

Федеральное агентство по образованию

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»

АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПЕЙ

Методические указания

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2008

УДК 621.3

Анализ линейной и нелинейной цепей: Методические указания / Сост.: Ю. А. Бычков, А. А. Голубев, Д. А. Морозов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008. 28 с.

Содержат рекомендации по выполнению курсовой работы, посвященной анализу линейной активной и нелинейной пассивной цепей с использованием различных методов.

Предназначены для подготовки бакалавров и дипломированных специалистов всех направлений II курса ФКТИ дневной формы обучения по дисциплине «Теоретическая электротехника».

Утверждено
редакционно-издательским советом университета
в качестве методических указаний

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Курсовая работа посвящена анализу линейной активной и нелинейной пассивной цепей. Требуется исследовать реакции цепей при различных воздействиях. Индивидуальное задание студент выполняет в соответствии со своим номером в списке группы.

При выполнении курсовой работы студент использует современные методы анализа линейных и нелинейных цепей.

ЦЕЛЬ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы является практическое освоение современных методов количественного и качественного анализа линейных и нелинейных электрических цепей.

В курсовой работе использован следующий материал курса теоретических основ электротехники: методы расчета сложных цепей, классический и операторный методы анализа линейных цепей, аналитически-численный метод анализа нелинейных цепей.

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Проанализировать следует одну из цепей, схемы которых заданы тройками чисел в соответствии с номером варианта задания (табл. 1). Первое число в заданных тройках чисел является порядковым номером элемента, два других – номерами узлов (в том числе устранимых), к которым подключен этот элемент. Для источников напряжения (ИН) узлы отсчитывают от «+» к «-», а для источников тока (ИТ) – по направлению тока. После тройки чисел приведены условное буквенное обозначение соответствующего параметра и его числовое значение в вольтах, амперах, омах, фарадах, генри и секундах.

Отсчет узлов в ветви, ток которой или напряжение на которой определяют параметры управляемого источника, соответствует отсчету узлов независимого источника тока или источника напряжения. К входу электрической цепи подключен источник напряжения $u_1(t)$ либо источник тока $i_1(t)$. Реакцией цепи является напряжение на нагрузке $u_H(t)$ для схем с источником напряжения $u_1(t)$ или ток нагрузки $i_H(t)$ для схем с источником тока $i_1(t)$.

Таблица 1

Вариант	Описание цепи и сигнала
1	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 5$; 215 – $R_2 = 4 \cdot 10^3$; 323 – $C_3 = 1 \cdot 10^{-6}$; 423 – $R_4 = 2 \cdot 10^3$; 534 – $L_5 = 4$; 645 – $R_H = 4 \cdot 10^3$; 721 – ИНУН $u_7 = k_{y.и} u_C$; 845 – $R_8 = 4 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, з; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2,25$
2	114 – ИН u_1 ; $U_m = 4$; 212 – $R_2 = 10^3$; 323 – $L_3 = 0,25$; 434 – $R_4 = 2 \cdot 10^3$; 534 – $C_5 = 0,25 \cdot 10^{-6}$; 643 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_H$; 724 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2$
3	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 2$; 214 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$; 312 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$; 412 – ИТУТ $i_4 = k_{y.и} i_2$; 512 – $C_5 = 10^{-6}$; 623 – $L_6 = 2$; 734 – $R_7 = 4 \cdot 10^3$; 834 – $R_H = 4 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, в; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 5$
4	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 6$; 214 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$; 313 – $L_3 = 0,5$; 412 – $R_4 = 2,5 \cdot 10^3$; 532 – ИНУН $u_5 = k_{y.и} u_H$; 634 – $C_6 = 0,8 \cdot 10^{-6}$; 734 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2$
5	115 – ИН u_1 ; $U_m = 2$; 212 – $R_2 = 4 \cdot 10^3$; 323 – $R_3 = 6 \cdot 10^3$; 434 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$; 545 – $L_5 = 3,2$; 645 – $C_6 = 0,125 \cdot 10^{-6}$; 725 – $R_H = 4 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 8 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 12 \cdot 10^3$
6	112 – ИН u_1 ; $U_m = 6$; 213 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$; 334 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$; 435 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_C$; 542 – $C_5 = 0,1 \cdot 10^{-6}$; 656 – $L_6 = 4$; 726 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 18 \cdot 10^3$
7	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 8$; 215 – $R_2 = 10^3$; 312 – $R_3 = 10^3$; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_L$; 534 – $L_5 = 0,625$; 645 – $C_6 = 0,5 \cdot 10^{-6}$; 735 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 2,5 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 4 \cdot 10^3$
8	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 10$; 215 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$; 312 – ИНУТ $u_3 = k_{y.и} i_H$; 423 – $R_4 = 10^3$; 535 – $C_5 = 0,2 \cdot 10^{-6}$; 624 – $L_6 = 1$; 745 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2 \cdot 10^3$
9	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 5$; 214 – $R_2 = 10^3$; 312 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$; 432 – ИНУН $u_4 = k_{y.и} u_C$; 545 – $L_5 = 1/4$; 613 – $C_6 = (1/16) \cdot 10^{-6}$; 735 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2$

Вариант	Описание цепи и сигнала
10	114 – ИН u_1 ; $U_m = 8$; 212 – $R_2 = 8 \cdot 10^3$; 323 – $R_3 = 8 \cdot 10^3$; 424 – ИТУТ $i_4 = k_{y.и} i_3$; 523 – $C_5 = 0,5 \cdot 10^{-6}$; 623 – $L_6 = 4$; 734 – $R_7 = 4 \cdot 10^3$; 834 – $R_H = 4 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 8 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 4$
11	116 – ИН u_1 ; $U_m = 10$; 212 – $R_2 = 0,5 \cdot 10^3$; 323 – $L_3 = 4/3$; 434 – $R_4 = 10^3$; 545 – $C_5 = (4/9) \cdot 10^{-6}$; 656 – ИНУТ $u_6 = k_{y.и} i_L$; 736 – $R_H = 0,5 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, з; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $T = 2\tau_H$; $k_{y.и} = 2500$
12	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 2$; 215 – $R_2 = 500$; 312 – $R_3 = 250$; 423 – $L_4 = 0,25$; 543 – ИНУТ $u_5 = k_{y.и} i_C$; 614 – $C_6 = 10^{-6}$; 745 – $R_7 = 10^3$; 845 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 2,5 \cdot 10^3$
13	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 6$; 214 – $R_2 = 1,5 \cdot 10^3$; 313 – $R_3 = 3 \cdot 10^3$; 432 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$; 512 – $L_5 = 3,6$; 613 – $C_6 = 0,4 \cdot 10^{-6}$; 734 – $R_7 = 3 \cdot 10^3$; 834 – $R_H = 3 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, д; $\tau_H = 6 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 1,44 \cdot 10^3$
14	151 – ИТ i_1 ; $I_m = 8$; 215 – $R_2 = 3 \cdot 10^3$; 313 – $R_3 = 4 \cdot 10^3$; 434 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$; 512 – $L_5 = 1,2$; 624 – $C_6 = 1,25 \cdot 10^{-6}$; 745 – $R_7 = 2 \cdot 10^3$; 845 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 3 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 1,6 \cdot 10^4$
15	112 – ИН u_1 ; $U_m = 5$; 213 – $R_2 = 10^3$; 334 – $C_3 = 0,05 \cdot 10^{-6}$; 445 – $L_4 = 0,2$; 542 – $R_5 = 2 \cdot 10^3$; 625 – ИНУН $u_6 = k_{y.и} u_C$; 732 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 0,85$
16	114 – ИН u_1 ; $U_m = 8$; 212 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$; 323 – $R_3 = 10^3$; 432 – ИТУТ $i_4 = k_{y.и} i_L$; 534 – $L_5 = 0,16$; 634 – $C_6 = 0,03 \cdot 10^{-6}$; 724 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 8 \cdot 10^{-3}$; $T = 2\tau_H$; $k_{y.и} = 2$
17	131 – ИТ i_1 ; $I_m = 2$; 213 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$; 312 – $R_3 = 1,25 \cdot 10^3$; 423 – $L_4 = 4/3$; 523 – $C_5 = 0,04 \cdot 10^{-6}$; 623 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$; 713 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 0,5$

