1, 424-C_1, 513-L_2, 634-R_2$.

Схема 12: $141-i_1, 214-R_1, 312-L_1, 423-L_2, 534-C_1, 624-R_2$.

Таблица 1.1

Вариант		Импульс		
задания	схемы	Рис. 1.1,	Амплитуда U_m , В или I_m , А	Длительность $t_{\text{И}}$, мкс
1	1	∂	100	12,56
2	2	ε	100	9,42
3	3	a	100	12,56
4	4	$\bar{b}$	100	3,14
5	5	$\bar{v}$	100	31,4
6	6	ε	100	62,8
7	7	∂	2	25,12
8	8	a	2	4,71
9	9	ε	2	15,7
10	10	$\bar{v}$	2	62,8
11	11	$\bar{b}$	2	12,56
12	12	a	2	3,14
13	1	ε	100	4,71
14	2	∂	100	25,12
15	3	$\bar{b}$	100	62,8
16	4	$\bar{v}$	100	1,57
17	5	a	100	31,4
18	6	∂	100	12,56
19	7	$\bar{b}$	2	25,12
20	8	$\bar{v}$	2	3,14

Таблица 1.2

Схема	$R_1 = R_2$, кОм	L_1 , мГн	L_2 , мГн	C_1 , пФ	C_2 , пФ
1	0,5	0,5	—	1000	1000
2	2	2	2	1000	—
3	0,9	0,8	—	555	1000
4	1,8	0,4	—	123,6	69,5
5	0,36	0,45	0,8	6 180	—
6	3,6	16	9	1236	—
7	0,5	1	—	2000	2000
8	2	1	1	500	—
9	2,78	6,18	—	450	800
10	0,28	1,236	—	16 000	9 000
11	1,11	0,555	1	800	—
12	0,555	0,1236	0,0695	400	—

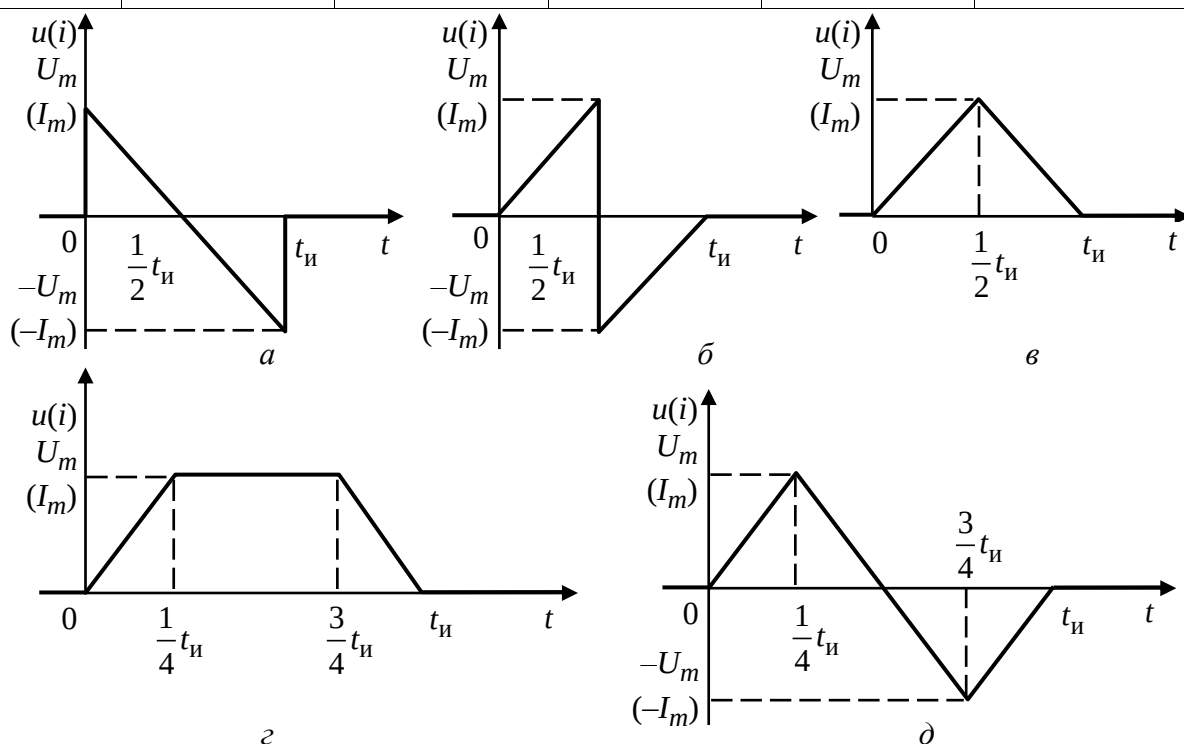


Рис. 1.1

В курсовой работе должны быть выполнены следующие пункты:

1. Нормирование параметров и переменных цепи.
2. Составление уравнений переменных состояния цепи.
3. Определение корней характеристического уравнения цепи (частот собственных колебаний цепи).

4. Определение переходной характеристики цепи $h_1(t)$ аналитическим и численным методами.

5. Определение импульсной характеристики цепи $h(t)$ и характеристики $h_2(t)$.

6. Расчет реакции цепи при действии на входе одиночного импульса.

При выполнении п. 4 следует построить (на одном рисунке) графики переходных характеристик, сравнить их в трех характерных точках, а также приближенно оценить длительность переходного процесса в цепи по 5 %-му критерию относительно $h_{1\text{уст}}$.

При выполнении п. 5 необходимо построить графики $h(t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$, расположив их один под другим и указав на графике $h_1(t)$ составляющие переходного процесса.

При выполнении п. 6 следует построить (на одном рисунке) график реакции цепи и график входного одиночного импульса с амплитудой $0,5U_m$ (или $0,5I_m$), а также оценить качественные изменения формы сигнала на выходе, изменения амплитуды сигнала и его запаздывание относительно воздействия.

1.2. Указания к выполнению курсовой работы

Нормирование параметров и переменных цепи. В курсовой работе при нормировке (т. е. масштабировании) времени t_* , частоты ω_* , сопротивлений R_* , индуктивностей L_* и емкостей C_* используют формулы [1]–[3]:

$$\begin{cases} t_* = t / t_6, \omega_* = \omega / \omega_6, \\ R_* = R / R_6, L_* = L\omega_6 / R_6, C_* = C\omega_6 R_6, \end{cases} \quad (1.1)$$

при этом базисные значения времени (или частоты) целесообразно принять $t_6 = 10^{-6}$ с (т. е. $\omega_6 = 10^6$ с $^{-1}$), так как продолжительность действия входных импульсов составляет микросекунды. В качестве базисного сопротивления R_6 удобно выбрать сопротивление нагрузки $R_H = R_2$.

В случае нормирования воздействия в качестве базисного значения обычно принимают его максимальное значение:

$$u_{1*} = u_1 / U_{m1}; \quad i_{1*} = i_1 / I_{m1}. \quad (1.2)$$

Формулы (1.1), (1.2) также используют для денормировки, т. е. определения действительных значений переменных и параметров цепи по их нормированным безразмерным значениям.

Составление уравнений переменных состояния цепи. Уравнения состояния цепи n -го порядка имеют вид [1], [2]

$$[x'(t)] = [A][x(t)] + [B][y(t)], \quad (1.3)$$

где $[x(t)]$, $[y(t)]$ – матрицы переменных состояния и воздействий; $[A]$, $[B]$ – матрицы коэффициентов, определяемые параметрами цепи.

В качестве переменных состояния выбирают напряжения емкостных элементов u_{C_k} и токи индуктивных элементов i_{L_j} . Наиболее простым методом формирования (1.3) является следующий: заменив индуктивные элементы источниками тока i_{L_j} , а емкостные элементы – источниками напряжения u_{C_k} , получают R -цепь с источниками. Одним из методов расчета R -цепей определяют напряжение u_{L_j} источников тока i_{L_j} и токи i_{C_k} источников напряжения u_{C_k} как функции переменных состояния $i_{L_j}(t)$, $u_{C_k}(t)$ и воздействующих источников $u_{0m}(t)$, $i_{0n}(t)$. Уравнения состояния (1.3) находят, используя формулы

$$u'_{C_k} = i_{C_k} / C_k; \quad i'_{L_j} = u_{L_j} / L_j.$$

Если искомая реакция $f_2(t)$ не является переменной состояния, то ее находят по переменным состояния и воздействиям на основании алгебраических уравнений связи [1].

Определение корней характеристического уравнения. Как известно [1], характеристическое уравнение цепи (характеристический полином) имеет вид

$$\det([A] - p[E]) = 0,$$

где $[E]$ – единичная матрица n -го порядка.

В курсовой работе исследуются цепи третьего порядка, поэтому характеристическое уравнение имеет вид

$$p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0. \quad (1.4)$$

Для нахождения корней уравнения (1.4) используют, например, метод итераций, метод Ньютона–Рафсона [4] и др.

Определение переходной характеристики цепи $h_1(t)$.

А. Аналитический метод расчета. Для определения $h_1(t)$ находят точное решение уравнений состояния (1.3) относительно тех переменных состояния

$x(t)$, с которыми связаны искомые переменные (реакции), приняв воздействие $u_1(t)$ или $i_1(t)$ равным $\delta_1(t)$.

Общий вид решения в случае простых корней

$$x(t) = x_B + \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (1.5)$$

где x_B – вынужденная составляющая, которая может быть определена по уравнениям состояния (1.3) для вынужденного режима, когда $[x'(t)] = [0]$, или по эквивалентной схеме замещения, в которой L -элементы эквивалентны элементам КЗ, а C -элементы – разорванному участку, т. е. ХХ.

Постоянные A_k в (1.5) определяют, используя начальные значения переменных состояния $x(0+) = 0$ и начальные значения $(n - 1)$ производных переменных состояния, которые получают в результате последовательного дифференцирования уравнений состояния (1.3).

Б. Численный метод расчета $h_1(t)$. При численном интегрировании уравнений состояния (1.3) на ЭВМ используют различные методы [1], наиболее простым из которых, не отличающимся, однако, высокой точностью, является метод Эйлера.

Алгоритм явной формы метода Эйлера имеет вид

$$[x_{k+1}] = [x_k] + ([A][x_k] + [B][y_k])\Delta t,$$

где $[x_{k+1}]$ и $[x_k]$ – значения переменных состояния на $(k + 1)$ -м и k -м шагах расчета; $[y_k]$ – значения воздействий на k -м шаге (при расчете переходной характеристики $[y_k] = 1$); $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ – продолжительность шага, которую выбирают достаточно малой в соответствии с требуемой точностью расчета (см. также тему 2).

При численном анализе можно избежать составления дифференциальных уравнений цепи, если применить приближенные резистивные дискретные схемы замещения [1], [3] емкостных и индуктивных элементов.

Определение импульсной характеристики $h(t)$, характеристики $h_2(t)$ и расчет реакции цепи при действии на входе одиночного импульса. Для получения импульсной характеристики цепи $h(t)$ дифференцируют переходную характеристику [2]:

$$h(t) = \frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{d[h_1(t)^* \delta_1(t)]}{dt} = h_1'(t)^* \delta_1(t) + h_1(0+) \delta(t),$$

где $h_1(t)^*$ – аналитическое продолжение $h_1(t)$ при $t < 0$.

Интегрируя $h_1(t)$, получают характеристику $h_2(t)$:

$$h_2(t) = \int_0^t h_1(t) dt; \quad t > 0.$$

Полученные характеристики $h_1(t)$, $h(t)$, $h_2(t)$ используют для расчета реакции при действии на входе одиночного импульса, который в курсовой работе представляет собой кусочно-линейную функцию (с разрывами первого рода в некоторых вариантах).

Такой импульс можно представить суммой стандартных функций $\delta_2(t)$, $\delta_1(t)$ с постоянными коэффициентами методом разложения его на элементарные составляющие или методом двойного дифференцирования [2].

Тогда и реакцию можно определить как сумму стандартных реакций $h_1(t)$, $h_2(t)$ с теми же коэффициентами. Например, если воздействие $f_1(t) = \sum_{(k)} A_k \delta_2(t - t_k)$, то реакция $f_2(t) = \sum_{(k)} A_k h_2(t - t_k)$.

1.3. Контрольные вопросы

1. Что такое уравнения состояния?
2. Что такое уравнения связи в курсовой работе?
3. Как расположение корней на комплексной плоскости влияет на вид переходного процесса?
4. Как определяется время переходного процесса по виду корней характеристического полинома?
5. Зачем нужна нормировка?
6. Применяется ли в курсовой работе принцип пропорциональности?
7. Применяется ли в курсовой работе метод наложения?
8. Применяется ли в курсовой работе принцип дифференцируемости?
9. Что такое свободная составляющая решения и свободный режим в цепи?
10. Почему корни характеристического полинома располагаются в левой полуплоскости?

11. Почему свободная составляющая затухает?
12. Что такое переходная характеристика?
13. Что такое импульсная характеристика?
14. Что такое $\delta_2(t)$ и $h_2(t)$?
15. Что такое $h_1(t)$ и $h_1(t)^*$?
16. Используется ли в курсовой работе дельта-функция?
17. Как найти производную в точке разрыва первого рода?
18. Чем отличаются производные от непрерывной и разрывной функций?
19. Чему равно произведение $f(t)$ на $\delta_1(t)$?
20. Чем отличаются графики $f(t)\delta_1(t)$ и $f(t)\delta_1(t-2)$?
21. Чем отличаются графики $f(t)\delta_1(t)$ и $f(t-2)\delta_1(t-2)$?
22. Как проверить $h_1(0+)$ по схеме?
23. Как проверить $h_{1в}$?
24. Почему в курсовой работе $h_1(0+)=0$?
25. Почему $h_2(t)$ – непрерывная функция?
26. Какую форму в курсовой работе имеет $h_{2в}(t)$?
27. Чему равно $h_1(0+)$, если элементы L и C поменять местами?
28. Чему равно $h_{1в}$, если элементы L и C поменять местами?
29. Будет ли $h(t)$ содержать δ -функцию, если элементы L и C поменять местами?
30. Как построить график реакции цепи с $h_1(t)=e^{-t}\delta_1(t)$ при действии на входе прямоугольного импульса с длительностью $t_{и}=3с$?
31. Как построить график $(4+10e^{-5t})\delta_1(t)$?
32. Как построить графики $\sin(\pi t)\delta_1(t)$ и $\sin\pi(t-1)\delta_1(t-1)$?
33. Как построить график $10e^{-5(t-2)}\delta_1(t)$?
34. Как построить график $10\cos(2t+135^\circ)$?
35. Как построить график $10\cos(2t-135^\circ)$?
36. Как построить график $10e^{-t/2}\cos(\pi t)$?

37. Как построить график $10 e^{-t/2} \sin(\pi t)$?
38. Как построен график $h_1(t)$?
39. Как построен график $h(t)$?
40. Как получена фаза затухающей синусоиды в $h_1(t)$?
41. Как получена фаза затухающей синусоиды в $h(t)$?
42. Подтверждает ли сравнение графиков $h(t)$ и $h_1(t)$ правильность расчетов?
43. Как построен график $f_{\text{ВЫХ}}(t)$?
44. Почему составляющие $f_{\text{ВЫХ}}(t)$ содержат сомножители $\delta_1(t - t_k)$ и как это отражено на графике $f_{\text{ВЫХ}}(t)$?
45. Почему $f_{\text{ВЫХ}}(t)$ не равно нулю по окончании входного импульса?
46. Как оценить длительность переходных процессов по графикам $h(t)$, $h_1(t)$, $f_{\text{ВЫХ}}(t)$?
47. Как выбран шаг численного расчета?
48. Соответствуют ли друг другу данные аналитического и численного расчетов?
49. Как осуществляется численное решение уравнений состояния?
50. Как построить графики $e^{-t}\delta_1(t)$, $e^{-t}\delta_1(t - 2)$, $e^{-(t-2)}\delta_1(t - 2)$?

1.4. Типовой пример

Цепь задана тройками чисел [3]: 115-ИН u_1 ; 212- R_1 ; 325- R_3 ; 423- L , 535- C ; 634- R_4 ; 745- R_2 . Рассматриваемая в примере цепь имеет вид, приведенный на рис. 1.2. На вход цепи подается импульс напряжения $u_1(t)$, изображенный на рис. 1.3. Параметры элементов цепи и данные импульса:

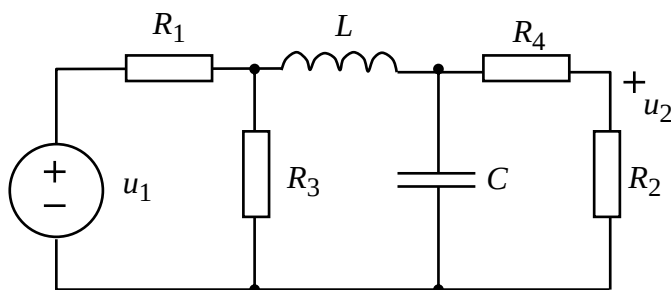


Рис. 1.2

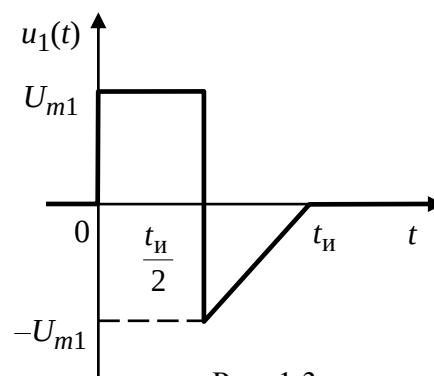


Рис. 1.3

$R_1 = 0,25 \text{ кОм}; R_2 = 4 \text{ кОм}; R_3 = 1 \text{ кОм}; R_4 = 1 \text{ кОм}; L = 0,1 \text{ мГн};$
 $C = 100 \text{ пФ}; U_{m1} = 20 \text{ В}; t_{\text{н}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$

Нормирование параметров и переменных цепи. В качестве значений базисных величин принимаем $t_6 = 10^{-6} \text{ с}$ (т. е. $\omega_6 = 10^6 \text{ с}^{-1}$), $R_6 = R_2 = 4 \text{ кОм}$. Согласно (1.1) нормированные безразмерные параметры $R_{1*} = 0,0625$; $R_{2*} = 1$; $R_{3*} = R_{4*} = 0,25$; $L_* = 0,025$; $C_* = 0,4$. В дальнейшем «звездочки» у нормированных параметров опускаем, считая все параметры нормированными.

Составление уравнений состояния. Схема замещения исходной цепи с вспомогательными источниками $u_C(t)$ и $i_L(t)$ при $t > 0$ приведена на рис. 1.4.

Применяя методику расчета R -цепей, находим $i_C(t)$ и $u_L(t)$:

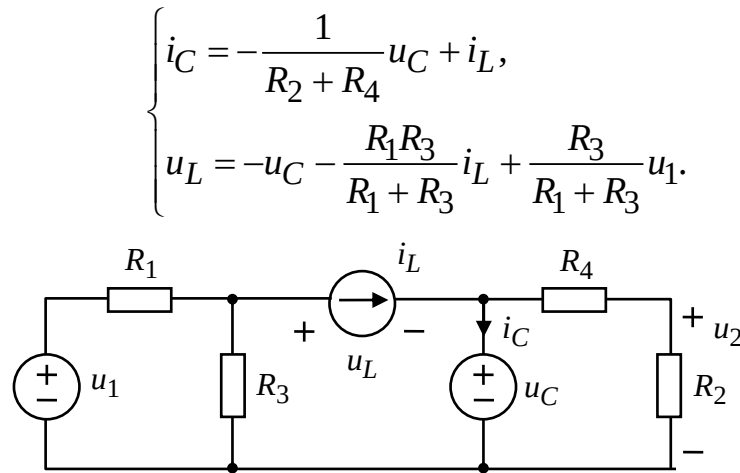


Рис. 1.4

Переходим к уравнениям состояния, используя формулы $u'_C = i_C / C$, $i'_L = u_L / L$:

$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{C(R_2 + R_4)} u_C + \frac{1}{C} i_L, \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} u_C - \frac{R_1 R_3}{L(R_1 + R_3)} i_L + \frac{R_3}{L(R_1 + R_3)} u_1. \end{cases} \quad (1.6)$$

После подстановки численных значений элементов записываем уравнение (1.6) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u'_C \\ i'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2,5 \\ -40 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 32 \end{bmatrix} [u_1], \quad (1.7)$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix} -2 & 2,5 \\ -40 & -2 \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 32 \end{bmatrix}.$$

Уравнение связи реакции цепи u_2 с переменными состояния и входным сигналом имеет согласно рис. 1.4 вид

$$u_2(t) = 0 \cdot i_L(t) + \frac{4}{5} u_C(t) + 0 \cdot u_1 = \frac{4}{5} u_C(t). \quad (1.8)$$

Определение корней характеристического уравнения цепи. Характеристическое уравнение цепи равно $\det([A] - p[E]) = 0$, т. е. с учетом (1.7) находим

$$\det \begin{pmatrix} -2-p & 2,5 \\ -40 & -2-p \end{pmatrix} = p^2 + 4p + 104 = 0,$$

откуда корни характеристического уравнения цепи (частоты собственных колебаний цепи)

$$p_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-104} = -2 \pm j10.$$

По виду корней можно сделать вывод о характере свободного режима в цепи и практической длительности ПП.

Определение переходной характеристики цепи. Вначале находим переходную характеристику $h_1(t)$ относительно $u_C(t)$, а затем по уравнению связи (1.8) определяем $h_1(t)$ относительно заданной реакции $u_2(t)$.

А. Аналитический метод расчета. Решение ищем в виде

$$u_C(t) = u_{CВ} + u_{Cсв}(t) = u_{CВ} + A_1 e^{-2t} \cos 10t + A_2 e^{-2t} \sin 10t. \quad (1.9)$$

Вынужденную составляющую определяем из уравнений состояния (1.7), приравнивая левую часть уравнения нулю (причем $u_1(t) = \delta_1(t) = 1$):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2,5 \\ -40 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{CВ} \\ i_{LВ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 32 \end{bmatrix} [1],$$

откуда

$$u_{CВ} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \begin{bmatrix} 0 & 2,5 \\ -32 & -2 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} -2 & 2,5 \\ -40 & -2 \end{bmatrix} \cong 0,769 \text{ В}.$$

Вынужденную составляющую можно также найти из схемы замещения (рис. 1.5), составленной для вынужденного (установившегося) режима при $t \rightarrow \infty$.

Для определения A_1 и A_2 в (1.9) необходимо знать начальные условия $u_C(0+)$ и $u'_C(0+)$. Значение $u'_C(0+)$ находим из уравнений состояния (1.7) с учетом $u_C(0+)=u_C(0-)=0$, $i_L(0+)=i_L(0-)=0$:

$$u'_C(0+) = -2u_C(0+) + 2,5i_L(0+) = 0.$$

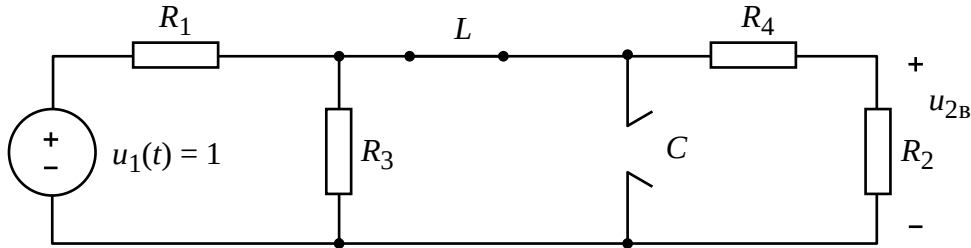


Рис. 1.5

Дифференцируем уравнение (1.9):

$$u'_C(t) = 0 - 2A_1 e^{-2t} \cos 10t - 10A_1 e^{-2t} \sin 10t - 2A_2 e^{-2t} \sin 10t + 10A_2 e^{-2t} \cos 10t. \quad (1.10)$$

Решаем систему уравнений (1.9) и (1.10) при $t = 0+$:

$$\begin{cases} u_C(0+) = u_{CВ} + A_1, \\ u'_C(0+) = -2A_1 + 10A_2, \end{cases}$$

где $u_C(0+) = 0$, $u'_C(0+) = 0$, $u_{CВ} \simeq 0,769$; получим $A_1 \simeq -0,769$, $A_2 \simeq -0,154$.

Тогда

$$u_C(t) = (0,769 - 0,769e^{-2t} \cos 10t - 0,154e^{-2t} \sin 10t) \delta_1(t).$$

Учитывая уравнение связи (1.8), находим переходную характеристику $h_1(t)$ для реакции $u_2(t)$:

$$h_1(t) = (0,615 - 0,615e^{-2t} \cos 10t - 0,123e^{-2t} \sin 10t) \delta_1(t). \quad (1.11)$$

Для построения графика $h_1(t)$ следует упростить выражение (1.11), сложив 2 гармонических колебания одной и той же частоты [1], [2]. Окончательно находим

$$h_1(t) = [0,615 + 0,624e^{-2t} \cos(10t + 169^\circ)] \delta_1(t). \quad (1.12)$$

Выражение (1.12) следует проконтролировать по схемам замещения, составленным для предельных значений времени $t = 0+$ и $t \rightarrow \infty$.

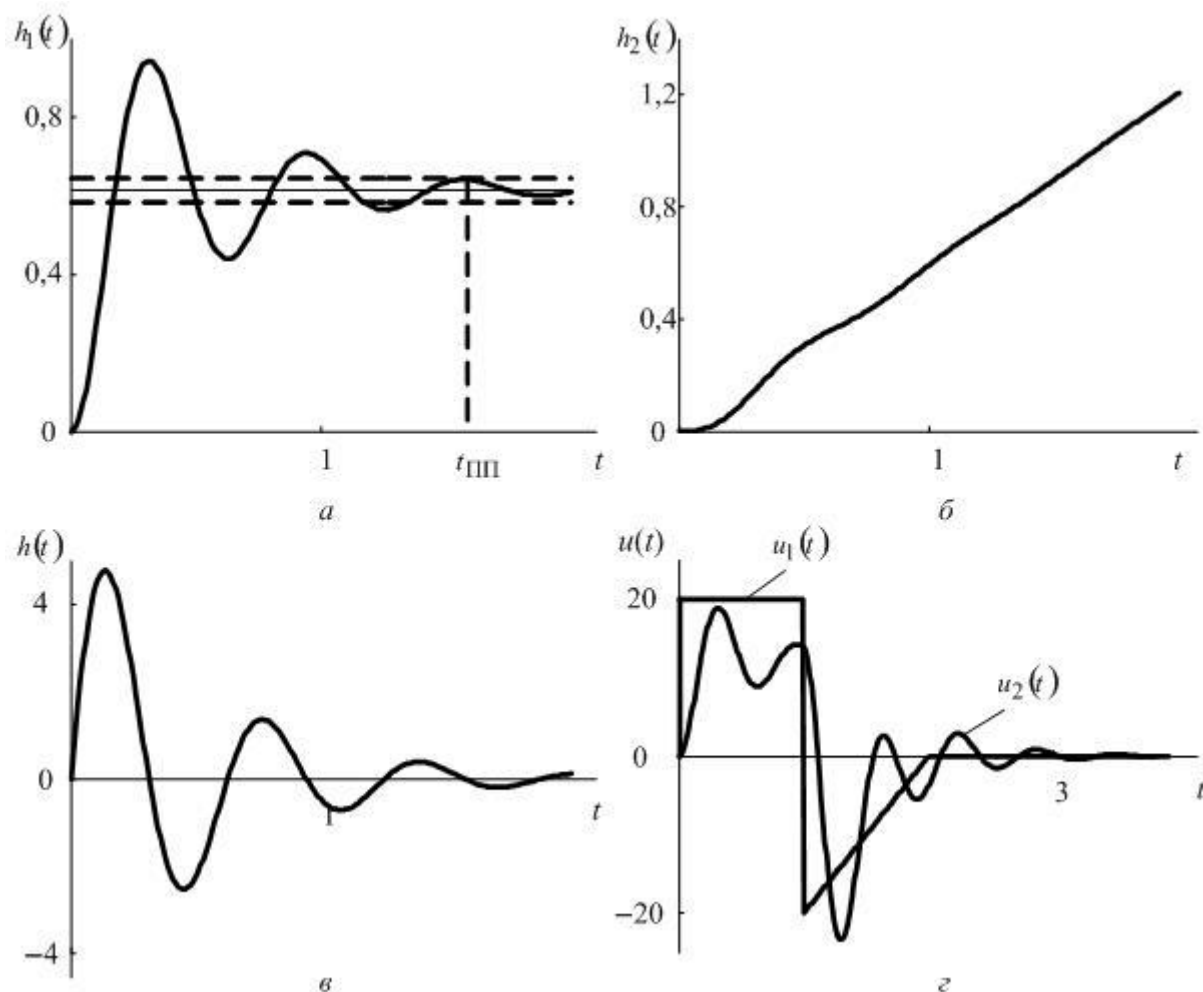


Рис. 1.6

График, рассчитанный на основании (1.12), показан на рис. 1.6, *а* сплошной линией, на графике приближенно определена длительность переходного процесса t_{III} в цепи по 5 %-му критерию (относительно установившегося значения h_{IV}).

Б. Численный метод расчета. Численный расчет выполнен с использованием явной формы метода Эйлера. При реализации программы расчета возникает вопрос о выборе шага численного интегрирования, для решения которого следует исходить из длительности переходного процесса, периода собственных затухающих колебаний цепи и ее постоянной времени. В приведенном примере $t_{III} \simeq 1,5$, $T = 0,628$, $\tau = 0,5$. Чтобы не потерять характерных точек кривой, достаточно в данном примере взять на четверти периода 5–10 точек. Поэтому выбран шаг вычислений $\Delta t = 0,02$. Графики $h_1(t)$, полученные в результате численного и аналитического расчетов (рис. 1.6, *а*), в данном случае очень близки.

Определение импульсной характеристики цепи и характеристики $h_2(t)$. Импульсную характеристику $h(t)$ получаем в результате дифференцирования переходной характеристики (1.11) с учетом того, что $h_1(0+) = 0$:

$$h(t) = e^{-2t} (1,23 \cos 10t + 6,15 \sin 10t + 0,246 \sin 10t - 1,23 \cos 10t) \delta_1(t) = \\ = 6,396 e^{-2t} \sin 10t \delta_1(t).$$

Для нахождения характеристики $h_2(t)$ необходимо проинтегрировать переходную характеристику. Для $t > 0$ находим

$$h_2(t) = \int_0^t h_1(t) dt = \left(\int_0^t 0,615 dt - 0,615 \int_0^t e^{-2t} \cos 10t dt - 0,123 \int_0^t e^{-2t} \sin 10t dt \right).$$

Используя табличные интегралы вида $\int_0^t e^{-ax} \cos bx dx$ и $\int_0^t e^{-ax} \sin bx dx$ из [4], получим:

$$\begin{aligned} -0,615 \int_0^t e^{-2t} \cos 10t dt &= -0,615 \left[\frac{e^{-2t}}{4+100} (-2 \cos 10t + 10 \sin 10t) \right]_0^t = \\ &= 0,0118 e^{-2t} \cos 10t - 0,0592 e^{-2t} \sin 10t - 0,0118; \\ -0,123 \int_0^t e^{-2t} \sin 10t dt &= -0,123 \left[\frac{e^{-2t}}{4+100} (-2 \sin 10t - 10 \cos 10t) \right]_0^t = \\ &= 0,00237 e^{-2t} \sin 10t + 0,0118 e^{-2t} \cos 10t - 0,0118; \end{aligned}$$

тогда $h_2(t) = 0,615t - 0,0236 + e^{-2t} (0,0236 \cos 10t - 0,0568 \sin 10t)$.

Для удобства построения графика $h_2(t)$ два гармонических колебания одной частоты приводим к одному колебанию той же частоты; в результате получим для $-\infty < t < +\infty$

$$h_2(t) = \left[0,615t - 0,0236 + 0,0615 e^{-2t} \cos(10t + 67^\circ) \right] \delta_1(t);$$

для проверки вычислений имеет смысл проконтролировать $h_2(0+) = 0$.

Графики полученных характеристик $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h(t)$ для реакции $u_2(t)$ приведены на рис. 1.6, а–в. Проанализировав характер изменения $h(t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$, следует убедиться в правильности графиков.

Расчет реакции цепи при действии на входе одиночного импульса. На рис. 1.7 показаны 2 метода аналитического описания входного импульса $u_1(t)$, изображенного на рис. 1.3.

Так, на рис. 1.7, *а* реализован метод разложения сигнала на элементарные составляющие, где импульс $u_1(t)$ описан совокупностью элементарных функций 1, 2, 3, 4, т. е. $u_1(t) = 20\delta_1(t) - 40\delta_1(t-1) + 20\delta_2(t-1) - 20\delta_2(t-2)$.

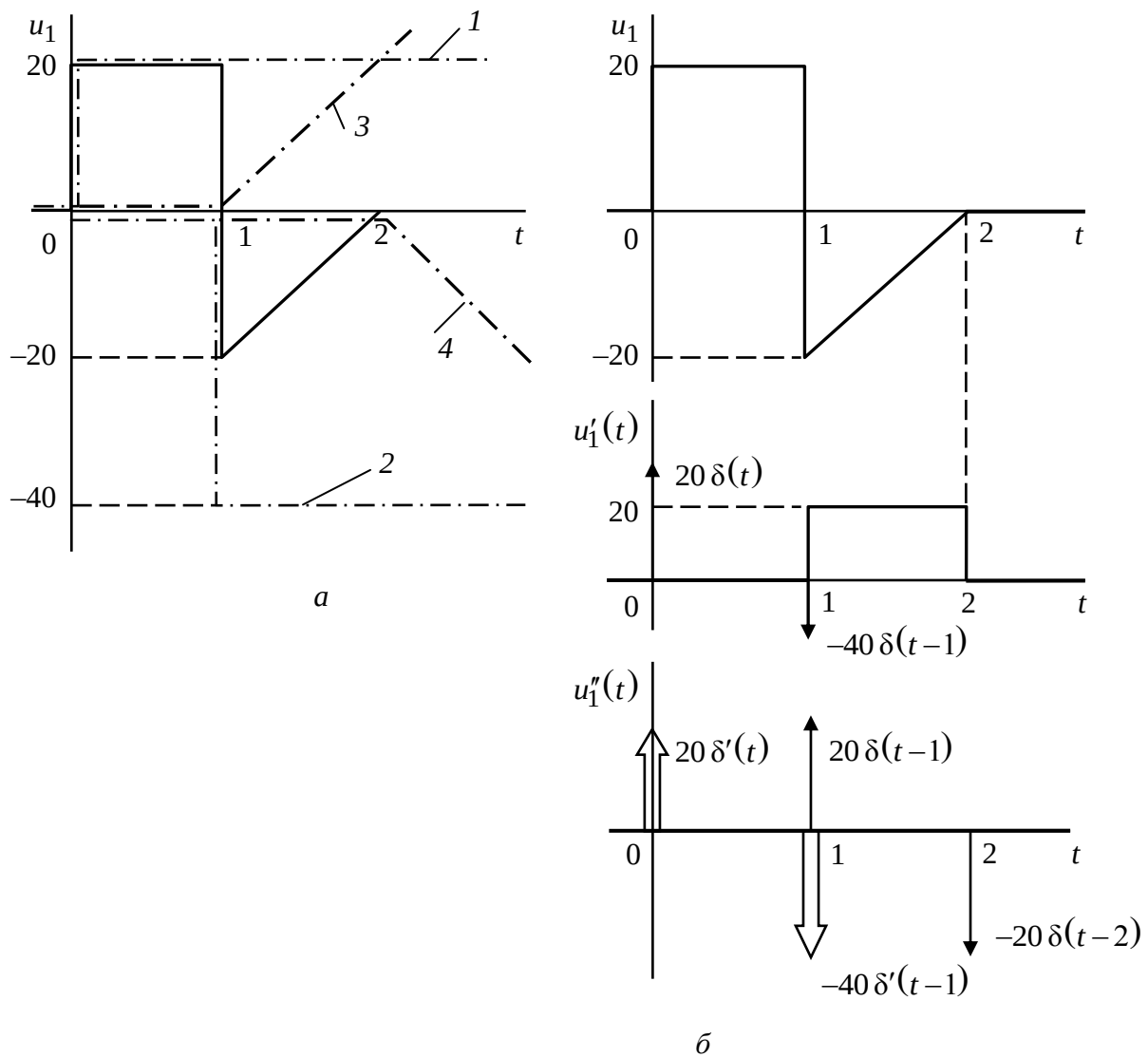


Рис. 1.7

Рис. 1.7, *б* иллюстрирует метод двойного дифференцирования. Здесь представлены исходный сигнал $u_1(t)$, его первая и вторая производные.