Вариант	Описание цепи и сигнала
18	131 – ИТ i_1 ; $I_m = 6$; 213 – $R_2 = 3 \cdot 10^3$; 314 – $L_3 = 2$; 442 – $C_4 = 0,1 \cdot 10^{-6}$; 552 – ИНУН $u_5 = k_{y.и} u_2$; 653 – $R_6 = 2 \cdot 10^3$; 712 – $R_7 = 2 \cdot 10^3$; 823 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, в; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 5,33$
19	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 4$; 213 – $L_2 = 0,25$; 334 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$; 412 – $R_4 = 8 \cdot 10^3$; 512 – ИТУН $i_5 = k_{y.и} u_L$; 624 – $C_6 = 0,25 \cdot 10^{-6}$; 724 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, г; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 0,5 \cdot 10^{-3}$
20	115 – ИН u_1 ; $U_m = 5$; 212 – $R_2 = 2 \cdot 10^3$; 324 – $R_3 = 2 \cdot 10^3$; 445 – $C_4 = 0,05 \cdot 10^{-6}$; 532 – ИНУТ $u_5 = k_{y.и} i_2$; 636 – $L_6 = 0,2$; 765 – $R_7 = 10^3$; 835 – $R_H = 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 6 \cdot 10^{-3}$; $T = 2\tau_H$; $k_{y.и} = 2,2 \cdot 10^3$
21	114 – ИН u_1 ; $U_m = 2$; 212 – $R_2 = 8 \cdot 10^3$; 323 – $R_3 = 8 \cdot 10^3$; 423 – $L_4 = 4$; 524 – $C_5 = 0,5 \cdot 10^{-6}$; 624 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$; 734 – $R_H = 2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, е; $\tau_H = 2 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 5$
22	115 – ИН u_1 ; $U_m = 6$; 212 – $R_2 = 4,8 \cdot 10^3$; 324 – $L_3 = 0,36$; 445 – $C_4 = 0,025 \cdot 10^{-6}$; 523 – ИТУТ $i_5 = k_{y.и} i_L$; 623 – $R_6 = 3,6 \cdot 10^3$; 735 – $R_H = 1,2 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 6$
23	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 4$; 214 – $R_2 = 100$; 313 – $C_3 = 10^{-6}$; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$; 512 – $L_5 = 0,036$; 624 – $R_6 = 300$; 724 – $R_H = 600$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 8 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 810$
24	116 – ИН u_1 ; $U_m = 3$; 212 – $L_2 = 0,25$; 323 – $R_3 = 500$; 434 – $R_4 = 125$; 546 – ИНУТ – $u_5 = k_{y.и} i_C$; 635 – $C_6 = 0,5 \cdot 10^{-6}$; 756 – $R_H = 500$; воздействие – рис. 1, г; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 250$
25	131 – ИТ i_1 ; $I_m = 8$; 213 – $R_2 = 2,5 \cdot 10^3$; 312 – $R_3 = 1,25 \cdot 10^3$; 423 – $L_4 = 4/3$; 523 – $C_5 = 0,04 \cdot 10^{-6}$; 623 – ИТУТ $i_6 = k_{y.и} i_3$; 713 – $R_H = 2,5 \cdot 10^3$; воздействие – рис. 1, а; $\tau_H = 4 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 0,5$
26	141 – ИТ i_1 ; $I_m = 4$; 214 – $R_2 = 100$; 313 – $L_3 = 0,036$; 423 – ИНУТ $u_4 = k_{y.и} i_H$; 512 – $C_5 = 10^{-6}$; 624 – $R_6 = 300$; 724 – $R_H = 600$; воздействие – рис. 1, б; $\tau_H = 8 \cdot 10^{-3}$; $k_{y.и} = 810$

Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации

Дано: в момент времени $t = 0$ в цепи замыкается ключ К, соединенный последовательно с элементом R_n . На входе цепи действует источник напряжения $u_1(t) = U_m$ или тока $i_1(t) = I_m$, предначальные условия ненулевые.

Требуется:

1. Составить уравнения состояния цепи при $t > 0$.
2. Найти точные аналитические решения уравнений состояния и решение для реакции цепи при $k_{y.н} = 0$ и $k_{y.н} \neq 0$.
3. Построить графики реакции цепи.

Дано: ключ К, соединенный последовательно с элементом R_n , замкнут. На входе цепи действует источник напряжения $u_1(t)$ или тока $i_1(t)$, предначальные условия нулевые. Источник вырабатывает сигнал $\delta_1(t)$ или $\delta_0(t)$.

Требуется:

1. Определить переходную $h_1(t)$ и импульсную $h_0(t)$ характеристики цепи при $k_{y.н} = 0$ и $k_{y.н} \neq 0$.
2. Построить графики переходных и импульсных характеристик при $k_{y.н} = 0$ и $k_{y.н} \neq 0$, совместив их попарно.

Привести расчет трех характерных точек для каждой построенной кривой, помимо точек с абсциссами $t = 0+$ и $t \rightarrow \infty$.

Анализ линейной цепи операторным методом при апериодическом воздействии

Дано: в момент времени $t = 0$ источник напряжения $f_1(t) = u_1(t)$ или тока $f_1(t) = i_1(t)$ подает одиночный импульс напряжения или тока. Форма импульса показана на рис. 1, а – е ($A_m = U_m$ или $A_m = I_m$). Ключ К замкнут, предначальные условия нулевые.

Требуется:

1. Определить функцию передачи $H_U(p)$ по току для схем с ИТ или напряжению $H_U(p)$ для схем с ИН при $k_{y.н} = 0$ и $k_{y.н} \neq 0$.
2. Найти нули и полюсы функции передачи и нанести их на комплексную плоскость.
3. Определить изображение по Лапласу воздействия в виде одиночного импульса напряжения $u_1(t)$ или тока $i_1(t)$.

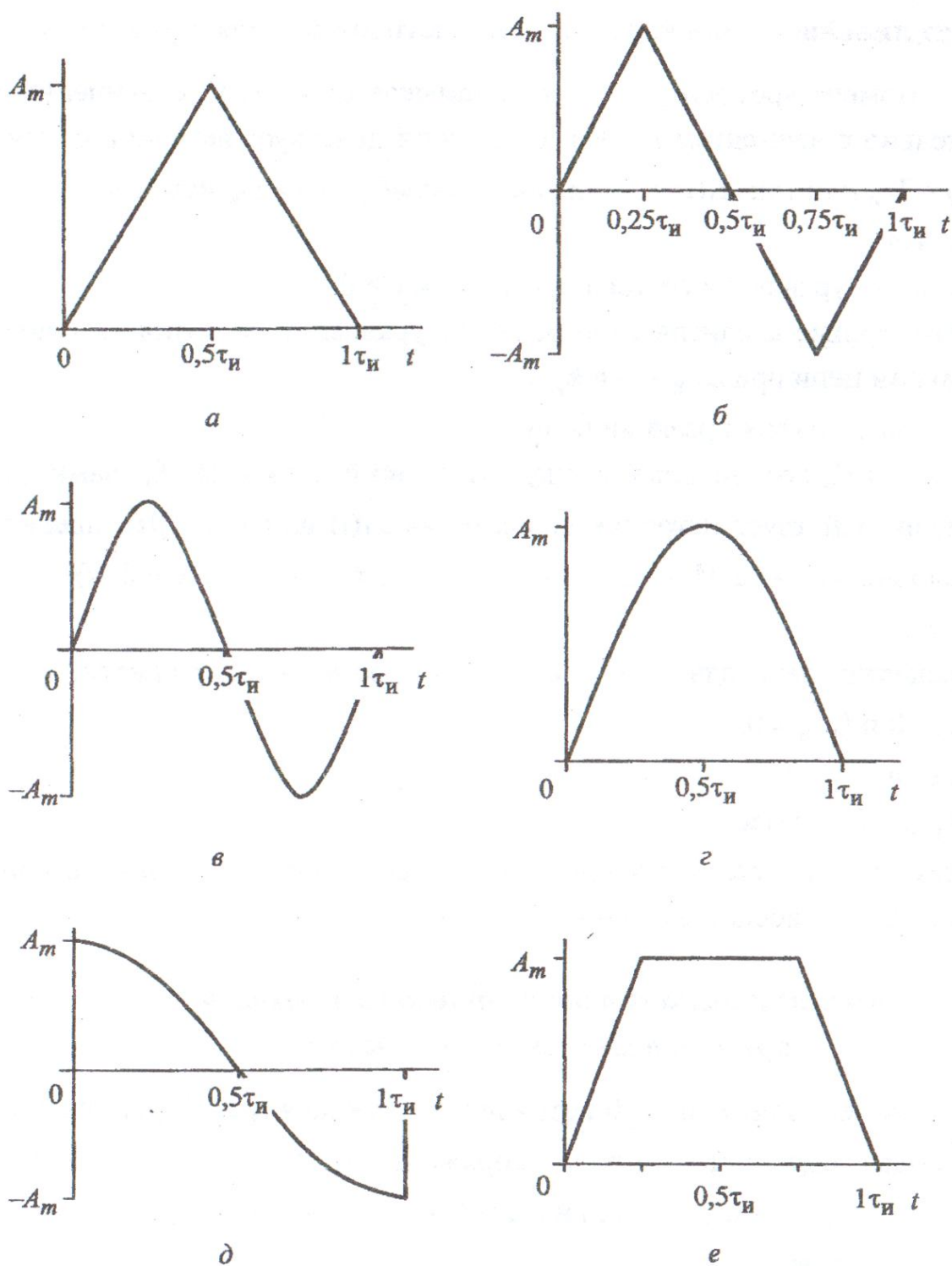


Рис. 1

4. Определить напряжение $u_H(t)$ или ток $i_H(t)$ на выходе цепи, используя $H_U(p)$ или $H_I(p)$ соответственно.

5. Построить совместно графики входного импульсного сигнала $u_1(t)$ или тока $i_1(t)$ и реакции цепи $u_H(t)$ или тока $i_H(t)$.

Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом

Дано: в исходной цепи один из R -элементов заменен нелинейным элементом (НЭ), заданным своей вольт-амперной (ампер-вольтовой) характеристикой. Нелинейные элементы и их вольт-амперные (ампер-вольтовые) характеристики заданы в табл. 2. На входе цепи действует источник напряжения $u_1(t) = U_m \delta_1(t)$ или тока $i_1(t) = I_m \delta_1(t)$.

Таблица 2

Вариант	Нелинейный R -элемент	Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента	Вариант	Нелинейный R -элемент	Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента
1	R_4	$u_{НЭ} = 4 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$	14	R_3	$u_{НЭ} = 4/3 \cdot 10^4 i_{НЭ}^2$
2	R_4	$u_{НЭ} = 1,92 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$	15	R_2	$i_{НЭ} = 1,25 \cdot 10^{-3} u_{НЭ}^2$
3	R_3	$u_{НЭ} = 6 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$	16	R_3	$u_{НЭ} = 8 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$
4	R_4	$i_{НЭ} = 0,32 \cdot 10^{-6} u_{НЭ}^2$	17	R_3	$u_{НЭ} = 7,5 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$
5	R_3	$u_{НЭ} = 9,6 \cdot 10^7 i_{НЭ}^2$	18	R_7	$i_{НЭ} = 0,5 \cdot 10^{-6} u_{НЭ}^2$
6	R_3	$u_{НЭ} = 8 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$	19	R_4	$i_{НЭ} = 0,75 \cdot 10^{-6} u_{НЭ}^2$
7	R_3	$u_{НЭ} = 1,6 \cdot 10^4 i_{НЭ}^2$	20	R_3	$i_{НЭ} = 4 \cdot 10^{-3} u_{НЭ}^2$
8	R_4	$u_{НЭ} = 1,5 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$	21	R_3	$i_{НЭ} = 10^{-3} u_{НЭ}^2$
9	R_3	$u_{НЭ} = 8 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$	22	R_6	$u_{НЭ} = 5,76 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$
10	R_3	$i_{НЭ} = 4,5 \cdot 10^{-3} u_{НЭ}^2$	23	R_6	$u_{НЭ} = 1,8 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$
11	R_H	$u_{НЭ} = 10^5 i_{НЭ}^2$	24	R_4	$u_{НЭ} = 3 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$
12	R_3	$i_{НЭ} = 40/9 \cdot 10^{-6} u_{НЭ}^2$	25	R_4	$u_{НЭ} = 0,5 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$
13	R_H	$u_{НЭ} = 0,75 \cdot 10^3 i_{НЭ}^2$	26	R_4	$u_{НЭ} = 0,5 \cdot 10^6 i_{НЭ}^2$

Требуется:

1. Составить уравнения состояния цепи для $t > 0$ при $k_{y.н} = 0$.

2. Найти решения уравнений состояния аналитически-численным методом с заданной локальной точностью и рассчитать выходной сигнал. Значения локальной точности приведены в табл. 3.