В соответствии с рис. 1.7, *б* имеем

$$u_1''(t) = 20\delta'(t) - 40\delta'(t-1) + 20\delta(t-1) - 20\delta(t-2),$$

следовательно,

$$u_1(t) = \int_0^t \int_0^t [u_1''(t) dt] dt = 20\delta_1(t) - 40\delta_1(t-1) + 20\delta_2(t-1) - 20\delta_2(t-2).$$

Аналитическая запись реакции $u_2(t)$ имеет вид

$$u_2(t) = 20h_1(t) - 40h_1(t-1) + 20h_2(t-1) - 20h_2(t-2).$$

График реакции $u_2(t)$ и график входного одиночного импульса с амплитудой $U_{m1} = 20$ В приведены на рис. 1.6, з. Из сравнения воздействия и реакции следует сделать выводы о том, как изменились амплитуда и форма сигнала при прохождении его через исследуемую цепь, какова временная задержка выходного сигнала относительно входного, каков характер переходного процесса в цепи. Необходимо также объяснить причины искажения формы сигнала на выходе цепи.

Тема 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛОВ НА ВЫХОДЕ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ

Целью курсовой работы является практическое освоение и сравнение различных методов расчета цепей, прогноза ожидаемых реакций и оценки полученных результатов.

2.1. Задание к курсовой работе

На вход электрической цепи с момента $t = 0$ подается импульс напряжения u_1 (нечетные варианты) или тока i_1 (четные варианты). Реакцией цепи в первом случае является напряжение $u_2 = u_{R_2}$, во втором – ток $i_2 = i_{R_2}$. График импульса представлен на рис. 2.1 (или, по указанию преподавателя, на вход цепи могут быть поданы 2 импульса одинаковой формы, но разной длительности), параметры схем сведены в табл. 2.1, а данные импульсов в табл. 2.2 или по указанию преподавателя для двух импульсов в виде равнобедренного треугольника в табл. 2.3, или в виде меандра в табл. 2.4.

Варианты схем заданы тройками чисел [3].

Схема 1: 114 – u_1 , 212 – R_1 , 324 – C_1 , 423 – L_1 , 534 – C_2 , 634 – R_2 .

Схема 2: 115 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 435 – C_1 , 534 – L_2 , 645 – R_2 .

Схема 3: 114 – u_1 , 212 – R_1 , 323 – L_1 , 423 – C_1 , 534 – C_2 , 634 – R_2 .

Схема 4: $114 - u_1, 212 - R_1, 324 - C_1, 423 - L_1, 523 - C_2, 634 - R_2$.

Схема 5: $115 - u_1, 212 - R_1, 324 - L_1, 445 - C_1, 523 - L_2, 635 - R_2$.

Схема 6: $115 - u_1, 212 - R_1, 323 - L_1, 434 - L_2, 545 - C_1, 635 - R_2$.

Схема 7: $131 - i_1, 213 - R_1, 313 - C_1, 412 - L_1, 523 - C_2, 623 - R_2$.

Схема 8: $141 - i_1, 214 - R_1, 312 - L_1, 424 - C_1, 523 - L_2, 634 - R_2$.

Схема 9: $131 - i_1, 213 - R_1, 312 - L_1, 412 - C_1, 523 - C_2, 623 - R_2$.

Схема 10: $131 - i_1, 213 - R_1, 313 - C_1, 412 - L_1, 512 - C_2, 623 - R_2$.

Схема 11: $141 - i_1, 214 - R_1, 313 - L_1, 434 - C_1, 512 - L_2, 624 - R_2$.

Схема 12: $141 - i_1, 214 - R_1, 312 - L_1, 423 - L_2, 534 - C_1, 624 - R_2$.

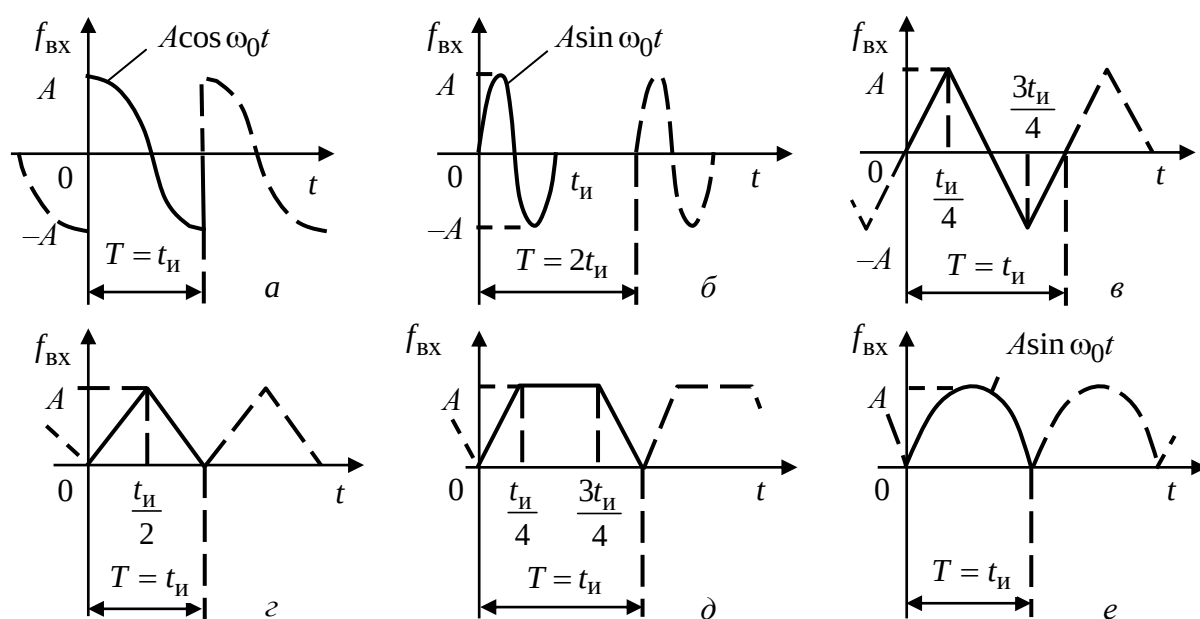


Рис. 2.1

Таблица 2.1

Вариант схемы	$R_1 = R_2$, кОм	L_1 , мГн	L_2 , мГн	C_1 , пФ	C_2 , пФ
1	0,5	0,5	—	1000	1000
2	2	2	2	1000	—
3	0,9	0,8	—	555	1000
4	1,8	0,4	—	123,6	69,5
5	0,36	0,45	0,8	6 180	—
6	3,6	16	9	1236	—
7	0,5	1	—	2000	2000
8	2	1	1	500	—
9	2,78	6,18	—	450	800
10	0,28	1,236	—	16 000	9 000

Окончание таблицы 2.1

Вариант схемы	$R_1 = R_2$, кОм	L_1 , мГн	L_2 , мГн	C_1 , пФ	C_2 , пФ
11	1,11	0,555	1	800	–
12	0,555	0,1236	0,0695	400	–

Таблица 2.2

Вариант	Схема	Импульс					Вариант	Схема	Импульс				
		Рис. 2.1,	Амплитуда		$t_{и},$ мкс	T			Рис. 2.1,	Амплитуда		$t_{и},$ мкс	T
			$U_m,$ В	$I_m,$ А						$U_m,$ В	$I_m,$ А		
1	1	∂	100		12,56	$t_{и}$	11	6	в	100		62,8	$t_{и}$
2	7	∂		2	25,12	$t_{и}$	12	12	г		2	3,14	$t_{и}$
3	2	e	100		9,42	$t_{и}$	13	1	e	100		4,71	$t_{и}$
4	8	e		2	4,71	$t_{и}$	14	7	e		2	9,42	$t_{и}$
5	3	a	100		12,56	$t_{и}$	15	2	∂	100		25,12	$t_{и}$
6	9	$\bar{b}$		2	15,7	$2t_{и}$	16	8	∂		2	12,56	$t_{и}$
7	5	a	100		31,4	$t_{и}$	17	3	в	100		12,56	$t_{и}$
8	10	a		2	62,8	$t_{и}$	18	9	г		2	31,4	$t_{и}$
9	5	г	100		31,4	$t_{и}$	19	4	$\bar{b}$	100		1,57	$2t_{и}$
10	11	$\bar{b}$		2	6,28	$2t_{и}$	20	10	в		2	62,8	$t_{и}$

Таблица 2.3

Вариант	Схема	Амплитуда		Длительность		Период T
		U_m , В	I_m , А	$t_{и1}$, мкс	$t_{и2}$, мкс	
1	1	100		6,28	1,57	$t_{и}$
2	7		2	12,56	3,14	$t_{и}$
3	2	100		15,7	3,14	$t_{и}$
4	8		2	6,28	1,57	$t_{и}$
5	3	100		12,56	3,14	$t_{и}$
6	9		2	25,12	6,28	$2 t_{и}$
7	5	100		25,12	3,14	$t_{и}$
8	10		2	62,8	9,42	$t_{и}$
9	5	100		25,12	6,28	$t_{и}$
10	11		2	12,56	3,14	$2 t_{и}$
11	6	100		62,8	12,56	$t_{и}$
12	12		2	3,14	0,785	$t_{и}$
13	1	100		6,28	1,57	$t_{и}$

Окончание таблицы 2.3

Вариант	Схема	Амплитуда		Длительность		Период T
		U_m , В	I_m , А	$t_{и1}$, мкс	$t_{и2}$, мкс	
14	7		2	15,7	3,14	$t_{и}$
15	2	100		15,7	3,14	$t_{и}$
16	8		2	9,42	1,57	$t_{и}$
17	3	100		12,56	3,14	$t_{и}$
18	9		2	25,12	6,28	$t_{и}$
19	4	100		3,14	1,57	$2 t_{и}$
20	10		2	94,2	12,56	$t_{и}$

Таблица 2.4

Вариант	Схема	Амплитуда		Длительность		Период T
		U_m , В	I_m , А	$t_{и1}$, мкс	$t_{и2}$, мкс	
1	1	100		25,12	4,71	$t_{и}$
2	7		2	50,24	9,42	$t_{и}$
3	2	100		62,8	9,42	$t_{и}$
4	8		2	31,4	3,14	$t_{и}$
5	3	100		47,1	9,42	$t_{и}$
6	9		2	94,2	15,7	$2 t_{и}$
7	5	100		94,2	31,4	$t_{и}$
8	10		2	188,4	9,42	$t_{и}$
9	5	100		94,2	15,7	$t_{и}$
10	11		2	47,1	9,42	$2 t_{и}$
11	6	100		188,4	47,1	$t_{и}$
12	12		2	12,56	3,14	$t_{и}$
13	1	100		25,12	4,71	$t_{и}$
14	7		2	50,24	12,56	$t_{и}$
15	2	100		62,8	15,7	$t_{и}$
16	8		2	31,4	6,28	$t_{и}$
17	3	100		47,1	12,56	$t_{и}$
18	9		2	94,2	12,56	$t_{и}$

Вариант	Схема	Амплитуда		Длительность		Период T
		U_m , В	I_m , А	$t_{и1}$, мкс	$t_{и2}$, мкс	
19	4	100		12,56	3,14	$2 t_{и}$
20	10		2	188,4	47,1	$t_{и}$

В курсовой работе требуется: 1) определить передаточную функцию, частотные и временные характеристики цепи; 2) исследовать реакцию цепи при воздействии одиночного импульса; 3) исследовать установившуюся реакцию цепи при воздействии периодической последовательности импульсов.

Рекомендуется соблюдать следующий порядок выполнения пунктов курсовой работы:

1. Нормирование параметров и переменных цепи.
2. Определение передаточной функции цепи $H(s)$. Необходимо также найти нули и полюсы функции цепи; изобразить их координаты на комплексной плоскости; оценить практическую длительность переходных процессов.
3. Расчет частотных характеристик цепи $H(j\omega)$. Кроме того, следует построить графики АЧХ $A(\omega)$ и ФЧХ $\Phi(\omega)$, а также график амплитудно-фазовой характеристики (АФХ); определить полосу пропускания цепи и дать оценку ожидаемым изменениям амплитуды, времени запаздывания сигналов на выходе в предположении, что спектр входных сигналов попадает в полосу пропускания.
4. Составление уравнений состояния цепи. Полученные уравнения необходимо проконтролировать.
5. Определение переходной $h_1(t)$ и импульсной $h(t)$ характеристик. Для расчета переходной характеристики использовать аналитический и численный методы. Построить графики, изобразив тонкими линиями составляющие аналитического расчета, оценить точность численного расчета (по трем характерным точкам).
6. Вычисление реакции цепи при воздействии одиночного импульса на входе. Следует использовать аналитический (и численный*) способ расчета; построить на одном рисунке графики реакции и измененного в $A(0)$ раз воз-

действия; привести выводы относительно правомерности оценок, сделанных в п. 3.

7. Определение спектральных характеристик одиночного импульса воздействия. Необходимо построить графики амплитудного и фазового спектров воздействия; установить ширину спектра, сравнить ее с полосой пропускания цепи и оценить искажения формы импульса при прохождении его через цепь, сопоставив их с данными, полученными в п. 6.

8. Вычисление спектра реакции при одиночном импульсе на входе. Построить графики амплитудного и фазового спектров.

9.* Приближенный расчет реакции по спектру при одиночном импульсе воздействия. Следует построить график реакции и сравнить с данными п. 6.

10. Определение спектра периодического входного сигнала. Необходимо построить амплитудный и фазовый дискретные спектры воздействия, а также графики входного периодического сигнала – исходного и после аппроксимации его отрезком ряда Фурье (рекомендуется ограничиться тремя слагаемыми ряда, не считая постоянной составляющей); указать тонкими линиями отдельные составляющие. При использовании компьютера рекомендуется исследовать влияние числа членов ряда Фурье на точность аппроксимации.*

11. Приближенный расчет реакции при периодическом воздействии. Следует построить амплитудный и фазовый дискретные спектры, а также график реакции; сравнить его с графиком воздействия (измененным в $A(0)$ раз) и оценить искажения передачи.

12.* Определение в «замкнутой» форме вынужденной составляющей реакции при периодическом входном сигнале. Необходимо построить график реакции и сравнить его с данными п. 11.

Примечание. Пункты и их части, помеченные «звездочкой» (*), выполняют по указанию преподавателя в плане НИРС.

2.2. Указания к выполнению курсовой работы

При выполнении работы целесообразно придерживаться рекомендаций и указаний, изложенных в теме 1, а также учесть следующее:

1. Рекомендуемые значения базисных величин (сопротивления и частоты) при нормировке: $R_0 = R_H$, $\omega_0 = 10^6 \text{ с}^{-1}$.

2. После выполнения п. 4 задания проверить правильность полученных уравнений состояния, для чего сравнить результаты расчетов по уравнениям

и схеме (при $t \rightarrow \infty$ проконтролировать вынужденный режим; при $t \rightarrow 0+$ – начальные значения производных переменных состояния).

3. Получив выражение для функции передачи $H(s)$, проверить его правильность по схемам замещения при $s = 0$ и $s \rightarrow \infty$.

4. Частотные характеристики цепи строить в диапазоне частот от 0 до граничной частоты, где АЧХ достигает асимптотического значения с точностью от 5 до 10 % от максимального значения.

5. Ширину спектра определять по 10 %-му амплитудному критерию для импульсов, имеющих точки разрыва, и по 5 %-му – для непрерывных сигналов.

6. Число гармоник отрезка ряда Фурье для периодического входного сигнала взять в соответствии с шириной спектра одиночного входного импульса.

7. При выполнении пунктов задания, помеченных звездочкой (*), рекомендуется использовать следующую литературу:

- 1) численный расчет в п. 6 – [2, с. 196–198];
- 2) расчет сигнала по вещественному, или мнимому, или амплитудному и фазовому спектрам в п. 9 – [2, с. 235, 236];
- 3) точный расчет реакции при периодическом несинусоидальном воздействии в п. 12 – [2, с. 229, 230].

2.3. Контрольные вопросы

1. Что такое ПФ цепи?
2. Как проконтролировать значения ПФ при $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow \infty$?
3. Как проконтролировать нули ПФ?
4. Как проконтролировать АЧХ цепи при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$? Что характеризуют эти значения?
5. Как проконтролировать нули АЧХ цепи? Что такое АЧХ?
6. Что такое ФЧХ цепи?
7. Что такое обобщенная частотная характеристика $H(j\omega)$?
8. Каковы фильтрующие свойства исследованной цепи? Как по АЧХ и ФЧХ оценить сигнал на выходе? Какова полоса пропускания?
9. Что такое АФХ? Поясните ее построение.
10. $H(s) = 0,5(s^2 + 2)/[(s + 1)(s + 2)]$. Как приблизительно выглядят АЧХ, ФЧХ, АФХ?

11. Как изменится АЧХ, если элементы L и C поменять местами?
12. Что такое уравнения состояния цепи? Как вы их составили и использовали?
13. Проконтролируйте уравнения состояния. Что такое уравнение связи?
14. Источник напряжения и R -, L -, C -элементы соединены последовательно. Составьте уравнения состояния.
15. Что такое ПХ цепи? Как ее найти?
16. Проконтролируйте значения ПХ цепи при $t \rightarrow 0+$ и $t \rightarrow \infty$.
17. Что такое ИХ цепи? Как ее найти? Изобразите приближенно ИХ исследованной цепи.
18. Как изменятся $h_1(0+)$ и $h_1(\infty)$, если элементы L и C поменять местами?
19. Является ли ПХ исследованной цепи непрерывной функцией? Дайте обоснование как во временной, так и в частотной областях.
20. Как рассчитать ПХ численно? Как выбрать шаг численного расчета? Сравните результаты аналитического и численного расчетов.
21. Как выглядит график функции $10e^{-2t} \cos(100t - 45^\circ) \delta_1(t)$?
22. Чем отличаются графики функций $10t \delta_1(t - 2)$ и $10(t - 2) \delta_1(t - 2)$? Как построен график ПХ?
23. Как найдено изображение одиночного импульса воздействия? Использовался ли метод двойного дифференцирования?
24. $H(s) = 10(s + 1) / (2s + 1)$. Найдите ПХ и ИХ и постройте их графики.
25. $F(s) = 10(s + 1)e^{-3s} / (2s + 1)$. Найдите оригинал и постройте график.
26. Как построить график функции $10e^{-2(t-3)} \sin 10(t - 3) \delta_1(t - 3)$?
27. Почему $f_{\text{вых}}(t) \neq 0$ по окончании действия одиночного импульса на входе?
28. Как построен график $f_{\text{вых}}(t)$? Является ли $f_{\text{вых}}(t)$ непрерывной функцией?
29. Соответствует ли график $f_{\text{вых}}(t)$ фильтрующим свойствам цепи и значению АЧХ при $\omega \rightarrow \infty$?
30. $F(s) = 10 / [s(s^2 + 1)]$. Найдите оригинал и постройте график.

31. Что такое спектр сигнала? Как его найти? Спектр каких сигналов не существует? Чему равно значение спектра на нулевой частоте? Какова его размерность?

32. В чем сходство и различие спектральных и частотных характеристик?

33. Как оценить ширину спектра сигнала по различным критериям?

34. Как связана ширина спектра сигнала с длительностью и крутизной сигнала? Как выглядит спектр дельта-функции?

35. Как найдено выражение для амплитудного спектра воздействия? В чем его особенности?

36. Как найдено выражение для фазового спектра воздействия? В чем его особенности?

37. Каковы выводы из сравнения спектра сигнала с ЧХ цепи?

38. Как проконтролировать график амплитудного спектра воздействия?

39. Как найти спектр реакции?

40. Нужен ли расчет спектра выходного сигнала?

41. Что такое ряд Фурье? Как его найти? Каков смысл нулевой гармоники? Оцените постоянную составляющую заданного периодического сигнала.

42. Какими свойствами обладают ряды Фурье симметричных сигналов?

43. Что такое дискретный спектр периодического сигнала? Почему его называют линейчатым? Каков частотный интервал между гармониками?

44. Чем принципиально отличаются графики первой и третьей гармоник ряда Фурье? Поясните это на примере курсовой работы.

45. Проанализируйте график входного сигнала, представленного суммой гармоник ряда Фурье.

46. Как выглядит фазовый спектр симметричных периодических сигналов? Нашло ли это отражение в проделанной работе?

47. Как найдены ряд Фурье и дискретный спектр реакции? Что характеризует начальное значение спектра?

48. Как построен график периодической реакции? Укажите отдельные составляющие.

49. Соответствует ли график периодической реакции фильтрующим свойствам цепи?

50. Постройте приближенно график сигнала $f(t) = 10 + 12\sin t + 4\sin 3t$ для $-\infty < t < +\infty$.

2.4. Типовой пример

Схема анализируемой цепи приведена на рис. 2.2, *а*, график импульсного воздействия $u_0(t)$ – на рис. 2.2, *б*; причем $R_H = 2$ кОм, $R_1 = R_2 = 4$ кОм, $L_1 = 2$ мГн, $L_2 = 10$ мГн, $C_1 = 500$ пФ, $U_{0m} = 100$ В, $t_H = 47,12$ мкс, $T = 2t_H$.

Нормирование параметров и переменных цепи. Выбрав в качестве базисных параметров $R_6 = R_H = 2 \cdot 10^3$ Ом, $\omega_6 = 10^6$ с⁻¹, получим следующие значения нормированных параметров:

$$R_{H*} = \frac{R_H}{R_6} = 1; \quad R_{1*} = R_{2*} = \frac{R_2}{R_6} = 2;$$

$$L_{1*} = \frac{L_1}{(R_6/\omega_6)} = 1; \quad L_{2*} = \frac{L_2}{(R_6/\omega_6)} = 5; \quad C_{1*} = C_1 R_6 \omega_6 = 1.$$

Для простоты записи знак нормировки «*» в дальнейшем опускаем.

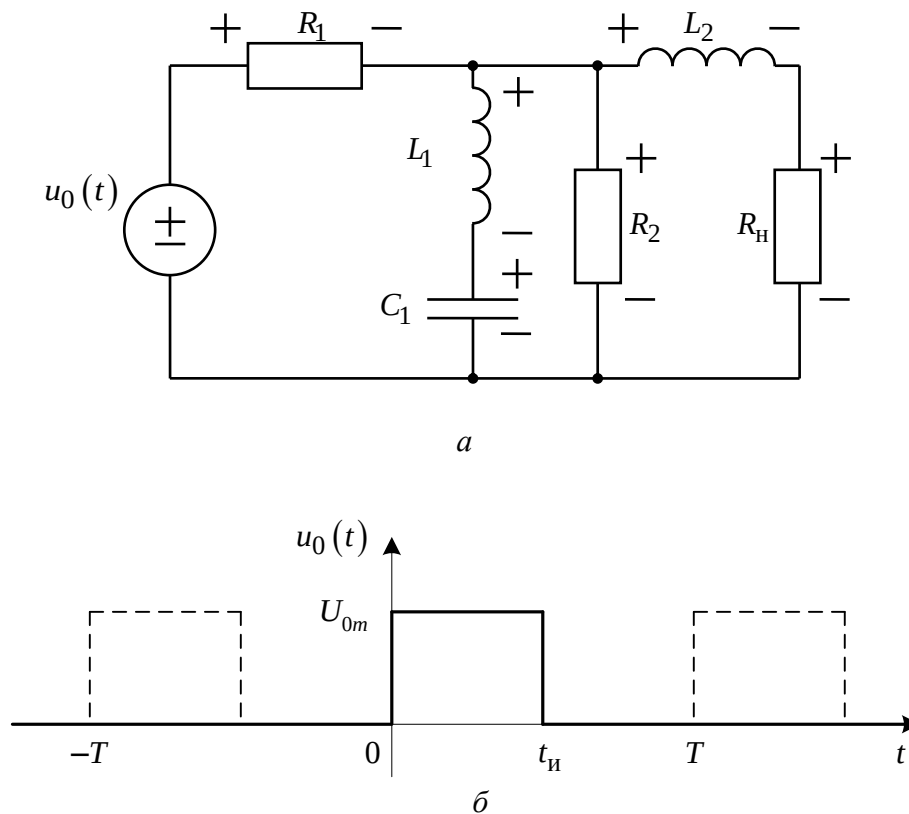


Рис. 2.2

Определение передаточной функции цепи. Функция передачи цепи по напряжению $H(s) = \frac{U_H(s)}{U_0(s)}$, где s – переменная Лапласа. Используем операторную схему замещения цепи при нулевых начальных условиях, причем

операторные сопротивления $Z_{R_H} = R_H = 1$; $Z_{R_1} = Z_{R_2} = R_2 = 2$; $Z_{L_1} = sL_1 = s$; $Z_{L_2} = sL_2 = 5s$; $Z_{C_1} = 1/(sC_1) = 1/s$. Для нахождения $H(s)$ применим метод пропорциональных величин.

Пусть $U'_H(s) = 1$, тогда: $I'_H(s) = 1$, $U'_{L_2}(s) = I'_H(s)Z_{L_2} = 5s$;

$$U'_{L_1 C_1}(s) = U'_{R_2}(s) = U'_{L_2}(s) + U'_H(s) = 5s + 1; I'_{R_2}(s) = \frac{U'_{R_2}(s)}{Z_{R_2}} = \frac{5s + 1}{2};$$

$$I'_{L_1}(s) = I'_{C_1}(s) = \frac{U'_{L_1 C_1}(s)}{Z_{L_1} + Z_{C_1}} = \frac{5s^2 + s}{s^2 + 1};$$

$$I'_{R_1}(s) = I'_{L_1}(s) + I'_{R_2}(s) + I'_H(s) = \frac{5s^3 + 13s^2 + 7s + 3}{2s^2 + 2};$$

$$U'_{R_1}(s) = I'_{R_1}(s)Z_{R_1} = \frac{5s^3 + 13s^2 + 7s + 3}{s^2 + 1};$$

$$U'_0(s) = U'_{R_1}(s) + U'_{L_1 C_1}(s) = \frac{10s^3 + 14s^2 + 12s + 4}{s^2 + 1}; H(s) = \frac{U'_H(s)}{U'_0(s)}.$$

Таким образом,

$$H(s) = \frac{s^2 + 1}{10(s^3 + 1,4s^2 + 1,2s + 0,4)} = \frac{s^2 + 1}{10(s + 0,545)(s^2 + 0,856s + 0,743)}. \quad (2.1)$$

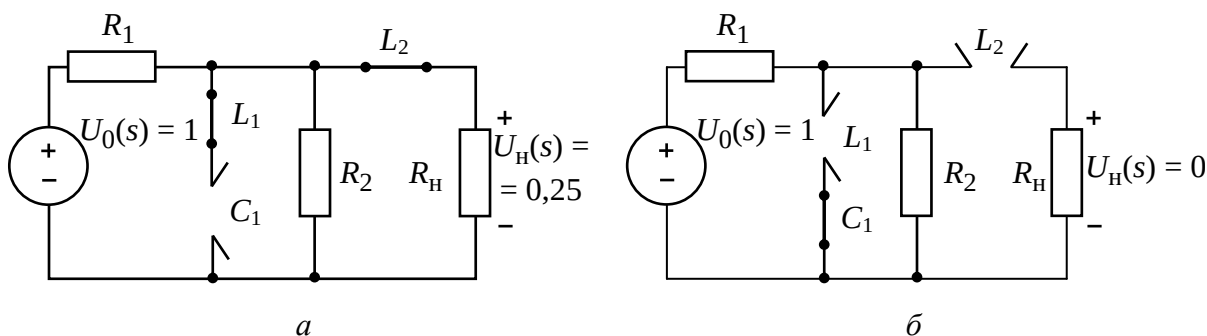


Рис. 2.3

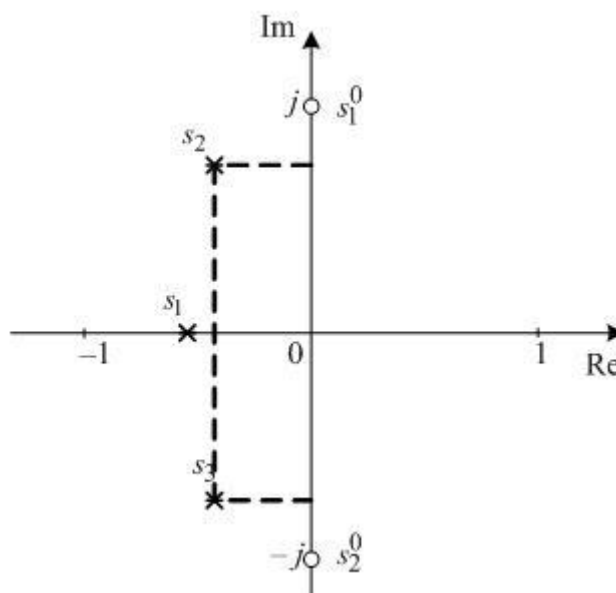


Рис. 2.4

Проконтролируем функцию $H(s)$. Из (2.1) следует, что $H(0) = 0,25$; $H(\infty) = 0$. Это соответствует результатам, получаемым по схемам замещения цепи при $s = 0$ и при $s \rightarrow \infty$, приведенным на рис. 2.3, *а*, *б* соответственно.

Полюсы $H(s)$, т. е. корни характеристического полинома цепи, равны $s_1 = -0,545$; $s_{2,3} = -0,428 \pm j0,743$; нули $H(s)$ равны $s_{1,2}^0 = \pm j$. Расположение нулей и полюсов передаточной функции показано на рис. 2.4.

Оценим практическую длительность переходных процессов в цепи:

$$t_{\text{ПП}} = 3\tau_{\text{max}} = \frac{3}{\min_k |\text{Re}\{s_k\}|} \approx 7.$$

Расчет частотных характеристик цепи. Обобщенная частотная характеристика:

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= H(s)|_{s=j\omega} = \frac{1-\omega^2}{(4-14\omega^2) + j\omega(12-10\omega^2)} = \\ &= \frac{1-\omega^2}{10(j\omega + 0,545)(-\omega^2 + j\omega 0,856 + 0,743)}. \end{aligned}$$

АЧХ:

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{|1 - \omega^2|}{\sqrt{(4 - 14\omega^2)^2 + \omega^2(12 - 10\omega^2)^2}} =$$

$$= \frac{|1 - \omega^2|}{10\sqrt{\omega^2 + (0,545)^2} \sqrt{(0,856\omega)^2 + (0,552 - \omega^2)^2}}.$$

ФЧХ:

$$\Phi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\} = \alpha(\omega) - \beta(\omega),$$

где $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ – аргументы числителя и знаменателя обобщенной частотной характеристики соответственно, причем

$$\alpha(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega \leq 1, \\ \pi, & \omega > 1; \end{cases}$$

$$\beta(\omega) = \begin{cases} \arctg\left[\frac{\omega(12 - 10\omega^2)}{4 - 14\omega^2}\right], & 4 - 14\omega^2 \geq 0, \\ \pi + \arctg\left[\frac{\omega(12 - 10\omega^2)}{4 - 14\omega^2}\right], & 4 - 14\omega^2 < 0. \end{cases}$$

Графики АЧХ, ФЧХ, АФХ приведены на рис. 2.5, *а*, *б*, *в* соответственно.

Определим полосу пропускания по графику АЧХ на уровне $0,707A_{\max}(\omega) \approx 0,18$. Частота среза $\omega_{\text{ср}} \approx 0,43$; полоса пропускания $\Delta\omega_{\text{п}} \in [0; 0,43]$, что соответствует фильтру нижних частот. Значение АЧХ на нулевой частоте, определяющее соотношение площадей под графиками входного и выходного сигналов, $A(0) = 0,25$. Так как $A(\infty) = 0$, то график выходного сигнала должен быть непрерывным (без скачков).

Анализ рис. 2.5, *б* показывает, что ФЧХ в полосе пропускания близка к линейной. Следовательно, в случае попадания спектра воздействия в полосу пропускания цепи искажения формы сигнала не будут существенными.

Оценим время запаздывания по наклону графика ФЧХ в области низких частот:

$$t_3 = \frac{|\Delta\Phi(\omega)|}{\Delta\omega},$$

где $\Delta\Phi(\omega)$ – приращение фазы, рад; $\Delta\omega$ – приращение частоты в области низких частот. Для ФНЧ можно также использовать формулу $t_3 = \Phi'(0)$. Таким образом, $t_3 \approx 3$.