Таблица 3

Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность	Вариант	Локальная точность
1	$1,2 \cdot 10^{-3}$	10	$0,4 \cdot 10^{-2}$	19	$0,8 \cdot 10^{-2}$
2	$2,4 \cdot 10^{-3}$	11	$1,5 \cdot 10^{-3}$	20	$2,4 \cdot 10^{-3}$
3	$3,6 \cdot 10^{-3}$	12	$2,4 \cdot 10^{-3}$	21	$1,2 \cdot 10^{-3}$
4	$0,8 \cdot 10^{-2}$	13	$0,8 \cdot 10^{-3}$	22	$0,75 \cdot 10^{-2}$
5	$1,5 \cdot 10^{-3}$	14	$0,4 \cdot 10^{-2}$	23	$0,8 \cdot 10^{-3}$
6	$2,4 \cdot 10^{-3}$	15	$0,75 \cdot 10^{-2}$	24	$1,5 \cdot 10^{-2}$
7	$1,2 \cdot 10^{-3}$	16	$1,5 \cdot 10^{-3}$	25	$0,75 \cdot 10^{-3}$
8	$3,6 \cdot 10^{-3}$	17	$3,6 \cdot 10^{-3}$	26	$0,8 \cdot 10^{-2}$
9	$0,75 \cdot 10^{-2}$	18	$1,2 \cdot 10^{-3}$		

3. Построить на одном графике соответствующие реакции линейной и нелинейной цепей и сделать выводы о характере происшедших в схеме изменений.

НОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ПЕРЕМЕННЫХ ЦЕПИ

Порядок значений, характеризующих параметры элементов электрической цепи в задании курсового расчета, колеблется от 10^{-6} (для емкостей) до 10^3 (для резисторов). Значения токов и напряжений также могут различаться на несколько порядков. В большом диапазоне могут изменяться временные интервалы, характеризующие переходные процессы в цепи.

При выполнении расчетов целесообразно выполнять обобщенный анализ процессов в цепях и оперировать величинами одного порядка, близкими к единице. С этой целью широко используют нормирование параметров цепей и сигналов [1, с. 212], при котором переходят к безразмерным величинам параметров и переменных. Нормирование состоит в том, что выбирают некоторые базисные значения напряжения U_6 , тока I_6 , сопротивления R_6 , индуктивности L_6 , емкости C_6 , времени t_6 и определяют безразмерные (нормированные) величины:

$$U_* = \frac{U}{U_6}; \quad i_* = \frac{i}{I_6}; \quad R_* = \frac{R}{R_6}; \quad L_* = \frac{L}{L_6}; \quad C_* = \frac{C}{C_6}; \quad t_* = \frac{t}{t_6}.$$

Из шести базисных величин независимыми являются только три.

В курсовой работе независимо могут быть нормированы время, сопротивление, а также уровень воздействия и реакции. При масштабировании времени t нормирование осуществляется по формулам [1, с. 212]

$$t_* = \frac{t}{t_6},$$

причем базисное значение времени t_6 целесообразно выбирать, исходя из значения длительности входного сигнала τ_n . Обычно выбирают $t_6 = \tau_n/k$, где k – целое число.

Параметры сопротивлений, индуктивностей и емкостей нормируют следующим образом:

$$R_* = \frac{R}{R_6}; \quad L_* = \frac{L}{t_6 R_6}; \quad C_* = C \frac{R_6}{t_6},$$

откуда $L_6 = t_6 R_6$, $C_6 = t_6 / R_6$, а в качестве базисного сопротивления R_6 обычно выбирают сопротивление нагрузки R_n . При нормировании уровней напряжений и токов в качестве базиса (масштаба) обычно выбирают максимальное значение воздействия.

Следует отметить, что результаты анализа процессов в цепи в нормированных величинах легко пересчитываются к конкретным значениям параметров. Для этого достаточно умножить нормированные величины на их базисные значения, т. е. произвести денормирование.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Оформление курсовой работы должно соответствовать требованиям ЕСКД. Пояснительная записка должна быть аккуратно оформлена на бумаге стандартного формата А4 (210 × 297 мм), снабжена титульным листом и сшита.

В начале каждого пункта расчета должно быть записано соответствующее задание. Все расчеты должны сопровождаться краткими и ясными комментариями.

Выкладки должны быть достаточно подробными, числовые значения необходимо подставлять на место только тех символов, которые они заменяют. Промежуточные цифровые преобразования можно опустить, однотипные расчеты следует свести в таблицы.

Схемы и графики должны быть вычерчены на миллиметровой бумаге карандашом, надписаны и вклеены в том месте, где в тексте дана ссылка на них. Можно привести машинные распечатки. На осях графиков должны быть указаны откладываемые величины и их единицы.

Курсовые работы, оформленные с нарушением данных требований, к защите не допускаются.

ЗАЩИТА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Студент допускается к защите после предъявления полностью оформленной курсовой работы. Защита происходит в виде индивидуального собеседования преподавателя со студентом.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ

Построение схемы по тройкам чисел. При построении схемы следует наметить узлы, а затем соединить их соответствующими ветвями (элементами); возможно, потребуется перечертить схему, для того чтобы устранить пересечение ветвей. Все схемы в задании на расчет планарные. Необходимо обратить внимание на полярность напряжения источников напряжения и направление тока источников тока; элементы, включенные параллельно, следует размещать рядом. Обязательно источник входного сигнала размещать слева, а R_H – справа, в качестве последнего элемента цепи. Рядом с управляемым источником необходимо привести числовое значение коэффициента $k_{y.и}$ и управляющий параметр, а также указать этот параметр (ток или напряжение) на схеме.

Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации

Формирование уравнений состояния. В качестве переменных состояния выбирают напряжения C -элементов u_C и токи L -элементов i_L . В цепи при $t < 0$ необходимо определить предначальные значения $u_C(0-)$ и $i_L(0-)$, заменив эти элементы соответствующими схемами замещения. Для формирова-

ния системы уравнений переменных состояния необходимо заменить C -элементы источниками напряжения с напряжением $u = u_C$, а L -элементы – источниками тока с током $i = i_L$ и в полученной схеме выразить токи i_C и напряжение u_L через напряжение u_C , ток i_L , значение входного источника и параметры управляемого источника. Необходимо помнить, что источниками напряжения $u = u_C$ и тока $i = i_L$ замещаются пассивные элементы цепи, поэтому напряжение и ток этих источников согласованы, а у управляемого источника – не согласованы. В результате расчета должна быть получена система уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} i_C &= a_{1C}u_C + a_{1L}i_L + b_{1C}[u_1(t); i_1(t)]; \\ u_L &= a_{2C}u_C + a_{2L}i_L + b_{2L}[u_1(t); i_1(t)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Используя вольт-амперные характеристики элементов $u_L = Li'_L$ и $u_C = Cu'_C$, нужно преобразовать систему (1) к следующему виду:

$$\begin{aligned} u'_C &= a_{11}u_C + a_{12}i_L + b_1[u_1(t); i_1(t)]; \\ i'_L &= a_{21}u_C + a_{22}i_L + b_2[u_1(t); i_1(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

или привести ее в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u'_C \\ i'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} [u_1(t); i_1(t)]. \quad (3)$$

Необходимо помнить, что порядок следования уравнений в системах (1)–(3) и переменных в уравнениях системы должен быть строго согласован.

Решение уравнений состояния. Решение системы (3) находят в виде суммы свободной и вынужденных составляющих:

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_{C\text{вын}} + u_{C\text{св}}; \\ i_L(t) &= i_{L\text{вын}} + i_{L\text{св}}. \end{aligned}$$

Для определения вида свободной составляющей решений необходимо составить характеристическое уравнение и найти его корни. Характеристический полином определяется с помощью матрицы A , которую необходимо выделить из системы (3). В результате получим:

$$\det[[A] - \lambda[I]] = \det \left[\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right].$$

Отсюда получаем характеристическое уравнение

$$\det[[A] - \lambda[I]] = \lambda^2 + d\lambda + c = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) может иметь четыре вида корней:

- 1) вещественные различные $\lambda_1 = -\alpha$, $\lambda_2 = -\beta$ – аperiodический процесс;
- 2) вещественные кратные $\lambda_1 = \lambda_2 = -\alpha$ – критический процесс;
- 3) комплексно-сопряженные $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ – колебательный процесс;
- 4) мнимые $\lambda_{1,2} = \pm j\omega$ – незатухающие колебания.

Для устойчивых цепей корни характеристического уравнения располагаются в левой части плоскости комплексных чисел, в крайнем случае – на оси мнимых чисел, причем они не кратные. Вид свободной составляющей в случае:

- а) аperiodического процесса – $x_{св}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\beta t}$;
- б) критического процесса – $x_{св}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t}$;
- в) колебательного процесса – $x_{св}(t) = A_1 e^{-\alpha t} \cos \omega t + A_2 e^{-\alpha t} \sin \omega t$.

Для определения вынужденной составляющей решения при постоянном воздействии необходимо в системе (3) приравнять к нулю производные и решить полученную систему относительно $u_{C\text{вын}} = \text{const}$ и $i_{L\text{вын}} = \text{const}$:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{C\text{вын}} \\ i_{L\text{вын}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t); i_1(t) \end{bmatrix}.$$

Для определения постоянных интегрирования A_1 , A_2 свободной составляющей решения необходимо составить систему из двух уравнений. Первое уравнение – это само решение при $t = 0$, второе – его первая производная при $t = 0$:

$$u_C(0+) = (u_{C\text{вын}} + u_{C\text{св}})|_{t=0};$$

$$u'_C(0+) = (u_{C\text{вын}} + u_{C\text{св}})'|_{t=0}.$$

Значение $u_C(0+)$ определяется по предначальным условиям, а $u'_C(0+)$ – из системы (3), при этом используются начальные значения переменных состояния:

$$\begin{bmatrix} u'_C(0+) \\ i'_L(0+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C(0+) \\ i_L(0+) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(0+); i_1(0+) \end{bmatrix}.$$

Реакция цепи определяется по уравнению связи на основании полученных решений для $u_C(t)$ и $i_L(t)$.

Определение переходной $h_1(t)$ и импульсной $h_0(t)$ характеристик цепи. При определении переходной характеристики цепи входное воздействие $f_1(t) = \delta_1(t)$. Предначальные условия нулевые: $u_C(0-) = 0$, $i_L(0-) = 0$. Переходная характеристика численно равна реакции цепи, определенной при нулевых предначальных условиях и единственном источнике воздействия в виде единичной ступенчатой функции $\delta_1(t)$. Реакция цепи рассчитывается по уже полученным уравнениям состояния, отличие состоит в том, что входное воздействие единичное, а начальные условия нулевые. При определении импульсной характеристики цепи $h_0(t)$ необходимо помнить, что она является обобщенной первой производной от переходной характеристики, поэтому $h_0(t) = h_1(0+) \delta_0(t) + h_1'(t) \delta_1(t)$.

Анализ линейной цепи операторным методом при аperiodическом воздействии

Определение функции передачи цепи, ее нулей и полюсов. При определении функции передачи цепи необходимо составить операторную схему замещения цепи при нулевых предначальных условиях. Отношение выходной реакции цепи к входному воздействию не зависит от абсолютных значений этих параметров, поэтому для расчета можно использовать, например, метод пропорциональных величин. Функция передачи цепи является отношением двух полиномов, при этом в рассматриваемых цепях полином знаменателя — второго порядка, а полином числителя не выше второго порядка. Корни полинома знаменателя — полюсы функции передачи — совпадают с корнями характеристического уравнения. Корни полинома числителя — нули функции передачи.

Определение изображения по Лапласу входного одиночного импульса и выходной реакции цепи. При выполнении этого пункта расчета следует найти описание входного одиночного импульса во временной области, а затем выполнить преобразование Лапласа полученного выражения. Для определения реакции цепи на одиночный импульс используют известное соотношение

$$F_2(p) = F_1(p)H(p),$$

где $F_1(p)$, $F_2(p)$ – изображение входного воздействия и реакции цепи соответственно; $H(p)$ – функция передачи цепи, равная $H_f(p)$ или $H_u(p)$. Для определения оригинала $f_2(t) = L^{-1}[F_2(p)]$ следует разложить $F_2(p)$ на простые дроби и определить коэффициенты разложения методом вычетов или неопределенных коэффициентов.

Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом

К цепи при замкнутом ключе К и исключенном управляемом источнике ($k_{у.и} = 0$, вместо ИНУН – короткое замыкание, вместо ИТУТ – разрыв) применяется процедура анализа динамики нелинейных цепей аналитически-численным методом [2].

Рассмотрим процедуру на следующем примере. Схема цепи изображена на рис. 2. Параметры цепи после нормировки: $u(t) = 5\delta_1(t)$; $R_2 = 4$; $L_5 = 0,2$; $C_6 = 0,2$; $R_n = 1$. Нелинейный элемент R_4 задан вольт-амперной характеристикой $u_4 = 7,68 i_4^2$. Необходимо построить область, содержащую неизвестные точные решения уравнений состояния $u_C(t)$ и $i_L(t)$, а также, используя уравнения связи, построить решение $u_n(t)$.

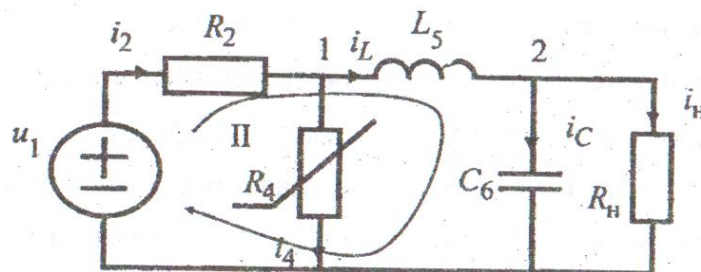


Рис. 2

Процедура анализа динамики нелинейной цепи аналитически-численным методом.

1. Выбираем модель, которой замещается анализируемая цепь. Цепь содержит два реактивных элемента – C и L с линейными вольт-амперными характеристиками. Нелинейная вольт-амперная характеристика резистора R_4 задана аналитически, поэтому цепь можно заместить нелинейной моделью с выделенной линейной частью.

2. Выбираем соответствующие модели функций, аппроксимирующие нелинейные характеристики элементов цепи. Нелинейная вольт-амперная ха-

рактеристика резистора R_4 , заданная аналитически, $u_4 = 7,68 i_4^2$, что соответствует нелинейной модели с выделенной линейной частью.