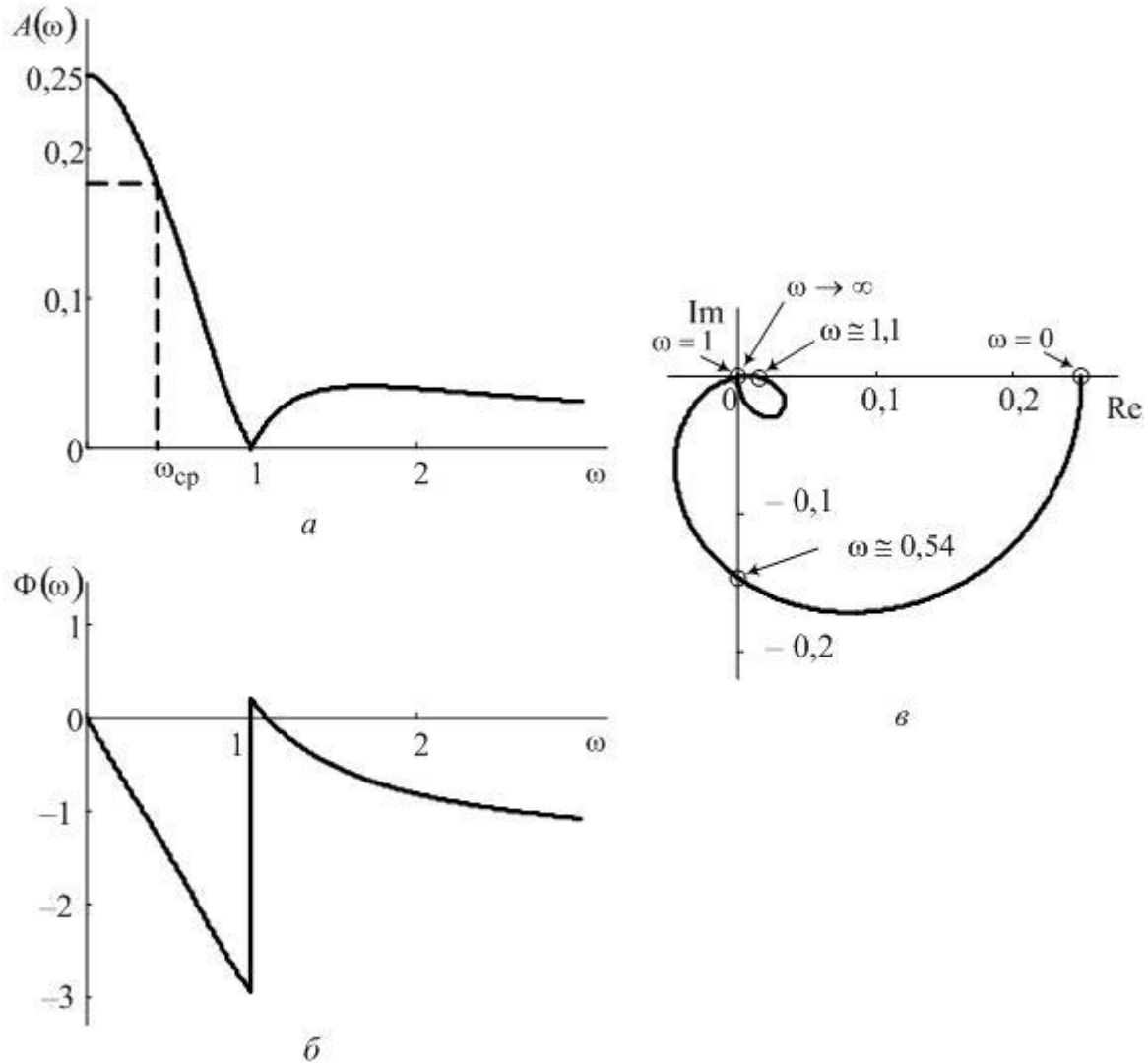


Рис. 2.5

Составление уравнений состояния цепи. Получим уравнения состояния цепи с помощью формальной процедуры, для чего заменим L -элементы на источники тока $i_{L_1}(t)$ и $i_{L_2}(t)$, а C -элемент на источник напряжения $u_{C_1}(t)$. Соответствующая схема замещения приведена на рис. 2.6.

В полученной резистивной цепи любым методом расчета найдем $u_{L_1}(t)$, $u_{L_2}(t)$, $i_{C_1}(t)$. Для примера выберем метод контурных токов:

$$\begin{cases} i_1^K = i_{L_1}(t), \\ i_2^K = i_{L_2}(t), \\ R_1 i_1^K - R_2 i_2^K + (R_1 + R_2) i_3^K = u_0(t); \end{cases}$$

следовательно,

$$i_3^K = \frac{R_2 i_{L_2}(t) - R_1 i_{L_1}(t) + u_0(t)}{R_1 + R_2} = -0,5 i_{L_1}(t) + 0,5 i_{L_2}(t) + 0,25 u_0(t),$$

тогда:

$$\begin{cases} i_{C_1}(t) = i_{L_1}(t), \\ u_{L_1}(t) = u_0(t) - u_{C_1}(t) - R_1(i_1^K + i_3^K) = -u_{C_1}(t) - i_{L_1}(t) - i_{L_2}(t) + 0,5 u_0(t), \\ u_{L_2}(t) = R_2(i_3^K - i_2^K) - R_H i_2^K = -i_{L_1}(t) - 2 i_{L_2}(t) + 0,5 u_0(t). \end{cases}$$

Используя соотношения $i_{C_1}(t) = C_1 u'_{C_1}(t)$, $u_{L_1}(t) = L_1 i'_{L_1}(t)$, $u_{L_2}(t) = L_2 i'_{L_2}(t)$, получим уравнения состояния:

$$\begin{cases} u'_{C_1}(t) = 0 \cdot u_{C_1}(t) + 1 \cdot i_{L_1}(t) + 0 \cdot i_{L_2}(t) + 0 \cdot u_0(t), \\ i'_{L_1}(t) = -1 \cdot u_{C_1}(t) - 1 \cdot i_{L_1}(t) - 1 \cdot i_{L_2}(t) + 0,5 \cdot u_0(t), \\ i'_{L_2}(t) = 0 \cdot u_{C_2}(t) - 0,2 \cdot i_{L_1}(t) - 0,4 \cdot i_{L_2}(t) + 0,1 \cdot u_0(t). \end{cases} \quad (2.2)$$

Для расчета реакции – напряжения $u_H(t)$ – запишем уравнение связи:

$$u_H(t) = R_H i_2^K = i_{L_2}(t). \quad (2.3)$$

Уравнения состояния (2.2) в матричной форме:

$$\begin{aligned} [f'_{ПС}(t)] &= [A][f_{ПС}(t)] + [B][f_1(t)]; \\ \begin{bmatrix} u'_{C_1}(t) \\ i'_{L_1}(t) \\ i'_{L_2}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -0,2 & -0,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{C_1}(t) \\ i_{L_1}(t) \\ i_{L_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,1 \end{bmatrix} u_0(t). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Проконтролируем полученные уравнения (2.4). Для этого можно рассмотреть приведенные на рис. 2.6 схемы замещения цепи при единичном ступенчатом воздействии $u_0(t) = \delta_1(t)$ при $t \rightarrow 0+$ (рис. 2.7, а) и $t \rightarrow \infty$ (рис. 2.7, б). Схемы аналогичны изображенным на рис. 2.3.

Для схемы на рис. 2.7, а имеем:

$$\begin{cases} i_{C_1}(0+) = 0, \\ u_{L_1}(0+) = 0,5, \\ u_{L_2}(0+) = 0,5; \end{cases} \quad \begin{cases} u'_{C_1}(0+) = \frac{i_{C_1}(0+)}{C_1} = 0, \\ i'_{L_1}(0+) = \frac{u_{L_1}(0+)}{L_1} = 0,5, \\ i'_{L_2}(0+) = \frac{u_{L_2}(0+)}{L_2} = 0,1. \end{cases}$$

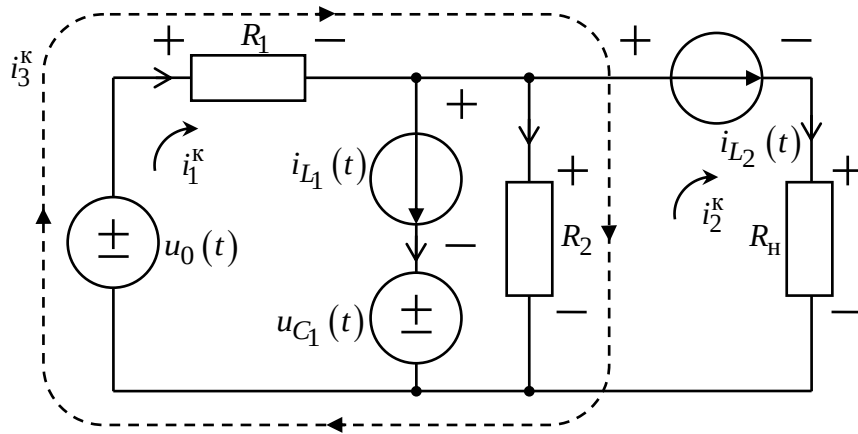


Рис. 2.6

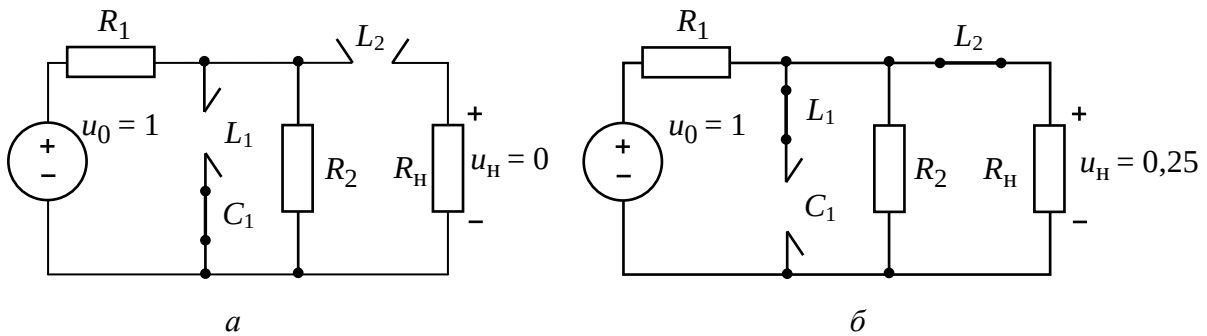


Рис. 2.7

Такие же значения производных получаем из (2.4) при $t \rightarrow 0+$. Для схемы на рис. 2.7, б имеем: $u_{C_1}(\infty) = 0,25$, $i_{L_1}(\infty) = 0$, $i_{L_2}(\infty) = 0,25$. Такие же вынужденные значения получаем по уравнениям (2.4), приравняв их левые части к нулю.

Контроль проще всего осуществлять по характеристическому полиному цепи, который здесь определяют как

$$\det([A] - p[E]) = 0.$$

Определение переходной и импульсной характеристик. Для аналитического расчета переходной характеристики используем операторный метод:

$$h_1(t) = \mathcal{L}^{-1}[H_1(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{H(s)}{s}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2 + 1}{10s(s + 0,545)(s + 0,856s + 0,743)}\right].$$

Применим теорему разложения:

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{1}{10} \cdot \frac{s^2 + 1}{s(s + 0,545)(s + 0,428 - j0,743)(s + 0,428 + j0,743)} = \\ &= \frac{D_1}{s} + \frac{D_2}{s + 0,545} + \frac{D_3}{s + 0,428 - j0,743} + \frac{D_4}{s + 0,428 + j0,743}. \end{aligned}$$

Вычеты в полюсах равны: $D_1 = 0,25$; $D_2 = -0,421$; $D_3 = 0,094e^{j0,415}$; $D_4 = 0,094e^{-j0,415}$.

При наличии комплексно-сопряженных полюсов вида $s_{k,k+1} = -\alpha \pm j\omega_0$ (в рассматриваемом примере такими являются $s_{3,4} = -0,428 \pm j0,743$) оригинал суммы соответствующих дробей может быть найден следующим образом:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\dot{D}_k}{s - s_k} + \frac{\dot{D}_{k+1}}{s - s_{k+1}}\right] = 2|\dot{D}_k|e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t + \arg\{\dot{D}_k\})\delta_1(t),$$

где $\dot{D}_k, \dot{D}_{k+1}$ – вычеты, соответствующие полюсам s_k, s_{k+1} , причем $\dot{D}_k$ соответствует полюсу с положительной мнимой частью ($s_k = -\alpha + j\omega_0$).

Таким образом, переходная характеристика имеет вид

$$h_1(t) = \left[0,25 - 0,421e^{-0,545t} + 0,188e^{-0,428t} \cos(0,743t + 0,415)\right] \delta_1(t). \quad (2.5)$$

График переходной характеристики приведен на рис. 2.8, а.

Проконтролируем конечное $h_1(\infty)$ и начальное $h_1(0+)$ значения переходной характеристики по выражению (2.5): $h_1(\infty) = 0,25$; $h_1(0+) = 0$, а также по выражению (2.1), используя теоремы о конечном и начальном значениях: $h_1(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sH_1(s) = 0,25$; $h_1(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH_1(s) = 0$. Значения совпадают.

Найдем импульсную характеристику:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2 + 1}{10(s + 0,545)(s + 0,856s + 0,743)}\right].$$

Используем теорему разложения:

$$H(s) = \frac{D_5}{s + 0,545} + \frac{D_6}{s + 0,428 - j0,743} + \frac{D_7}{s + 0,428 + j0,743},$$

где $D_5 = 0,229$; $D_6 = 0,08e^{j2,509}$; $D_7 = 0,08e^{-j2,509}$.

Тогда:

$$h(t) = \left[0,229e^{-0,545t} + 0,16e^{-0,428t} \cos(0,743t + 2,509) \right] \delta_1(t).$$

График импульсной характеристики приведен на рис. 2.8, б.

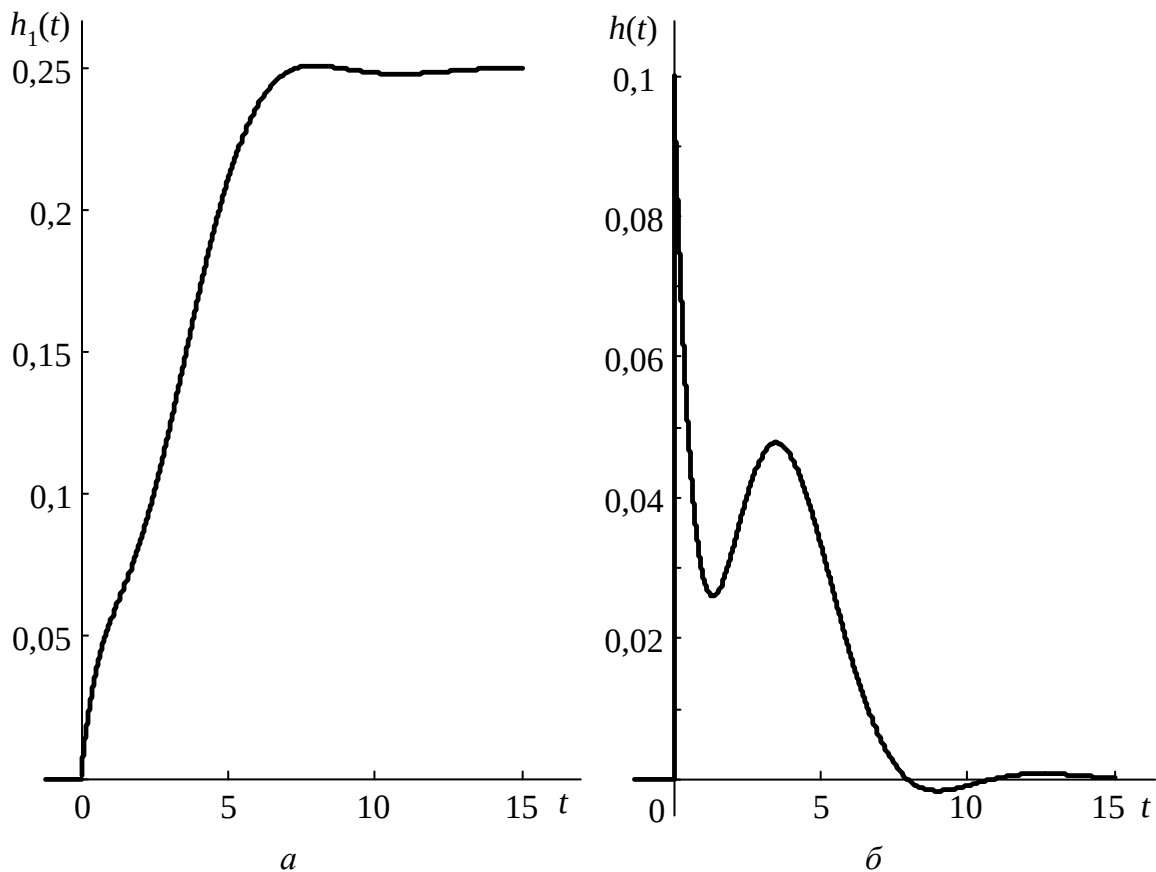


Рис. 2.8

Выполним численный расчет переходной характеристики, для чего получим численное решение уравнений состояния на основе алгоритма Эйлера:

$$[f_{\text{ПС}n}] = [f_{\text{ПС}(n-1)}] + \Delta t \left([A][f_{\text{ПС}(n-1)}] + [B][f_{l(n-1)}] \right);$$

$$\begin{bmatrix} u_{C_1 n} \\ i_{L_1 n} \\ i_{L_2 n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{C_1(n-1)} \\ i_{L_1(n-1)} \\ i_{L_2(n-1)} \end{bmatrix} + \Delta t \left(\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{C_1(n-1)} \\ i_{L_1(n-1)} \\ i_{L_2(n-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} u_{0(n-1)} \right).$$

Шаг расчета выбираем, исходя из условия $\Delta t < \frac{1}{5} \min \left\{ \tau_{\min}, \frac{T_{\min}}{4} \right\}$, где $T_{\min} \approx 8,5$ – минимальный период колебаний синусоидальной составляющей в описании процессов в цепи; $\tau_{\min} = \frac{1}{\max_k |\operatorname{Re}\{s_k\}|} \approx 1,8$ – минимальная постоянная времени; s_k – полюсы передаточной функции цепи. Выбираем шаг расчета равным 0,3. Тогда:

$$\begin{cases} u_{C_1 n} = u_{C_1(n-1)} + 0,3i_{L_1(n-1)}, \\ i_{L_1 n} = i_{L_1(n-1)} + 0,3 \left[-u_{C_1(n-1)} - i_{L_1(n-1)} - i_{L_2(n-1)} + 0,5u_{0(n-1)} \right], \\ i_{L_2 n} = i_{L_2(n-1)} + 0,3 \left[-0,2i_{L_2(n-1)} - 0,4i_{L_2(n-1)} + 0,1u_{0(n-1)} \right]. \end{cases}$$

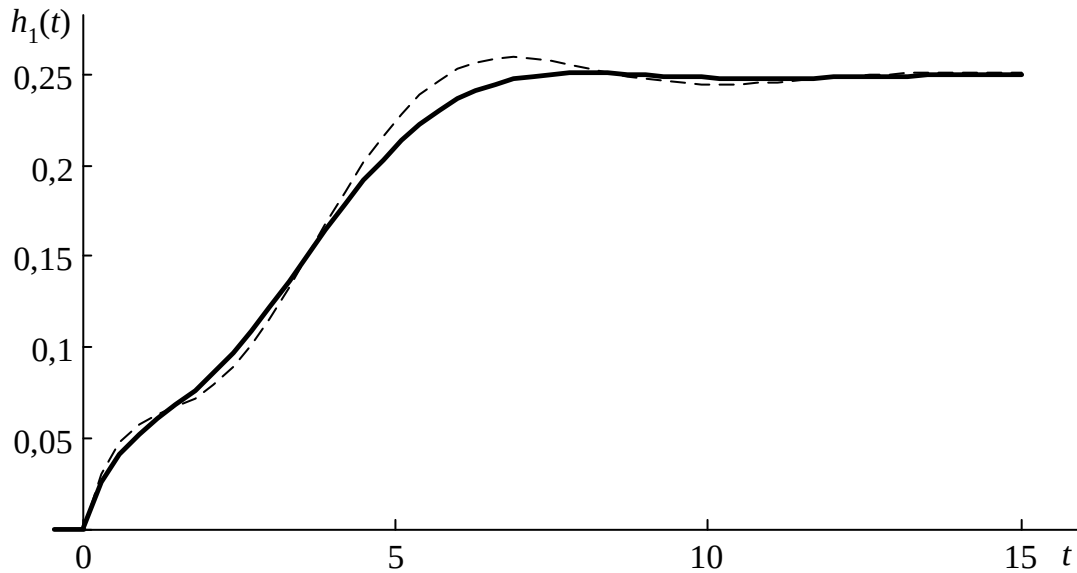


Рис. 2.9

На основе полученного численного решения для переменных состояния с помощью уравнения связи (2.3) вычислим значения переходной характеристики:

$$u_{\text{нп}} = i_{L_2 n}.$$

Графики переходной характеристики, полученные на основе аналитического и численного расчетов, приведены на рис. 2.9. График, соответствующий численному расчету, изображен штриховой линией.

Вычисление реакции при воздействии одиночного импульса. Найдем изображение по Лапласу входного одиночного импульса, для чего с помощью метода двойного дифференцирования (применение данного метода описано в типовом примере к теме 1) представим указанный импульс в виде $u_0(t) = U_{0m}\delta_1(t) - U_{0m}\delta_1(t - t_n)$; тогда:

$$U_0(s) = \frac{U_{0m}}{s} (1 - e^{-st_n}). \quad (2.6)$$

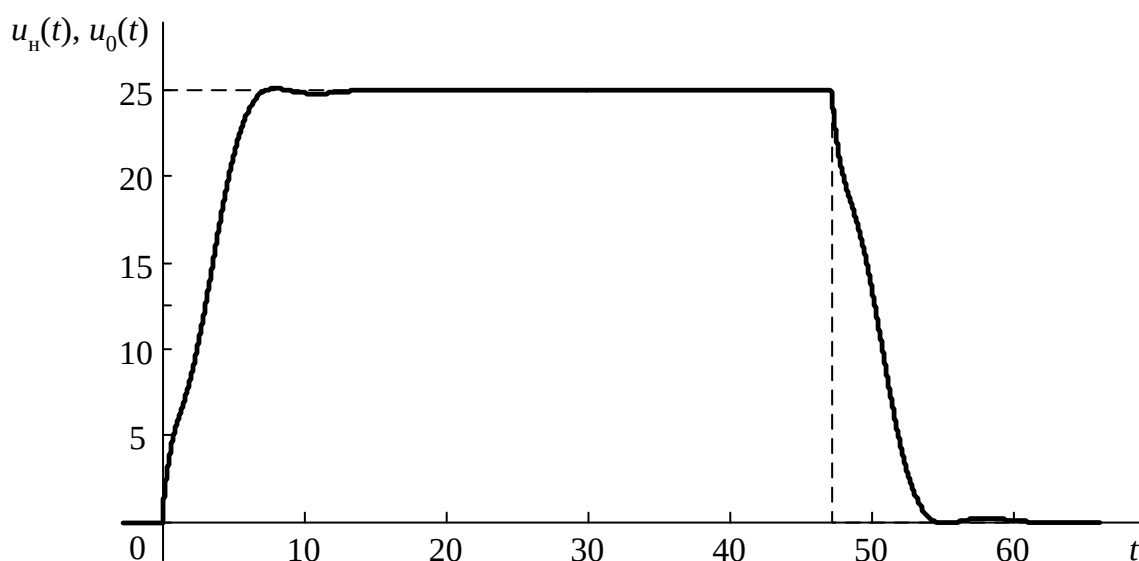


Рис. 2.10

Запишем выражение для изображения реакции цепи на входной одиночный импульс:

$$U_n(s) = H(s)U_0(s) = \frac{s^2 + 1}{10s^3 + 14s^2 + 12s + 4} \cdot \frac{U_{0m}}{s} (1 - e^{-st_n}) =$$

$$= U_{n1}(s) - U_{n1}(s)e^{-st_n},$$

где $U_{n1}(s) = \frac{U_{0m}(s^2 + 1)}{s(10s^3 + 14s^2 + 12s + 4)}.$

Тогда

$$u_n(t) = u_{n1}(t)\delta_1(t) - u_{n1}(t - t_n)\delta_1(t - t_n),$$

причем $u_{H1}(t) = u_{H1} = \mathcal{L}^{-1}[U_{H1}(s)]$. Используя теорему разложения, получим

$$u_{H1}(t) = 25 - 42,1e^{-0,545t} + 18,8e^{-0,428t} \cos(0,743t + 0,415).$$

Графики реакции (сплошная линия) и измененного в $A(0)$ раз воздействия (штриховая линия) приведены на рис. 2.10. Показанные на рисунке 2.10 кривые подтверждают правильность предположений, сделанных ранее на основе анализа частотных характеристик.

Определение спектральных характеристик одиночного импульса воздействия. Определим спектральные характеристики одиночного импульса, изображенного на рис. 2.2, б.

С учетом (2.6) комплексный спектр импульсного воздействия:

$$\begin{aligned} U_0(j\omega) = U_0(s)|_{s=j\omega} &= \frac{U_{0m}}{j\omega} (1 - e^{-j\omega t_H}) = \frac{U_{0m}}{j\omega} e^{-j\frac{\omega t_H}{2}} \left(e^{j\frac{\omega t_H}{2}} - e^{-j\frac{\omega t_H}{2}} \right) = \\ &= \frac{2U_{0m}}{\omega} \sin\left(\frac{\omega t_H}{2}\right) e^{-j\frac{\omega t_H}{2}}. \end{aligned}$$

Амплитудный спектр входного сигнала:

$$A_1(\omega) = \frac{2U_{0m}}{\omega} \left| \sin\left(\frac{\omega t_H}{2}\right) \right|.$$

Фазовый спектр входного сигнала:

$$\Phi_1(\omega) = \begin{cases} -\frac{\omega t_H}{2}, & \sin\left(\frac{\omega t_H}{2}\right) \geq 0, \\ \pi - \frac{\omega t_H}{2}, & \sin\left(\frac{\omega t_H}{2}\right) < 0. \end{cases}$$

Для построения графика амплитудного спектра сигнала найдем его узлы, т.е. значения частот ω_{yk} , при которых указанный спектр равен нулю:

$$A_1(\omega) = 0 \text{ при } \sin\left(\frac{\omega t_H}{2}\right) = 0, \text{ т. е. } \frac{\omega t_H}{2} = k\pi; \text{ следовательно, } \omega_{yk} \approx 0,133k;$$

$k = 1, 2, 3, \dots$. При вычислении значения амплитудного спектра на частоте

$\omega = 0$ возникает неопределенность вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Для раскрытия неопределенности используем правило Лопиталя:

$$A_1(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{2U_{0m}}{\omega} \sin\left(\frac{\omega t_{\text{и}}}{2}\right) = 2U_{0m} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sin'\left(\frac{\omega t_{\text{и}}}{2}\right)}{\omega'} =$$

$$= 2U_{0m} \frac{\frac{t_{\text{и}}}{2} \cos\left(\frac{\omega t_{\text{и}}}{2}\right)}{1} \Big|_{\omega=0} = U_{0m} t_{\text{и}}.$$

Контроль: значение амплитудного спектра на нулевой частоте равно площади сигнала.

Графики амплитудного и фазового спектров одиночного импульса воздействия показаны на рис. 2.11, а, б соответственно.

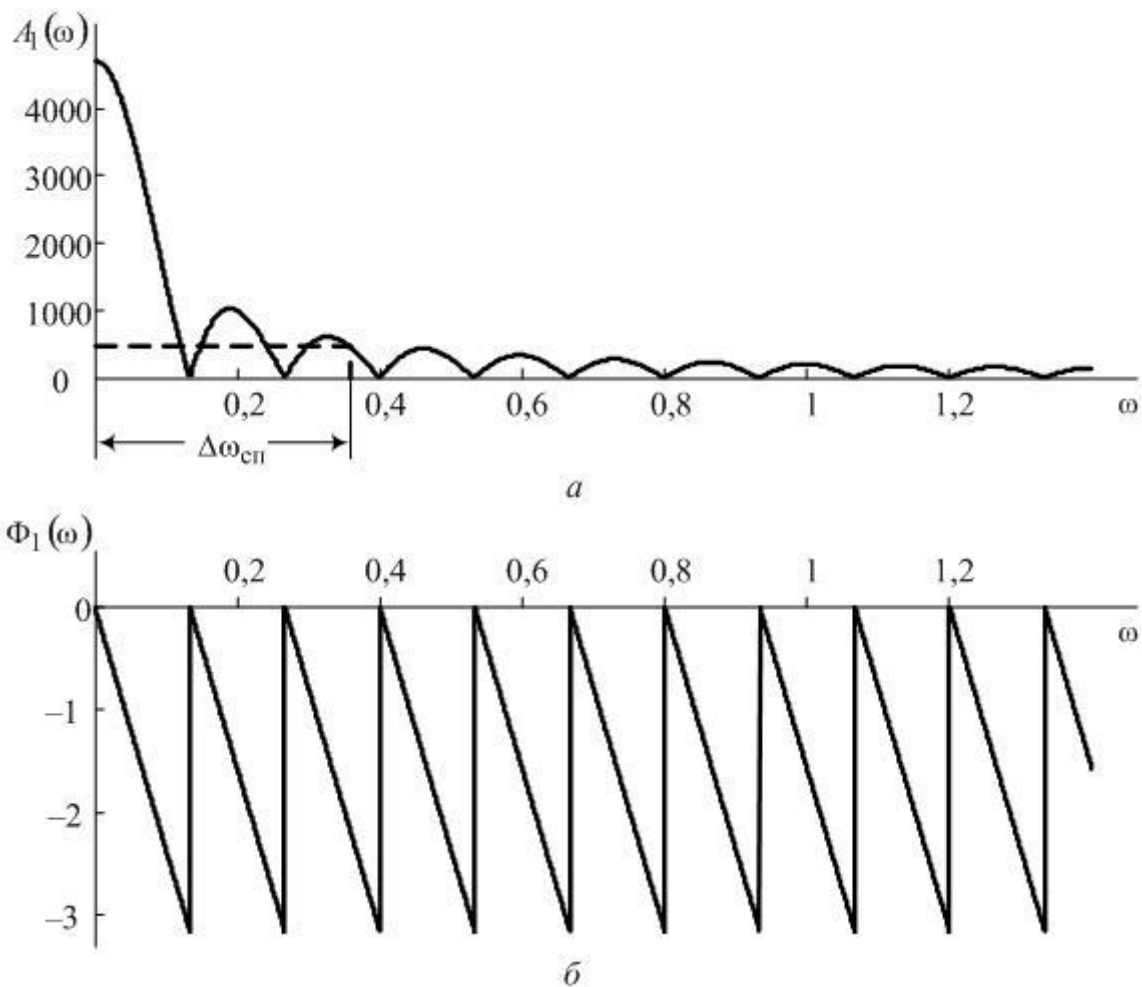


Рис. 2.11

Ширина спектра импульсного входного сигнала, определенная по 10 %-му амплитудному критерию (рис. 2.11, а), $\Delta\omega_{\text{СП}} \in [0; 0,36]$.

Сравнение ширины спектра воздействия и полосы пропускания цепи показывает, что спектр входного сигнала укладывается в полосу пропускания,

следовательно, оценки, сделанные ранее на основе анализа частотных характеристик, справедливы, что подтверждается данными точного расчета (см. рис. 2.10).

Вычисление спектра реакции при одиночном импульсе на входе цепи.

Выражение для амплитудного спектра реакции:

$$A_2(\omega) = A_1(\omega) \cdot A(\omega).$$

Фазовый спектр реакции:

$$\Phi_2(\omega) = \Phi_1(\omega) + \Phi(\omega).$$

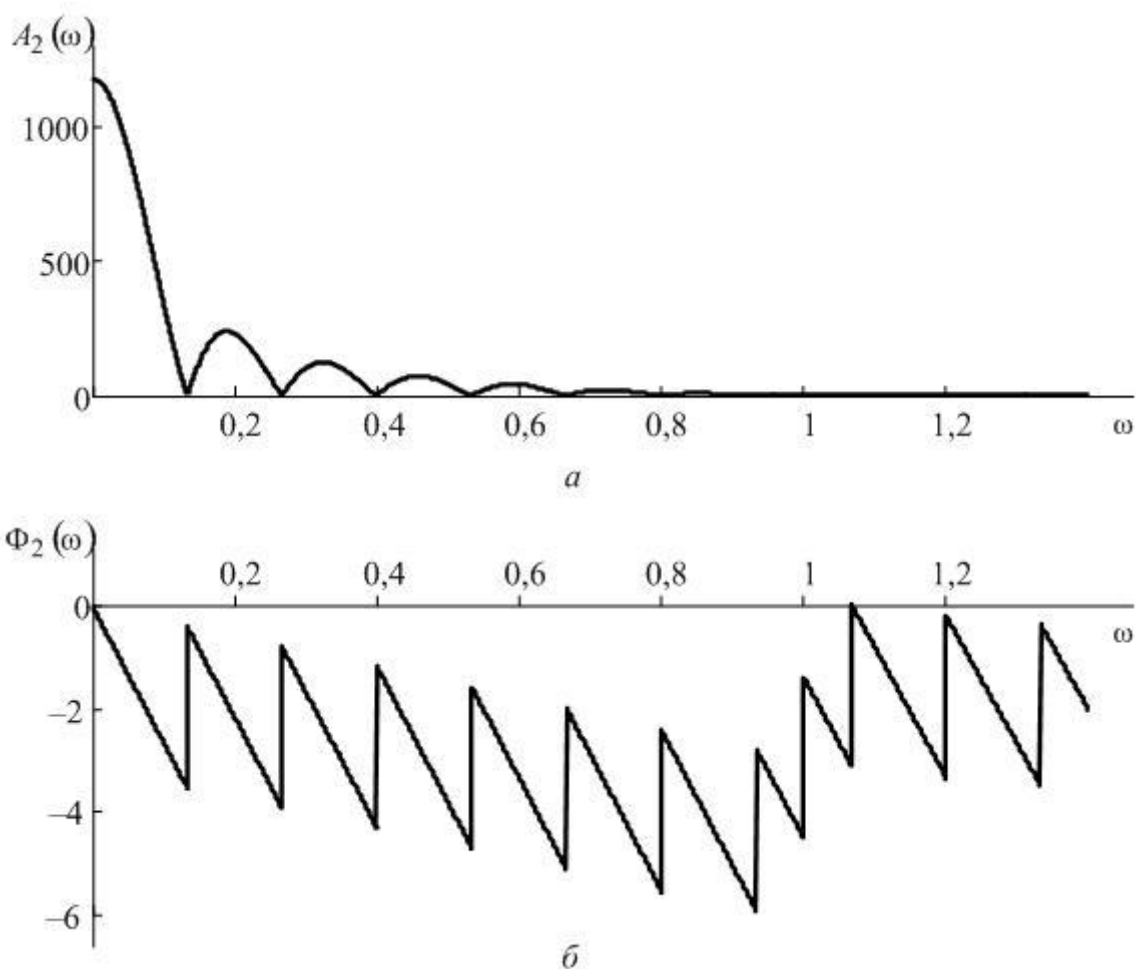


Рис. 2.12

Графики амплитудного и фазового спектров реакции на импульсное воздействие приведены на рис. 2.12, а, б соответственно.

Определение спектра периодического входного сигнала. Для получения спектральных характеристик входного периодического сигнала используем их связь со спектральными характеристиками входного одиночного импульса:

$A_{1k} = \frac{2}{T} A_1(\omega) \big|_{\omega=k\omega_1}$ – амплитудный дискретный спектр входного периодического сигнала;

$\Phi_{1k} = \Phi_1(\omega) \big|_{\omega=k\omega_1}$ – фазовый дискретный спектр входного периодического сигнала, где $k = 0, 1, 2, \dots, N$; N – число гармоник ряда Фурье, используемых при расчете; $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} \approx 0,067$ – частота основной гармоники.