3. Описываем динамику составленной модели уравнением

$$A(D)x(t) = G(D)f(t) + H(x, f, t), \quad (5)$$

где D – оператор обобщенного дифференцирования по t ; D^{-1} – оператор интегрирования до t , нижний предел которого есть предначальный момент времени в каждом интервале интегрирования; $A(D)$ – квадратная матрица порядка L_x с полиномиальными элементами $a_{lk}(D)$; $G(D)$ – матрица размером $L_x \times L_f$ с полиномиальными элементами $g_{lk}(D)$; $x(t)$ и $f(t)$ – матрицы-столбцы координат и приложенных к модели воздействий; $H(x, f, t)$ – матрица-столбец со строками в виде сумм, каждый член которых в общем случае представляет произведение времени, нестационарных коэффициентов и интегралов до t любой кратности.

В качестве вектора $x(t)$ выбираем вектор переменных состояния $x(t) = [u_C(t) i_L(t)]^t$, при этом $L_x = 2$, $L_f = 1$. Опишем динамику модели уравнением (5).

Запишем уравнение Кирхгофа для 2-го узла цепи (см. рис. 2): $i_L - i_C - i_H = 0$. Выразим из этого уравнения переменную i_C : $i_C = i_L - i_H$.

Поскольку C -элемент включен параллельно R_H , то очевидно, что $i_H = u_C / R_H$. Заменяя i_C на $C(du_C/dt)$ и деля правую и левую части получившегося равенства на C , получим первое уравнение состояния для исследуемой цепи:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{u_C}{R_H C}.$$

После подстановки численных значений R_H и C получим:

$$\frac{du_C}{dt} = 5i_L - 5u_C.$$

Записав уравнение Кирхгофа для контура $R_4 L_5 C_6$, получим выражение $-u_4 + u_L + u_C = 0$, откуда $u_L = u_4 - u_C$ или с учетом вольт-амперной характеристики нелинейного элемента $u_L = 7,68 i_4^2 - u_C$.

Из уравнения Кирхгофа для 1-го узла цепи следует, что $i_4 = i_2 - i_L$, а из уравнения Кирхгофа для контура II следует, что

$$i_2 = \frac{u_1 - u_L - u_C}{R_2},$$

тогда

$$i_4 = \frac{u_1 - u_L - u_C}{R_2} - i_L.$$

После подстановки значения i_4 в выражение для u_L и некоторых преобразований получим квадратное уравнение относительно u_L :

$$\frac{7,68}{R_2^2} u_L^2 - \left(\frac{15,36}{R_2^2} (u_1 - u_C - R_2 i_L) + 1 \right) u_L + \frac{7,68}{R_2^2} (u_1 - u_C - R_2 i_L)^2 - u_C = 0.$$

После подстановки численных значений параметров получим уравнение

$$u_L^2 - (12,08 - 2u_C - 8i_L) u_L + 25 + u_C^2 + 16i_L^2 - 12,08u_C - 40i_L + 8u_C i_L = 0,$$

из которого следует $u_L = 6,04 - u_C - 4i_L \pm \sqrt{11,5 - 8,33i_L}$.

Выражение для u_L должно быть справедливо при всех $t > 0$, в том числе при $t = \infty$. Из анализа установившегося режима следует, что в данном случае нужно принять знак «минус» перед радикалом, т. е. $u_L = 6,04 - u_C - 4i_L - \sqrt{11,5 - 8,33i_L}$. Из последнего выражения следует второе уравнение состояния для нелинейной цепи: $\frac{di_L}{dt} = 30,2 - 5u_C - 20i_L - 5\sqrt{11,5 - 8,33i_L}$.

Система уравнений состояния (5) для нелинейной цепи в матричном виде

$$\begin{bmatrix} D+5 & -5 \\ 5 & D+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5\sqrt{11,5 - 8,33i_L} \end{bmatrix}.$$

Уравнение связи $u_H(t) = u_C(t)$.

4. Описываем искомые точные решения системы уравнений (5). В курсовой работе рассматриваются пассивные нелинейные цепи, не содержащие сингулярных составляющих в уравнениях переменных состояния, поэтому искомые точные составляющие решений представлены только их регулярными составляющими:

$$u_C(t) = u_C^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{C,i} t^i / i!; \quad i_L(t) = i_L^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{L,i} t^i / i!,$$

где R_{lj} – коэффициенты ряда Тейлора с центром разложения в точке с абсциссой $t = 0^+$, $l = L, C$.

5. Используя формулу возведения ряда в степень, переставляем уравнение (5) к виду

$$A(D)x(t) = G(D)f(t) + T(t). \quad (6)$$

Для определения коэффициентов полинома Тейлора, возведенного в степень m , входящего в правую часть уравнения, следует использовать формулу

$$[x(t)]^m = \left[\sum_{i=0}^{\infty} C_i t^i / i! \right]^m = \sum_{i=0}^{\infty} d_i t^i / i!,$$

где

$$d_0 = C_0^m; \quad d_n = \frac{(n-1)!}{C_0} \sum_{k=1}^n \frac{[k(m+1) - n] C_k d_{n-k}}{k!(n-k)!}.$$

Будем искать решения системы уравнений переменных состояния в виде отрезка рядов Тейлора, ограниченного пятью членами: $u_C(t) = \sum_{i=0}^4 R_{C,i} t^i / i!$,

$i_L(t) = \sum_{i=0}^4 R_{L,i} t^i / i!$. Заменяем подкоренное выражение отрезком ряда Тейлора,

содержащим 5 членов и имеющим вид $\sum_{i=0}^4 \frac{K_{L,i} t^i}{i!}$. В этом случае коэффициенты $K_{L,i}$ этого ряда равны $K_{L,0} = 11,5 - 8,33R_{L,0}$; $K_{L,1} = -8,33R_{L,1}$; $K_{L,2} = -8,33R_{L,2}$; $K_{L,3} = -8,33R_{L,3}$; $K_{L,4} = -8,33R_{L,4}$.

После такой замены и возведения отрезка ряда Тейлора в степень $1/2$, входящего в правую часть уравнения, система примет вид (6):

$$\begin{bmatrix} D+5 & -5 \\ 5 & D+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{L,i} t^i}{i!} \end{bmatrix},$$

где

$$T_{1,0} = K_{L,0}^{0.5}; \quad T_{1,1} = \frac{K_{L,1} T_{1,0}}{2K_{L,0}}; \quad T_{1,2} = \frac{K_{L,2} T_{1,0} - K_{L,1} T_{1,1}}{2K_{L,0}};$$

$$T_{1.3} = \frac{K_{L.3}T_{1.0} - 3K_{L.1}T_{1.2}}{2K_{L.0}}; T_{1.4} = \frac{K_{L.4}T_{1.0} + K_{L.3}T_{1.1} - 3K_{L.2}T_{1.2} - 5K_{L.1}T_{1.3}}{2K_{L.0}}.$$

6. Выполнив над системой уравнений (6) преобразования Лапласа, сформируем уравнение

$$A(p)X(p) = G(p)F(p) + T(p) + Q(p) = C(p), \quad (7)$$

где $A(p)$, $G(p)$ – матрицы, полученные из исходных матриц $A(D)$, $G(D)$ заменой оператора D лапласовой переменной p ; $X(p)$ и $F(p)$ – матрицы-столбцы изображений координат и воздействий; $T(p)$ – матрица-столбец, полученная из исходной матрицы $T(t)$ заменой членов $t^k/k!$ членами $1/p^{k+1}$; $Q(p)$ – матрица-столбец предначальных условий; $C(p)$ – матрица-столбец приведенной правой части уравнения

$$\begin{bmatrix} p+5 & -5 \\ 5 & p+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C(p) \\ I_L(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{30,2}{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{1.i}}{p^{i+1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_C(0^-) \\ i_L(0^-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(p) \\ C_2(p) \end{bmatrix},$$

где $C_1(p) = u_C(0^-)$; $C_2 = i_L(0^-) + \frac{30,2}{p} - 5 \sum_{i=0}^4 \frac{T_{1.i}}{p^{i+1}}$.