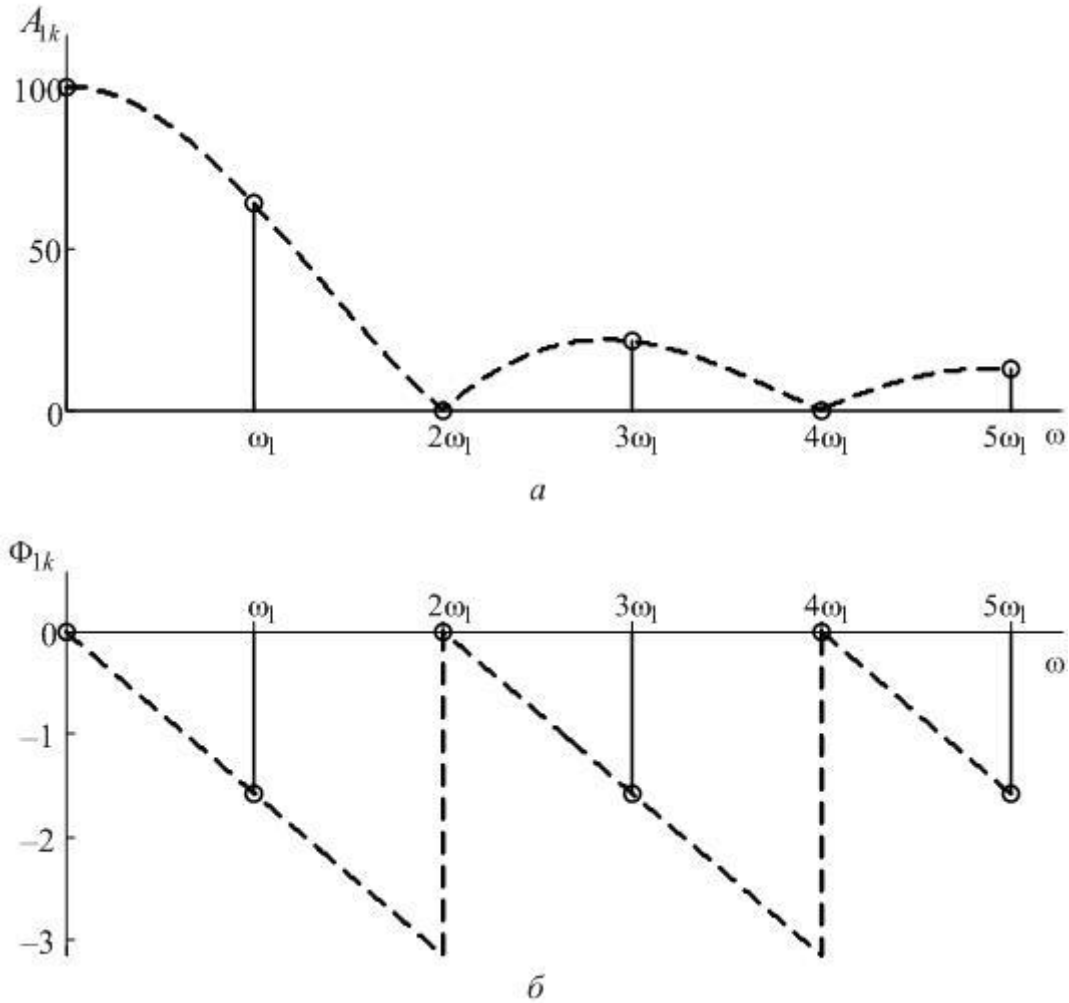


Рис. 2.13

Запишем отрезок ряда Фурье, аппроксимирующий входное периодическое воздействие при $N = 5$:

$$u_0(t) \approx \frac{A_{10}}{2} + \sum_{k=1}^N A_{1k} \cos(k\omega_1 t + \Phi_{1k}) = 50 + 63,7 \cos\left(0,0667t - \frac{\pi}{2}\right) + \\ + 21,2 \cos\left(0,2t - \frac{\pi}{2}\right) + 12,7 \cos\left(0,333t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Графики амплитудного и фазового дискретных спектров приведены на рис. 2.13, *а, б* соответственно (штриховыми линиями показаны графики спектров одиночного импульса воздействия с учетом множителя $\frac{2}{T}$).

На рис. 2.14 приведены графики периодического воздействия (штриховая линия) и его аппроксимации отрезком ряда Фурье (сплошная линия).

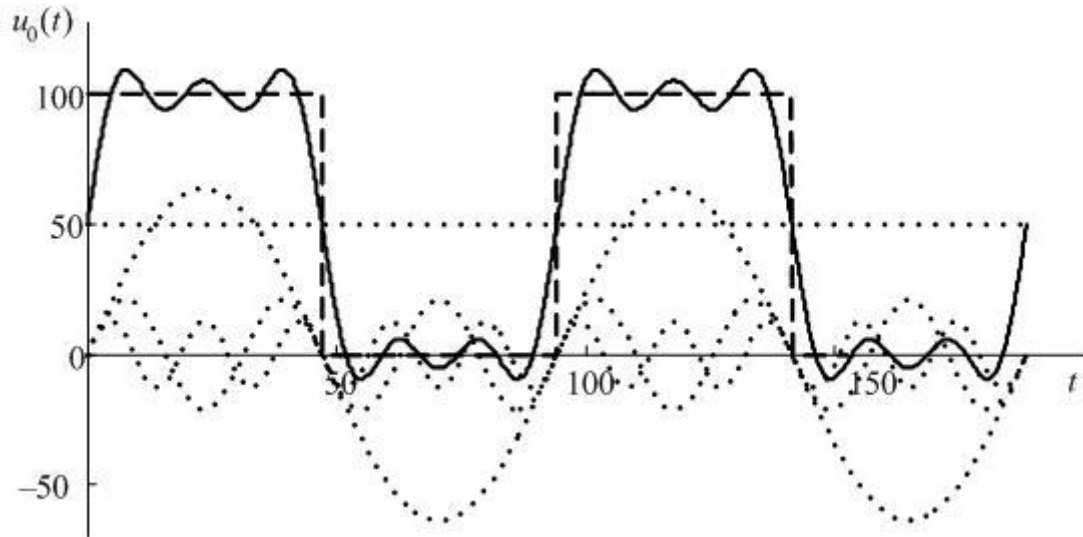


Рис. 2.14

Тонкими пунктирными линиями на рис. 2.14 обозначены составляющие, соответствующие отдельным гармоникам отрезка ряда Фурье.

Приближенный расчет реакции при периодическом воздействии. Запишем выражения для амплитудного и фазового дискретных спектров реакции при периодическом воздействии:

$$A_{2k} = A_{1k} \cdot A(k\omega_1);$$

$$\Phi_{2k} = \Phi_{1k} + \Phi(k\omega_1).$$

Полученные значения отсчетов дискретных спектров приведены в табл. 2.5. Графики амплитудного и фазового дискретных спектров реакции на периодическое воздействие приведены на рис. 2.15 (штриховыми линиями показаны графики спектров одиночного импульса реакции с учетом множителя $\frac{2}{T}$).

Таблица 2.5

k	ω	$A(\omega)$	$\Phi(\omega)$	A_{1k}	α_{1k}	A_{2k}	α_{2k}
0	0	0,250	0	100	0	25	0
1	0,0667	0,248	-0,200	63,7	-1,57	15,79	-1,77
2	0,133	0,241	-0,398	0	0	0	-0,398
3	0,200	0,231	-0,593	21,2	-1,57	4,90	-2,16
4	0,267	0,218	-0,786	0	0	0	-0,786
5	0,333	0,203	-0,978	12,7	-1,57	2,59	-2,55

Отрезок ряда Фурье, аппроксимирующий реакцию, имеет вид

$$u_H(t) = 12,5 + 15,8 \cos(0,0667t - 1,77) + 4,90 \cos(0,2t - 2,16) + 2,59 \cos(0,333t - 2,55).$$

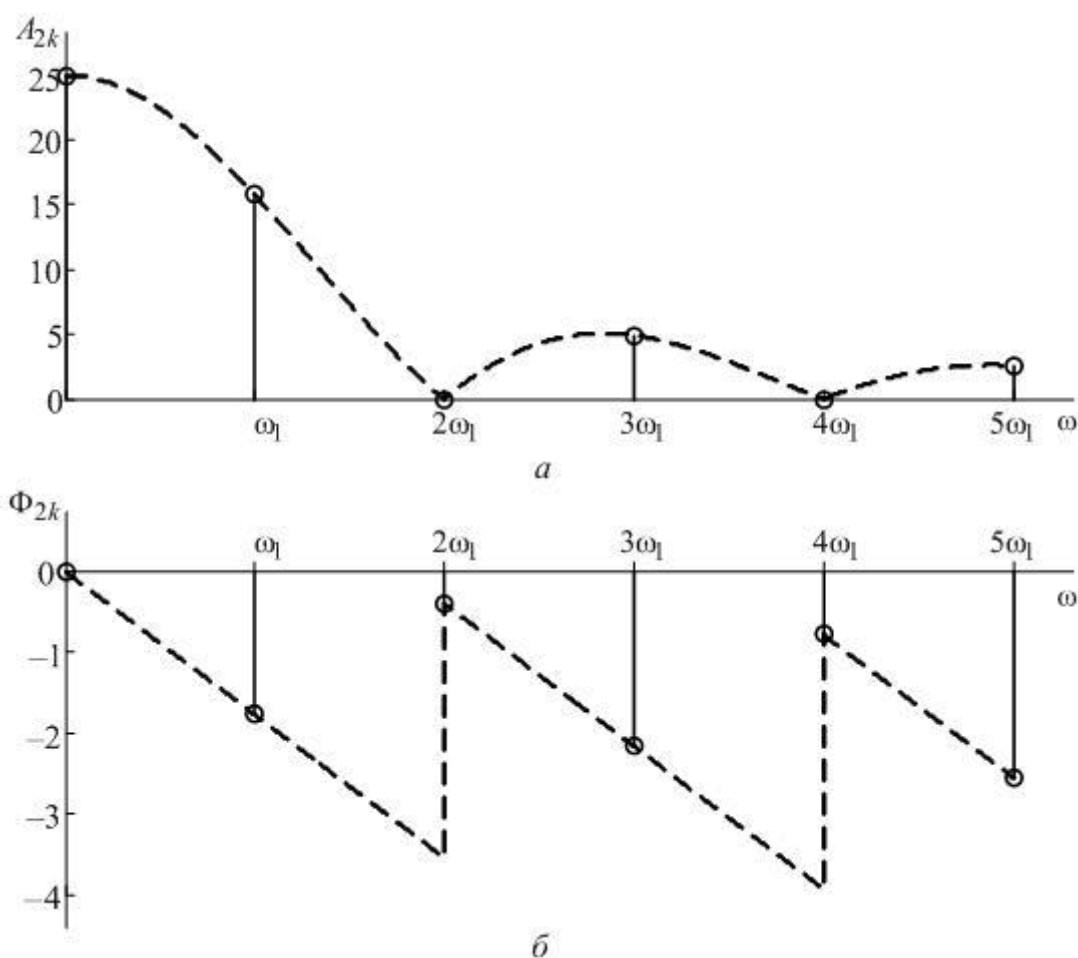


Рис. 2.15

График реакции цепи при периодическом воздействии, аппроксимированном отрезком ряда Фурье, приведен на рис. 2.16.

Штриховой линией на рис. 2.16 обозначено периодическое воздействие, измененное в $A(0)$ раз, сплошной линией – реакция, аппроксимированная отрезком ряда Фурье.

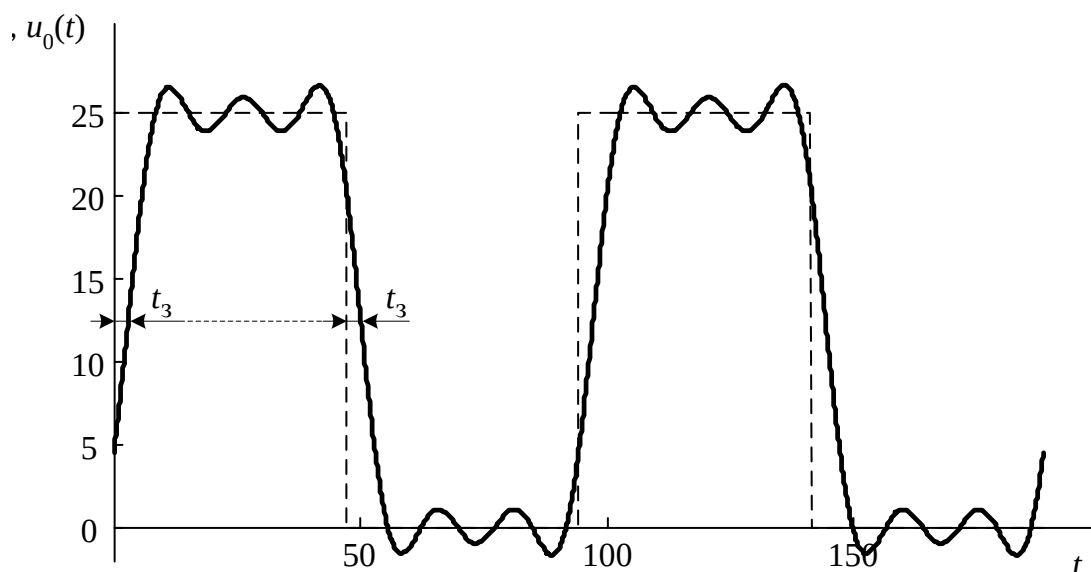


Рис. 2.16

Анализ приведенного на рис. 2.16 графика подтверждает правильность оценки времени запаздывания ($t_3 \approx 3$), полученной ранее по ФЧХ.

Тема 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ В ПЕРЕХОДНЫХ И УСТАНОВИВШЕМСЯ ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМАХ

Целью курсовой работы является практическое освоение современных методов количественного и качественного анализа линейной электрической цепи при различных воздействиях в переходных и установившемся режимах.

3.1. Задание к курсовой работе

Индивидуальное задание студент выбирает в соответствии со своим номером в списке группы. Выбор сложности варианта предоставляется студенту. В курсовой работе должны быть выполнены следующие пункты задания:

1. Анализ цепи во временной области методом переменных состояния при постоянных воздействиях.

Аналізу подлежат одна из цепей, схемы которых приведены на рис. 3.1. Содержание ветвей в зависимости от сложности варианта курсового расчета приведено в табл. 3.1 и 3.2. В табл. 3.1 заданы параметры, соответствующие лестничной цепи второго порядка, в табл. 3.2 – лестничной цепи третьего порядка.

Для всех схем $R_H = 10^3 \text{ Ом}$. В цепях на рис. 3.1, а величины

$u_0(t) = U_0 = \text{const}$, $i_0(t) = I_0 \delta_1(t)$, а на рис. 3.1, б – $i_0(t) = I_0 = \text{const}$, $u_0(t) = U_0 \delta_1(t)$. Значения U_0 и I_0 даны в табл. 3.3.

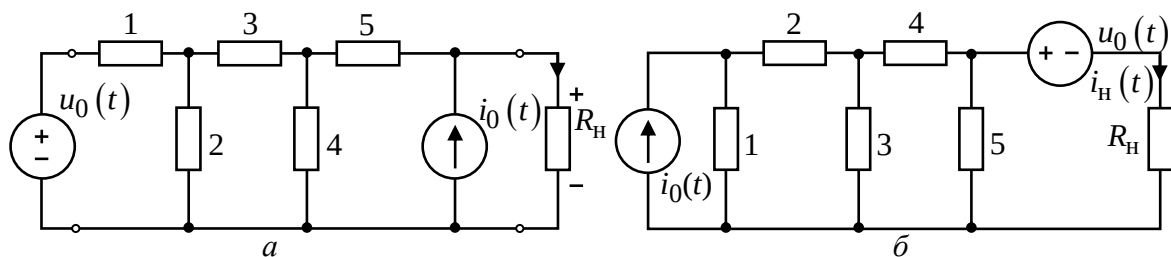


Рис. 3.1

Таблица 3.1

Вариант	Рис. 3.1,	Ветвь					Вариант	Рис. 3.1,	Ветвь				
		1	2	3	4	5			1	2	3	4	5
1	а	R_1	R_3	R_3	L_1	C_1	13	а	R_1	C_4	R_1	L_2	R_1
2	б	R_2	R_1	L_2	R_5	C_3	14	б	R_2	C_4	R_5	R_1	L_3
3	а	R_1	C_3	R_1	R_6	L_2	15	а	R_1	R_2	L_1	R_6	C_1
4	б	R_2	L_1	R_5	C_1	R_4	16	б	R_2	R_1	L_1	R_5	C_1
5	а	R_1	C_4	L_3	R_4	R_3	17	а	R_1	R_6	R_1	L_3	C_2
6	б	R_2	C_1	L_1	R_3	R_6	18	б	R_2	C_1	R_6	R_1	L_1
7	а	R_1	R_4	L_1	C_2	R_1	19	а	R_1	C_2	R_2	R_5	L_2
8	б	R_2	R_1	C_1	L_1	R_1	20	б	R_2	C_4	L_2	R_2	R_4
9	а	R_1	R_5	L_3	R_3	C_3	21	а	R_1	L_3	C_1	R_6	R_1
10	б	R_2	L_1	R_4	C_2	R_6	22	б	R_2	R_1	C_3	R_1	L_2
11	а	R_1	L_3	R_2	R_4	C_4	23	а	R_1	R_1	L_1	C_1	R_3
12	б	R_2	L_2	C_2	R_1	R_5	24	б	R_1	L_3	R_1	R_6	C_2

Таблица 3.2

Вариант	Рис. 3.1,	Ветвь					Вариант	Рис. 3.1,	Ветвь				
		1	2	3	4	5			1	2	3	4	5
1	а	R_1	L_2	C_2	R_5	L_1	13	а	R_1	R_5	L_1	L_2	C_6
2	б	R_2	C_1	C_4	L_1	R_1	14	б	R_2	C_3	L_2	R_5	C_6
3	а	R_1	C_1	L_1	L_3	R_2	15	а	R_1	L_1	C_2	R_4	C_3
4	б	R_2	L_1	C_3	L_2	R_5	16	б	R_2	C_2	C_6	L_2	R_2
5	а	R_1	R_6	C_4	L_1	L_2	17	а	R_1	L_1	C_3	R_6	L_2
6	б	R_2	L_2	R_5	L_1	C_2	18	б	R_2	L_2	C_6	L_1	R_6
7	а	R_1	C_3	C_4	R_5	L_1	19	а	R_1	C_2	L_3	L_1	R_1
8	б	R_2	C_3	C_4	L_2	R_6	20	б	R_2	L_1	R_6	L_3	C_5
9	а	R_1	L_1	C_3	C_6	R_1	21	а	R_1	R_4	C_3	L_2	L_3
10	б	R_2	L_3	R_1	L_2	C_4	22	б	R_2	C_2	C_1	L_1	R_5
11	а	R_1	L_3	R_1	C_2	L_1	23	а	R_1	C_5	C_1	R_6	L_2
12	б	R_2	C_2	L_1	R_1	C_2	24	б	R_1	L_2	R_2	L_1	C_6

Примечание. В табл. 3.1, 3.2 $R_1 = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $R_5 = 8 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $R_6 = 12 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, $C_1 = 0,033 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, $C_2 = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, $C_3 = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, $C_4 = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, $C_6 = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, $L_1 = 0,03 \text{ Гн}$, $L_2 = 0,08 \text{ Гн}$, $L_3 = 0,1 \text{ Гн}$.

Таблица 3.3

Вариант	Параметр						Рис. 3.2,
	$U_0, \text{ В}$	$I_0, \text{ А}$	$U_m, \text{ В}$	$I_m, \text{ А}$	$t_{\text{н}}, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	
1	6	$4 \cdot 10^{-3}$	10	—	$6 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
2	6	$3 \cdot 10^{-3}$	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$24 \cdot 10^{-5}$	$48 \cdot 10^{-5}$	<i>б</i>
3	5	$3 \cdot 10^{-3}$	10	—	$48 \cdot 10^{-5}$	$96 \cdot 10^{-5}$	<i>а</i>
4	4	$1 \cdot 10^{-3}$	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$16 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
5	5	$2 \cdot 10^{-3}$	10	—	$150 \cdot 10^{-5}$	$300 \cdot 10^{-5}$	<i>в</i>
6	10	$6 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$10 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
7	5	$3 \cdot 10^{-3}$	8	—	$30 \cdot 10^{-5}$	$60 \cdot 10^{-5}$	<i>а</i>
8	6	$4 \cdot 10^{-3}$	—	$4 \cdot 10^{-3}$	$40 \cdot 10^{-5}$	$80 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
9	2	$1 \cdot 10^{-3}$	10	—	$42 \cdot 10^{-5}$	$84 \cdot 10^{-5}$	<i>б</i>
10	4	$2 \cdot 10^{-3}$	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$32 \cdot 10^{-5}$	$64 \cdot 10^{-5}$	<i>з</i>
11	8	$3 \cdot 10^{-3}$	8	—	$80 \cdot 10^{-5}$	$160 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
12	9	$3 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$40 \cdot 10^{-5}$	$80 \cdot 10^{-5}$	<i>б</i>
13	12	$3 \cdot 10^{-3}$	8	—	$40 \cdot 10^{-5}$	$80 \cdot 10^{-5}$	<i>в</i>
14	10	$5 \cdot 10^{-3}$	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$64 \cdot 10^{-5}$	$128 \cdot 10^{-5}$	<i>а</i>
15	12	$4 \cdot 10^{-3}$	6	—	$16 \cdot 10^{-5}$	$32 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
16	4	$1 \cdot 10^{-3}$	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$16 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
17	6	$2 \cdot 10^{-3}$	8	—	$10 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$	<i>б</i>
18	10	$6 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
19	3	$1 \cdot 10^{-3}$	10	—	$24 \cdot 10^{-5}$	$48 \cdot 10^{-5}$	<i>з</i>
20	8	$2 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$	<i>а</i>
21	6	$4 \cdot 10^{-3}$	10	—	$6 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
22	7	$4 \cdot 10^{-3}$	—	$4 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^{-5}$	$60 \cdot 10^{-5}$	<i>б</i>
23	8	$3 \cdot 10^{-3}$	8	—	$50 \cdot 10^{-5}$	$100 \cdot 10^{-5}$	<i>д</i>
24	5	$2 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$	<i>в</i>

Требуется:

1.1. Составить уравнения состояния цепи для $t \geq 0$.

1.2. Найти аналитические решения уравнений состояния.

1.3. Найти решения уравнений состояния, используя по выбору студента один из численных методов (например, Эйлера или Рунге–Кутты третьего, четвертого порядка).

1.4. Построить аналитические и численные решения уравнений состояния, совместив их попарно для каждой из переменных состояния.

2. Анализ цепи операторным методом при апериодическом воздействии.

Аналізу подлежат цепь, изображенная на рис. 3.1, причем в цепях на рис. 3.1, а следует положить $i_0(t) = 0$, а в цепях на рис. 3.1, б – $u_0(t) = 0$. Независимые предначальные условия нулевые. В момент времени $t = 0$ на вход цепи подан сигнал в виде одиночного импульса напряжения $u_0(t)$ (цепи на рис. 3.1, а) или тока $i_0(t)$ (цепи на рис. 3.1, б). Форма импульса показана на рис. 3.2, а его амплитуда и длительность приведены в табл. 3.3.

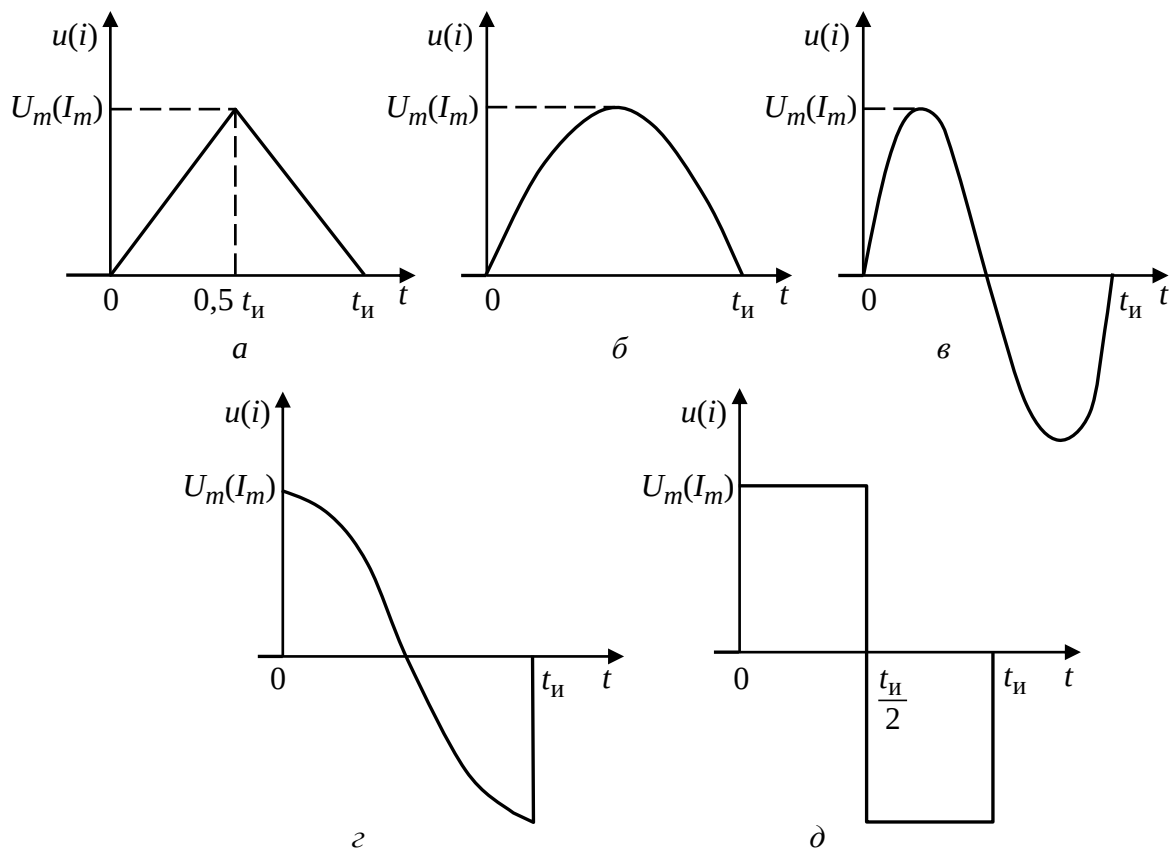


Рис. 3.2

Требуется:

2.1. Определить для цепей на рис. 3.1, *а* функцию передачи $H_U(s) = U_H(s)/U_0(s)$, а для цепей на рис. 3.1, *б* – функцию $H_I(s) = I_H(s)/I_0(s)$, причем u_H , i_H – напряжение и ток нагрузки; символом s в указанных функциях обозначена переменная Лапласа.

2.2. Найти нули и полюсы функции передачи и нанести их на плоскость комплексной частоты.

2.3. По найденной функции передачи определить переходную $h_1(t)$ и импульсную $h(t)$ характеристики для выходного сигнала.

2.4. Определить изображение по Лапласу входного одиночного импульса.

2.5. Определить напряжение $u_H(t)$ или ток $i_H(t)$ на выходе цепи, используя $H_U(s)$ или $H_I(s)$ соответственно.

2.6. Построить графики переходной и импульсной характеристик цепи, а также входного и выходного сигналов, совместив их попарно.

3. Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии.

Условия заданы в п. 2. Требуется:

3.1. Найти и построить АФХ, АЧХ и ФЧХ функции передачи цепи $H_U(s)$ или $H_I(s)$.

3.2. Определить полосу пропускания цепи по уровню $0,707|H(j\omega)|_{\max}$.

3.3. Найти и построить амплитудный и фазовый спектры апериодического входного сигнала и определить ширину спектра по уровню $0,1|F(j\omega)|_{\max}$.

3.4. Сопоставляя соответственно спектры входного сигнала с частотными характеристиками цепи, дать заключение об ожидаемых искажениях сигнала на выходе цепи. Сравнить эти качественные оценки с сигналом на выходе цепи, найденным в п. 2.5.

4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.

Анализу подлежит цепь, заданная в п. 2. На входе цепи действует периодический сигнал в виде последовательности импульсов напряжения $u_0(t)$

или тока $i_0(t)$. Форма импульса такая же, как в п. 2, а период повторения импульсов T был задан в табл. 3.3.

Требуется:

4.1. Разложить в ряд Фурье заданный входной периодический сигнал. Построить его амплитудный и фазовый дискретные спектры.

4.2. Построить на одном графике входной периодический сигнал и его аппроксимацию отрезком ряда Фурье. Число гармоник отрезка ряда определяется шириной спектра по уровню $0,1 A_{k\max}$, где $A_{k\max}$ – максимальная составляющая амплитудного спектра.

4.3. Используя рассчитанные в п. 3.1 АЧХ и ФЧХ функции передачи цепи, построить амплитудный и фазовый дискретные спектры выходного периодического сигнала. Записать напряжение $u_H(t)$ или ток $i_H(t)$ на выходе цепи в виде отрезка ряда Фурье.

4.4. Построить график напряжения $u_H(t)$ или тока $i_H(t)$ на выходе цепи в виде суммы гармоник найденного отрезка ряда Фурье.

Графики по пп. 4.2 и 4.4 построить в одном масштабе времени и разместить их один под другим.

3.2. Указания к выполнению курсовой работы

Основные указания и рекомендации к курсовой работе в целом соответствуют изложенным для тем 1 и 2.

Нормирование параметров электрической цепи. Порядок значений параметров цепи в задании колеблется от 10^{-6} (для емкостей) до 10^3 (для резисторов). Значения токов и напряжений также могут отличаться на несколько порядков. В большом диапазоне могут изменяться временные интервалы и частоты, характеризующие переходные процессы.

Свойства цепи зависят не от абсолютных значений параметров элементов, а лишь от соотношения между ними, поэтому при вычислениях удобно использовать нормированные значения параметров цепи. Нормирование состоит в том, что выбирают некоторые базисные значения напряжения U_0 , тока I_0 , сопротивления R_0 , индуктивности L_0 , емкости C_0 , времени T_0 и определяют нормированные (безразмерные) напряжение, ток, сопротивление, индуктивность, емкость, время по следующим формулам:

$$u_* = u / U_0, i_* = i / I_0, R_* = R / R_0, L_* = L / L_0, C_* = C / C_0, t_* = t / T_0.$$

Для установления соотношений между введенными базисными значениями $U_6, I_6, R_6, L_6, C_6, T_6$ используют уравнения

$$u = Ri, \quad u = L \frac{di}{dt}, \quad i = C \frac{du}{dt}.$$

В этих уравнениях заменяют абсолютные значения параметров элементов их нормированными значениями:

$$u = U_6 u_*, \quad i = I_6 i_*, \quad R = R_6 R_*, \quad L = L_6 L_*, \quad C = C_6 C_*, \quad t = T_6 t_*.$$

Тогда исходные уравнения элементов принимают вид:

$$U_6 u_* = R_6 I_6 R_* i_*, \quad U_6 u_* = \frac{L_6 I_6}{T_6} L_* \frac{di_*}{dt_*}, \quad I_6 i_* = \frac{C_6 U_6}{T_6} C_* \frac{du_*}{dt_*}.$$

Затем в полученных уравнениях приравнивают составленные из базисных значений коэффициенты при нормированных значениях и получают соотношения между базисными значениями:

$$U_6 = R_6 I_6, \quad U_6 = L_6 I_6 / T_6, \quad I_6 = C_6 U_6 / T_6$$

или

$$R_6 = U_6 / I_6, \quad L_6 = R_6 T_6, \quad C_6 = T_6 / R_6.$$

При выполнении этих соотношений уравнения для нормированных элементов по форме будут такими же, как для исходных элементов:

$$u_* = R_* i_*, \quad u_* = L_* \frac{di_*}{dt_*}, \quad i_* = C_* \frac{du_*}{dt_*}.$$

Полученные соотношения между базисными значениями позволяют выбрать 3 базисных значения для нормирования шести исходных значений u, i, R, L, C, t , т. е. из шести базисных значений независимыми являются три. При выборе этих трех базисных значений следует иметь в виду, что не все совокупности являются независимыми между собой. Пять совокупностей:

$$U_6, I_6, R_6; \quad R_6, C_6, T_6; \quad R_6, C_6, L_6; \quad C_6, L_6, T_6; \quad R_6, L_6, T_6$$

являются зависимыми и не могут быть приняты для нормирования уравнений.

Обычно в качестве независимых базисных значений выбирают 2 из совокупности R_6, L_6, C_6, T_6 ; оставшиеся 2 из этой совокупности определяют с

помощью табл. 3.4. Базисное значение напряжения U_6 или тока I_6 находят с помощью соотношения

$$U_6 = R_6 I_6,$$

предварительно выбрав I_6 или U_6 .

Таблица 3.4

Задаваемые значения	Вычисляемое значение			
	R_6	L_6	C_6	T_6
R_6, T_6	R_6	$R_6 T_6$	T_6 / R_6	T_6
R_6, L_6	R_6	L_6	L_6 / R_6^2	L_6 / R_6
R_6, C_6	R_6	$C_6 R_6^2$	C_6	$C_6 R_6$
L_6, T_6	L_6 / T_6	L_6	T_6^2 / L_6	T_6
L_6, C_6	$\sqrt{L_6 / C_6}$	L_6	C_6	$\sqrt{L_6 C_6}$
C_6, T_6	T_6 / C_6	T_6^2 / C_6	C_6	T_6

Переходя в уравнениях к нормированным значениям получаем нормированные уравнения цепи, в которой процессы определяются нормированными параметрами, в том числе и частотами собственных колебаний $p_{k*} = p_k / p_6$. Так как единица измерения p обратна единице измерения времени, то

$$p_6 = 1 / T_6.$$

Аналогично, нормированная комплексная переменная s_k и частота ω_k определяются выражениями

$$s_* = s / s_6, \quad \omega_* = \omega / \Omega_6,$$

где $s_6 = 1 / T_6$, $\Omega_6 = 1 / T_6$.

Следует отметить, что результаты анализа процессов в нормированных значениях легко пересчитываются к конкретным значениям параметров. Для этого достаточно умножить нормированные значения на их базисные значения, произведя денормирование.

3.3. Контрольные вопросы

1. Что называют переменными состояния?
2. Перечислить способы составления уравнений состояния.
3. Каковы преимущества метода переменных состояния по сравнению с другими методами анализа во временной области?

4. Что такое передаточная функция цепи? Перечислить способы расчета передаточных функций.

5. Что такое переходная и импульсная характеристики цепи и какова их связь с передаточной функцией?

6. Почему полюсы передаточной функции пассивной цепи расположены в левой полуплоскости?

7. Как найти сигнал по изображению $U(s) = (1 + e^{-\pi s}) / (s^2 + 1)$?

8. Как найти изображение сигнала

$$u(t) = 2e^{-3t}\delta_1(t) + 4e^{-3t(t-2)}\delta_1(t-2)?$$

9. Как по изображению $U(s) = (2s^2 + s + 1) / (s^3 + s^2)$ определить начальное значение оригинала $u(0+)$ и его производной $u'(0+)$?