7. Решение системы уравнений переменных состояния (7) ищется в виде

$$X_l(p) = \frac{\Delta_l(p)}{\Delta(p)}, \text{ где } \Delta(p) \neq 0, l=1,2. \text{ Тогда решения полученной системы}$$

имеют вид $U_C(p) = D_1/D$; $I_L(p) = D_2/D$, где Δ – главный определитель системы, Δ_1 , Δ_2 – определители, полученные из главного определителя заменой 1-го (2-го) столбца столбцом правой части,

$$D = \det A = p^2 + 25p + 125;$$

$$D_1 = \det \begin{bmatrix} C_1(p) & -5 \\ C_2(p) & p+20 \end{bmatrix} = pC_1(p) + 20C_1(p) + 5C_2(p);$$

$$D_2 = \det \begin{bmatrix} p+5 & C_1(p) \\ 5 & C_2(p) \end{bmatrix} = pC_2(p) + 5C_2(p) - 5C_1(p).$$

После соответствующих преобразований искомое решение выражается в виде отношения полиномов

$$U_C(p) = \frac{D_1}{D} = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{Ci} p^i}{\sum_{i=0}^7 A_i p^i} \frac{1}{p}; \quad I_L(p) = \frac{D_2}{D} = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{Li} p^i}{\sum_{i=0}^7 A_i p^i} \frac{1}{p}.$$

Коэффициенты B_{Ci} , B_{Li} , A_i имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} A_7 &= 1; & B_{C7} &= u_C(0-); & B_{L7} &= i_L(0-); \\ A_6 &= 25; & B_{C6} &= 20u_C(0-) + 5i_L(0-); & B_{L6} &= 30,2 + 5i_L(0-) - 5u_C(0-) - 5T_{1,0}; \\ A_5 &= 125; & B_{C5} &= 151 - 25T_{1,0}; & B_{L5} &= 151 - 25T_{1,0} - 5T_{1,1}; \\ A_4 &= 0; & B_{C4} &= -25T_{1,1}; & B_{L4} &= -25T_{1,1} - 5T_{1,2}; \\ A_3 &= 0; & B_{C3} &= -25T_{1,2}; & B_{L3} &= -25T_{1,2} - 5T_{1,3}; \\ A_2 &= 0; & B_{C2} &= -25T_{1,3}; & B_{L2} &= -25T_{1,3} - 5T_{1,4}; \\ A_1 &= 0; & B_{C1} &= -25T_{1,4}; & B_{L1} &= -25T_{1,4}. \\ A_0 &= 0; \end{aligned}$$

8. Коэффициенты R_{li} вычисляются по формулам

$$R_{l,0} = \frac{B_{l,n}}{A_n}; \quad R_{l,i} = \frac{B_{l,n-i} - \sum_{k=0}^{i-1} R_{l,k} A_{n-i+k}}{A_n},$$

где $l = C, L$; $i = 1, 2, 3, 4$, и переводят результат в t -область.

Непосредственное вычисление коэффициентов R_{li} дает следующие результаты:

$$\begin{aligned} R_{C,0} &= B_{C,7}; & R_{L,0} &= B_{L,7}; \\ R_{C,1} &= B_{C,6} - 25R_{C,0}; & R_{L,1} &= B_{L,6} - 25R_{L,0}; \\ R_{C,2} &= B_{C,5} - 125R_{C,0} - 25R_{C,1}; & R_{L,2} &= B_{L,5} - 125R_{L,0} - 25R_{L,1}; \\ R_{C,3} &= B_{C,4} - 125R_{C,1} - 25R_{C,2}; & R_{L,3} &= B_{L,4} - 125R_{L,1} - 25R_{L,2}; \\ R_{C,4} &= B_{C,3} - 125R_{C,2} - 25R_{C,3}; & R_{L,4} &= B_{L,3} - 125R_{L,2} - 25R_{L,3}. \end{aligned}$$

Таким образом получены коэффициенты в заявленных приближениях переменных состояния.

9. При $t_0 = 0^+$ проверяют условия существования полученных решений. Проверка заключается в существовании среди модулей коэффициентов максимума, который должен быть расположен среди младших номеров коэффициентов. Проверка выполняется как для модулей коэффициентов, так и для

модулей коэффициентов, умноженных на временной интервал τ в соответствующей степени. Так, для модулей коэффициентов $|R_{C.0}| = 0,0$; $|R_{C.1}| = 0,0$; $|R_{C.2}| = 66,22$; $|R_{C.3}| = 1248,80$; $|R_{C.4}| = 19258,60$; $|R_{L.0}| = 0,00$; $|R_{L.1}| = 13,24$; $|R_{L.2}| = 183,55$; $|R_{L.3}| = 2602,87$; $|R_{L.4}| = 40435,00$ максимум расположен среди старших номеров коэффициентов, т. е. условие не выполняется. Для $\tau = 0,1$ получится $|R_{C.0}|\tau^0 = 0,0$; $|R_{C.1}|\tau^1 = 0,0$; $|R_{C.2}|\tau^2 = 0,6622$; $|R_{C.3}|\tau^3 = 1,24880$; $|R_{C.4}|\tau^4 = 1,925860$; $|R_{L.0}|\tau^0 = 0,00$; $|R_{L.1}|\tau^1 = 1,324$; $|R_{L.2}|\tau^2 = 1,8355$; $|R_{L.3}|\tau^3 = 2,60287$; $|R_{L.4}|\tau^4 = 4,04350$, максимум также расположен среди старших номеров коэффициентов. Но для $\tau = 0,01$ $|R_{C.0}|\tau^0 = 0,0$; $|R_{C.1}|\tau^1 = 0,0$; $|R_{C.2}|\tau^2 = 0,0066$; $|R_{C.3}|\tau^3 = 0,00125$; $|R_{C.4}|\tau^4 = 0,000192$; $|R_{L.0}|\tau^0 = 0,00$; $|R_{L.1}|\tau^1 = 0,1324$; $|R_{L.2}|\tau^2 = 0,01835$; $|R_{L.3}|\tau^3 = 0,00260$; $|R_{L.4}|\tau^4 = 0,00040$, максимум расположен уже среди младших номеров коэффициентов. Следовательно, при $t < 0,01$ точные решения для переменных состояния существуют, и они единственны.