10. Как по известным полюсам $s_{1,2} = -2$, $s_{3,4} = \pm j2$ изображения сигнала записать его общую форму во времени?

11. Как проверить предельные значения АЧХ и ФЧХ исследуемой цепи при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ исходя из свойств цепи?

12. Каково условие неискаженной передачи сигнала через цепь? Удовлетворяет ли исследованная цепь этому условию?

13. Как изменится амплитудный спектр апериодического сигнала при изменении его длительности; амплитуды?

14. Какова связь спектра одиночного сигнала со спектром периодической последовательности этих сигналов?

15. Как влияет скважность периодического сигнала на спектр?

3.4. Типовой пример

Для цепи, изображенной на рис. 3.3, выполним задания курсовой работы. Нормированные параметры ветвей: $R_1 = R_2 = R_3 = R_H = 1$, $C = 1$, $L = 0,5$.

1. Анализ цепи во временной области методом переменных состояния при постоянных воздействиях. Исходные данные: $u_0(t) = U_0 = 10$; $i_0(t) = I_0\delta_1(t) = 10\delta_1(t)$. Переменными состояния следует принять $i_L(t)$ и $u_C(t)$. Для формирования уравнений состояния заменим в исходной цепи для $t > 0$ все L -элементы источниками тока с токами $i_L(t)$ и все C -элементы –

источниками напряжения с напряжениями $u_C(t)$. Тогда цепь будет иметь вид, показанный на рис. 3.4.

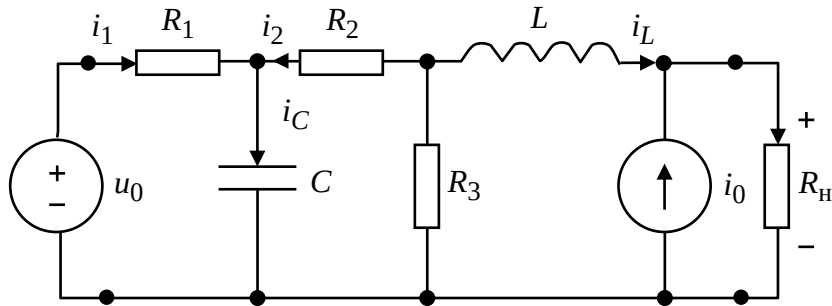


Рис. 3.3

В полученной цепи одним из методов анализа R -цепей найдем напряжение $u_L(t)$ введенного источника тока и ток $i_C(t)$ – источника напряжения. Воспользуемся методом узловых напряжений [1], [2]. Примем четвертый узел базисным, считая $U_4^y = 0$. Тогда напряжение первого узла определяется сразу: $u_1^y = u_C(t)$. Для определения неизвестных u_2^y и u_3^y запишем уравнения узловых напряжений для 2-го и 3-го узлов:

$$\begin{cases} G_{21}u_1^y + G_{22}u_2^y + G_{23}u_3^y = i_2^y; \\ G_{31}u_1^y + G_{32}u_2^y + G_{33}u_3^y = i_3^y. \end{cases} \quad (3.1)$$

Определим коэффициенты уравнений и правые части:

$$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 2; \quad G_{33} = \frac{1}{R_H} = 1; \quad G_{21} = -\frac{1}{R_2} = -1;$$

$$G_{23} = G_{32} = 0; \quad G_{31} = 0; \quad i_2^y = -i_L(t); \quad i_3^y = I_0 + i_L(t).$$

Систему уравнений (3.1) перепишем в следующем виде:

$$\begin{cases} -u_C(t) + 2u_2^y = -i_L(t); \\ u_3^y = I_0 + i_L(t), \end{cases}$$

откуда $u_2^y = 0,5u_C(t) - 0,5i_L(t)$; $u_3^y = I_0 + i_L(t)$.

Напряжение $u_L(t)$ введенного источника тока:

$$u_L(t) = u_2^y - u_3^y = 0,5u_C(t) - 1,5i_L(t) - 10. \quad (3.2)$$

Ток $i_C(t)$ введенного источника напряжения:

$$i_C(t) = i_1 + i_2 = \frac{U_0 - u_C(t)}{R_1} + \frac{u_2^y(t) - u_C(t)}{R_2} = -1,5u_C(t) - 0,5i_L(t) + 10. \quad (3.3)$$

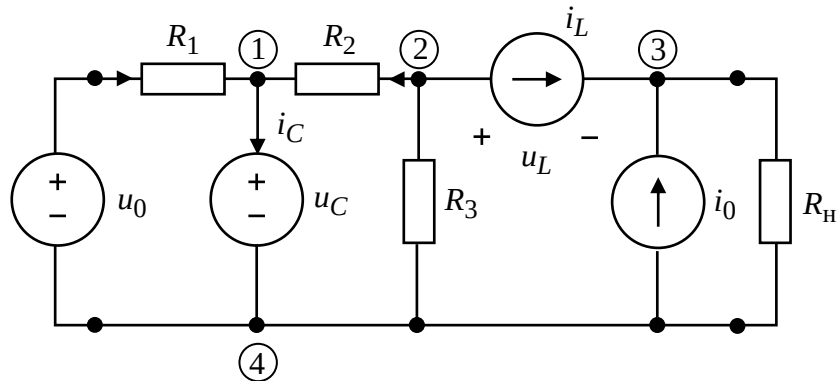


Рис. 3.4

Так как $di_L / dt = u_L(t) / L$, то, разделив (3.2) на L , получим первое уравнение состояния; учитывая, что $du_C(t) / dt = i_C(t) / C$, разделив (3.3) на C , получим второе уравнение состояния:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = u_C(t) - 3i_L(t) - 20, \\ \frac{du_C}{dt} = -1,5u_C(t) - 0,5i_L(t) + 10. \end{cases} \quad (3.4)$$

Найдем точное решение этих уравнений. Определим независимые предначальные условия, рассмотрев установившийся режим в исходной цепи для $t < 0$: $u_C(0-) = 6$, $i_L(0-) = 2$.

Для определения частот собственных колебаний алгебраизируем уравнения состояния (3.4):

$$\begin{cases} (p+3)i_L - u_C = -20, \\ 0,5i_L + (p+1,5)u_C = 10, \end{cases} \quad (3.5)$$

причем в системе (3.5) $p = d / dt$. Характеристическое уравнение получим, приравняв нулю главный определитель системы (3.5):

$$\Delta(p) = (p+3)(p+1,5) + 0,5 = p^2 + 4,5p + 5 = 0. \quad (3.6)$$

Из (3.6) частоты собственных колебаний $p_1 = -2$, $p_2 = -2,5$. Общий вид точных решений уравнений состояния:

$$\begin{cases} i_L(t) = i_{L\text{в}} + i_{L\text{св}} = i_{L\text{в}} + A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-2,5t}; \\ u_C(t) = u_{C\text{в}} + u_{C\text{св}} = u_{C\text{в}} + A_3 e^{-2t} + A_4 e^{-2,5t}. \end{cases} \quad (3.7)$$

Вынужденные составляющие $i_{L\text{в}} = I_{L\text{в}} = \text{const}$, $u_{C\text{в}} = U_{C\text{в}} = \text{const}$ определим из уравнений состояния (3.4):

$$\begin{cases} 0 = U_{C\text{в}} - 3I_{L\text{в}} - 20; \\ 0 = -1,5U_{C\text{в}} - 0,5I_{L\text{в}} + 10; \end{cases}$$

отсюда $I_{L\text{в}} = -4$, $U_{C\text{в}} = 8$. Для определения постоянных интегрирования найдем начальные значения производных из уравнений (3.4):

$$\begin{cases} i'_L(0+) = u_C(0+) - 3i_L(0+) - 20 = 6 - 6 - 20 = -20; \\ u'_C(0+) = -1,5u_C(0+) - 0,5i_L(0+) + 10 = -9 - 1 + 10 = 0. \end{cases}$$

На основании решений (3.7) при $t = 0+$ составим уравнения, необходимые для определения постоянных интегрирования A_1 и A_2 :

$$\begin{aligned} i_L(0+) &= -4 + A_1 + A_2 = 2; \\ i'_L(0+) &= -2A_1 - 2,5A_2 = -20, \end{aligned} \quad (3.8)$$

а затем – систему для определения A_3 и A_4 :

$$\begin{aligned} u_C(0+) &= 8 + A_3 + A_4 = 6; \\ u'_C(0+) &= -2A_3 - 2,5A_4 = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

После отыскания из систем (3.8), (3.9) постоянных интегрирования получим точные решения уравнений состояния:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= -4 - 10e^{-2t} + 16e^{-2,5t}; \\ u_C(t) &= 8 - 10e^{-2t} + 8e^{-2,5t}. \end{aligned}$$

Для численного решения уравнений состояния воспользуемся алгоритмом Эйлера:

$$\begin{cases} i_L[(n+1)\Delta t] = i_L(n\Delta t) + \Delta t \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=n\Delta t} = i_L(n\Delta t) + \Delta t [u_C(n\Delta t) - 3i_L(n\Delta t) - 20]; \\ u_C[(n+1)\Delta t] = u_C(n\Delta t) + \Delta t \frac{du_C}{dt} \Big|_{t=n\Delta t} = u_C(n\Delta t) + \Delta t [-1,5u_C(n\Delta t) - 0,5i_L(n\Delta t) + 10], \end{cases}$$

где Δt – шаг расчета, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Взяв, например, $\Delta t = 0,1$, получим:

$$\begin{aligned} i_L[(n+1)\Delta t] &= 0,7i_L(n\Delta t) + 0,1u_C(n\Delta t) - 2; \\ u_C[(n+1)\Delta t] &= -0,05i_L(n\Delta t) + 0,85u_C(n\Delta t) + 1. \end{aligned}$$

На рис. 3.5 *а, б* построены графики точного (кривая 1) и численного (кривая 2) решений. Как видно, для $u_C(t)$ точное и численное решения в принятом масштабе практически совпадают.

2. Анализ цепи операторным методом при апериодическом воздействии. В цепи (см. рис. 3.3) $i_0(t) = 0$; $u_0(t)$ задано графиком (рис. 3.6, *а*), где $U_m = 10$, $t_m = 5$. Независимые предначальные условия нулевые.

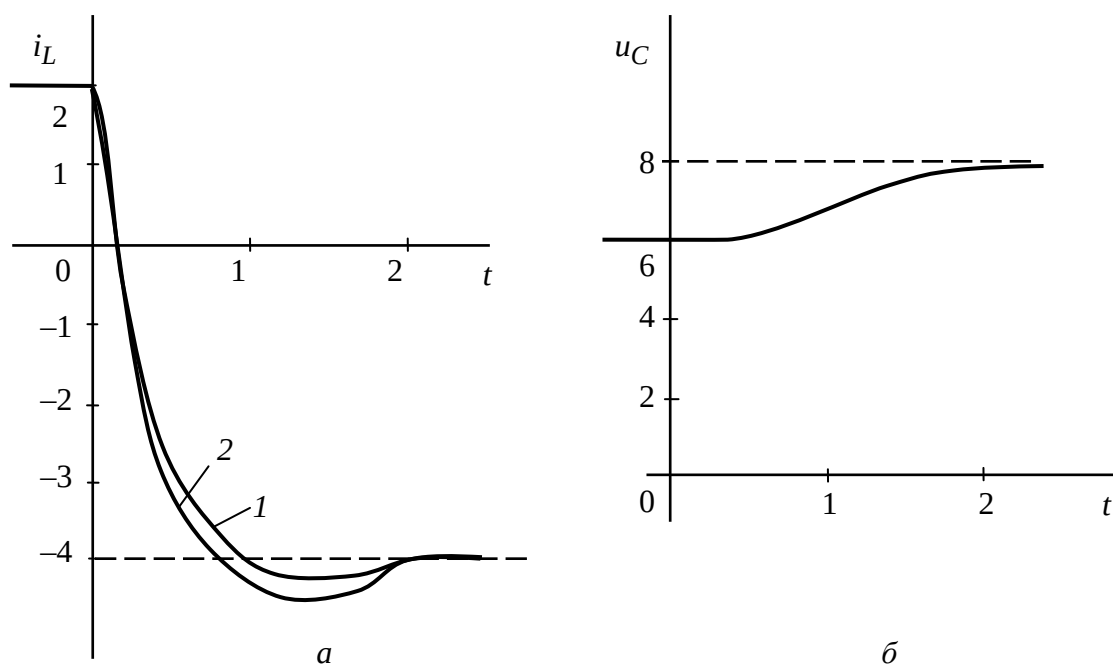


Рис. 3.5

Применяя метод пропорциональных величин к операторной схеме замещения, построенной на основании рис. 3.3, находим функцию передачи $H_U(s) = U_H(s) / U_0(s) = 1 / (s^2 + 4,5s + 5)$.

Полюсы функции передачи являются корнями уравнения $s^2 + 4,5s + 5 = 0$, откуда $s_1 = -2$; $s_2 = -2,5$. Они являются корнями характеристического уравнения (частотами собственных колебаний цепи). Конечных нулей функции передачи не имеет.

Импульсная характеристика

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H_U(s)] = 2e^{-2t} - 2e^{-2,5t}.$$

Переходная характеристика

$$h_1(t) = \mathcal{L}^{-1}[H_U(s)/s] = 0,2 - e^{-2t} + 0,8e^{-2,5t}.$$

Графики $h(t)$ и $h_1(t)$ показаны на рис. 3.6, б.

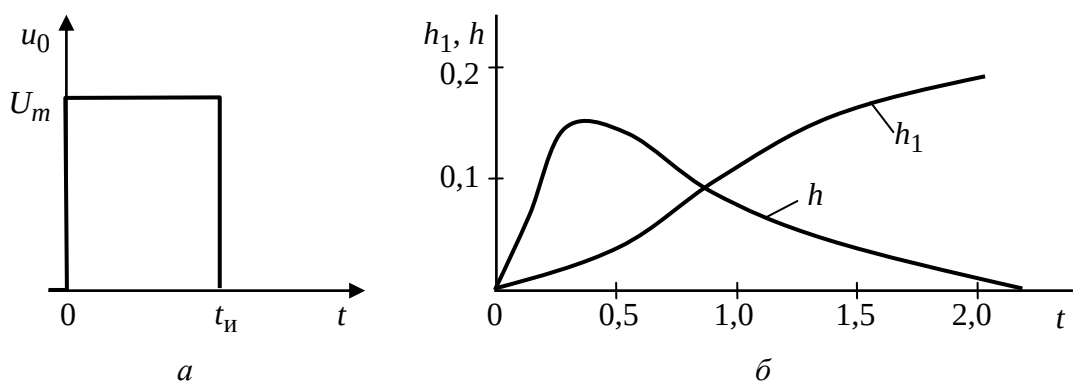


Рис. 3.6

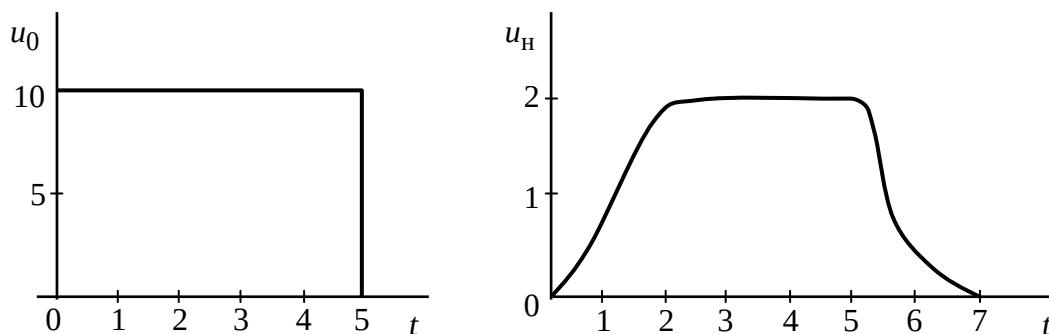


Рис. 3.7

Изображение заданного входного напряжения

$$U_0(s) = \frac{U_m}{s} - \frac{U_m}{s} e^{-st_n} = \frac{10}{s} - \frac{10}{s} e^{-5s}.$$

Изображение выходного напряжения

$$U_H(s) = H_U(s)U_0(s) = \frac{10}{s(s^2 + 4,5s + 5)} - \frac{10e^{-5s}}{s(s^2 + 4,5s + 5)}.$$

Оригинал выходного напряжения

$$u_H(t) = (2 - 10e^{-2t} + 8e^{-2,5t})\delta_1(t) - (2 - 10e^{-2(t-5)} + 8e^{-2,5(t-5)})\delta_1(t-5).$$

На рис. 3.7 построены графики входного $u_0(t)$ и выходного $u_H(t)$ напряжений.

3. Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии. Обобщенная частотная, т. е. амплитудно-фазовая, характеристика

$$H_U(j\omega) = H_U(s)|_{s=j\omega} = \frac{1}{(5 - \omega^2) + j4,5\omega}.$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$|H_U(j\omega)| = 1 / \sqrt{(5 - \omega^2)^2 + (4,5\omega)^2} = 1 / \sqrt{\omega^4 + 10,25\omega^2 + 25}.$$

Фазочастотная характеристика

$$\Phi_H(\omega) = -\arctg[4,5\omega / (5 - \omega^2)].$$

Графики АФХ, АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 3.8, а, б соответственно. Полоса пропускания, определенная по графику $|H_U(j\omega)|$, $\Delta\omega_{0,707} \simeq 1,5$.

Спектральная плотность входного напряжения

$$U_0(j\omega) = U_0(s)|_{s=j\omega} = A_0(\omega)e^{j\Phi_0(\omega)},$$

где $A_0(\omega)$ – амплитудный, $\Phi_0(\omega)$ – фазовый спектры воздействия;

$$U_0(j\omega) = \frac{U_m}{j\omega}(1 - e^{-j\omega t_n}) = \left(\frac{20}{\omega} \sin 2,5\omega\right)e^{-j2,5\omega}. \quad (3.10)$$

Из выражения (3.10) следует, что амплитудный спектр

$$A_0(\omega) = \frac{20}{\omega} |\sin 2,5\omega|,$$

фазовый спектр

$$\Phi_0(\omega) = \begin{cases} -2,5\omega, & \text{если } \sin 2,5\omega > 0; \\ -2,5\omega + \pi, & \text{если } \sin 2,5\omega < 0. \end{cases}$$

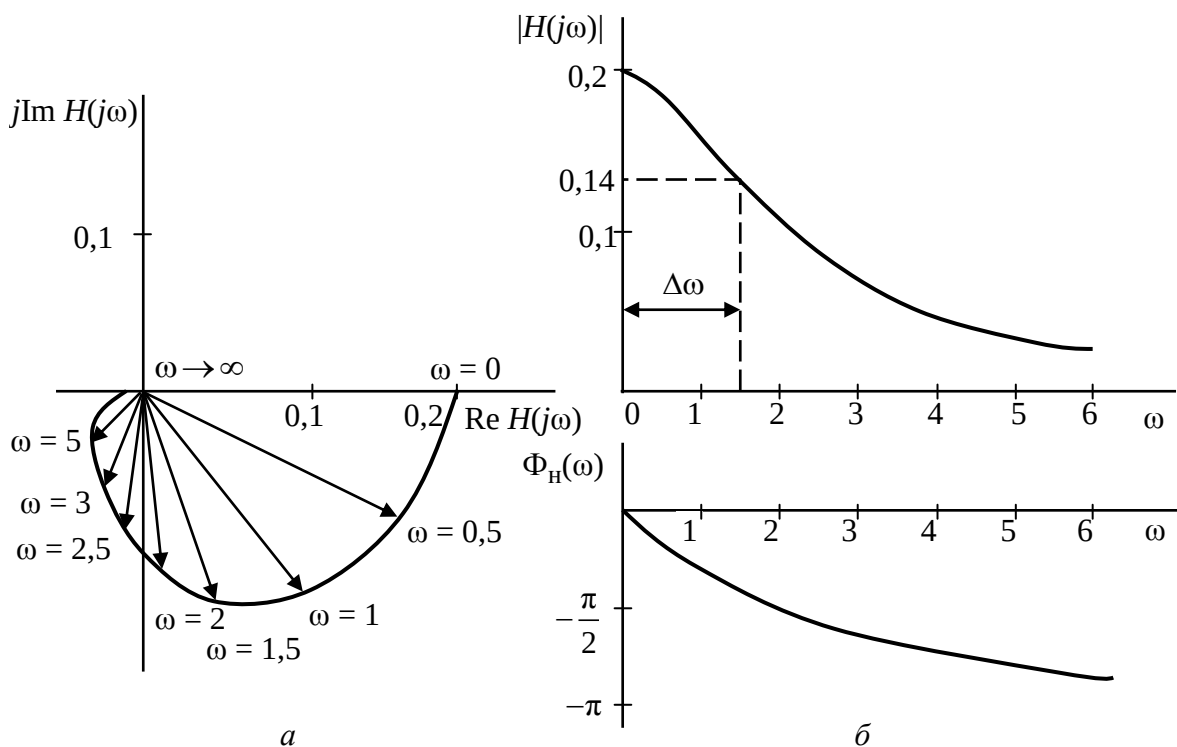


Рис. 3.8

Графики спектров $A_0(\omega)$ и $\Phi_0(\omega)$ показаны на рис. 3.9. Ширина спектра, определенная по графику по 10 %-му критерию, $\Delta\omega_0 \simeq 3,4$.

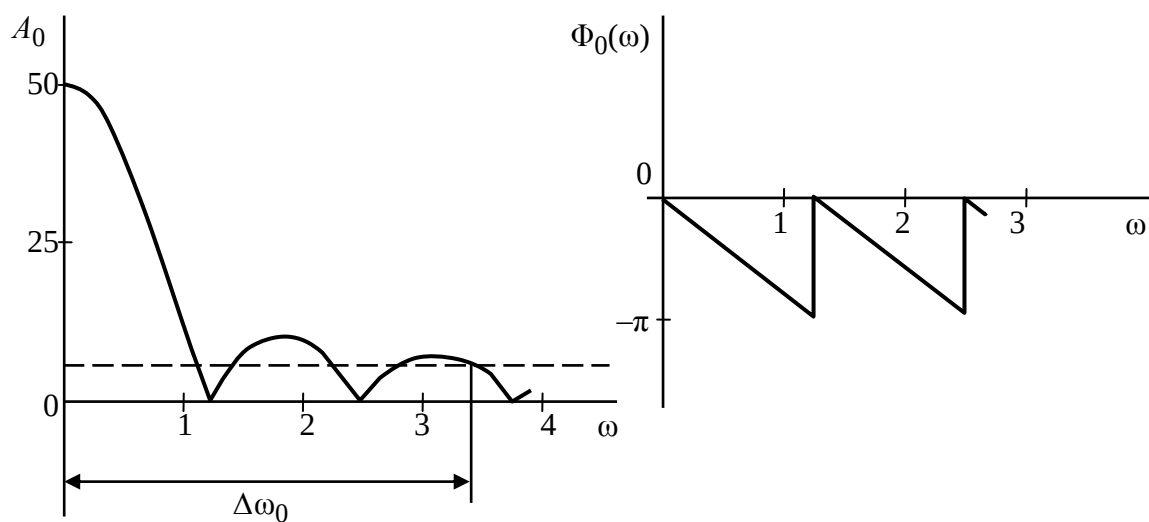


Рис. 3.9

Сопоставляя спектры входного сигнала (рис. 3.9) с частотными характеристиками цепи (рис. 3.8, б), можно установить, что существенная часть ам-

плитудного спектра входного сигнала укладывается в полосу пропускания, а фазочастотная характеристика в этой полосе близка к линейной. Поэтому при прохождении через цепь входной сигнал будет сравнительно мало искажен. Поскольку при $\omega \rightarrow \infty$ АЧХ равна нулю, то выходной сигнал будет непрерывным и можно ожидать увеличения длительности переднего и заднего фронтов выходного импульса по сравнению с входным. Этот качественный вывод подтверждается точным расчетом в п. 2 (см. рис. 3.7).

4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.

В цепи (см. рис. 3.3) периодическое напряжение $u_0(t)$ задано графиком (рис. 3.10, а), где $U_m = 10$, $t_{\text{и}} = 5$, $T = 2t_{\text{и}} = 10$.

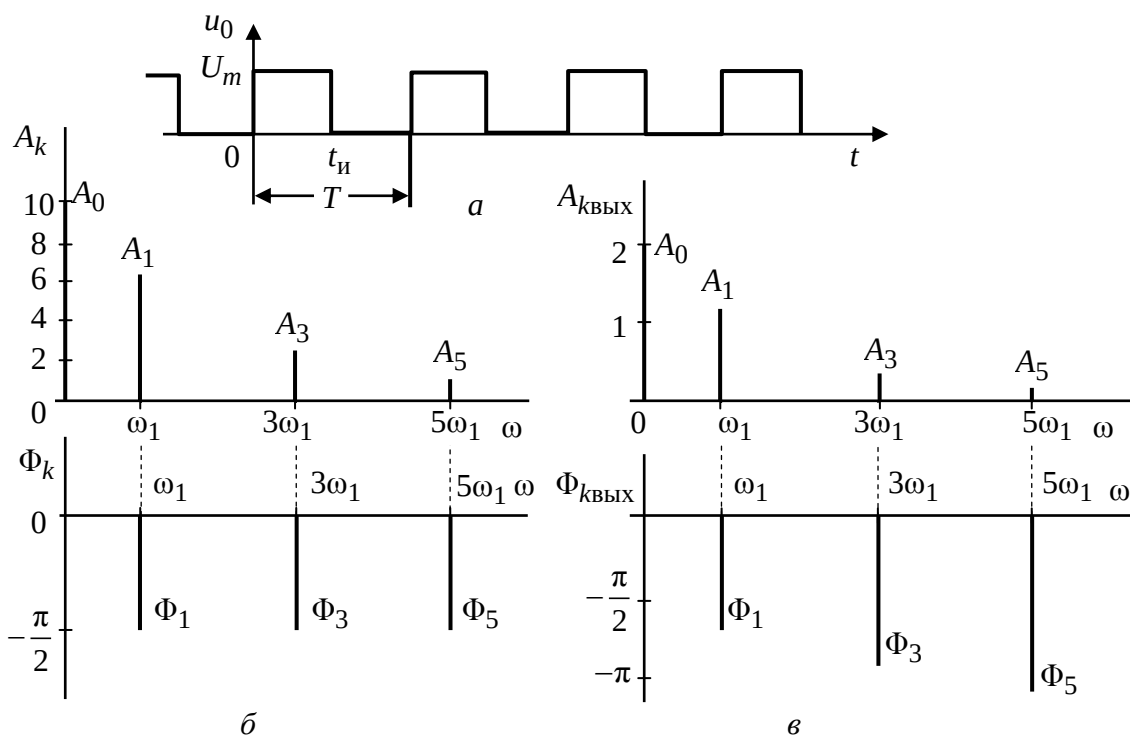


Рис. 3.10

Для разложения в ряд Фурье периодической последовательности импульсов найдем комплексные амплитуды гармоник ряда:

$$A_k = \frac{2}{T} [U_0(j\omega)] \Big|_{\omega=k\omega_1},$$

где $\omega_1 = 2\pi/T = 0,2\pi$ – частота первой гармоники, $k = 0, 1, 2, \dots$. $U_0(j\omega)$ можно определить по формуле (3.10).

В примере получим

$$A_k = \left(\frac{20}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \right) e^{-jk\pi/2} = A_k \exp(j\Phi_k).$$

Значения A_k и Φ_k приведены в табл. 3.5; на рис. 3.10, б построены дискретные амплитудный и фазовый спектры входного периодического сигнала.

Таблица 3.5

K	A_k	Φ_k	k	A_k	Φ_k
0	10	—	4	0	—
1	6,366	$-\pi/2$	5	1,273	$-\pi/2$
2	0	—	6	0	—
3	2,122	$-\pi/2$	7	0,909	$-\pi/2$

Таким образом, в соответствии с шириной спектра аппроксимирующий отрезок ряда Фурье $u_{0a}(t)$, описывающего периодическое воздействие $u_0(t)$, имеет вид

$$u_{0a} = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega_1 t + \Phi_k) = 5 + 6,366 \cos\left(0,2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 2,122 \cos\left(0,6\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 1,273 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Амплитуды и начальные фазы гармоник выходного напряжения

$$A_{k\text{вых}} = |H_U(jk\omega_1)| A_k; \quad \Phi_{k\text{вых}} = \Phi_H(k\omega_1) + \Phi_k(k\omega_1),$$

т. е. необходимо вычислить значения АЧХ и ФЧХ функции передачи для требуемых частот $k\omega_1$ при $k = 0, 1, 2, \dots$. Результаты всех вычислений сведены в табл. 3.6.

Дискретные амплитудный и фазовый спектры сигнала на нагрузке, т. е. выходного сигнала, построены на рис. 3.10, в.

Таблица 3.6

k	$k\omega_1, \text{с}^{-1}$	$ H_U(jk\omega_1) $	$\Phi_H(k\omega_1), \text{рад}$	$A_{k\text{вых}}, \text{В}$	$\Phi_{k\text{вых}}, \text{рад}$
0	0	0,2	—	2	—
1	$0,2\pi$	0,185	$-0,55$	1,178	$-2,12$
2	$0,6\pi$	0,116	$-1,4$	0,246	$-2,97$
3	π	0,067	$-1,9$	0,085	$-3,47$

Пренебрегая пятой гармоникой, имеем

$$u_H(t) \approx \frac{A_{0\text{ВЫХ}}}{2} + \sum_{k=1}^n A_{k\text{ВЫХ}} \cos(k\omega_1 t + \Phi_{k\text{ВЫХ}}) =$$

$$= 1 + 1,178 \cos(0,2\pi t - 2,12) + 0,246 \cos(0,6\pi t - 2,97).$$

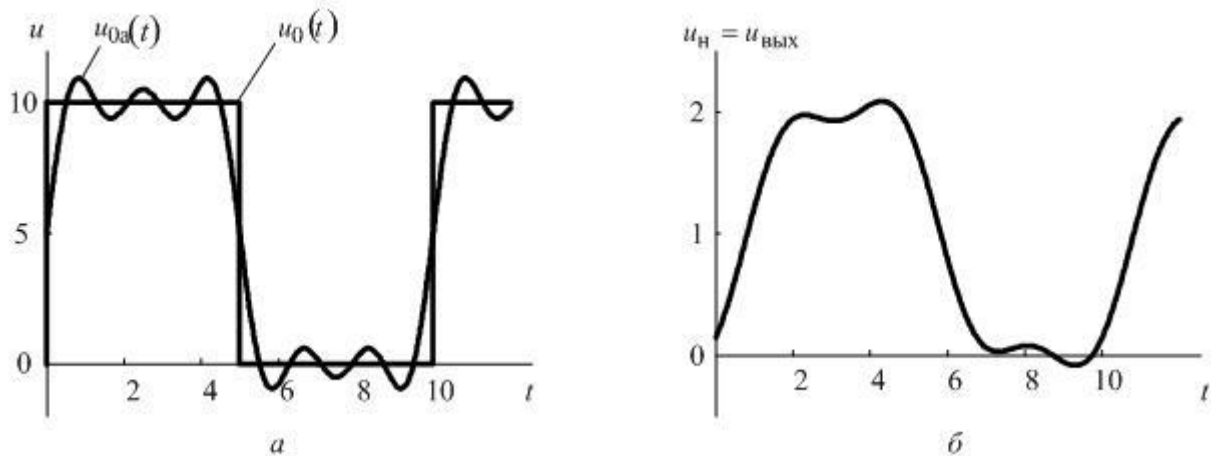


Рис. 3.11

На рис. 3.11, *а* построены графики $u_0(t)$ и его аппроксимации $u_{0a}(t)$ полученным отрезком ряда Фурье, а на рис. 3.11, *б* изображен график $u_H(t)$.

Тема 4. АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ

Целью курсовой работы является усвоение различных методов качественного и количественного анализа линейных цепей.

4.1. Задание к курсовой работе

В курсовой работе необходимо выполнить следующие пункты:

1. Анализ цепи во временной области. Анализу подлежит одна из цепей, схемы которых заданы в табл. 4.1 тройками чисел [3] в соответствии с номером варианта задания. Независимые начальные условия нулевые. В момент времени $t = 0$ на вход цепи подан сигнал в виде ступенчатой функции напряжения $U_1\delta_1(t)$ или тока $I_1\delta_1(t)$, где $U_1 = 1\text{В}$; $I_1 = 1\text{А}$. Фактически нормированные параметры R -, L -, C -элементов заданы соответственно в омах, генри, фарадах. Требуется:

1.1. Составить уравнения состояния цепи для $t \geq 0$.

1.2. По уравнениям состояния аналитическим расчетом во временной области найти переходную характеристику $h_1(t)$ для реакции и построить ее график. В предлагаемых цепях реакцией (т. е. выходным сигналом) является напряжение нагрузки $u_2(t)$ или ток нагрузки $i_2(t)$.

Таблица 4.1

Вариант	Цепь
1	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 1$; 432– $R_4 = 1$; 534– $C_5 = 1$; 624– $C_6 = 0,25$
2	141–ИТ i_1 ; 224– $R_H = 1$; 314– $R_3 = 0,5$; 434– $R_4 = 2$; 513– $L_5 = 0,1$; 632– $C_6 = 0,2$
3	131–ИТ i_1 ; 223– $R_H = 0,5$; 313– $R_3 = 0,5$; 412– $R_4 = 0,1$; 513– $L_5 = 2/3$; 623– $C_6 = 1$
4	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 2$; 432– $R_4 = 2$; 534– $C_5 = 1$; 624– $C_6 = 0,5$
5	141–ИТ i_1 ; 224– $R_H = 1$; 314– $R_3 = 0,5$; 434– $R_4 = 2$; 513– $L_5 = 1/12$; 632– $C_6 = 1/6$
6	141–ИТ i_1 ; 224– $R_H = 1$; 314– $R_3 = 1$; 434– $R_4 = 1$; 513– $L_5 = 1$; 632– $L_6 = 0,25$
7	114–ИТ i_1 ; 224– $R_H = 1$; 314– $R_3 = 0,5$; 434– $R_4 = 2$; 513– $L_5 = 1/6$; 632– $C_6 = 1/3$
8	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 0,5$; 432– $R_4 = 2$; 534– $C_5 = 0,1$; 624– $L_6 = 0,2$
9	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 312– $R_3 = 0,5$; 423– $R_4 = 2$; 534– $L_5 = 0,5$; 624– $C_6 = 0,2$
10	141–ИТ i_1 ; 224– $R_H = 1$; 314– $R_3 = 0,5$; 434– $R_4 = 0,5$; 513– $L_5 = 1$; 632– $L_6 = 0,5$
11	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 2$; 434– $R_4 = 2$; 513– $L_5 = 0,5$; 632– $L_6 = 1$
12	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 0,5$; 432– $R_4 = 2$; 534– $C_5 = 1/12$; 624– $L_6 = 1/6$
13	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 2$; 313– $R_3 = 2$; 432– $R_4 = 1$; 534– $L_5 = 2$; 624– $C_6 = 1$
14	114–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 313– $R_3 = 1$; 434– $R_4 = 1$; 513– $L_5 = 1$; 632– $L_6 = 0,25$
15	141–ИН u_1 ; 224– $R_H = 1$; 334– $R_3 = 0,5$; 412– $R_4 = 0,5$; 513– $C_5 = 0,5$; 624– $C_6 = 1$

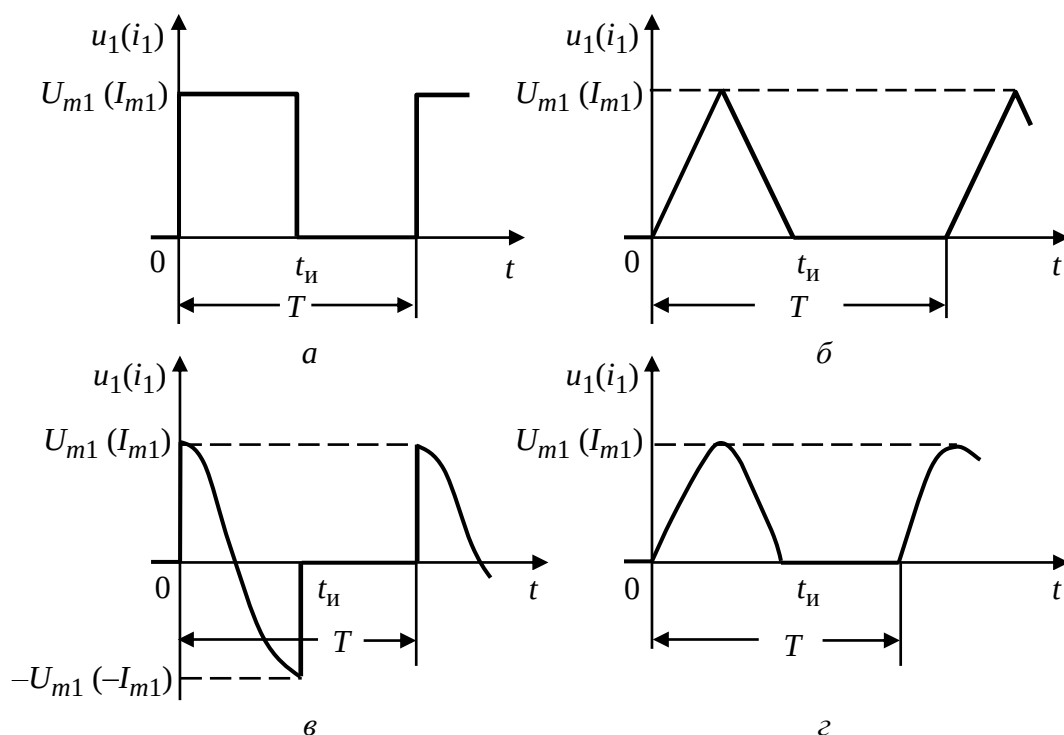


Рис. 4.1

2. Анализ цепи операторным методом при действии одиночного импульса на входе.

В момент времени $t = 0$ на вход цепи, заданной в п. 1, при нулевых независимых начальных условиях подается сигнал в виде одиночного импульса напряжения или тока, форма которого приведена на рис. 4.1, а параметры – в табл. 4.2. Требуется:

2.1. В соответствии с номером выполняемого варианта определить функцию передачи напряжений $H_U(s)$ или токов $H_I(s)$. Осуществить проверку функции передачи при $s = 0$ и $s \rightarrow \infty$; представить соответствующие этим значениям схемы замещения цепи.

2.2. Найти нули и полюсы функции передачи и показать их расположение на плоскости комплексной частоты. По значениям полюсов функции передачи дать заключение о характере и практической длительности переходного процесса.

2.3. Определить переходную $h_1(t)$ характеристику цепи, сравнить с найденной в п. 1.2 задания. Проверить $h_1(0)$ и $h_1(\infty)$ по аналитическому выражению $h_1(t)$ и непосредственно по схеме цепи.

2.4. Определить изображение по Лапласу входного одиночного импульса.

2.5. Определить изображение выходного сигнала и далее найти реакцию $i_2(t)$ или $u_2(t)$ во временной области. Построить графики входного и выходного сигналов на одном рисунке.

Таблица 4.2

Вариант	Рис. 4.1,	Параметры сигнала			
		U_m , В	I_m , А	$t_{\text{и}}$, с	T , с
1	δ	10		1,2	2,4
2	ε		4	0,5	1,5
3	δ		2	1,0	4,0
4	ν	3		1,5	3,0
5	δ		10	0,1	0,3
6	ε		5	1,2	3,6
7	ν		2	0,5	2,0
8	δ	6		0,4	1,2
9	ν	6		0,6	1,8
10	ε		10	1,5	4,5
11	δ	7		3,0	9,0
12	ν	5		0,3	0,6
13	a	2		3,0	6,0
14	δ	3		5,0	10,0
15	ε		2	3,0	12,0

3. Анализ цепи частотным методом при действии одиночного импульса на входе.

Условия заданы в п. 2 задания. Требуется:

3.1. Используя найденное в 2.1 выражение $H_U(s)$ или $H_I(s)$ вычислить и построить графики АЧХ и ФЧХ функций передачи цепи $H_U(j\omega)$ или $H_I(j\omega)$. Произвести проверку АЧХ при $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$.

3.2. Определить полосу пропускания цепи по уровню $0,707|H(j\omega)|_{\text{max}}$.

3.3. Найти и построить амплитудный и фазовый спектры входного одиночного импульса. Найти ширину амплитудного спектра по уровню $0,1|F_1(j\omega)|_{\text{max}}$ или критерию, предложенному преподавателем.

3.4. Сопоставить спектры входного импульса с частотными характеристиками цепи. Дать предварительное заключение об ожидаемых искажениях сигнала на выходе цепи. Сравнить эти качественные оценки с сигналом на выходе, полученным в п. 2.5 задания.

3.5. Построить графики амплитудного и фазового спектров выходного сигнала, используя графики пп. 3.1, 3.3 задания. Проконтролировать площадь реакции по значению ее спектра при $\omega = 0$.

4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.

На вход цепи подан сигнал в виде периодической последовательности импульсов напряжения или тока. Форма сигнала приведена на рис. 4.1, параметры – в табл. 4.2. Требуется:

4.1. Разложить в ряд Фурье заданный входной периодический сигнал. Построить его амплитудный и фазовый дискретные спектры.

4.2. Построить на одном графике заданный входной периодический сигнал и его аппроксимацию отрезком ряда Фурье. Число гармоник отрезка ряда Фурье определяется по уровню $0,1 A_{km}$, где A_{km} – максимальная составляющая амплитудного спектра, или по другому критерию, предложенному преподавателем.

4.3. Используя рассчитанные в п. 3.1 задания АЧХ и ФЧХ, найти реакцию цепи в виде отрезка ряда Фурье с числом гармоник, определенным для входного сигнала.

4.4. Построить амплитудный и фазовый дискретные спектры выходного сигнала. Построить график выходного сигнала, найденного в п. 4.3 задания, в одном масштабе рядом с графиком аппроксимированного входного сигнала.

4.5. Дать заключение об искажении сигнала на выходе цепи.

4.2. Указания к выполнению курсовой работы

Основные указания и рекомендации к курсовой работе в целом соответствуют изложенным для тем 1 и 2.

4.3. Контрольные вопросы

1. Что такое единичная ступенчатая функция $\delta_1(t)$; $\delta_1(t - \tau)$?
2. Нарисуйте качественно графики функций: $f_1(t) = 2e^{-t}\delta_1(t)$ и $f_2(t) = 2e^{-(t-\tau)}\delta_1(t - \tau)$.
3. Определите $f(0+)$ и $f(1+)$, если $f(t) = 4e^{-t} \cos 2\pi t \delta_1(t) - 4e^{-(t-1)} \cos 2\pi(t-1) \delta_1(t - \tau)$.
4. Что называется переходной характеристикой цепи $h_1(t)$?
5. Какой вид имеет вынужденная составляющая $h_1(t)$?
6. Перечислите способы определения $h_1(t)$.

7. Характеристическое уравнение цепи $p^2 + 6p + 8 = 0$. Какой вид имеет свободная составляющая $h_1(t)$? Чему равна длительность переходного процесса $t_{\text{ПП}}$?

8. Характеристическое уравнение цепи $p^2 + 10p + 25 = 0$. Какой вид имеет свободная составляющая $h_1(t)$? Оцените $t_{\text{ПП}}$.

9. Как определить значения $h_1(0+)$ и $h_1(\infty)$ в цепи непосредственно по схеме, без вычисления $h_1(t)$?

10. Цепь задана тройками чисел: $113-u_1$; $223-R_2=6$; $312-R_3=3$; $423-L=1$. Как определить $h_1(t)$ для u_2 ?

11. Цепь задана тройками чисел: $113-u_1$; $223-R_2=3$; $312-R_3=6$; $423-C=1/4$. Как определить $h_1(t)$ для u_2 ?

12. Цепь задана тройками чисел: $115-u_1$; $213-R_2=4$; $325-R_3=4$; $445-R_4=4$; $532-L$; $634-C$. Как найти $h_1(0+)$ и $h_1(\infty)$ для u_4 ?

13. Цепь задана тройками чисел: $141-i_1$; $224-R_2=2$; $312-R_3=2$; $413-R_4=4$; $512-L$; $634-C$. Как определить $h_1(0+)$ и $h_1(\infty)$ для i_2 ?

14. Как найти изображение прямоугольного импульса, имеющего длительность $t_{\text{и}}=2\text{с}$ и амплитуду $I_m=10\text{А}$?

15. Как найти изображение одиночного импульса, имеющего форму равнобедренного треугольника, высота которого $U_m=20\text{В}$, а длительность $t_{\text{и}}=4\text{с}$?

16. Как найти изображение $f(t)=2\delta_1(t)+4\cos 2\pi(t-1)\delta_1(t-1)$?

17. Дано $F(s)=\frac{2}{s}+\frac{3}{s}e^{-s}$. Как найти $f(t)$ при $t=0,5$ и $t=15$?

18. Переходная характеристика цепи $h_1(t)=1-e^{-t}$. Как найти реакцию цепи на прямоугольный импульс, у которого $t_{\text{и}}=1\text{с}$, $U_m=6\text{В}$?

19. Что называется передаточной функцией цепи $H(s)$?

20. Перечислите способы определения $H(s)$.

21. Как определить значения передаточной функции $H(s)$ при $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow \infty$ непосредственно по цепи?

22. Как определить $H(s)$ цепи, заданной в вопросе 10?

23. Как определить $H(0)$ и $H(\infty)$ цепи, заданной в вопросе 12?
24. Как определить $H(0)$ и $H(\infty)$ цепи, заданной в вопросе 13?
25. Что определяют нули и полюсы передаточной функции $H(s)$?
26. Полюсы передаточной функции $H(s)$ равны $s_{1,2} = -1 \pm j4$. Какой вид имеет свободная составляющая $h_1(t)$?
27. Как связаны между собой передаточная функция и переходная характеристика цепи?
28. Передаточная функция цепи $H(s) = \frac{4(s^2 + 9s + 15)}{s^2 + 8s + 15}$. Как найти переходную характеристику $h_1(t)$?
29. Передаточная функция цепи $H(s) = \frac{4s^2 + 14s}{(s + 2)^2}$. Как найти переходную характеристику цепи?
30. Передаточная функция цепи $H(s) = \frac{2s(s + 2)}{s^2 + 4s + 40}$. Как найти переходную характеристику цепи?
31. Что такое ФЧХ и АЧХ цепи?
32. Как определить АЧХ и ФЧХ цепи, передаточная функция которой $H(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 3}$?
33. Что такое полоса пропускания цепи?
34. Что такое амплитудный и фазовый спектры сигнала?
35. Что такое ширина спектра сигнала?
36. Что можно выяснить из сравнения ширины спектра сигнала и полосы пропускания цепи?
37. Как по изображению Лапласа найти спектральные функции одиночного импульса?
38. Как определить амплитудный и фазовый спектры одиночного сигнала, если изображение по Лапласу его $F(s) = 4(1 - e^{-2s})/s$?
39. Что называется периодической функцией?
40. Что называется фазовым и амплитудным спектрами периодического сигнала?

41. Как, используя изображение Лапласа, определить амплитуды и фазы гармоник периодического сигнала?

42. Изображение по Лапласу функции за один период $F(s) = 4(1 - e^{-s})^2 / s^2$. Как найти амплитуды и фазы первых трех гармоник заданной функции, если период функции $T = 2$?

43. Чем отличаются спектры периодической функции от спектров одиночного сигнала?

44. Что определяет постоянная составляющая ряда Фурье?

45. Как найти среднее значение функции, представляющей периодическую последовательность импульсов треугольной формы, имеющих амплитуду $I_m = 20$ А, длительность $t_{\text{и}} = 4$ с, если период $T = 8$ с?

46. На вход исследованной цепи подается сигнал $f_1(t) = 4 + 4\cos(t - 30^\circ) + 2\cos(2t - 45^\circ)$. Как, пользуясь графиками АЧХ и ФЧХ, определить реакцию на выходе?

47. На вход исследованной цепи подается сигнал $f_1(t) = 8\cos(\omega_1 t + 30^\circ) + 4\cos(3\omega_1 t + 60^\circ)$. Как определить ω_1 , при которой сигнал проходит с небольшими искажениями?

48. Как определить спектр и действующее значение функции $f_1(t) = 4 + 8\sin 4t + 4\sqrt{2}\cos(8t - 45^\circ)$?

49. Существенная часть спектра входного одиночного импульса лежит в пределах $\Delta\omega = 0 \dots 4$. Имеются 3 цепи, полосы пропускания которых находятся в пределах $\Delta\omega_a = 0 \dots 2$; $\Delta\omega_b = 0 \dots 6$; $\Delta\omega_v = 2 \dots 6$. Через какую цепь сигнал пройдет с наименьшими искажениями?

50. Является ли функция $f(t) = 2\sin 4,2t + 4\cos 5,6t$ периодической?

4.4. Типовой пример

Цепь задана тройками чисел [3]: 141 – ИТ i_1 ; 234 – $R_n = 0,5$ Ом; 314 – $R_3 = 2$ Ом; 412 – $L_4 = 2$ Гн; 523 – $R_5 = 1$ Ом; 634 – $C_6 = 4$ Ф.

На рис. 4.2, а приведена схема данной цепи, для которой выполним задание курсовой работы.

1. Анализ цепи во временной области. Исходные данные: $i_1(t) = I_1\delta_1(t) = \delta_1(t)$ (в амперах).

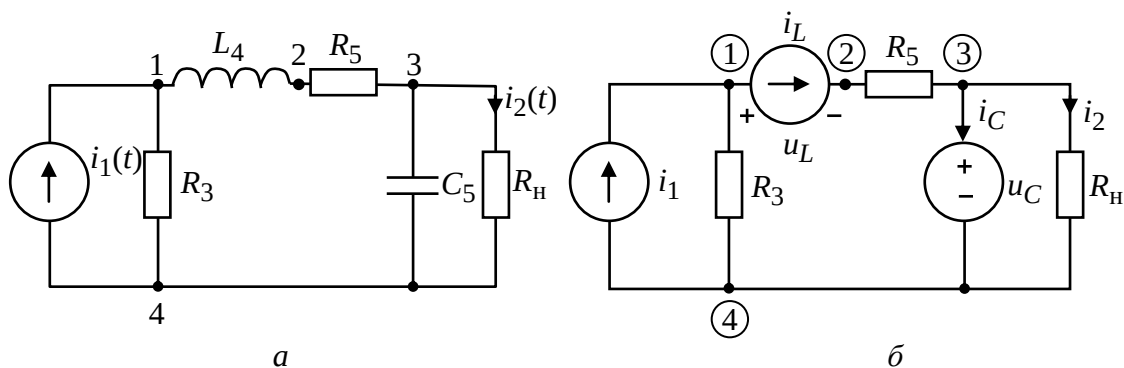


Рис. 4.2

Составление уравнений состояния цепи для $t \geq 0$. Для составления уравнений состояния заменим в исходной цепи L -элемент источником тока $i_L(t)$, а C -элемент – источником напряжения $u_C(t)$. Тогда цепь станет резистивной и будет иметь вид, показанный на рис. 4.2, б. В полученной схеме одним из методов расчета R -цепей найдем напряжение $u_L(t)$ и ток $i_C(t)$. Воспользуемся, например, методом узловых напряжений. Примем четвертый узел за базисный, тогда узловое напряжение третьего узла $u_3^y = u_C(t)$, а для определения u_1^y и u_2^y запишем уравнения:

$$\begin{cases} G_{11}u_1^y + G_{12}u_2^y + G_{13}u_3^y = i_1^y, \\ G_{21}u_1^y + G_{22}u_2^y + G_{23}u_3^y = i_2^y, \end{cases} \quad (4.1)$$

где $G_{11} = 1/R_3 = 0,5$; $G_{22} = 1/R_5 = 1$; $G_{12} = 0$; $G_{23} = -1/R_5$; $G_{13} = 0$;
 $i_1^y = i_1 - i_L = 1 - i_L$; $i_2^y = i_L$.

Систему уравнений (4.1) перепишем в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_3}u_1^y = i_1 - i_L, \\ \frac{1}{R_5}u_2^y - \frac{1}{R_5}u_C = i_L, \end{cases}$$

откуда $u_1^y = R_3 i_1 - R_3 i_L$, $u_2^y = R_5 i_L + u_C$.

Напряжение u_L введенного источника тока:

$$u_L = u_1^y - u_2^y = -u_C - (R_3 + R_5)i_L + R_3 i_1. \quad (4.2)$$

Для определения тока i_C составим для третьего узла уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$i_C = -u_C / R + i_L. \quad (4.3)$$

Так как $u_L = L di_L / dt$, а $i_C = C du_C / dt$, то, разделив (4.2) на L_4 , а (4.3) на C_5 , получим уравнения состояния:

$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_H C_5} u_C + \frac{1}{C_5} i_L, \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L_4} u_C - \frac{R_3 + R_5}{L_4} i_L + \frac{R_3}{L_4} i_1. \end{cases} \quad (4.4)$$

Уравнения состояния (4.4) в матричной форме имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{du_C}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_H C_5} & \frac{1}{C_5} \\ -\frac{1}{L_4} & -\frac{R_3 + R_5}{L_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_3}{L_4} \end{bmatrix} [i_1].$$

Вычисление по уравнениям состояния переходной характеристики.

Переходная характеристика цепи $h_1(t)$ – это реакция цепи на воздействие сигнала в виде единичной ступенчатой функции $\delta_1(t)$. Для ее определения решим уравнения (4.4) относительно u_C , приняв воздействие i_1 равным 1 при $t > 0$. Подставим в (4.4) численные значения параметров цепи и воздействия; тогда

$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = -0,5u_C + 0,25i_L, \\ \frac{di_L}{dt} = -0,5u_C - 1,5i_L + 1. \end{cases} \quad (4.5)$$

Для определения частот собственных колебаний алгебраизируем уравнения состояния:

$$\begin{cases} (p + 0,5)u_C - 0,25i_L = 0, \\ 0,5u_C + (p + 1,5)i_L = 1, \end{cases} \quad (4.6)$$

т. е. в системе уравнений (4.5) заменяем $p = d / dt$.

Характеристическое уравнение получим, приравняв нулю главный определитель системы (4.6):

$$\Delta(p) = (p + 0,5)(p + 1,5) + 0,125 = p^2 + 2p + 0,875 = 0. \quad (4.7)$$

Частоты собственных колебаний определяются решением уравнения (4.7): $p_1 = -0,65$; $p_2 = -1,35$.

Общий вид решений уравнений состояния:

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{CВ} + A_1 e^{-0,65t} + A_2 e^{-1,35t}, \\ i_L(t) = i_{LВ} + A_3 e^{-0,65t} + A_4 e^{-1,35t}. \end{cases} \quad (4.8)$$

Вынужденные составляющие при постоянном воздействии $u_{CВ} = \text{const}$, $i_{LВ} = \text{const}$. Определим их из уравнений состояния (4.5), записанных для вынужденных составляющих:

$$\begin{cases} 0 = -0,5u_{CВ} + 0,25i_{LВ}, \\ 0 = -0,5u_{CВ} - 1,5i_{LВ} + 1. \end{cases}$$

Отсюда $u_{CВ} = 0,285$ В. Для определения постоянных интегрирования A_1 и A_2 из уравнений состояния (4.5) найдем начальное значение производной:

$$u'_C(0+) = -0,5u_C(0+) + 0,25i_L(0+) = 0,$$

поскольку переходная характеристика цепи определяется при нулевых независимых начальных условиях:

$$u_C(0-) = 0, i_L(0-) = 0.$$

На основании решений (4.8) составим при $t = 0+$ систему уравнений для определения A_1 и A_2 :

$$\begin{cases} u_C(0+) = 0,285 + A_1 + A_2 = 0, \\ u'_C(0+) = -0,65A_1 - 1,35A_2 = 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

Решение системы уравнений (4.9) дает: $A_1 = -0,548$; $A_2 = 0,263$. Тогда уравнение для u_C в (4.8):

$$u_C(t) = 0,285 - 0,548e^{-0,65t} + 0,263e^{-1,35t}.$$

Из схемы на рис. 4.2, а следует, что реакция цепи $i_2 = u_C / R_H$, тогда с учетом $R_H = 0,5$ Ом выражение переходной характеристики $h_1(t)$ выходной реакции $h_1(t) = (0,57 - 1,1e^{-0,65t} + 0,53e^{-1,35t})\delta_1(t)$.

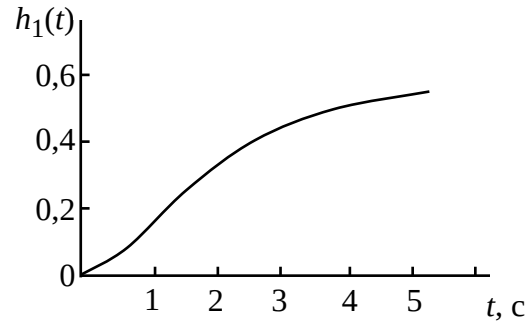


Рис. 4.3

2. Анализ цепи операторным методом при действии одиночного импульса на входе. Исходные данные: в цепи на рис. 4.2, а воздействие $i_1(t)$ задано графиком (рис. 4.4, а), причем $I_m = 10$ А, $t_H = 20$ с. Начальные условия нулевые.

Определение функции передачи цепи. Функцию передачи цепи по току $H_I(s) = I_2(s) / I_1(s)$, где $I_1(s)$, $I_2(s)$ – изображения по Лапласу реакции и воздействия, можно найти методами пропорциональных величин, контурных токов, узловых напряжений и другими методами анализа цепей.

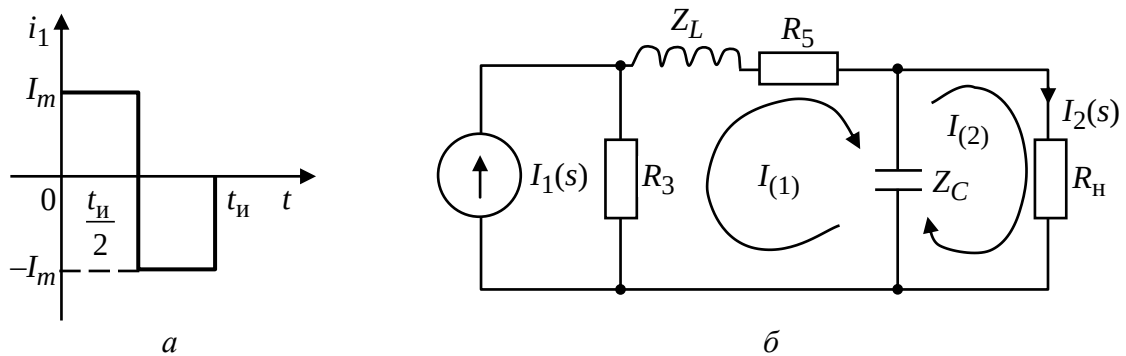


Рис. 4.4

Применим метод контурных токов к операторной схеме замещения, построенной на основе рис. 4.2, а, где L - и C -элементы заменены операторными сопротивлениями $Z_L = sL$ и $Z_C = 1/(sC)$ (рис. 4.4, б):

$$I_2^K(s) = \frac{\begin{vmatrix} R_3 + R_5 + Z_L + Z_C & I_1(s)R_3 \\ -Z_C & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_3 + R_5 + Z_L + Z_C & -Z_C \\ -Z_C & Z_C + R_H \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 3 + 2s + 1/(4s) & 2I_1(s) \\ -1/(4s) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 + 2s + 1/(4s) & -1/(4s) \\ -1/(4s) & 0,5 + 1/(4s) \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{I_1(s)}{2s^2 + 4s + 1,75}.$$

С учетом $I_2(s) = I_2^K(s)$ функция передачи

$$H_I(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)} = \frac{0,5}{s^2 + 2s + 0,875}. \quad (4.10)$$

Из выражения (4.10) определим значения $H_I(s)$ при $s = 0$ и $s \rightarrow \infty$:
 $H_I(0) = 0,57$, $H_I(\infty) = 0$.

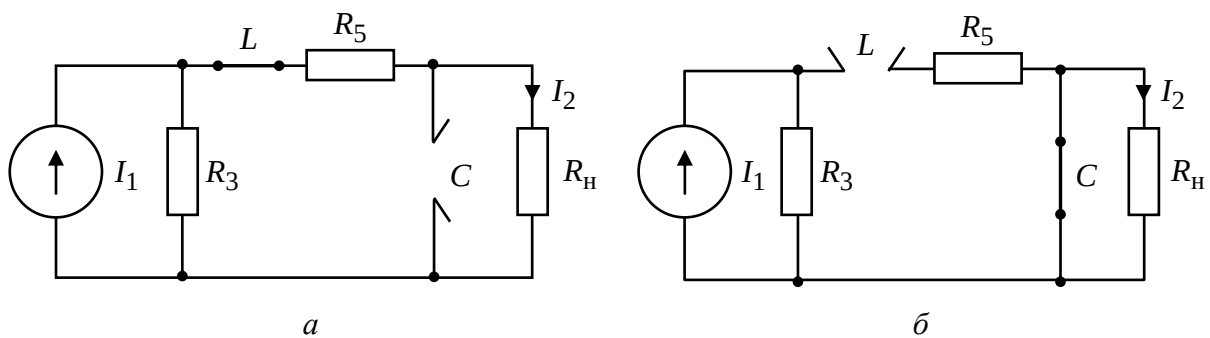


Рис. 4.5

Проверим полученные значения $H_I(0)$ и $H_I(\infty)$ по схемам замещения, соответствующим $s = 0$ (рис. 4.5, *a*, где $L \rightarrow \text{КЗ}$; $C \rightarrow \text{XX}$) и $s \rightarrow \infty$ (рис. 4.5, *б*, где $L \rightarrow \text{XX}$; $C \rightarrow \text{КЗ}$). Из схемы на рис. 4.5, *a* $H_I(0) = I_2 / I_1 = R_3 / (R_3 + R_5 + R_H) = 0,57$; из схемы на рис. 4.5, *б* $H_I(\infty) = I_2 / I_1 = 0$.

Определение нулей и полюсов функции передачи. Нули – корни числителя, полюсы – корни полинома знаменателя функции передачи. Конечных нулей функция передачи $H_I(s)$ не имеет. Полюсы, называемые также частотами собственных колебаний цепи, являются согласно (4.10) корнями характеристического уравнения $s^2 + 2s + 0,875 = 0$. Они равны: $s_1 = -0,65$; $s_2 = -1,35$. Расположение полюсов на плоскости комплексной частоты приведено на рис. 4.6, *a*.

Исходя из вида полюсов (отрицательные, простые), можно заключить, что переходный процесс в рассматриваемой цепи имеет апериодический, затухающий характер; его практическая длительность

$$t_{\text{III}} \simeq \frac{3}{|s|_{\text{min}}} = \frac{3}{|s_1|} = 4,62 \text{ с.}$$

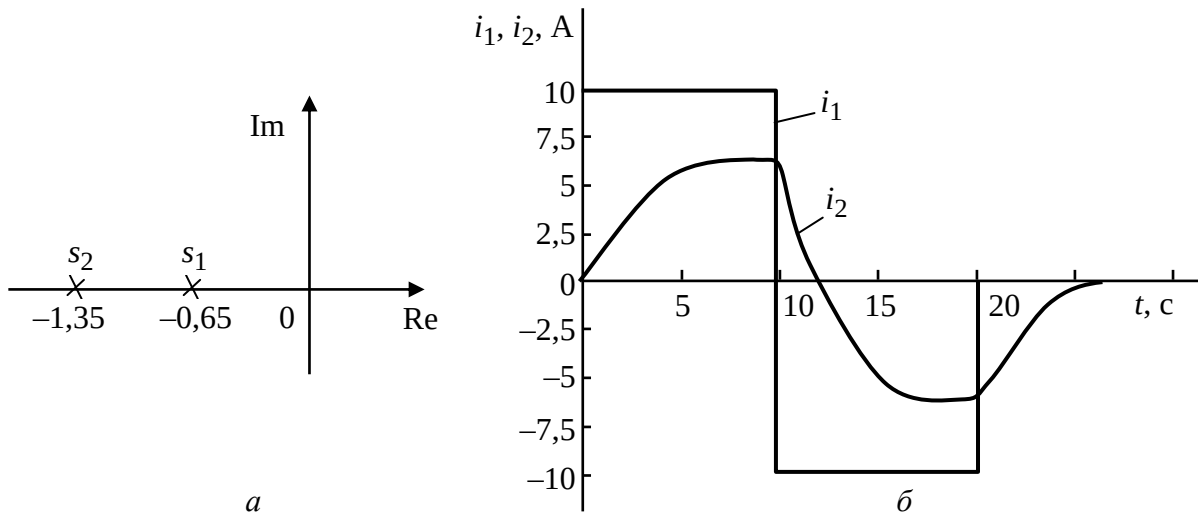


Рис. 4.6

Определение переходной характеристики цепи. Переходную характеристику $h_1(t)$ – реакцию цепи на единичную ступенчатую функцию $\delta_1(t)$ при нулевых независимых начальных условиях – находим как оригинал функции $H_1(s) = H_I(s) / s$:

$$\begin{aligned} h_1(t) &= \mathcal{L}^{-1}[H_1(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{0,5}{s(s+0,65)(s+1,35)}\right] = \\ &= (0,57 - 1,1e^{-0,65t} + 0,53e^{-1,35t})\delta_1(t). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Если полюсы комплексно-сопряженные, т. е. $s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$, то

$$H_1(s) = \frac{M(s)}{s(s + \alpha - j\omega)(s + \alpha + j\omega)};$$

в этом случае переходную характеристику следует искать в виде

$$h_1(t) = [A_0 + 2A_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \beta)]\delta_1(t),$$

где $A_1 = |\dot{A}_1|$, $\beta = \arg\{\dot{A}_1\}$, $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\beta} = H_1(s)(s + \alpha - j\omega)\Big|_{s=-\alpha+j\omega}$.

Из выражения (4.11) определим значения $h_1(t)$ при $t=0+$ и $t \rightarrow \infty$: получим $h_1(0+) = 0$; $h_1(\infty) = 0,57$.

Проверим найденные значения по схемам замещения исходной цепи (см. рис. 4.2, а), соответствующим $t = 0+$ (рис. 4.5, б), где $L \rightarrow XX$, $C \rightarrow K3$, и $t \rightarrow \infty$ (рис. 4.5, а), где $L \rightarrow K3$, $C \rightarrow XX$. При $I_1 = 1$ из схемы на рис. 4.5, б $h_1(0) = I_2(0) = 0$; из схемы на рис. 4.5, а имеем $h_1(\infty) = I_2(\infty) = R_3 / (R_3 + R_5 + R_H) = 0,57$. График $h_1(t)$ был показан на рис. 4.3.

Определение изображения по Лапласу входного одиночного импульса. Входной одиночный импульс тока $i_1(t)$, приведенный на рис. 4.4, а, может быть описан суммой трех ступенчатых функций:

$$i_1(t) = I_m \delta_1(t) - 2I_m \delta_1(t - 0,5t_H) + I_m \delta_1(t - t_H).$$

Известно, что $\mathcal{L}[\delta_1(t)] = 1/s$. Используя теорему смещения в вещественной области, получим:

$$I_1(s) = \frac{I_m}{s} (1 - 2\exp(-0,5t_H s) + \exp(-t_H s)) = \frac{10}{s} (1 - 2\exp(-10s) + \exp(-20s)).$$

Определение изображения выходного сигнала $I_2(s)$ и реакции цепи во временной области $i_2(t)$. Изображение выходного тока

$$I_2(s) = I_1(s) H_I(s) = \frac{5}{s(s + 0,65)(s + 1,35)} (1 - 2e^{-10s} + e^{-20s}).$$

Оригинал $I_2(s)$ находим, используя теорему смещения в вещественной области [1]. Выходной ток

$$\begin{aligned} i_2(t) = & (5,7 - 11e^{-0,65t} + 5,3e^{-1,35t}) \delta_1(t) - \\ & - 2(5,7 - 11e^{-0,65(t-10)} + 5,3e^{-1,35(t-10)}) \delta_1(t - 10) + \\ & + (5,7 - 11e^{-0,65(t-20)} + 5,3e^{-1,35(t-20)}) \delta_1(t - 20). \end{aligned}$$

Графики $i_1(t)$ и $i_2(t)$ показаны на рис. 4.6, б.

Если изображение входного сигнала имеет 2 мнимых сопряженных полюса $s_{1,2} = \pm j\omega_0$, например

$$I_1(s) = \frac{I_m \omega_0}{s^2 + \omega_0^2} (1 + \exp(-t_H s)),$$

то изображение выходного сигнала

$$I_2(s) = I_1(s)H_I(s) = \frac{M(s)}{(s - j\omega_0)(s + j\omega_0)(s + \alpha_3)(s + \alpha_4)}(1 + \exp(-t_{\text{и}}s)).$$

В этом случае оригинал следует искать в виде

$$i_2(t) = [2A_1 \cos[\omega_0 t + \beta] + A_3 \exp(-\alpha_3 t) + A_4 \exp(-\alpha_4 t)]\delta_1(t) + \\ + [2A_1 \cos[\omega_0(t - t_{\text{и}}) + \beta] + A_3 \exp(-\alpha_3(t - t_{\text{и}})) + \\ + A_4 \exp(-\alpha_4(t - t_{\text{и}}))]\delta_1(t - t_{\text{и}}),$$

где $A_1 = |\dot{A}_1|$, $\beta = \arg\{\dot{A}_1\}$, $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\beta} = (s - j\omega_0)I_2(s) / [1 + \exp(-t_{\text{и}}s)] \Big|_{s=j\omega_0}$.

3. Анализ цепи частотным методом при действии одиночного импульса на входе. Исходные данные приведены в п. 2.