10. По заданной предельной абсолютной локальной погрешности $\delta(h)$ выбирается величина шага по времени:

1. Если среди коэффициентов $|R_i|$ существует максимум $|R_k|$, то локальная погрешность может быть оценена по формуле

$$|\Delta x^+(h, I)| = |R_k| \left(e^h - \sum_{i=0}^I \frac{h^i}{i!} \right) \quad h > 0,$$

где I – длина отрезка ряда Тейлора.

2. Если начиная с некоторого коэффициенты $R_i/i!$ убывают по модулю, то при максимальном коэффициенте $|R_k|/k!$ локальная погрешность может быть оценена по формуле

$$|\Delta x^+(h, I)| = \frac{|R_k|}{k!} \frac{h^{i+1}}{1-h}, \quad h \in [0; 1].$$

3. Если за счет выбора шага расчета h удастся сформировать максимум среди коэффициентов $h^i|R_i|$, то, обозначив максимальный из коэффициентов $h^k|R_k|$, получим следующую оценку погрешности:

$$|\Delta X^+(h, I)| = h^k |R_k| \left(e - \sum_{i=0}^I \frac{1}{i!} \right).$$

Таблица 4

Шаг	Время	$R_{C,0}$	$R_{C,1}$	$R_{C,2}$	$R_{C,3}$	$R_{C,4}$	$R_{L,0}$	$R_{L,1}$	$R_{L,2}$	$R_{L,3}$	$R_{L,4}$
0,01	0,01	0,0000	0,00	66,22	-1248,80	19 258,60	0,00	13,24	-183,55	2602,87	-40 435,00
0,02	0,03	0,0056	0,55	55,33	-1079,70	16 636,20	0,12	11,62	-160,61	2247,53	-34 613,00
0,02	0,05	0,0330	1,32	38,78	-819,94	12 629,10	0,30	9,08	-125,21	1705,88	-25 787,00
0,03	0,08	0,0700	1,84	26,21	-622,00	9613,15	0,44	7,08	-98,19	1300,63	-19 232,00
0,03	0,11	0,1400	2,21	13,82	-420,79	6577,78	0,58	4,97	-70,34	894,76	-12 703,00
0,05	0,16	0,2100	2,34	5,51	-282,07	4532,95	0,68	3,45	-50,90	624,52	-8396,00
0,08	0,24	0,3400	2,08	-0,19	-162,09	2742,49	0,75	2,04	-32,60	386,41	-4698,30
0,08	0,32	0,5300	0,90	3,03	-122,23	1807,22	0,71	1,51	-21,41	239,21	-2651,80
0,08	0,40	0,6300	0,37	3,22	-82,63	1111,63	0,71	1,02	-13,31	139,68	-1402,10
0,08	0,48	0,6900	0,16	2,37	-51,02	645,29	0,72	0,63	-7,84	78,04	-709,07
0,08	0,56	0,7200	0,08	1,45	-29,33	358,83	0,73	0,37	-4,42	42,44	-354,72
0,08	0,64	0,7300	0,04	0,79	-16,02	193,96	0,74	0,20	-2,41	22,78	-180,23
0,08	0,72	0,7400	0,03	0,40	-8,45	103,02	0,74	0,11	-1,29	12,15	-93,73

Таблица 5

Время	$u_C(t)$	$i_L(t)$	$ \Delta U_C^+ \cdot 10^5$	$ \Delta i_L^+ \cdot 10^5$	u_C^+	u_C^-	i_L^+	i_L^-
0,01	0,0056	0,12	6,6	130,0	0,005631	0,005500	0,1175	0,11490
0,03	0,0330	0,30	22,0	230,0	0,033160	0,032416	0,30016	0,29347
0,05	0,0700	0,44	26,0	180,0	0,071006	0,069329	0,44222	0,43332
0,08	0,1400	0,58	55,0	210,0	0,141570	0,138230	0,58669	0,57605
0,11	0,2100	0,68	66,0	150,0	0,215110	0,209950	0,68636	0,67578
0,16	0,3400	0,75	120,0	170,0	0,340130	0,332940	0,75692	0,74644
0,24	0,5300	0,71	170,0	210,0	0,533900	0,527710	0,71929	0,70356
0,32	0,6300	0,71	74,0	140,0	0,635890	0,632110	0,71751	0,70054
0,40	0,6900	0,72	46,0	85,0	0,689090	0,686820	0,72688	0,71216
0,48	0,7200	0,73	26,0	50,0	0,716940	0,715410	0,73634	0,72544
0,56	0,7300	0,74	15,0	29,0	0,731740	0,730590	0,74273	0,73554
0,64	0,7400	0,74	8,2	16,0	0,739740	0,738850	0,74630	0,74193
0,72	0,7400	0,75	4,3	8,4	0,744121	0,737990	0,74808	0,74556

Выбрав в качестве h значение t , полученное в п. 9, проверяем выполнение условия п. 10 для каждого из решений. Если заданная величина предельной абсолютной локальной погрешности $\delta(h)$ не удовлетворяет значению h , то в качестве h выбирается новое значение, например, $h/10$, и снова проверяется условие п. 10. Если условие выполняется и величина h оказывается малой, т. е. $\delta(h) \gg |\Delta X^+(h, I)|$, то можно увеличить значение h .

11. Выполняется численная часть процедуры. Для каждого момента времени $t_k = t_{k-1}^+ + h$, $k = 1, 2, \dots$, повторяются пп. 9 и 10. Расчет производится до того момента, пока переменные состояния не примут установившегося значения.

12. По результатам выполненных расчетов построены области существования неизвестных точных решений переменных состояний, известные с точностью предельной абсолютной локальной погрешности $\delta(h)$. Область существования неизвестных точных решений

$$X_l^+(t; 5) - |\Delta X_l^+(t; 5)| < X_l^+(t) < X_l^+(t; 5) + |\Delta X_l^+(t; 5)|,$$

где $l = C, L$; $t = [t_0; T]$.

Уравнение связи $u_H(t) = u_C(t)$, поэтому решение $u_H(t)$ не строилось. Результаты расчетов при $\delta(h) = 3 \cdot 10^{-3}$ представлены в табл. 4 и 5.

Список литературы

1. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. М.: Высш. шк., 1990.
2. Бычков Ю. А. Аналитически-численный расчет динамики нелинейных систем. Детерминированные кусочно-степенные модели с сосредоточенными параметрами. Переходные и периодические режимы. Анализ, синтез, оптимизация / СПбГЭТУ. СПб., 1997.

СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания.....	3
Цель курсовой работы	3
Задание на курсовую работу	3
Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации.....	7
Анализ линейной цепи операторным методом при апериодическом воздействии.....	7
Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом....	9
Нормирование параметров и переменных цепи	10
Требования к оформлению курсовой работы	11
Защита курсовой работы	12
Указания к выполнению задания.....	12
Анализ линейной цепи классическим методом при коммутации.....	12
Анализ линейной цепи операторным методом при апериодическом воздействии.....	15
Анализ нелинейной пассивной цепи аналитически-численным методом..	16
Список литературы	26