Определение амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик цепи. Обобщенная частотная характеристика цепи $H_I(j\omega)$, т. е. амплитудно-фазовая характеристика, определяет связь реакции и воздействия в установившемся синусоидальном режиме для любой частоты:

$$H_I(j\omega) = H_I(s) \Big|_{s=j\omega} = |H_I(j\omega)| e^{j\Phi(\omega)},$$

причем АЧХ определяет отношение амплитуд, ФЧХ – изменение начальных фаз гармонических сигналов, проходящих через цепь.

В рассматриваемом примере с учетом (4.10):

$$H_I(j\omega) = 0,5 / (-\omega^2 + 2j\omega + 0,875),$$

амплитудно-частотная характеристика

$$|H_I(j\omega)| = 0,5 / \sqrt{(0,875 - \omega^2)^2 + (2\omega)^2}, \quad (4.12)$$

фазочастотная характеристика

$$\Phi(\omega) = -\arctg \frac{2\omega}{0,875 - \omega^2}.$$

Из выражения (4.12) имеем $|H_I(j0)| = 0,57$ и $|H_I(j\infty)| = 0$.

Проверим полученные значения по схемам замещения цепи (см. рис. 4.2, а), соответствующим $\omega = 0$ (см. рис. 4.5, а) и $\omega \rightarrow \infty$ (см. рис. 4.5, б).

Из схемы на рис. 4.5, а имеем $|H_I(j0)| = I_2 / I_1 = R_3 / (R_3 + R_5 + R_H) = 0,57$; из схемы на рис. 4.5, б получим $|H_I(j\infty)| = I_2 / I_1 = 0$.

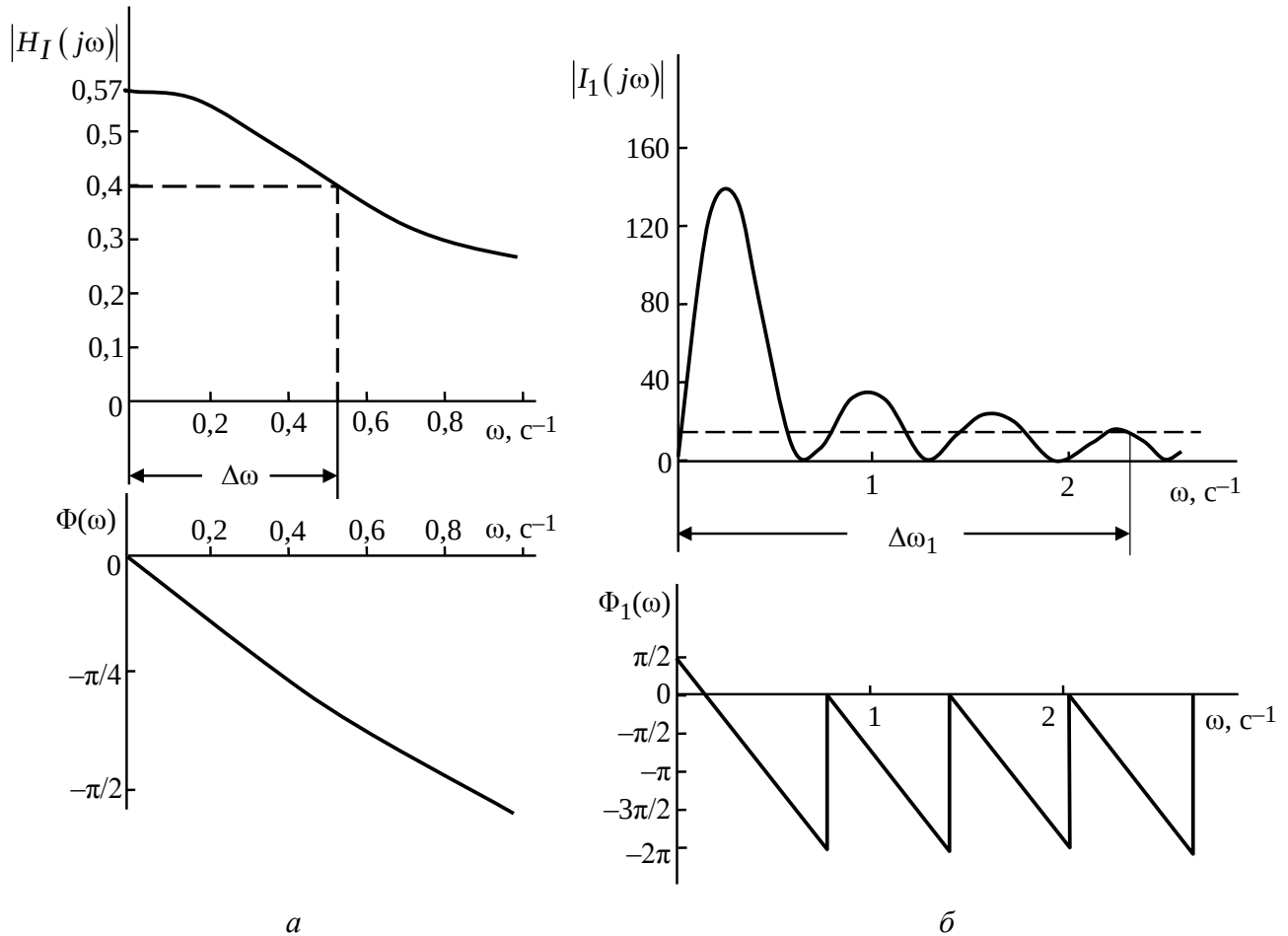


Рис. 4.7

Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 4.7, а.

Определение полосы пропускания цепи. Полосу пропускания цепи определяем как диапазон частот, в котором $|H_I(j\omega)| \geq 0,707 |H_I(j\omega)|_{\max}$. Полоса пропускания, найденная по графику $|H_I(j\omega)|$ на рис. 4.7, а, составляет $\Delta\omega \simeq 0,55 \text{ с}^{-1}$.

Определение амплитудного и фазового спектров входного одиночного импульса тока. Расчет ширины амплитудного спектра. Для одиночного импульса тока $i_1(t)$ спектральная плотность $I_1(j\omega) = I_1(s)|_{s=j\omega} = |I_1(j\omega)| \exp(j\Phi_1(\omega))$, где $|I_1(j\omega)|$ – амплитудный, а $\Phi_1(\omega)$ – фазовый спектры входного импульса тока.

Запишем полученное изображение $I_1(s)$ в виде

$$I_1(s) = \frac{I_m}{s} (1 - \exp(-0,5t_{\text{и}}s))^2.$$

Положив $s = j\omega$, получим:

$$I_1(j\omega) = (1 - \exp(-0,5t_{\text{и}}j\omega))^2 = \frac{4I_m}{\omega} \sin^2(0,25t_{\text{и}}\omega) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - 0,5t_{\text{и}}\omega\right)}. \quad (4.13)$$

При $t_{\text{и}} = 20\text{с}$ из (4.13) выражение амплитудного спектра

$$|I_1(j\omega)| = \frac{40}{\omega} \sin^2(5\omega), \quad (4.14)$$

а фазового спектра

$$\Phi_1(\omega) = \frac{\pi}{2} - 10\omega. \quad (4.15)$$

При $\omega = 0$ амплитудный спектр $|I_1(j0)| = 0/0$. Раскрывая неопределенность по Лопиталю, получим $|I_1(j0)| = 0$. Таким образом, нули $|I_1(j\omega)|$ будут при частотах $\omega = 0; \pi/5; 2\pi/5; 4\pi/5 \dots$

Графики амплитудного и фазового спектров, рассчитанные по выражениям (4.14) и (4.15), показаны на рис. 4.7, б. Спектр является сплошным, при этом $|I_1(j\omega)|$ характеризует относительное распределение амплитуд гармоник по частоте (спектральная плотность), а $\Phi_1(\omega)$ – распределение начальных фаз гармоник. Огибающая амплитудного спектра убывает пропорционально частоте. Начальное значение спектра $|I_1(j0)| = 0$ (как известно [1]–[3], оно равно площади сигнала, которая согласно рис. 4.4, а является нулевой).

Ширина спектра, определенная по графику (рис. 4.7, б) на уровне $0,1|I_1(j\omega)|_{\text{max}}$, составляет $\Delta\omega_1 \simeq 2,25\text{с}^{-1}$.

Заключение об ожидаемых искажениях сигнала на выходе цепи. Сопоставляя спектры входного сигнала (рис. 4.7, б) с частотными характеристиками функции передачи цепи (рис. 4.7, а), можно сделать вывод, что

первый лепесток спектра практически укладывается в полосу пропускания, остальная же часть спектра располагается в зоне интегрирования, поэтому искажение формы сигнала при прохождении через цепь будет не очень значительным, выходной сигнал будет непрерывным, увеличится длительность его фронтов, а его амплитуда составит 0,57 от амплитуды входного сигнала.

Этот вывод подтверждается точным расчетом (см. рис. 4.6, б).

4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.

Анализу подлежит цепь, схема которой приведена на рис. 4.2, а. На вход цепи подан сигнал в виде периодической последовательности импульсов тока (рис. 4.8) при $I_m = 10 \text{ A}$, $t_{\text{и}} = 20 \text{ с}$, $T = 2t_{\text{и}} = 40 \text{ с}$.

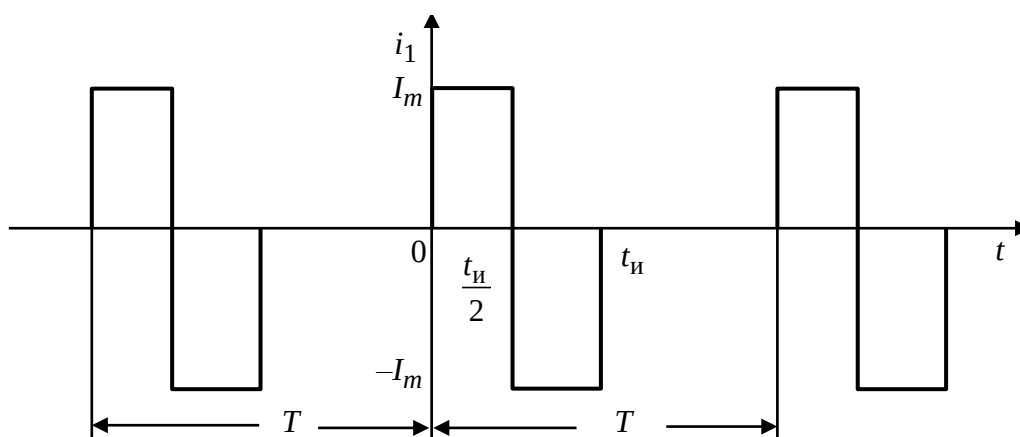


Рис. 4.8

Разложение в ряд Фурье входного сигнала. Построение его амплитудного и фазового дискретных спектров. Периодический несинусоидальный входной сигнал представляют в виде ряда Фурье [1]:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k \exp(jk\omega_1 t).$$

Комплексные амплитуды (комплексный частотный спектр) определяются соотношением [1], [2] $\dot{A}_k = \frac{2}{T} F_1(s) \Big|_{s=jk\omega_1}$, где $\omega_1 = 2\pi / T$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Аналогично для нахождения $\dot{A}_k$ может быть использована спектральная плотность одиночного импульса:

$$\dot{A}_k = \frac{2}{T} F_1(j\omega) \Big|_{\omega=k\omega_1}. \quad (4.16)$$

Определим комплексные амплитуды входного сигнала, подставив в (4.16) выражение спектральной плотности (4.13) и заменив $\omega = k\omega_1 = k \frac{2\pi}{T} = k\pi / 20$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{k1} &= \frac{2}{T} \frac{4I_m}{k\omega_1} \sin^2(0,25k\omega_1 t_{\text{и}}) \exp[j(\pi/2 - 0,5k\omega_1 t_{\text{и}})] = \\ &= \frac{40}{k\pi} \sin^2(k\pi/4) \exp[j(\pi/2 - k\pi/2)] = I_{k1} \exp(j\alpha_{k1}), \end{aligned}$$

где $I_{k1} = \frac{40}{k\pi} \sin^2\left(\frac{k\pi}{4}\right)$ – амплитудный, $\alpha_{k1} = \pi/2 - k\pi/2$ – фазовый дискретные спектры.

При $k = 0$ для I_{01} имеем неопределенность $\frac{0}{0}$, раскрывая которую, получим $I_{01} = 0$. При $k = 1$ имеем $I_{11} = \frac{40}{\pi} \sin^2(\pi/4) = 6,4$; $\alpha_{11} = 0$ и т. д.

Таблица 4.3

k	I_{k1}	α_{k1}	k	I_{k1}	α_{k1}
0	0	–	4	0	–
1	6,4	0	5	1,3	0
2	6,4	$-\pi/2$	6	2,1	$-\pi/2$
3	2,1	$-\pi$	7	0,9	$-\pi$

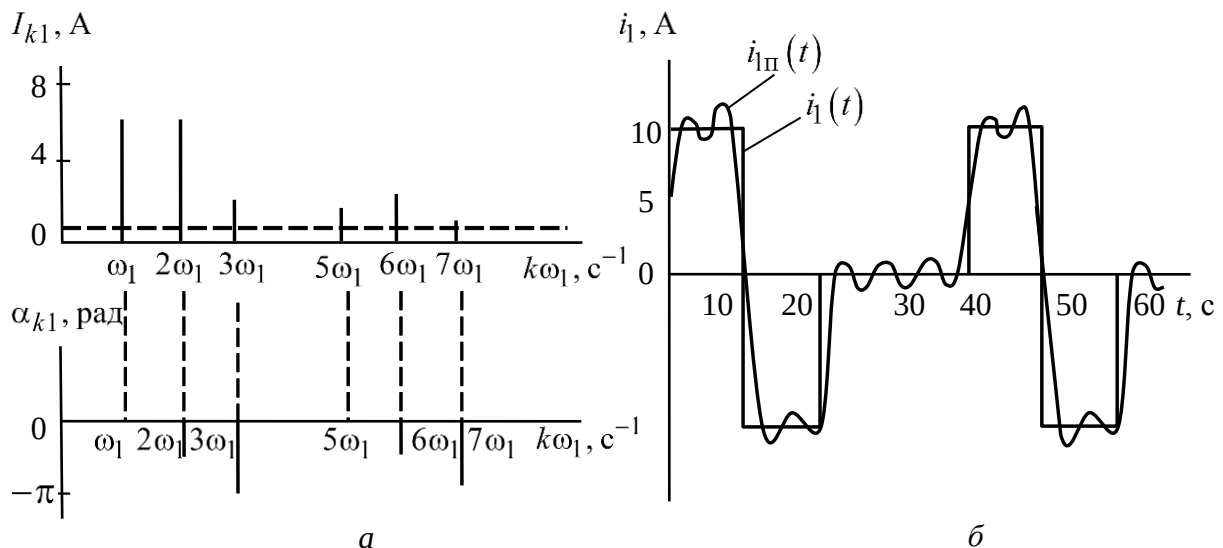


Рис. 4.9

Значения амплитуд I_{k1} и начальных фаз ω_1 гармоник ряда Фурье приведены в табл. 4.3, а на рис. 4.9, а построены дискретные амплитудный и фазовый спектры сигнала.

Число гармоник отрезка ряда Фурье определяется шириной спектра по уровню $0,1I_{k\max}$ аналогично п. 3, но при ручном счете по указанию преподавателя можно ограничиться и меньшим числом гармоник. В данном расчете ограничимся шестью ненулевыми гармониками, поэтому представление сигнала $i_1(t)$ будет приближенным $i_{1\pi}(t)$:

$$i_{1\pi} = \frac{I_{01}}{2} + \sum_{k=1}^7 I_{k1} \cos(k\omega_1 t_{\text{и}} + \alpha_{k1}) = 6,4 \cos(0,05\pi t) + 6,4 \cos\left(0,1\pi t - \frac{\pi}{2}\right) - 2,1 \cos(0,15\pi t) + 1,3 \cos(0,25\pi t) + 2,1 \cos\left(0,3\pi t - \frac{\pi}{2}\right) - 0,9 \cos(0,35\pi t).$$

Построение графика воздействия, заданного отрезком ряда Фурье.

На рис. 4.9, б представлены графики входного периодического сигнала $i_1(t)$ и его аппроксимации $i_{1\pi}(t)$ полученным отрезком ряда Фурье.

Определение реакции цепи $i_2(t)$ в виде отрезка ряда Фурье. Амплитуды и начальные фазы гармоник выходного тока можно найти из следующих соотношений:

$$I_{k2} = |H_1(jk\omega_1)| I_{k1}; \quad \alpha_{k2} = \Phi(k\omega_1) + \alpha_{k1},$$

для чего необходимо вычислить значения АЧХ и ФЧХ функции передачи на требуемых частотах $k\omega_1$; $k = 0, 1, 2, \dots, 7$.

Таблица 4.4

k	$k\omega_1$	$ H_I(jk\omega_1) $	$\Phi(k\omega_1)$, рад	I_{k2} , А	α_{k2} , рад
0	0	0,57	0	0	—
1	$0,05\pi$	0,55	$-0,35$	3,5	$-0,35$
2	$0,1\pi$	0,5	$-0,68$	3,2	$-2,25$
3	$0,15\pi$	0,44	$-0,96$	0,9	$-4,1$
4	$0,2\pi$	0,37	$-1,2$	0	—
5	$0,25\pi$	0,31	$-1,4$	0,4	$-1,4$
6	$0,3\pi$	0,27	$-1,6$	0,56	$-3,14$
7	$0,35\pi$	0,23	$-1,7$	0,21	$-4,86$

Результаты всех вычислений сведены в табл. 4.4.

В соответствии с принятым критерием ширины спектра

$$i_2(t) \simeq \frac{I_{02}}{2} + \sum_{k=1}^7 I_{k2} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{k2}) = 3,5 \cos(0,05\pi t - 0,35) +$$

$$+ 3,2 \cos(0,1\pi t - 2,3) + 0,93 \cos(0,15\pi t - 4,1) + 0,4 \cos(0,25\pi t - 1,4) +$$

$$+ 0,56 \cos(0,3\pi t - 3,1) + 0,21 \cos(0,35\pi t - 4,86). \quad (4.17)$$

Построение спектров и графика выходного сигнала. По данным табл. 4.4 на рис. 4.10, а построены амплитудный и фазовый дискретные спектры выходного сигнала, а на рис. 4.10, б – график выходного сигнала $i_2(t)$ по выражению (4.17).

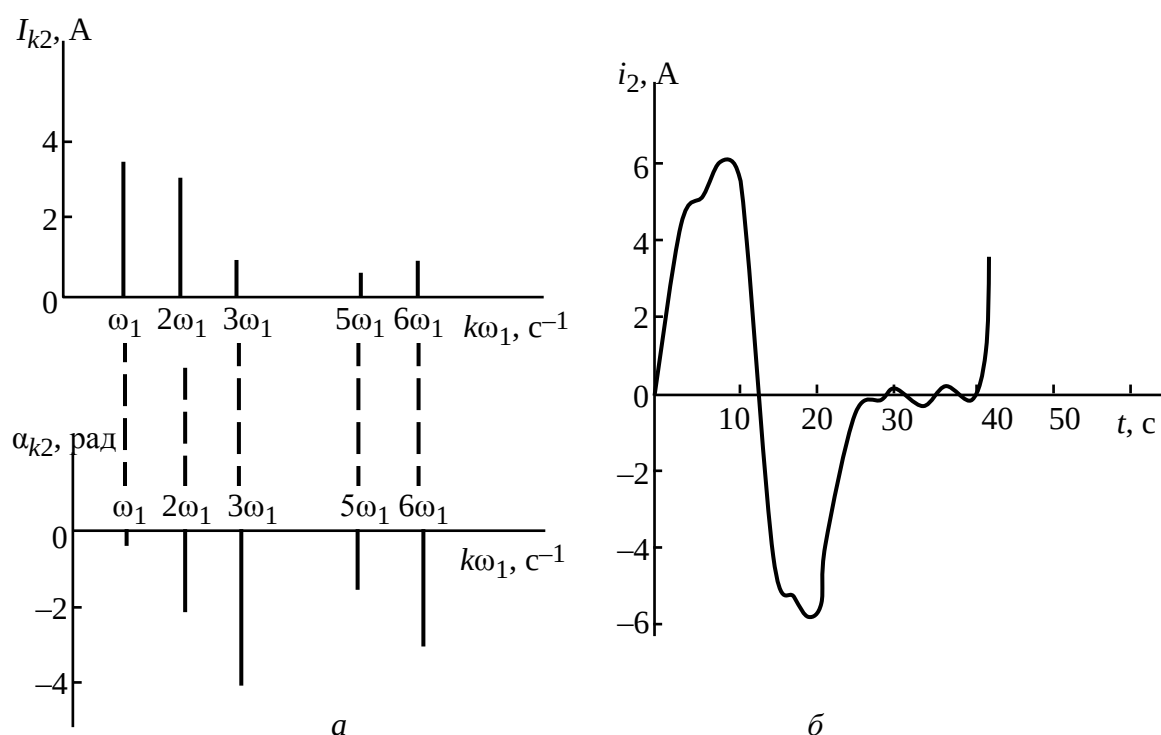


Рис. 4.10

Из сравнения рис. 4.9, б и рис. 4.10, б следует, что рассмотренный периодический несинусоидальный сигнал при его прохождении через заданную цепь искажается незначительно, так как наибольшие по амплитуде (первые три) гармоники его спектра попадают в полосу пропускания цепи.

Тема 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНУЮ АКТИВНУЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ

Целью курсовой работы является практическое освоение методов анализа искажений сигналов, проходящих через линейные активные электрические

цепи, а также рассмотрение вопросов проектирования активных цепей по заданной функции передачи.

5.1. Задание к курсовой работе

В курсовой работе требуется выполнить следующее: 1) найти реакцию активной цепи при воздействии одиночного импульса; 2) вычислить установившуюся реакцию цепи при воздействии периодической последовательности импульсов; 3) рассчитать параметры элементов активного и пассивного звеньев цепи по заданной функции передачи.

В каждом варианте курсовой работы исследуется электрическая цепь, состоящая из каскадного соединения электрически развязанных двух звеньев (см. варианты схем, табл. 5.1, 5.2, рис. 5.1). Первое активное RC -звено второго порядка содержит 1 или 2 источника напряжения, управляемых напряжением. Второе RC -звено первого порядка является пассивным. Структура всей цепи описывается тройками чисел. При построении схемы по заданным тройкам чисел используют следующие правила. Первое число троек чисел является порядковым номером элемента, 2 последующих – номерами узлов (в том числе устранимых), к которым подключен данный элемент; для источника напряжения отсчет узлов производится от «+» к «–». После тройки чисел приводится условное буквенное обозначение элемента.

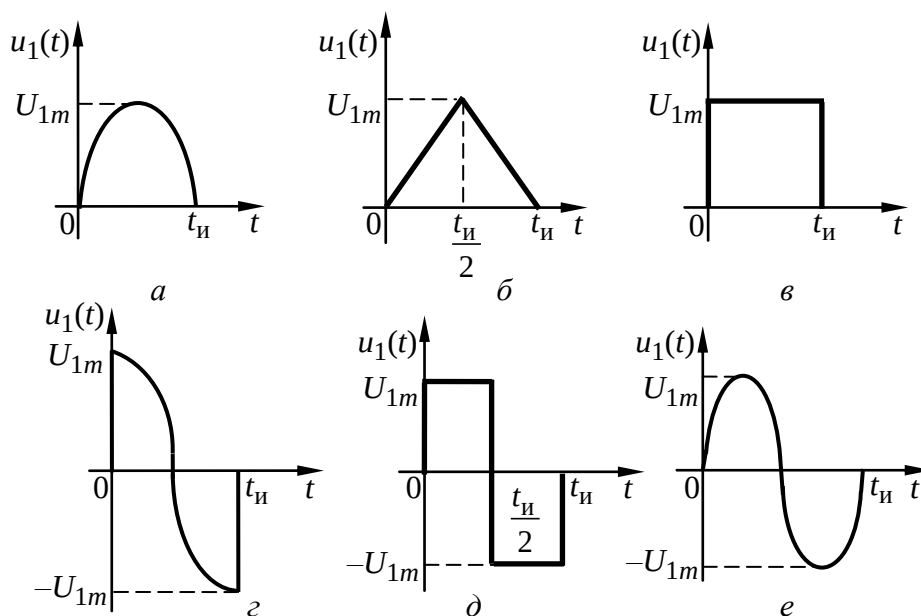


Рис. 5.1

Коэффициенты нормированной функции передачи проектируемой активной цепи заданы в табл. 5.1, параметры и вид входного одиночного сигнала

ла длительностью $t_{\text{и}}$ – в табл. 5.2. Для периодических сигналов той же формы, что и одиночный сигнал, следует принять период повторения $T = 2t_{\text{и}}$.

Таблица 5.1

Вариант	Номер звена							
	1				2			
	a_0	a_1	a_2	b_1	b_2	a_3	a_4	b_4
1	0	0	7,33	2,15	3,85	1,0	2,0	2,8
2	0	0	7,9	2,4	7,16	1,0	1,15	1,5
3	0	0	0,66	0,82	0,33	1,0	0,75	1,0
4	1,75	0	0	1,8	2,07	1,0	0	1,5
5	1,13	0	0	0,85	0,95	1,0	0,8	1,1
6	2,64	0	0	0,72	0,56	1,0	0	2,0
7	0	0	6,0	1,7	3,5	0	2,5	2,5
8	0	0	5,52	2,2	4,4	0	2,8	2,8
9	0	2,53	0	0,95	1,25	0,67	0,8	0,8
10	1,82	0	0	0,9	1,17	1,0	0	0,7
11	0	1,75	0	1,12	0,76	0	1,7	1,7
12	0	2,63	0	2,0	2,2	1,0	0,8	1,2
13	0,76	0	0	1,3	0,9	0,67	0,4	0,4
14	0	2,9	0	1,6	1,85	0,75	0,6	0,6
15	0	4,53	0	1,4	2,85	0	1,8	1,8
16	0,83	0	0	2,0	5,3	0,78	1,4	1,4
17	0	0	1,28	1,2	1,6	0	1,8	1,8
18	0	1,2	0	1,3	1,44	1,0	0	1,4
19	0	2,44	0	0,9	1,3	0,8	0,8	0,8
20	0	1,5	0	1,0	1,0	0	1,0	1,5
21	0	1,9	0	1,25	1,0	1,0	0	2,0
22	0	3,9	0	1,5	3,5	1,0	1,8	2,2
23	0	0	1,38	1,0	1,5	0,8	1,6	1,6
24	0	1,15	0	0,8	0,45	0	1,2	1,2
25	0	3,08	0	1,1	1,0	1,0	0	1,8
26	0	0	7,33	2,15	3,85	1,0	0	2,8
27	0	0	7,9	2,4	7,16	1,0	0	1,5
28	0	0	0,66	0,82	0,33	1,0	0	1,0
29	1,75	0	0	1,8	2,07	1,0	0,8	1,6
30	1,13	0	0	0,85	0,95	1,0	0	1,2

Варианты схем:

Схема 1. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 323– R_3 ; 436– C_4 ; 546–ИНУН $u_5 = Ku_{36}$; 624– C_6 ; Звено 2: 745– R_7 ; 845– C_8 ; 956– R_9 .

Схема 2. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– R_4 ; 547– C_5 ; 657–ИНУН $u_6 = Ku_{47}$; 725– C_7 . Звено 2: 856– R_8 ; 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 3. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 326– R_3 ; 423– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = Ku_{36}$; 724– C_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 945– C_9 ; 1056– R_{10} .

Схема 4. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 323– C_3 ; 436– R_4 ; 546–ИНУН $u_5 = Ku_{36}$; 624– R_6 . Звено 2: 745– C_7 ; 856– R_8 .

Схема 5. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– C_4 ; 547– R_5 ; 657–ИНУН $u_6 = Ku_{47}$; 725– R_7 . Звено 2: 856– R_8 ; 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 6. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 326– R_3 ; 423– C_4 ; 536– R_5 ; 646–ИНУН $u_6 = Ku_{36}$; 724– R_7 . Звено 2: 845– C_8 ; 956– R_9 .

Схема 7. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 327– R_3 ; 437–ИНУН $u_4 = u_{27}$; 534– R_5 ; 647– C_6 ; 757–ИНУН $u_7 = Ku_{47}$; 825– C_8 . Звено 2: 956– R_9 ; 1067– C_{10} .

Схема 8. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 326– C_3 ; 423– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = -Ku_{36}$; 724– R_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 956– C_9 .

Схема 9. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 327– C_3 ; 423– C_4 ; 537– R_5 ; 647–ИНУН $u_6 = Ku_{37}$; 724– R_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 10. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 327– R_3 ; 437–ИНУН $u_4 = u_{27}$; 534– C_5 ; 647– R_6 ; 757–ИНУН $u_7 = Ku_{47}$; 825– R_8 . Звено 2: 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 11. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 323– C_3 ; 436– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = Ku_{36}$; 724– R_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 956– C_9 .

Схема 12. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 323– C_3 ; 436– R_4 ; 546–ИНУН $u_5 = -Ku_{36}$; 624– C_6 . Звено 2: 745– R_7 ; 845– C_8 ; 956– R_9 .

Схема 13. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 327– R_3 ; 423– C_4 ; 537– R_5 ; 647–ИНУН $u_6 = -Ku_{37}$; 724– C_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 14. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 323– R_3 ; 437– C_4 ; 547–ИНУН $u_5 = -Ku_{37}$; 624– R_6 . Звено 2: 745– R_7 ; 856– C_8 ; 967– R_9 .

Схема 15. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 323– R_3 ; 436– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = -Ku_{36}$; 724– C_7 . Звено 2: 845– R_8 ; 956– C_9 .

Схема 16. Звено 1: 118–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 328– R_3 ; 438–ИНУН $u_4 = u_{28}$; 534– C_5 ; 648– R_6 ; 758–ИНУН $u_7 = -Ku_{48}$; 825– C_8 . Звено 2: 956– R_9 ; 1067– C_{10} ; 1178– R_{11} .

Схема 17. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 327– C_3 ; 437–ИНУН $u_4 = u_{27}$; 534– R_5 ; 647– C_6 ; 757–ИНУН $u_7 = -Ku_{47}$; 825– R_8 . Звено 2: 956– R_9 ; 1067– C_{10} .

Схема 18. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 327– C_3 ; 437–ИНУН $u_4 = u_{27}$; 534– C_5 ; 647– R_6 ; 757–ИНУН $u_7 = Ku_{47}$; 825– R_8 . Звено 2: 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 19. Звено 1: 118–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 338–ИНУН $u_3 = u_{28}$; 434– C_4 ; 548– R_5 ; 658–ИНУН $u_6 = -Ku_{48}$; 725– C_7 . Звено 2: 856– R_8 ; 967– C_9 ; 1078– R_{10} .

Схема 20. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– R_4 ; 547– C_5 ; 657–ИНУН $u_6 = -Ku_{47}$; 725– R_7 . Звено 2: 856– R_8 ; 967– C_9 .

Схема 21. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 323– C_3 ; 436– R_4 ; 546–ИНУН $u_5 = -Ku_{36}$; 624– C_6 . Звено 2: 745– C_7 ; 856– R_8 .

Схема 22. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– C_4 ; 547– R_5 ; 657–ИНУН $u_6 = -Ku_{47}$; 725– C_7 . Звено 2: 856– R_8 ; 956– C_9 ; 1067– R_{10} .

Схема 23. Звено 1: 118–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 338–ИНУН $u_3 = u_{28}$; 434– R_4 ; 548– R_5 ; 648– C_6 ; 758–ИНУН $u_7 = Ku_{48}$; 825– C_8 . Звено 2: 956– R_9 ; 1067– C_{10} ; 1178– R_{11} .

Схема 24. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– R_4 ; 547– R_5 ; 647– C_6 ; 757–ИНУН $u_7 = Ku_{47}$; 825– R_8 . Звено 2: 956– R_9 ; 1067– C_{10} .

Схема 25. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 326– R_3 ; 423– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = -Ku_{36}$; 724– R_7 . Звено 2: 845– C_8 ; 956– R_9 .

Схема 26. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 323– R_3 ; 436– C_4 ; 546–ИНУН $u_5 = Ku_{36}$; 624– C_6 . Звено 2: 745– C_7 ; 856– R_8 .

Схема 27. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– R_4 ; 547– C_5 ; 657–ИНУН $u_6 = Ku_{47}$; 725– C_7 . Звено 2: 856– C_8 ; 967– R_9 .

Схема 28. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– R_2 ; 326– R_3 ; 423– R_4 ; 536– C_5 ; 646–ИНУН $u_6 = Ku_{36}$; 724– C_7 . Звено 2: 845– C_8 ; 956– R_9 .

Схема 29. Звено 1: 116–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 323– C_3 ; 436– R_4 ; 546–ИНУН $u_5 = Ku_{36}$; 624– R_6 . Звено 2: 745– C_7 ; 845– R_8 ; 956– R_9 .

Схема 30. Звено 1: 117–ИН u_1 ; 212– C_2 ; 337–ИНУН $u_3 = u_{27}$; 434– C_4 ; 547– R_5 ; 657–ИНУН $u_6 = Ku_{47}$; 725– R_7 . Звено 2: 856– C_8 ; 967– R_9 .

Таблица 5.2

Вариант	Параметры сигнала			Вариант	Параметры сигнала		
	Рис. 5.3,	Амплитуда U_{1m} , В	Длительность $t_{и}$, мс		Рис. 5.3,	Амплитуда U_{1m} , В	Длительность $t_{и}$, мс
1	<i>a</i>	2,0	2,6	16	<i>в</i>	4,0	2,5
2	<i>б</i>	3,0	3,0	17	<i>a</i>	3,0	3,0
3	<i>с</i>	4,0	6,0	18	<i>в</i>	4,0	3,0
4	<i>в</i>	2,0	2,0	19	<i>с</i>	3,0	4,0
5	<i>д</i>	2,0	4,0	20	<i>д</i>	4,0	4,0
6	<i>a</i>	2,0	6,0	21	<i>б</i>	4,0	4,0
7	<i>с</i>	3,0	2,5	22	<i>e</i>	3,0	3,0
8	<i>б</i>	3,0	2,0	23	<i>с</i>	3,0	3,0
9	<i>д</i>	2,5	4,0	24	<i>в</i>	2,0	5,0
10	<i>в</i>	4,0	5,0	25	<i>e</i>	2,0	3,0
11	<i>a</i>	3,0	4,0	26	<i>б</i>	2,0	2,6
12	<i>б</i>	3,0	2,0	27	<i>д</i>	3,0	3,0
13	<i>с</i>	2,0	3,0	28	<i>в</i>	4,0	6,0
14	<i>a</i>	3,0	2,0	29	<i>a</i>	2,0	2,0
15	<i>д</i>	3,0	3,0	30	<i>e</i>	2,0	4,0

Порядок выполнения курсовой работы и требования к графическому материалу следующие:

1. Произвести нормирование параметров и переменных цепи.
2. Рассчитать нули и полюсы заданных функций передач первого и второго звеньев активной цепи:

$$H_{U_1}(s) = \frac{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2}; \quad H_{U_2}(s) = \frac{a_3 s + a_4}{s + b_4}.$$

Изобразить координаты вычисленных нулей и полюсов на комплексной плоскости.

3. Найти изображение входного одиночного импульса воздействия и вычислить реакцию активной цепи операторным методом; построить график реакции и денормировать его по времени; приближенно оценить время затухания переходных процессов в цепи.

4. Вычислить переходную и импульсную характеристики активной цепи операторным методом; построить графики переходной и импульсной характеристик и денормировать их по времени.

5. Определить амплитудный и фазовый спектры входного одиночного импульса и построить их графики.

6. Рассчитать амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики активной цепи; построить графики АЧХ и ФЧХ цепи, а также график амплитудно-фазовой характеристики; определить полосу пропускания цепи и оценить время запаздывания сигналов, спектр которых попадает в полосу пропускания.

7. Найти амплитудный и фазовый спектры выходного одиночного импульса и построить их графики.

8. Определить амплитудный и фазовый спектры периодического входного сигнала; ограничиться 14 гармониками разложения сигнала в ряд Фурье; построить графики исходного входного периодического сигнала и сигнала после аппроксимации его рядом Фурье (изобразить отдельно 3 первые составляющие ряда).

9. Произвести приближенный расчет реакции цепи по спектру при периодическом воздействии; построить график реакции; оценить искажения передачи сигналов при прохождении через исследуемую активную цепь сравнением ширины спектра воздействия и полосы пропускания цепи.

10. Вычислить параметры активной электрической цепи третьего порядка по заданной нормированной функции передачи:

а) найти функцию передачи активного звена второго порядка в символьном виде; вычислить нормированные и ненормированные параметры элементов этого звена по заданной нормированной функции передачи;

б) найти функцию передачи пассивного звена первого порядка в символьном виде; вычислить нормированные и ненормированные параметры элементов этого звена по заданной нормированной функции передачи.

11. Сделать выводы по курсовой работе.

5.2. Указания к выполнению курсовой работы

В задании к курсовой работе коэффициенты обоих звеньев активной цепи представлены для нормированных функций передач. Там же указана ненормированная длительность t_H сигнала, воздействующего на цепь.

Нормирование и денормирование параметров и элементов цепи. Для нормирования времени рекомендуется выбрать базисный параметр времени t_0 , равный t_H . Нормирование длительности входного сигнала производится

по формуле $t_{\text{н}}^* = t_{\text{н}} / t_{\text{б}}$. Для денормирования значений сопротивлений и емкостей звеньев следует выбрать базисный параметр сопротивления $R_{\text{б}} = 100$ кОм. При этом базисный параметр емкости $C_{\text{б}} = t_{\text{б}} / R_{\text{б}} = 10^{-8}$ Ф. Денормирование параметров всех сопротивлений и емкостей активной цепи, а также временного масштаба графиков следует производить с учетом формул: $R^* = R / R_{\text{б}}$; $C^* = C / C_{\text{б}}$; $t^* = t / t_{\text{б}}$.

Расчет частотных характеристик цепи. Частотная характеристика цепи $H_U(j\omega)$ определяет связь комплексных спектров реакции $U_2(j\omega)$ и воздействия $U_1(j\omega)$:

$$H_U(j\omega) = U_2(j\omega) / U_1(j\omega) = |H_U(j\omega)| e^{j\Phi(\omega)},$$

где $|H_U(j\omega)|$ – амплитудно-частотная характеристика; $\Phi(\omega)$ – фазочастотная характеристика.

В курсовой работе характеристику $H_U(j\omega)$ находят подстановкой $s = j\omega$ в выражение нормированной функции передачи $H_U(s)$. Расчеты для $|H_U(j\omega)|$ и $\Phi(\omega)$ сводят в таблицы и иллюстрируют графиками АЧХ и ФЧХ. По графику АЧХ определяют полосу пропускания как диапазон частот, в пределах которого значения амплитудно-частотной характеристики составляют не менее чем 0,707 от ее максимума.

Приближенный расчет реакции по спектру при периодическом воздействии. Реакция линейной цепи $u_2(t)$ в установившемся режиме при действии на входе периодического несинусоидального сигнала

$$u_1(t) = U_{10} + \sum_{k=1}^n U_{1mk} \cos(k\omega_1 t + \alpha_k)$$

будет иметь вид

$$u_2(t) = U_{20} + \sum_{k=1}^n U_{2mk} \cos(k\omega_1 t + \beta_k),$$

где n – число учитываемых членов ряда Фурье.

Амплитуду U_{2mk} и начальную фазу β_k каждой гармоники реакции цепи вычисляют по амплитудному U_{1mk} и фазовому α_k спектрам воздействия, а также частотным характеристикам цепи.

Искажения формы выходного сигнала исследуют сравнением спектра воздействия с частотными характеристиками проектируемой активной цепи. Эти цепи обладают определенными избирательными свойствами в отношении пропускания сигналов, вследствие чего их частотные характеристики отличаются от идеальных, обеспечивающих неискаженную передачу сигналов. Если амплитудно-частотная характеристика зависит от частоты, а фазочастотная характеристика нелинейна, то выходной сигнал такой цепи будет претерпевать искажения.

Для оценки степени амплитудных искажений сигнала сравнивают ширину его спектра с полосой пропускания цепи. Ширину спектра входного одиночного сигнала обычно определяют по диапазону частот, в котором сосредоточено приблизительно 90 % его энергии. Для всех одиночных сигналов, рассматриваемых в курсовой работе, ширину спектра можно определить по диапазону частот, занимаемому первым лепестком амплитудного спектра. Если полоса пропускания цепи превышает ширину спектра входного сигнала, то он будет претерпевать небольшие амплитудные искажения формы при прохождении через цепь. Когда же полоса пропускания меньше ширины спектра входного сигнала, спектр выходного сигнала будет уже спектра входного сигнала вследствие поглощения энергии гармонических составляющих, находящихся вне полосы пропускания. При этом форма сигнала после прохождения через цепь будет в значительной степени изменена.

Фазовые искажения передаваемого сигнала вызываются нелинейностью фазочастотной характеристики. Уровень фазовых искажений передаваемого сигнала обычно оценивают по максимальному отклонению фазочастотной характеристики от линейной в полосе пропускания цепи. Общее влияние фазовых искажений передаваемого сигнала также проявляется в изменении его формы.

Хотя нарастание переднего и спад заднего фронтов выходных сигналов происходят в течение некоторого конечного времени, на практике время запаздывания сигнала t_3 , например для передаваемого через цепь прямоугольного импульса, можно приблизительно считать равным времени, в течение которого сигнал на выходе достигает половины максимального значения.

Вычисление параметров элементов линейной электрической цепи по заданной функции передачи. В курсовой работе необходимо рассчитать параметры элементов линейной активной электрической цепи третьего порядка

по заданной нормированной функции передачи по напряжению. Эта передаточная функция задается произведением двух функций передачи второго и первого порядков $H_U(s) = H_1(s)H_2(s)$. Такое представление функции передачи предполагает, что она реализуется каскадным соединением активного RC -звена второго порядка и пассивного RC -звена первого порядка с развязывающим усилителем между ними. Схемы этих звеньев представлены в 5.1. На выходе каждого активного RC -звена включен зависимый источник напряжения, который играет роль развязывающего усилителя между активным и пассивным звеньями. Параметры элементов этих звеньев рассчитывают по соответствующим функциям передачи $H_1(s)$ и $H_2(s)$.

Расчет параметров элементов активного звена второго порядка. Параметры элементов активного звена вычисляют по заданным коэффициентам a_k , b_k функции передачи:

$$H_{U_1}(s) = \frac{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2}. \quad (5.1)$$

Для проектируемых схем активных звеньев только один из коэффициентов числителя реализуемой функции передачи (5.1) не равен нулю, что соответствует трем типам функции передачи:

- 1) низкочастотной, для которой $a_0 = a_1 = 0$ и 2 ее нуля передачи находятся в бесконечности комплексной плоскости;
- 2) полосовой, для которой $a_0 = a_2 = 0$ и один ее нуль передачи находится в начале координат;
- 3) высокочастотной, для которой $a_1 = a_2 = 0$ и 2 ее нуля передачи находятся в начале координат.

Поскольку нули передачи реализуемой функции передачи (5.1) определены заданием, то вычисление параметров элементов каждого активного RC -звена сводится к решению двух уравнений (обычно называемых компонентными), которые выражают коэффициенты b_1 и b_2 через параметры пассивных и активных элементов. Для составления указанных компонентных уравнений целесообразно вначале составить узловые уравнения для проектируемой схемы активного RC -звена, содержащего зависимый источник напряжения [1]. Затем следует найти в общем виде функцию передачи этого звена по напряжению, представленную через параметры пассивных и активных элементов, приравнять ее заданной (5.1) и записать 2 компонентных уравнения. Решение уравне-

ний сводится к вычислению параметров элементов активного звена по заданным значениям b_1 и b_2 .

Следует отметить, что общее число определяемых параметров элементов активного звена всегда больше, чем число составленных компонентных уравнений (т. е. больше двух). Поэтому значениями параметров некоторых элементов необходимо задаться, например, выбрать параметры нормированных емкостных элементов одинаковыми: $C_1^* = C_2^* = 1$, а также в ряде случаев задаться определенным соотношением между параметрами резистивных элементов. Если же при этом удастся сделать равноминальными параметры резистивных или емкостных элементов, то такое активное звено будет более технологичным для его исполнения.

Расчет параметров элементов пассивного RC-звена. Пассивные RC-звенья проектируемых активных цепей представляют собой четырехполюсники простой структуры (рис. 5.2, а), схемы которых приведены в 5.1. Расчет параметров элементов пассивного RC-звена производят по заданным коэффициентам a_3 , a_4 и b_4 функции передачи первого порядка:

$$H_{U_2}(s) = K_2 \frac{a_3 s + a_4}{s + b_4}, \quad (5.2)$$

где K_2 — масштабный множитель, который может быть любым вещественным числом; параметры элементов звена вычисляют без учета этого множителя. При проектировании пассивного RC-звена необходимо реализовать только заданные нуль и полюс функции передачи (5.2).

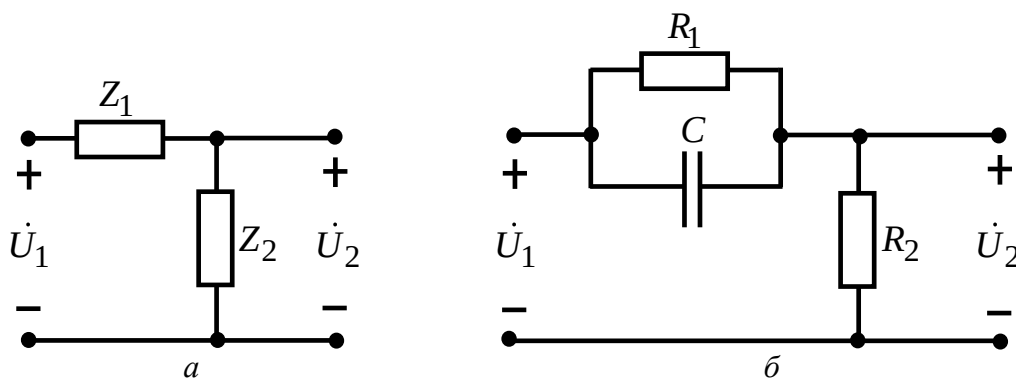


Рис. 5.2

Функция передачи проектируемого RC-звена, выраженная через параметры двухполюсников Z_1 и Z_2 , имеет вид

$$H_{U_2} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} = \frac{Z_2(s) / Z_1(s)}{1 + Z_2(s) / Z_1(s)}. \quad (5.3)$$

Параметры элементов пассивного RC -звена вычисляют по аналогии с расчетом активного звена решением двух компонентных уравнений, составленных для заданных нуля и полюса функций передач (5.2) и (5.3). При совместном решении компонентных уравнений можно задаться нормированным параметром одного из элементов пассивного RC -звена, например емкости $C = 1$.

Оформление курсовой работы. Расчеты по пп. 3–9 курсовой работы выполняют для нормированных параметров элементов цепи и сигналов. При оформлении графиков указывают масштабы нормированных и ненормированных величин.

В выводах по курсовой работе следует сравнить ширину спектра входного одиночного импульса с полосой пропускания цепи, указать, какими частотными свойствами обладает цепь, пояснить искажение формы выходного сигнала. Необходимо объяснить, в чем заключается отличие формы выходного сигнала от формы входного.

5.3. Контрольные вопросы

При выполнении курсовой работы можно использовать контрольные вопросы к теме 4.

5.4. Типовой пример

Пример 1. Найти параметры элементов активного звена (рис. 5.3), низкочастотная функция передачи которого имеет вид

$$H_U(s) = K_1 / (s^2 + 0,5s + 4). \quad (5.4)$$

Для заданной функции передачи записываем $b_1 = 0,5$ и $b_2 = 4$. Функция передачи по напряжению звена (рис. 5.3), выраженная через параметры его элементов [1], имеет вид

$$H_U(s) = \frac{K_1 G_1 G_2 / (C_1 C_2)}{s^2 + [(G_1 + G_2) / C_1 - (K_1 - 1) G_2 / C_2] s + G_1 G_2 / (C_1 C_2)}. \quad (5.5)$$

Для этой функции передачи, приняв $R_1 = R_2 = R$ и $C_1 = C_2 = C$, найдем 2 уравнения посредством сравнения полиномов знаменателей функций передачи (5.1), (5.4) и полученной функции (5.5): $b_1 = (3 - K_1)/(RC)$ и $b_2 = 1/(RC)^2$.

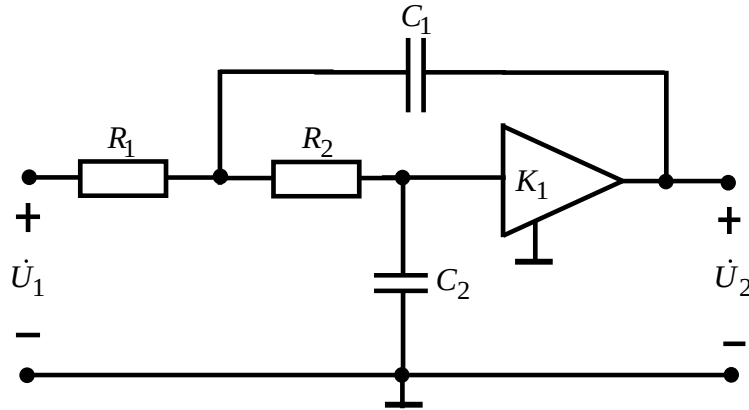


Рис. 5.3

Приняв $C = 1$, найдем сопротивления резисторов $R = 0,5$ и коэффициент усиления зависимого источника напряжения $K_1 = 2,75$.

Пример 2. Найти параметры элементов пассивного RC -звена, показанного на рис. 5.2, б. Функция передачи этого звена определяется выражением: $H_U(s) = (s + 2)/(s + 3)$.

Найдем функцию передачи по напряжению этого звена, выразив ее через параметры элементов схемы:

$$H_U(s) = \frac{s + 1/(R_1 C)}{s + (1 + R_1/R_2)/(R_1 C)}.$$

Сравнивая свободные члены числителя и знаменателя полученной и заданной функций передачи, составим 2 компонентных уравнения: $R_1 C = 0,5$; $(1 + R_1/R_2) = 1,5$. Задавшись значением нормированной емкости $C = 1$, из первого уравнения получим $R_1 = 0,5$, что позволяет из второго уравнения найти $R_2 = 1$.

Примечание. При выполнении курсовой работы можно использовать типовой пример из темы 4.

Тема 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Целью курсовой работы является практическое овладение навыками проектирования ЛЦФ.

6.1. Задание к курсовой работе

Необходимо по аналоговому прототипу спроектировать 2 варианта линейных цифровых фильтров, сравнить их характеристики и определить реакцию на заданное воздействие.

В курсовой работе необходимо выполнить следующие пункты:

1. Расчет аналогового фильтра-прототипа (1.1. Определение передаточной функции, ее нулей и полюсов. 1.2. Расчет частотных характеристик. 1.3. Расчет переходной характеристики. 1.4. Составление уравнений состояния).

2. Проектирование ЛЦФ методом соответствия переходных характеристик (2.1. Определение частоты дискретизации. 2.2. Расчет дискретной передаточной функции. 2.3. Построение схемы ЛЦФ. 2.4. Численный контроль переходной характеристики ЛЦФ).

3. Проектирование ЛЦФ с использованием уравнений состояния (3.1. Определение дискретной передаточной функции. 3.2. Построение схемы ЛЦФ. 3.3. Сравнение данных расчета переходных характеристик ЛЦФ и фильтра-прототипа).

4. Сравнительный анализ реакций фильтров на воздействие треугольной формы (4.1. Расчет реакции фильтра-прототипа. 4.2. Расчет реакции первого варианта ЛЦФ. 4.3. Расчет реакции второго варианта ЛЦФ. 4.4. Выводы по курсовой работе).

6.2. Указания к выполнению курсовой работы

В п. 1.1 вариант схемы и параметры фильтра-прототипа выбрать по указанию преподавателя.

В п. 1.2 записать выражения АЧХ, ФЧХ и построить графики АЧХ, ФЧХ, АФХ; найти полосу пропускания и оценить возможную форму сигналов на выходе фильтра; определить ширину спектра импульсной характеристики фильтра по однопроцентному амплитудному критерию.

В п. 1.3 построить график переходной характеристики, показав тонкими линиями отдельные составляющие; определить длину минимального ха-

ракетного временного интервала графика $t_{\min}$ и длительность переходного процесса $t_{\text{ПП}}$.

В п. 1.4, используя уравнения состояния, определить (для контроля) передаточную функцию цепи.

В п. 2.1 сравнить выбранный период дискретизации T с $t_{\min}$, а выбранную частоту дискретизации – с шириной спектра импульсной характеристики фильтра-прототипа.

В п. 2.2 привести основные промежуточные преобразования.

В п. 2.3 привести схему ЛЦФ.

В п. 3.1 использовать в вариантах 1, 6, 11, 16 явную форму алгоритма Эйлера, в вариантах 2, 7, 12, 17 – неявную форму алгоритма Эйлера, в вариантах 3, 8, 13, 18 – смешанную форму алгоритма Эйлера, в вариантах 4, 9, 14, 19 – билинейное преобразование; в вариантах 5, 10, 15, 20 – любой из алгоритмов численного решения уравнений состояния. Привести основные преобразования и сравнить передаточные функции обоих вариантов ЛЦФ.

В п. 3.2 привести схему ЛЦФ.

В п. 3.3 привести сравнительные графики и таблицы переходных характеристик.

В п. 4.1 прототипом воздействия считать сигнал $f_{\text{вх}}(t)$, имеющий форму равнобедренного треугольника с высотой $A = 100$ и длительностью $2t_{\text{ПП}}$. Построить график и записать выражение реакции $f_{\text{вых}}(t)$ для характерных моментов $f_{\text{вых}}(nT)$.

В пп. 4.2, 4.3 привести сравнительные графики и таблицы значений $f_{\text{вых}}(nT)$ фильтров.

Замечание. Расчет составляющих аналитических выражений необходимо проводить с точностью до шести значащих цифр.

6.3. Контрольные вопросы

1. Что такое ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ?
2. Что такое передаточная функция цепи, каковы ее свойства?
3. Как проконтролировать нули передаточной функции по схеме?
4. Что такое частотные характеристики цепи (АЧХ, ФЧХ, АФХ)?
5. Что характеризуют значения АЧХ при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$? Что характеризует наклон ФЧХ ФНЧ в полосе пропускания?
6. Что такое $\delta_1(t)$ и $\delta(t)$?

7. Что такое $h_1(t)$ и $h(t)$? Как их проконтролировать?
8. Как составить уравнения состояния и найти по ним передаточную функцию цепи?
9. В чем связь частотных и спектральных характеристик?
10. Как оценить время переходного процесса? Как определить минимальный характерный временной интервал процессов в цепи?
11. Что определяет теорема дискретизации?
12. Как описать дискретные сигналы? В чем их достоинства?
13. Каковы основные положения теоремы Котельникова?
14. Как преобразуются спектры сигналов при их дискретизации и восстановлении?
15. Каковы некорректные моменты в теореме Котельникова?
16. Как на практике применяется теорема Котельникова?
17. Что такое фильтр Котельникова?
18. Что такое дискретные и цифровые последовательности, решетчатые функции?
19. Что такое разностное уравнение дискретной цепи и как его получить?
20. Как построить схему линейной дискретной цепи?
21. Каковы элементы линейных дискретных цепей?
22. Какова формула прямого z -преобразования?
23. Что такое $\delta_0(nT)$, $\delta_1(nT)$, $\delta_1(nT - kT)$?
24. Что такое $h(nT)$ и $h_1(nT)$? Какова их связь?
25. Запишите теорему разложения z -преобразования и дайте соответствующие пояснения.
26. Запишите основные формулы таблицы z -преобразования.
27. Запишите теорему запаздывания z -преобразования. Каковы ее достоинства?
28. Как разложить $F(z)$ в ряд Лорана и как его использовать?
29. Как найти передаточную функцию по разностному уравнению?
30. Как численно найти сигнал на выходе дискретной цепи?
31. Как от уравнений состояния аналоговой цепи перейти к уравнениям дискретной цепи?
32. Как выбирается период дискретизации?
33. Каковы варианты численного решения уравнений состояния?
34. Как найти передаточную функцию дискретной цепи?

35. Как перейти к характеристикам дискретной цепи от прототипа-аналога?

36. Как перейти к дискретной цепи методом соответствия переходных характеристик?

37. Как перейти к характеристикам дискретной цепи на основании билинейного преобразования?

38. Как перейти к характеристикам дискретной цепи на базе явной формы алгоритма Эйлера?

39. Как перейти к характеристикам дискретной цепи на базе неявной формы алгоритма Эйлера?

40. Как перейти к характеристикам дискретной цепи на базе смешанной формы алгоритма Эйлера?

41. Как найти $f(nT)$ при $F(z) = 10 / [z^3(z + 0,5)(z - 0,5)]$?

42. Как найти $h_1(nT)$ при $H(z) = 10 / [(z + 0,5)(z - 0,5)]$?

43. Как найти $f(nT)$ при $F(z) = 10z^2 / (z^2 + z + 0,75)$?

44. Как разложением $F(z) = 10z^2 / (z^2 + z + 0,75)$ в ряд Лорана численно найти $f(nT)$?

45. Как при $H(z) = 10z^2 / (z^2 + z + 0,75)$ найти численно $h(nT)$ при использовании разностного уравнения?

46. Как найти переходную характеристику, если $H(z) = 10z / (z^2 + z + 0,75)$?

47. Как найти $h_1(nT)$, если разностное уравнение $f_2(nT) + f_2(nT - T) + 0,75f_2(nT - 2T) = 10f_1(nT)$?

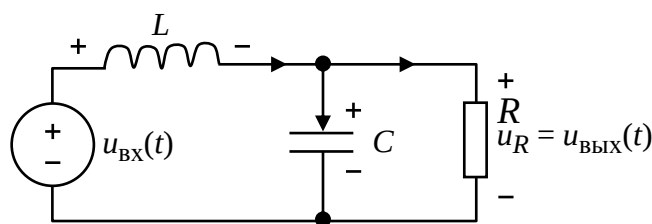
48. Как найти аналитически и численно $h_1(nT)$, если $H(z) = 10 / (z - 0,5)$?

49. Как найти аналитически и численно $h_1(nT)$, если $H(z) = 10z^{-2} / (z - 0,5)$?

50. Как найти аналитически и численно $h(nT)$, если разностное уравнение $f_2(nT) - 0,25f_2(nT - 2T) = 10f_1(nT - 2T)$?

6.4. Типовой пример

Схема ФНЧ (аналогового прототипа) приведена на рисунке, где $L = 1$ Гн, $C = 1/2$ Ф, $R = 2/3$ Ом.



На входе действует сигнал, имеющий форму равнобедренного треугольника, длительностью $t_{\text{и}} = 6\tau_{\text{max}}$, где τ_{max} – максимальная постоянная времени цепи.

1. Расчет прототипа-аналога.

ПФ по формуле делителя напряжений

$$\begin{aligned} \frac{U_{\text{ВЫХ}}(s)}{U_{\text{ВХ}}(s)} = H(s) &= \frac{Z_{RC}(s)}{Z_L(s) + Z_{RC}(s)} = \frac{2/3 \cdot 2/s}{2/3 + 2/s} \Bigg/ \left(s + \frac{Z_{RC}(s)}{Z_L(s) + Z_{RC}(s)} \right) = \\ &= \frac{2}{s^2 + 2s + 2} = \frac{2}{(s+1)(s+2)}. \end{aligned}$$

Полюсы: $s_1 = -1$; $s_2 = -2$. Нули: двукратный нуль при $s \rightarrow \infty$.

Находим частотную характеристику, АЧХ и ФЧХ:

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{2}{(j\omega+1)(j\omega+2)}, \quad A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{(\omega^2+1^2)(\omega^2+2^2)}}; \\ \Phi(\omega) &= -\arctg \omega - \arctg \omega/2. \end{aligned}$$

Полоса пропускания на НЧ по критерию $A_{\text{max}}/\sqrt{2}$ порядка $\Delta\omega_{\text{п}} \approx 1 \text{ с}^{-1}$.

Время запаздывания $t_{\text{зап}}$ проходящих через цепь сигналов, спектр которых в основном сосредоточен в полосе пропускания, определяется по наклону ФЧХ на НЧ:

$$\Phi(\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0} \simeq -\omega - \omega/2 = -1,5\omega = -\omega t_{\text{зап}},$$

откуда $t_{\text{зап}} \simeq 1,5 \text{ с}$.

Ширина спектра $\Delta\omega_{\text{с}}$ импульсной характеристики цепи по однопроцентному критерию $0,01A_{\text{max}} = 0,01$ будет:

$$0,01 = \frac{2}{\sqrt{(\Delta\omega_c^2 + 1^2)(\Delta\omega_c^2 + 2^2)}} \cong 2 / \Delta\omega_c^2,$$

откуда $\Delta\omega_c^2 \cong 200$, т. е. $\Delta\omega_c \cong 14 \text{ с}^{-1}$.

Переходная характеристика

$$H_1(s) = \frac{H(s)}{s} = \frac{2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} + \frac{1}{s+2} \div$$

$$\div h_1(t) = (1 - 2e^{-t} + e^{-2t})\delta_1(t).$$

Длительность переходных процессов $t_{\text{ПП}}$ по переходной характеристике обычно определяется по пятипроцентному критерию, когда

$$|h_1(t) - h_{1B}| < 0,05h_{1B},$$

причем в примере $h_{1B} = 1$ – вынужденная составляющая $h_1(t)$.

Однако в некоторых случаях проще находить $t_{\text{ПП}}$ по трехкратному значению τ_{max} , т. е. $t_{\text{ПП}} \cong 3\tau_{\text{max}} = 3\text{с}$.

Минимальный характерный временной интервал t_{min} процесса часто определяется по формуле

$$t_{\text{min}} \leq 0,2 \min\{\tau_{\text{min}}; 0,25T_{\text{min}}\},$$

где τ_{min} – минимальная постоянная времени цепи; T_{min} – минимальный период колебаний среди составляющих, описывающих процесс. В примере $t_{\text{min}} \leq 0,2 \tau_{\text{min}} = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1\text{с}$.

Уравнения состояния определяются из уравнений цепи:

$$u_L = u_{\text{BX}} - u_C; \quad u_L = Li'_L; \quad i_C = i_L - u_C / R; \quad i_C = Cu'_C,$$

откуда

$$u'_C = -3u_C + 2i_L, \quad i'_L = -u_C + u_{\text{BX}}.$$

Для определения ПФ по уравнениям состояния их преобразуют по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$(s+3)U_C(s) - 2I_L(s) = 0; \quad U_C(s) + sI_L(s) = U_{\text{BX}}(s),$$

откуда $U_{\text{ВЫХ}}(s) = U_C(s) = 2U_{\text{BX}}(s) / (s^2 + 2s + 2)$, что соответствует ПФ, полученной ранее.

2. Расчет ЛЦФ методом соответствия переходных характеристик.

Частота дискретизации $\omega_d \gg 2\omega_{\max}$ обычно определяется с учетом четырех критериев для максимальной $\omega_{\max}$ из учитываемых частот:

1) при использовании однопроцентного критерия ширины спектра импульсной характеристики $\omega_{\max} > \Delta\omega_c \approx 14\text{с}^{-1}$;

2) при использовании однопроцентного критерия ширины спектра проходящих сигналов, т. е. в примере – импульса треугольной формы длительностью $t_{\text{и}} = 6\tau_{\max} = 6\text{с}$, откуда $\omega_{\max} > 16\pi / t_{\text{и}} \approx 8\text{с}^{-1}$;

3) по критерию удовлетворительного описания минимального временного интервала процессов цепи, т. е. $\omega_{\max} > 2\pi / t_{\min} \approx 60\text{с}^{-1}$;

4) при использовании условия устойчивости ЛЦФ в случае комплексного полюса s_k в ПФ фильтра-прототипа (для явной и смешанной форм алгоритма Эйлера) $\omega_{\max} > 2\pi|s_k|^2 / (-2\text{Res}_k)$.

Выбираем «удобную» частоту дискретизации $\omega_d = 628\text{с}^{-1} \gg 2\omega_{\max}$, т. е. период дискретизации $T_d = 2\pi / \omega_d = 0,01\text{с} = \tau_{\min} / 50$.

Определяем ПФ ЛЦФ методом совпадения аналоговой $h_{\text{ла}}(t)$ и дискретной $h_{\text{лд}}(t)$ переходных характеристик в дискретные моменты времени $t = nT$, где $T = T_d = 0,01\text{с}$. Для $t \geq 0$ имеем

$$h_{\text{ла}}(t) = 1 - 2e^{-nT} + e^{-2nT} = 1 - 2 \cdot 0,9900498^n + 0,98019871^n = h_{\text{лд}}(nT),$$

далее находим

$$\begin{aligned} H_1(z) &= \frac{z}{z-1} - \frac{2z}{z-0,9900498} + \frac{z}{z-0,98019871} = \\ &= \frac{z(9,911 \cdot 10^{-5}z + 9,794 \cdot 10^{-5})}{(z-1)(z-0,9900498)(z-0,98019871)}, \end{aligned}$$

после чего может быть определена ПФ ЛЦФ

$$H(z) = (z-1)H_1(z)/z.$$

3. Расчет ЛЦФ при использовании неявной формы алгоритма Эйлера.

ПФ ЛЦФ определяется по формуле

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{1}{T} \frac{z-1}{z}=100 \frac{z-1}{z}} = \frac{2}{\left(100 \frac{z-1}{z} + 1\right) \left(100 \frac{z-1}{z} + 2\right)} =$$

$$= \frac{1,9413705 \cdot 10^{-4} z^2}{(z - 0,990099)(z - 0,98039215)},$$

откуда переходная характеристика ЛЦФ

$$H_1(z) = H(z) \frac{z}{z-1} \div h_1(nT) = 0,99999602 - 1,9801964 \cdot 0,990099^n +$$

$$+ 0,98039455 \cdot 0,98039215^n.$$

Далее необходимо сравнить результат с $h_{1a}(nT)$ по графикам и таблицам выборочных значений в характерных точках.

4. Расчет ЛЦФ при использовании явной формы алгоритма Эйлера.

ПФ ЛЦФ определяется по формуле

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=(z-1)/T=100(z-1)} = \frac{2}{(100z - 100 + 1)(100z - 100 + 2)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-4}}{(z - 0,99)(z - 0,98)}.$$

Переходная характеристика ЛЦФ

$$H_1(z) = H(z) \frac{z}{z-1} \div h_1(nT) = 1 - 2 \cdot 0,99^n + 0,98^n.$$

5. Расчет ЛЦФ при использовании билинейного преобразования.

ПФ ЛЦФ определяется по формуле

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}=200 \frac{z-1}{z+1}} = \frac{2}{\left(200 \frac{z-1}{z+1} + 1\right) \left(200 \frac{z-1}{z+1} + 2\right)} =$$

$$= \frac{4,9258656 \cdot 10^{-5} (z+1)^2}{(z - 0,99004975)(z - 0,98019801)}.$$

6. Расчет ЛЦФ при использовании смешанной формы алгоритма Эйлера.

В данном случае ПФ ЛЦФ определяется по формуле

$$H(z) = zH(s)\Big|_{s=(z-1)/T} = \frac{0,0002z}{(z-0,99)(z-0,98)},$$

следовательно, переходная характеристика

$$H_1(z) = H(z) \frac{z}{z-1} \div h_1(nT) = 1 - 1,98 \cdot 0,99^n + 0,98 \cdot 0,98^n;$$

остается сравнить результат с $h_{1a}(nT)$.

Замечание. Если собственные частоты аналогового прототипа являются комплексными, то при использовании метода соответствия переходных характеристик для перехода к ЛЦФ рекомендуется применять табличную формулу

$$a^n \cos(\omega_0 n + \alpha) \div \frac{z(z - a \cos \omega_0) \cos \alpha - az \sin \omega_0 \sin \alpha}{z^2 - 2za \cos \omega_0 + a^2},$$

которую легко трансформировать для случаев $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = \pm 90^\circ$, $a = 1$.

Список литературы

1. Основы теоретической электротехники / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев, А. Н. Белянин. – СПб.: Лань, 2008.
2. Теоретические основы электротехники: справ. по теории электрических цепей / под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева. – СПб.: Питер, 2008.
3. Сборник задач по основам теоретической электротехники: учеб. пособие / под ред. Ю. А. Бычкова, В. М. Золотницкого, Э. П. Чернышева, А. Н. Белянина, Е. Б. Соловьевой. – СПб.: Лань, 2011.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980.
5. Бычков Ю. А. Аналитически-численный расчет динамики нелинейных систем. Детерминированные кусочно-степенные модели с сосредоточенными параметрами. Переходные и периодические режимы. Анализ, синтез, оптимизация / ГЭТУ.– СПб., 1997.

Содержание

Список сокращений	3
Общие требования	4
Тема 1. Исследование характеристик линейных электрических цепей	5
Тема 2. Исследование искажений сигналов на выходе фильтра нижних частот	20
Тема 3. Исследование линейной цепи в переходных и установившемся периодическом режимах	44
Тема 4. Анализ линейной цепи	62
Тема 5. Исследование прохождения сигналов через линейную активную электрическую цепь	83
Тема 6. Определение характеристик линейных цифровых фильтров	96
Список литературы	107

Барков Анатолий Павлович
Бычков Юрий Александрович
Дегтярев Сергей Андреевич
Завьялов Андрей Евгеньевич
Золотницкий Владимир Михайлович
Зубарев Александр Владимирович
Иншаков Юрий Михайлович
Морозов Дмитрий Александрович
Панкин Валерий Васильевич
Портной Марк Саулович
Соклакова Марина Вячеславовна
Соколов Валентин Николаевич
Соловьева Елена Борисовна
Чернышев Эдуард Павлович

Курсовое проектирование по теоретической электротехнике
Часть I
Учебное пособие

Редактор Э. К. Долгатов

Подписано в печать 10.11.17. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman». Печ. л. 6,75.
Тираж 743 экз. Заказ 145.

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5